# Раздел 01

# «Кинематика»

## Содержание

1.01. Система СИ. Перевод единиц
1.02. Скалярные и векторные величины. Элементарная геометрия
1.03. Путь. Перемещение. Скорость
1.04. Средняя скорость
1.05. Относительность движения. Закон сложения скоростей
1.06. Равноускоренное движение
1.07. Движение в поле силы тяжести. Свободное падение тела
1.08. Движение в поле силы тяжести. Бросок вниз
1.09. Движение в поле силы тяжести. Бросок вверх
1.10. Равноускоренное движение и средняя скорость
1.11. Горизонтальный бросок
1.12. Графическое представление равномерного движения
1.13. Графическое представление равноускоренного движения
1.14. Координатный метод решения задач
1.15. Вращательное движение

www.re

# 1.01. Система СИ. Перевод единиц

**Вы уверены, что хотите сдавать физику? Точно? Физика всегда была, есть и будет самым тяжелым для сдачи предметом на централизованном тестировании. Средний балл в последние годы около 20. Почему? Для успешной сдачи ЦТ по белорусскому или русскому языку Вам необходимо знать только язык, для сдачи химии – только химию, для сдачи математики – математику. А для сдачи физики Вам необходимо хорошо знать не только физику, которая и так достаточно сложная и объемная наука, но и математику. По сути ЦТ по физике это два в одном. На тестировании мало решить задачу с точки зрения физики. Ее надо еще и посчитать. И на этом этапе решения многие абитуриенты совершают ошибки и при правильном физическом решении не получают правильного ответа. Поэтому прежде чем приступать к изучению физики необходимо познакомится с основными физическими величинами, вспомнить основы алгебры и геометрии, которые помогут Вам в решении физических задач.**

Существует 7 основных единиц измерения физических величин:

1. единица измерения длины **метр** (1 м)
2. единица измерения времени **секунда** (1 с)
3. единица измерения массы **килограмм** (1 кг)
4. единица измерения количества вещества **моль** (1 моль)
5. единица измерения температуры **кельвин** (1 К)
6. единица измерения силы электрического тока **ампер** (1 А)
7. единица измерения силы света **кандела** (1 кд, практически не используется при решении задач).

Остальные физические величины – **производные**, то есть любую физическую величину можно выразить через эти семь. Например, скорость выражается через единицу расстояния и времени – м/с. Существуют так же внесистемные единицы измерения:

**длины**

- микрометр (1 мкм = $10^{-6}$ м),
- миллиметр (1 мм = $10^{-3}$ м),
- сантиметр (1 см = $10^{-2}$ м),
- дециметр (1 дм = $10^{-1}$ м),
- километр (1 км = $10^{3}$ м).

**времени**

- минута (1 мин = 60 с)
- час (1 ч = 60 мин = 3600 с),
- сутки (1 сутки = 24 часа = 24 х 3600 с = 86 400 с),
- год (1 год = 365 суток х = 365 х 86400 с = 31 536 000 с).

**массы**

- микрограмм (1 мкг = $10^{-6} \cdot 10^{-3} = 10^{-9}$ кг),
- миллиграмм (1 мг = $10^{-3} \cdot 10^{-3} = 10^{-6}$ кг),
- грамм (1 г = $10^{-3}$ кг),
- центнер (1 ц = 100 кг),
- тонна (1 т = $10^{3}$ кг).

**объема**

- литр (1 л = 1 дм$^3$ = $10^{-3}$ м$^3$),
- миллилитр (1 мл = $10^{-3} \cdot 10^{-3} = 10^{-6}$ м$^3$).

В большинстве задач (но не во всех) необходимо перевести единицы измерения из внесистемных в СИ. Например

$$36\ \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 36\ \frac{1000\,\text{м}}{3600\,\text{с}} = 10\ \text{м/с}\ ,\ 60\ \frac{\text{м}}{\text{мин}} = 60\ \frac{\text{м}}{60\,\text{с}} = 1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\ ,\ 36\ \frac{\text{мм}}{\text{ч}} = 36\ \frac{10^{-3}\,\text{м}}{3600\,\text{с}} = 10^{-5}\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Иногда в задачах необходимо сделать обратный перевод, то есть перевести физическую величину из единиц СИ в несистемные. Например, скорость из м/с в км/ч

$$20\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = 20\ \frac{\frac{1}{1000}\ \text{км}}{\frac{1}{3600}\ \text{ч}} = 72\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Вам часто придется переводить единицы скорости. Поэтому для облегчения перевода удобно запомнить следующее соотношение:

$$1\frac{\text{км}}{\text{ч}} = 1\frac{1000\,\text{м}}{3600\,\text{с}} = 1\frac{1\,\text{м}}{3,6\,\text{с}} = \frac{1}{3,6}\frac{\text{м}}{\text{с}},$$

то есть **для того чтобы скорость из км/ч перевести в м/с достаточно просто РАЗДЕЛИТЬ ее на 3,6. Для обратного перевода (из м/с в км/ч) необходимо скорость в м/с УМНОЖИТЬ на 3,6.**

**Не спешите переводите единицы измерения данных Вам в задаче величин в систему СИ. Сначала всегда надо проанализировать условие и продумать решение. Понимание необходимости перевода придет к Вам с опытом.**

В некоторых задачах можно подставлять величины в несистемных единицах. Например, чтобы найти путь, которых пройдет тело, двигающееся со скоростью 10 км/ч за 2 часа совсем не нужно переводить время в секунды, а скорость в метры в секунду. Можно просто посчитать задачу в тех величинах, что Вам даны. Ответ, естественно, вы получите в километрах, а не в метрах.

Важно так же помнить значения кратных и дольных приставок. Их не надо выучивать наизусть, они будут Вам даны на тестировании. Однако знание основных сокращений существенно сэкономить Вам время.

| **КРАТНЫЕ** | | | **ДОЛЬНЫЕ** | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **приставка** | **обозначение** | **множитель** | **приставка** | **обозначение** | **множитель** |
| тера | **Т** | $10^{12}$ | пико | **п** | $10^{-12}$ |
| гига | **Г** | $10^{9}$ | нано | **н** | $10^{-9}$ |
| мега | **М** | $10^{6}$ | микро | **мк** | $10^{-6}$ |
| кило | **к** | $10^{3}$ | милли | **м** | $10^{-3}$ |
| гекто | **г** | $10^{2}$ | санти | **с** | $10^{-2}$ |
| дека | **да** | $10^{1}$ | деци | **д** | $10^{-1}$ |

Для того чтобы перевод одних величин в другие было легко сделать, необходимо уметь совершать действия со степенями:

- При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели степеней складываются:

$$a^m a^n = a^{m+n} \text{ или } a^m a^{-n} = a^{m-n}$$

**ПРИМЕР.** $2^{10}2^9 = 2^{10+9} = 2^{19}$, $4^{10}4^{-9} = 4^{10-9} = 4^1 = 4$

- При делении степеней с одинаковыми основаниями показатель степени делителя вычитается из показателя степени делимого:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \text{ или } \frac{a^m}{a^{-n}} = a^{m-(-n)} = a^{m+n}.$$

**ПРИМЕР.** $\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2 = 9$, $\frac{10^7}{10^{-2}} = 10^{7-(-2)} = 10^{7+2} = 10^9$

Рассмотрим примеры перевода единиц измерения из внесистемных в СИ.

**Вам важно ПОНЯТЬ алгоритм перевода, а не заучить основные соотношения!!!**

**ПРИМЕР.** *Переведите 250 см$^2$ в м$^2$.*

Про число 250 мы забываем и будем работать с см$^2$. Итак, у нас имеется 1 см$^2$ и его надо перевести в м$^2$. Сантиметр квадратный есть не что иное как сантиметр умноженный на сантиметр. Так и запишем

$$1\ \text{см}^2 = 1\ \text{см} \bullet 1\ \text{см}$$

Теперь поработаем с сантиметром. Сантиметр это сотая часть метра. Если у Вас возникают проблемы с определением дольности величины, то надо «перевернуть» задачу и вспомнить, сколько в метре сантиметров. В метре 100 сантиметров. Следовательно, 1 сантиметр это сотая часть метра. Так и запишем

$$1\,\text{см} = \frac{1}{100}\,\text{м} = 0,01\,\text{м}$$

Часто при решении задач у абитуриентов возникают проблемы при обращении с такими вот «неудобными» числами. Остановимся на таких числах подробней.

В нашем примере у нас число 0,01. С ним все просто

$$0,01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$$

www.ref.by

А что делать, если у нас число 0,00435? Тут тоже не все сложно. Сосчитаем количество чисел от запятой до последнего числа (слева направо). Чисел будет пять – 0, 0, 4, 3 и 5. А теперь делаем одно хитрое математическое действие – одновременно умножаем данное число на $10^5$ и $10^{-5}$. Таким умножением мы ничего не изменим, ведь $10^5 \bullet 10^{-5} = 10^0 = 1$. Получим

$$0,00435 = 0,00435 \cdot 10^5 \cdot 10^{-5} = 435 \cdot 10^{-5}$$

Вот теперь наше число приняло удобный для расчетов вид.

**СДЕЛАЕМ ВАЖНЫЙ ВЫВОД.** Если мы хотим «**УВЕЛИЧИТЬ**» (обязательно в кавычках, ведь мы меняем только **ВНЕШНИЙ ВИД** числа, но не его значение) число (из числа 0,00435 сделали 435), то мы должны данное число умножить на 10 в степени, равной количеству знаков, на которое мы число «увеличили». При этом степень должна быть с **ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ** знаком. То есть положительное действие должно вызвать отрицательное. В нашем случае мы «увеличили» на 5 знаков, поэтому и домножили на $10^{-5}$.

Верное и обратное правило. Если мы хотим «**УМЕНЬШИТЬ**» число (например, число 134000), то мы должны число умножить на 10 в степени, равной количеству знаков, на которое мы число «уменьшили». При этом степень должна быть с **положительным** знаком. В нашем случае мы «уменьшаем» на 3 знака, поэтому и домножаем на $10^3$. Получим

$$134000 = 134 \bullet 10^3$$

**ЭТО ОЧЕНЬ ВАЖНЫЕ ПРАВИЛА, КОТОРЫЕ ПОМОГУТ ВАМ В РАСЧЕТЕ БОЛЬШОГО КОЛИЧЕСТВА ЗАДАЧ!!! ЕСЛИ НЕ МОЖЕТЕ ИХ ПОНЯТЬ, ТО ВЫУЧИТЕ ИХ НАИЗУСТЬ!!!**

Возвращаемся к нашему примеру. Мы получили, что 1 см = $10^{-2}$ м. Однако у нас см$^2$. Следовательно

$$1 \text{ см}^2 = 1 \text{ см} \bullet 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м} \bullet 10^{-2} \text{ м} = 10^{-4} \text{ м}^2$$

И только теперь вспоминаем про число 250. Получаем

$$250 \text{ см}^2 = 250 \bullet 10^{-4} \text{ м}^2 = 25 \bullet 10^1 \bullet 10^{-4} \text{ м}^2 = 25 \bullet 10^{-3} \text{ м}^2$$

Еще примеры на перевод.

0,15 см$^2$ = 15 •$10^{-2}$ см • см = 15 • $10^{-2}$ • $10^{-2}$ м • $10^{-2}$ м = 15 •·$10^{-6}$ м$^2$

50 мм$^2$ = 5 • $10^1$ • мм •·мм = 5 • $10^1$ • $10^{-3}$ м • $10^{-3}$ м = 5 •·$10^{-5}$ м$^2$

10 см$^3$ = 10 см • см • см = 10 • $10^{-2}$ м • $10^{-2}$ м • $10^{-2}$ м = 10 • $10^{-6}$ м$^3$ = $10^{-5}$ м$^3$

5 л = 5 дм$^3$ = 5 дм • дм • дм = 5 • $10^{-1}$ м • $10^{-1}$ м • $10^{-1}$ м = 5 • $10^{-3}$ м$^3$

10 км$^2$ = 10 км • км = 10 • 1000 м • 1000 м = 10 • $10^3$ м • $10^3$ м =10 • $10^6$ м$^2$ = $10^7$ м$^2$

5 км$^3$ = 5 км • км • км = 5 • 1000 м • 1000 м • 1000 м = 5 • $10^3$ м • $10^3$ м • $10^3$ м =5 • $10^9$ м$^3$

Если в задаче указано несколько одинаковых физических величин, но выраженных в разных единицах измерения (например, 30 мм и 2 см), то надо их привести к одной общей единице измерения, и не обязательно этой единицей должен быть метр. Например, 30 мм можно перевести в см: 30 мм = 3 см. К какой единицы надо будет приводить зависит от условия задачи.

Запомните, что в **физике не существует двойных приставок. Например, мкг – это микрограмм, а не милликилограмм. Если сомневаетесь, в какую единицу надо переводить – переводите с основную единицу системы СИ.** Учтите, что при **сложении** и **вычитании** величин Вы можете оперировать только величинами **одинаковой** размерности.

Часто в задачах соотношения между физическими величинами будут даны в процентах. Поэтому **ОЧЕНЬ** важно уметь работать с ними

Если физическая величина увеличилась на 20 %, то

$x_2 = x_1 + \frac{20\,\%}{100\,\%} x_1 = x_1 + 0,2x_1 = x_1 \cdot 1,2$, то есть величина увеличилась в 1,2 раза.

Если физическая величина уменьшилась на 30 %, то

$x_2 = x_1 - x_1 \frac{30\,\%}{100\,\%} = x_1 - 0,3x_1 = x_1 \cdot 0,7$, то есть осталось 70% от 100% начальных.

Увеличение величины на 100 % означает, что она увеличилась в 2 раза $x_2 = x_1 + x_1 \frac{100\,\%}{100\,\%} = x_1 + x_1 = 2x_1$.

Увеличение величины на 300 % означает, что она увеличилась в 4 раза $x_2 = x_1 + x_1 \frac{300\,\%}{100\,\%} = x_1 + 3x_1 = 4x_1$.

www.

**ТЕСТ 1.01.**

**1.** Укажите правильный перевод: 0,05 мм =
**1.** $5\cdot10^{-3}$ м **2.** $5\cdot10^{-5}$ м **3.** $5\cdot10^{-1}$ м **4.** 0,05 м

**2.** Укажите правильный перевод: 0,5 км =
**1.** 500 м **2.** $0{,}5\cdot10^{-3}$ м **3.** $5\cdot10^{3}$ м **4.** $5\cdot10^{4}$ м

**3.** Укажите правильный перевод: 2,25 мм$^2$ =
**1.** $2{,}25\cdot10^{-3}$ м **2.** $225\cdot10^{-6}$ м
**3.** $225\cdot10^{-8}$ м **4.** $2{,}25\cdot10^{-8}$ м

**4.** Укажите правильный перевод: $5{,}1\cdot10^{2}$ км$^2$ =
**1.** $51\cdot10^{6}$ км$^2$ **2.** $5{,}1\cdot10^{6}$ м$^2$
**3.** $5{,}1\cdot10^{7}$ м$^2$ **4.** $51\cdot10^{7}$ м$^2$

**5.** Укажите правильный перевод: $25\cdot10^{-2}$ дм$^2$ =
**1.** $25\cdot10^{4}$ м$^2$ **2.** $25\cdot10^{-6}$ м$^2$
**3.** $2{,}5\cdot10^{-4}$ м$^2$ **4.** $25\cdot10^{-4}$ м$^2$

**6.** Укажите правильный перевод: 75,4 Мм =
**1.** 75 400 м **2.** 75 400 000 м
**3.** 754 000 м **4.** 754 000 000 м

**7.** Укажите правильный перевод: 0,33 нм =
**1.** $33\cdot10^{-9}$ м **2.** $0{,}33\cdot10^{-11}$ м
**3.** $33\cdot10^{-11}$ м **4.** $3{,}3\cdot10^{-9}$ м

**8.** Укажите правильный перевод: 0,035 Мм =
**1.** $35\cdot10^{3}$ м **2.** 3500 м **3.** $35\cdot10^{6}$ м **4.** $0{,}35\cdot10^{4}$ м

**9.** Укажите правильный перевод: 1200 нм =
**1.** $1{,}2\cdot10^{-6}$ м **2.** $120\cdot10^{-6}$ м
**3.** $1200\cdot10^{-6}$ м **4.** $12\cdot10^{-9}$ м

**10.** Расположите в порядке возрастания:
1) 8,8 см; 2) 0,25 дм; 3) 0,55 м; 4) 890 мм.
**1.** 3124 **2.** 2134 **3.** 3241 **4.** 4213

**11.** Расположите в порядке убывания:
1) 80,5 см$^2$; 2) 0,53 дм$^2$; 3) 0,75 м$^2$; 4) 550 мм$^2$.
**1.** 3241 **2.** 2341 **3.** 4312 **4.** 3124

**12.** Расположите в порядке возрастания:
1) 5050 см$^3$; 2) 5,1 л; 3) 0,051 м$^3$; 4) 50000 мм$^3$.
**1.** 2341 **2.** 3241 **3.** 4123 **4.** 1243

**13.** Расположите в порядке возрастания:
1) $5{,}3\cdot10^{6}$ см; 2) 110,55 Мм;
3) $0{,}25\cdot10^{4}$ м; 4) 2,05 Гм.
**1.** 2341 **2.** 3124 **3.** 1243 **4.** 3241

**14.** Расположите в порядке убывания:
1) $8{,}5\cdot10^{3}$ нм; 2) 0,2 мкм;
3) $1{,}2\cdot10^{-12}$ Мм; 4) 0,05 мм.
**1.** 4132 **2.** 2341 **3.** 1243 **4.** 3241

**15.** Укажите правильный перевод: 72 км/ч =
**1.** 5 м/с **2.** 10 м/с **3.** 15 м/с **4.** 20 м/с

**16.** Укажите правильный перевод: 25 м/с =
**1.** 36 км/ч **2.** 54 км/ч **3.** 72 км/ч **4.** 90 км/ч

**17.** Укажите правильный перевод: 7200 м/мин =
**1.** 60 м/с **2.** 120 м/с **3.** 240 м/с **4.** 360 м/с

**18.** Средний радиус Земли равен приблизительно 6400 км. Выразить это расстояние в метрах.
**1.** 6 400 000 **2.** 6,4 **3.** 64 000 **4.** 640 000

**19.** Куб, объем которого равен 1 м$^3$, разделили на кубики объемом 1 мм$^3$ каждый. Какой длины ряд получится из этих кубиков, плотно уложенных друг к другу?
**1.** 10 км **2.** 100 км **3.** 1 000 км **4.** 10 000 км

**20.** Средняя продолжительность жизни человека в нашей стране равна 65 годам. Выразить это время в часах.
**1.** 23 725 **2.** 569 400 **3.** 34 164 000 **4.** 65 000

**21.** Куб, объем которого равен 1 м$^3$, разделили на кубики объемом 1 мм$^3$ каждый. Сколько времени (в часах) потребовалось бы для того, чтобы уложить их в ряд, если на укладку одного кубика уходит 2 с?
**1.** 100 **2.** 115 **3.** 127 **4.** 139

**22.** Какую скорость (в километрах в час) должен развивать реактивный самолет, чтобы она была равна скорости звука в воздухе $\upsilon$ = 340 м/с?
**1.** 94 **2.** 558 **3.** 925 **4.** 1 224

**23.** Скорость истребителя МИГ–21 равна 611,1м/с. Мировой рекорд скорости при спуске на лыжах — 217,7 км/ч. Во сколько раз скорость истребителя больше скорости лыжника?
**1.** 4 **2.** 6 **3.** 8 **4.** 10

**24.** Скорость тела увеличилась на 5 %. Во сколько раз увеличилась скорость тела?
**1.** 0,95 **2.** 1,05 **3.** 1,15 **4.** 1,55

**25.** Давление газа упало на 0,3 %. Выразите конечное давление газа, через начальное.
**1.** $p_2$=1,03$p_1$ **2.** $p_2$=1,003$p_1$
**3.** $p_2$=0,997$p_1$ **4.** $p_2$=0,97$p_1$

**Ответы**

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 3 | 4 | 4 | 2 | 3 | 1 | 1 | 2 |
| **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |
| 4 | 3 | 2 | 1 | 4 | 4 | 2 | 1 | 3 | 2 |
| **21** | **22** | **23** | **24** | **25** | | | | | |
| 4 | 4 | 4 | 2 | 3 | | | | | |

www.repet.by

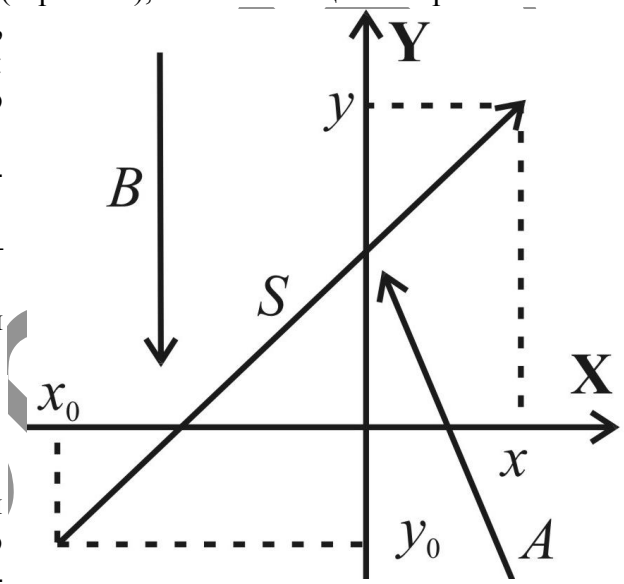
# 1.02. Скалярные и векторные величины. Элементарная геометрия

Многие физические понятия, такие, как скорость и ускорение тела, сила, приложенная к телу, электрические и магнитные поля и многие другие, несут в себе информацию не только о численном значении того или иного понятия, но и о направлении (в пространстве), связанном с этим понятием. Зачем это нужно? Давайте решим простую задачу.

Человек находится в центре Минска (около нулевого километра, который расположен возле дворца республики). Скорость человека около 3 км/ч. Где окажется человек через 1 час? Казалось бы задача очень простая. Очевидно, что за 1 час человек продет 3 километра. Однако на вопрос задачи мы ответить не можем, так как мы не знаем **КУДА** он пошел! Если бы он пошел в восточном направлении – был бы около Академии наук, в западном – около метро Молодежная и так далее. То есть нам **НЕОБХОДИМО** знать **КУДА** он пошел.

Поэтому для полного определения таких понятий (свойств) вводятся **векторы.**

Графически вектор изображается направленным отрезком (стрелкой), показывающим направление вектора, а длина отрезка дает его **величину (длину, модуль, абсолютное значение)**. В векторе важны две его точки: **начало вектора** ($x_0$, $y_0$) и **конец вектора** ($x$, $y$). Начало вектора называют **точкой приложения вектора.**




Вектора можно складывать, вычитать друг из друга, умножать и делить на число, проецировать на ось.

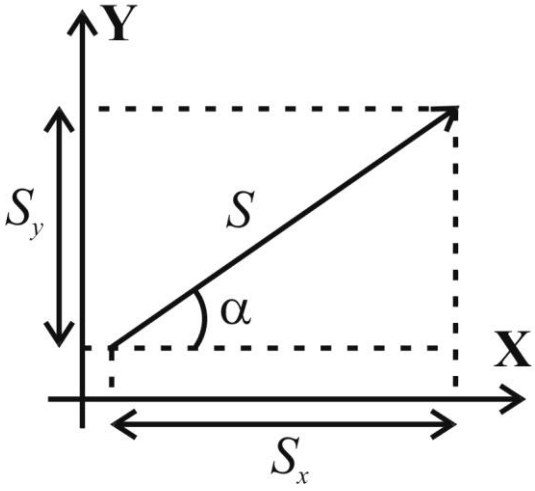
Проекция вектора на ось и составляющая вектора по оси – РАЗНЫЕ ПОНЯТИЯ!!!

**Проекция** – *скаляр*, **составляющая** – *вектор*. Проекции вектора на ось OX и OY находятся по формулам:

$S_x = x - x_0$,
$S_y = y - y_0$.

Проекция может быть как положительной, так и отрицательной (в отрицательности проекции нет ничего страшного). О знаке проекции легко узнать по направлению вектора по отношению к данной оси. Посмотрим на вектор *S*. Этот вектор сонаправлен с осью OX, следовательно, его проекция на эту ось положительна. К таком у же выводу можно прийти, если посмотреть как меняется координата *x* вектора. Конечная координата *x* больше начальной координаты $x_0$. Следовательно, вектор «рос» по иксовой координате. Следовательно, его проекция на ось OX положительна. Сделайте самостоятельно вывод о знаке проекции вектора *S* на ось OY.

При этом проекция на одну ось может быть положительной, а на другую – отрицательной. Так же проекция вектора может быть равна нулю (если вектор перпендикулярен данной оси).




Например, вектор *A* имеет положительную проекцию на ось Y (направлен в ту же сторону, что и ось Y) и отрицательную на ось X (направлен против оси X). Вектор *B* имеет отрицательную проекцию на ось Y и равную нулю на ось X (вектор **перпендикулярен** оси X).

Модуль вектора (длина вектора) находится по формуле

$\left|\vec{S}\right| = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$ (по теореме Пифагора, так как из–за того, что ось OX перпендикулярна оси OY у нас получился прямоугольный треугольник).

**ТАКИМ ЖЕ ОБРАЗОМ МОЖНО ОПРЕДЕЛЯТЬ РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ЛЮБЫМИ ДВУМЯ ТОЧКАМИ НА ПЛОСКОСТИ.**

Если же не даны начальные и конечные координаты вектора, а известен только его модуль *S* (длина) и угол наклона к оси (в нашем случае к оси OX), то проекции легко находятся при помощи синусов и косинусов.

Вспомним определение синуса: синусом угла называет отношения **ПРОТИВО**лежащего углу катета (в нашем случае это $S_y$) к гипотенузе (в нашем случае это $S$). Определение косинуса: косинусом угла называет отношения **ПРИ**лежащего к углу катета (в нашем случае это $S_x$) к гипотенузе (снова $S$). То есть в нашем случае получаем:

$$\cos\alpha = \frac{S_x}{S} \Rightarrow S_x = S\cos\alpha$$

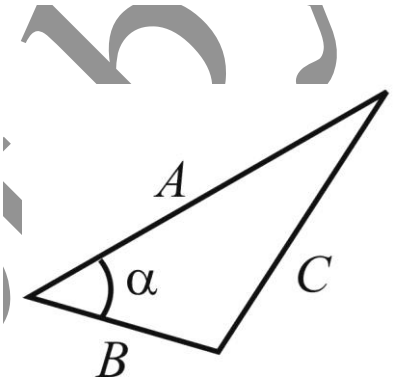
$$\sin\alpha = \frac{S_y}{S} \Rightarrow S_y = S\sin\alpha.$$

Однако если в задаче Вам будет дан угол не к оси OX, а к оси OY, то в этом случае эти формулу работать не будут и вывод формул вам придется сделать самостоятельно.

Для решения многих задач Вам могут понадобиться элементарные геометрические формулы:

- длина окружности – $l = 2\pi R$, где $R$ – радиус окружности, $\pi = 3{,}14$,
- площадь окружности – $S = \pi R^2$,
- площадь поверхности шара $S = 4\pi R^2$,
- объем шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$,
- объем цилиндра $V = S_{\text{осн}}\, h$.

Так же надо обязательно знать и уметь применять теорему косинусов (см. пояснительный рисунок)




$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\alpha.$$

Зачастую в задачах масса тела $m$ не дана явным образом и ее надо будет выражать через плотность тела $\rho$ и его объем $V$:

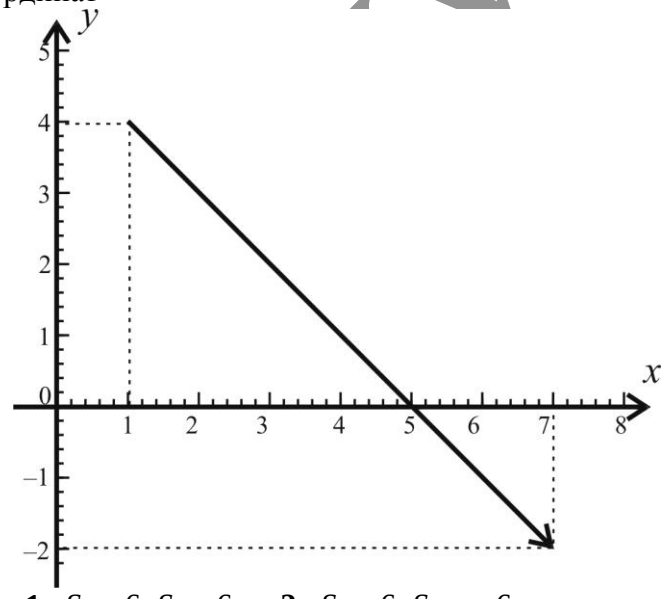
$$m = \rho V$$

**Так же нелишним будет знать некоторые фишки геометрии, связанные с прямоугольным треугольником, которые помогут Вам ускорить решение большого количества задач.**

1. Если в прямоугольном треугольнике катеты равны 3 и 4 (неважно чего – метра, сантиметра), то гипотенуза будет равна 5. Такой треугольник называют египетским. Есть еще один египетский треугольник со сторонами 6, 8 и 10. Так же это правило распространяется на треугольники, стороны у которых в 10, 100, 1000 и т.д. раз больше.
2. Катет, лежащий напротив угла в $30^o$, равен половине гипотенузы.

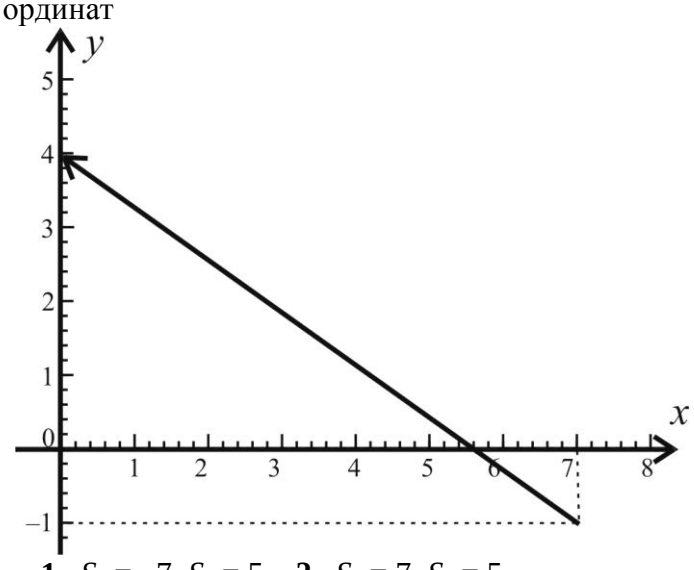
**ТЕСТ 1.02.**

**1.** Определите проекции вектора $S_x$ и $S_y$ на оси координат



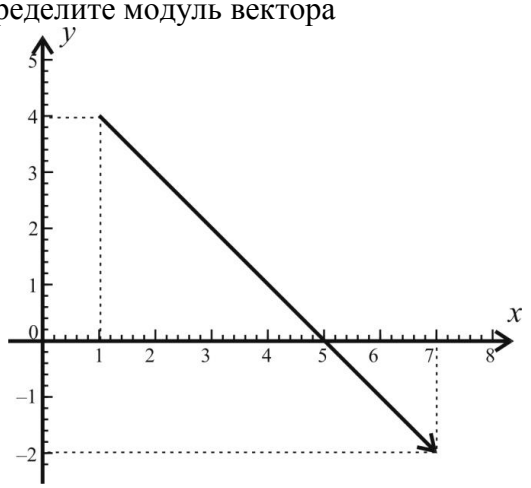

**1.** $S_x = 6$, $S_y = 6$ **2.** $S_x = 6$, $S_y = -6$
**3.** $S_x = 7$, $S_y = -2$ **4.** $S_x = 6$, $S_y = -2$

**2.** Определите проекции вектора $S_x$ и $S_y$ на оси координат



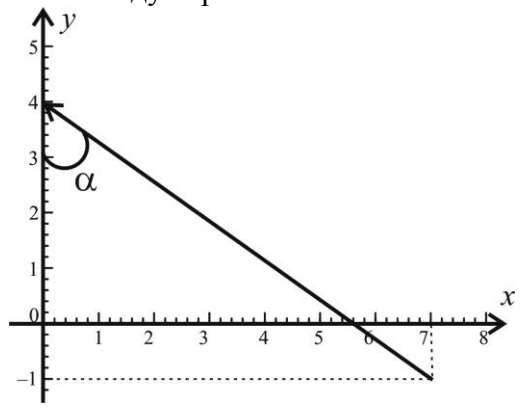

**1.** $S_x = -7$, $S_y = 5$ **2.** $S_x = 7$, $S_y = 5$
**3.** $S_x = 0$, $S_y = -1$ **4.** $S_x = 7$, $S_y = 3$

**3.** Определите модуль вектора




**1.** 7,2 **2.** 6 **3.** 8,5 **4.** 4

**4.** Определите проекции вектора на оси координат, если его модуль равен *S*.




**1.** $S_x$=–*S*sinα, $S_y$=*S*cosα **2.** $S_x$=*S*sinα, $S_y$=*S*cosα

**3.** $S_x$=–*S*cosα, $S_y$=*S*sinα **4.** $S_x$=*S*cosα, $S_y$=*S*sinα

**5.** Найдите длину окружности радиуса 10 см.

**1.** 6,28 м **2.** 0,628 м **3.** 62,8 м **4.** 0,0628 м

**6.** Найдите площадь круга диаметром 20 дм.

**1.** 3,14 м$^2$ **2.** 31,4 м$^2$ **3.** 314 м$^2$ **4.** 0,314 м$^2$

**7.** Найдите объём шара радиуса 30 см.

**1.** 11 м$^3$ **2.** 0,11 м$^3$

**3.** 0,011 м$^3$ **4.** 0,000011 м$^3$

**8.** Найдите объём параллелепипеда со сторонами 20 дм, 10 см и 3 мм.

**1.** 0,0006 м$^3$ **2.** 0,6 м$^3$ **3.** 0,06 м$^3$ **4.** 0,006 м$^3$

**9.** Деревянный кубик имеет массу 75г, а периметр одной стороны 20 см. Какова плотность данного кубика?

**1.** 6 кг/м$^3$ **2.** 600 кг/м$^3$

**3.** 1500 кг/м$^3$ **4.** 375 кг/м$^3$

**10.** Определите ёмкость сосуда, если в него входит 2 кг подсолнечного масла плотностью 800 кг/м$^3$.

**1.** 25 л **2.** 0,25 л **3.** 2,5 л **4.** 0,0025 л

**11.** Имеется полная цистерна нефти. Найти в тоннах массу нефти в цистерне, если ее объем равен 60 м$^3$, а плотность нефти равна 800 кг/м$^3$.

**1.** 48 т **2.** 13,3 т **3.** 75 т **4.** 480 т

**12.** Космический корабль 5 раз облетел вокруг Земли ($R_З$ = 6400 км). Найти расстояние (в км), пройденное кораблем, считая орбиту круговой и отстоящей от поверхности Земли на расстояние $h$ = 200 км.

**1.** 150 820 **2.** 170 550 **3.** 193 870 **4.** 207 240

**13.** На поверхности воды разлили нефть объемом $V$ = 1 м$^3$. Какую площадь (в км$^2$) займет нефтяное пятно, если толщина слоя $d = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ мм?

**1.** 10 **2.** 20 **3.** 30 **4.** 40

**Ответы**

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 |
| **11** | **12** | **13** | | | | | | | |
| 1 | 4 | 4 | | | | | | | |

www.re.by

# 1.03. Путь. Перемещение. Скорость

И вот только сейчас переходим к изучению физики. Начинаем с первого раздела – кинематики.

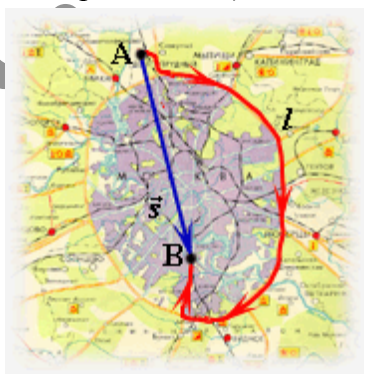
**Кинематикой** называют раздел механики, в котором движение тел рассматривается без выяснения причин этого движения. Таким образом нам не важны причины вызывающие движение. Нам важно знать как меняется скорость тела, координаты. А почему это происходит нам пока не интересно.

**Механическим движением** тела называют изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени.

Всякое тело имеет определенные размеры. Однако во многих задачах механики нет необходимости указывать положения отдельных частей тела. Если размеры тела малы по сравнению с расстояниями до других тел, то данное тело можно считать **материальной точкой.** Так при движении автомобиля на большие расстояния можно пренебречь его длиной, так как длина автомобиля мала по сравнению с расстояниями, которое он проходит.

Интуитивно понятно, что характеристики движения (скорость, траектория и т.д.) зависят от того, откуда мы на него смотрим. Например, движение пассажира троллейбуса относительно земли и относительно самого троллейбуса будет разным. В первом случае скорость пассажира будет равна скорости троллейбуса. Во втором случае пассажир будет находится в состоянии покоя. Поэтому для описания движения вводится понятие системы отсчета.

**Система отсчета (СО)** – совокупность тела отсчета (тело отсчета находится в начале системы координат), привязанной к нему системой координат, линейки (прибора, измеряющего расстояния) и часов (прибора измерения времени).




Перемещаясь с течением времени из одной точки в другую, тело (материальная точка) описывает в данной системе отсчета некоторую линию, которую называют **траекторией движения тела.**

Форма траектории относительна. Она зависит от выбора системы отсчета. Например, движение Луны. Его можно рассматривать относительно Земли и относительно Солнца. При этом формы траектории будут существенно отличаться.

**Перемещением** $\vec{S}$ тела называют направленный отрезок прямой, соединяющий начальное положение тела с его конечным положением (см. рисунок). **Перемещение есть векторная величина**. Перемещением может в процессе движение увеличиваться, уменьшаться и становится равным нулю. Например, Вы сегодня утром были дома. Потом пошли в школу. При этом перемещение Вашего тела увеличивалось (вы отдалялись от квартиры, в которой живете). Потом Вы вернулись домой. В процессе возвращения домой перемещение Вашего тела уменьшалось. Когда Вы пришли домой перемещение стало равно нулю.

Длина траектории равна **пройденному пути** $L$. **Путь – скалярная величина.**

**Путь не может уменьшаться! ПУТЬ ВСЕГДА ТОЛЬКО РАСТЕТ. Например, пробег автомобиля не уменьшится или не станет равным нулю, если автомобиль вернется на завод–изготовитель.**

**ПРИ ДВИЖЕНИИ ТЕЛА ПО КРИВОЛИНЕЙНОЙ ТРАЕКТОРИИ МОДУЛЬ ВЕКТОРА ПЕРЕМЕЩЕНИЯ (РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ НАЧАЛЬНОЙ И КОНЕЧНО ТОЧКОЙ ПУТИ) ВСЕГДА МЕНЬШЕ ПРОЙДЕННОГО ПУТИ. ОНИ МОГУТ БЫТЬ РАВНЫ ТОЛЬКО В СЛУЧАЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ.**

**РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РЕШЕНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**
**(настоятельно рекомендую эти рекомендации выучить наизусть и следовать им, если решить задачу не получается)**

- Если Вы нашли задачу слишком простой и недостойной внимания, это значит, что Вы либо очень хорошо выучили физику, либо слишком доверчивы и попались на «провокацию».
- Если на тестировании Вам предлагают смешную своей простотой задачу – НАСТОРОЖИТЕСЬ. Так ли она проста, как Вам кажется.

Правильно решить любую задачу Вам помогут хорошо известные со школы правила оформления решения:

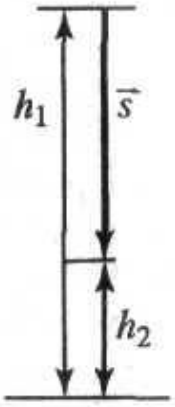
- Прежде, чем решать задачу, **ПОЛЕЗНО** познакомиться с ее условием. Лучше несколько раз.
- Нет лучшего способа познакомиться с условием задачи, кроме как кратко **записать** его под магическим словом **«ДАНО».**

www.repet.by

- Обязательно напишите, что нужно найти в процессе решения задачи: если Вы «с испугу» отыскали не ту величину, которую требует найти условие, то задача естественно не будет считаться решенной. **В любой задаче будут величины, которые мы не знаем и знать не хотим! ИЗБЕГАЙТЕ ЛИШНИХ ВЫЧИСЛЕНИЙ!!!**
- Под словом «РЕШЕНИЕ» **СДЕЛАЙТЕ ПОДРОБНЫЙ РИСУНОК**, на котором укажите все данные величины и величины, которые нужно найти. **НАГЛЯДНОСТЬ ВСЕГДА ПОМОГАЕТ.**
- Все приводимые в решении формулы поясняйте краткими текстами, оправдывающими применение использованных Вами физических законов. Это поможет Вам не ошибиться, выдав «желаемое за действительное». Помните, что все законы физики имеют ограниченную область применимости. Использование этих законов должно сопровождаться обоснованием корректности их использования.
- Получив ответ, подумайте, всегда ли он справедлив. Например, если в задаче Вас просили найти массу мальчика, и Вы получаете ответ 1500 кг, то очевидно, что мальчик не может иметь такую массу. Следовательно, Ваше решение неверно.
- Если в задаче данные приведены в числах, считается хорошим тоном (но не обязательным) получить сначала ответ в общем («буквенном») виде и только после этого заниматься арифметикой.
- **Помните, что если Вас не попросили указать ответ в определенных единицах, то он обязательно должен быть дан в единицах СИ.** То есть если Вас просили найти расстояние, то это обязательно будут метры, скорость – метры в секунду, напряжение – вольты, если иного не сказано в условии.

**Эти рекомендации помогут Вам в решении большинства физических задач.**

**ПРИМЕР.** *Мяч упал с высоты 3 м, отскочил от пола и был пойман после отскока на высоте 1 м. Во сколько раз путь, пройденный мячом, больше модуля перемещения мяча?*




Модуль перемещения и путь могут быть найдены непосредственно из рисунка.

Перемещение – это расстояние между начальной и конечной точкой пути мячика

$$\left|\vec{S}\right| = h_1 - h_2 = 2\,\text{м}.$$

Путь будет равен

$$l = h_1 + h_2 = 4\,\text{м}.$$

Откуда

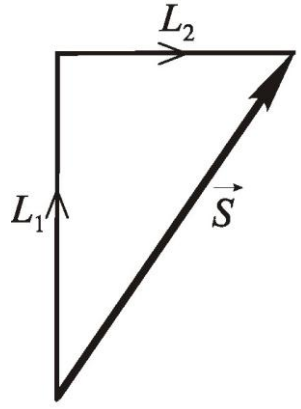
$$\frac{l}{\left|\vec{S}\right|} = \frac{h_1 + h_2}{h_1 - h_2} = 2.$$

**ПРИМЕР**. *Самолет летел сначала на север в течение 60 мин, а затем, с той же по модулю скоростью, – на восток в течение 45 мин. Во сколько раз путь самолета больше модуля его перемещения?*

Для начала вспомним немного географию и договоримся о некоторых действиях. Представьте, что у вас перед глаза развернута карта. Где будет на ней север? Правильно. Вверху. Юг будет внизу, запад – слева, восток – справа. Точно так же мы будет считать направления и при решении физических задач.

Пусть скорость самолета равна (по модулю) $\upsilon$. Тогда, двигаясь на север (то есть вверх), самолет пролетел расстояние

$$L_1 = \upsilon t_1,$$




а двигаясь на восток (то есть направо) – расстояние

$$L_2 = \upsilon t_2.$$

Поэтому его путь

$$L = L_1 + L_2 = \upsilon(t_1 + t_2),$$

Модуль перемещения (расстояние между начальной и конечной точками пути)

$$S = \sqrt{L_1^2 + L_2^2} = \upsilon\sqrt{t_1^2 + t_2^2}$$ (по всем известной теореме Пифагора).

Следовательно $\frac{L}{S} = \frac{t_1 + t_2}{\sqrt{t_1^2 + t_2^2}} = \frac{60 + 45}{\sqrt{60^2 + 45^2}} = 1{,}4.$

## ТЕСТ 1.03.

**1.** Тело переместилось из точки с координатами (0,3) в точку с координатами (3,–1). Найдите модуль перемещения тела.

**1.** 2 **2.** 4 **3.** 3 **4.** 5

**2.** Тело падает с высоты 5 м, после удара о пол оно поднялось на высоту 1 м. Пройденный телом путь равен:

**1.** 5 м **2.** 1 м **3.** 4 м **4.** 6 м

www.+.by

**3.** Тело переместилось из точки $A$ с координатами $x_0$=2 и $y_0$=3 в точку $B$ с координатами $x$=7; $y$=–9. Модуль перемещения $AB$ равен:

**1.** 5 **2.** 12 **3.** 13 **4.** 17

**4.** Самолет пролетел по прямой 600 км, затем повернул под прямым углом и пролетел еще 800 км. Чему равен модуль вектора перемещения (в км) самолета?

**1.** 200 **2.** 1400 **3.** 1000 **4.** 1200

**5.** Камень, брошенный с башни высотой 30 м, падает на расстоянии 40 м от ее основания. Определите модуль перемещения камня.

**1.** 40 м; **2.** 50 м; **3.** 60 м; **4.** 70 м.

**6.** Человек прошел по проспекту 240 м, затем повернул на перекрестке и прошел в перпендикулярном направлении еще 70 м. На сколько процентов путь, пройденный человеком, больше модуля его перемещения?

**1.** 24 **2.** 28 **3.** 26 **4.** 30

**7.** Тело начало двигаться вдоль оси $x$ с постоянной скоростью 6 м/с из точки, имеющей координату $x_0$ = –7 м. Через сколько секунд координата тела окажется равной 5 м?

**1.** 2 **2.** 4 **3.** 3 **4.** 5

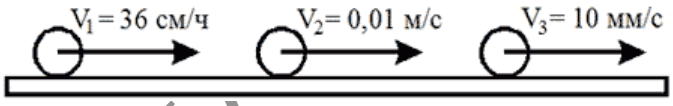
**8.** Пешеход переходил дорогу со скоростью 4,2 км/ч по прямой, составляющей угол 30° с направлением дороги, в течение одной минуты. Определите ширину дороги.

**1.** 35 **2.** 40 **3.** 70 **4.** 55

**9.** Человек обходит прямоугольное здание по периметру. Ширина здания 50 м, длина 20 м. Путь и перемещение человека равны:

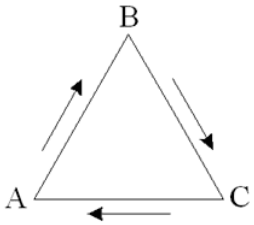
**1.** 70 м, 70 м **2.** 140 м, 0 м
**3.** 0 м, 140 м **4.** 140 м, 140 м

**10.** Три тела начавшие равномерное движение со скоростями значения которых указаны на рисунке, прошли один и тот же путь. В каком из нижеприведенных соотношений находятся между собой их времена движений?




**1.** $t_2=t_3>t_1$ **2.** $t_2=t_3<t_1$ **3.** $t_1>t_3>t_2$
**4.** $t_3>t_1>t_2$ **5.** $t_2=t_3=t_1$

**11.** Материальная точка начала равномерное движение со скоростью 1 м/с из точки А, являющейся вершиной равностороннего треугольника АВС, со стороной 10 см. Во сколько раз пройденный путь за 0,5 с отличается от перемещения за то же время?




**1.** В 50 раз больше. **2.** В 50 раз меньше.
**3.** В 5 раз больше. **4.** В 5 раз меньше.
**5.** В 2 раза больше.

**12.** Тело, двигаясь по окружности радиуса $R$, сделало 2,5 оборота. Определите путь и перемещение тела.

**1.** $5\pi R$, $2R$ **2.** $2{,}5\pi R$, $R$ **3.** $5\pi R$, 0 **4.** $2\pi R$, $2R$

**13.** Средняя скорость движения Земли вокруг Солнца $\upsilon$ = 30 км/с. Какой путь (в тысячах км) при этом движении проходит Земля за сутки?

**1.** 1 786 **2.** 2 053 **3.** 2 157 **4.** 2 592

**14.** Молодой бамбук за сутки может вырасти на 86,4 см. На сколько он может вырасти (в мм) за 1 секунду?

**1.** 0,01 **2.** 0,1 **3.** 1 **4.** 10

**15.** Допустим, что толщина льда в пруду увеличивается в среднем на 5 мм в сутки. Какой станет толщина льда за неделю (в мм), если его первоначальная толщина 2 см?

**1.** 35 **2.** 45 **3.** 55 **4.** 65

**16.** По бикфордову шнуру (специальный шнур, сгорающий с небольшой скоростью) пламя распространяется с постоянной скоростью 0,8 см/с. Какой длины шнур необходимо взять, чтобы поджигающий его человек мог отбежать на безопасное расстояние 120 м, пока пламя не дойдет до взрывчатого вещества? Скорость человека 4 м/с.

**1.** 16 **2.** 20 **3.** 24 **4.** 28

**17.** С какой скоростью (в $м^3$/с) должна двигаться нефть в трубопроводе сечением 100 $см^2$, чтобы в течение часа протекало 18 $м^3$ нефти?

**1.** 0,5 **2.** 1 **3.** 1,5 **4.** 2

**18.** Лошадь бегает по арене цирка радиусом 10 м. Один круг лошадь пробегает за 30 секунд. Определите путь и перемещение лошади за 5; 7,5; 10; 15; 150 секунд. Сделайте пояснительный рисунок.

**Ответы**

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | | | |
| 3 | 1 | 4 | 1 | 3 | 3 | 1 | | | |

www.repet.by

# 1.04. Средняя скорость

Средняя скорость пути равна отношению **ВСЕГО** пути пройденного телом ко **ВСЕМУ** времени движения (учитывается даже то время, когда тело не двигалось)

$$\upsilon_{ср} = \frac{L}{t},$$

где $L$ – весь путь, который прошло тело, $t$ – все время движения. Таким образом, получаем:

$$\upsilon_{ср} = \frac{L_1 + L_2 + L_3 + ...}{t_1 + t_2 + t_3 + ...}.$$

При этом

$$L_1 = \upsilon_1 t_1,\ L_2 = \upsilon_2 t_2,\ L_3 = \upsilon_3 t_3$$

и т.д., где $\upsilon_1$, $\upsilon_2$, $\upsilon_3$ – скорости движения тела на отдельных участках. Время тоже может быть выражено через путь и скорость на данном участке

$$t_1 = \frac{L_1}{\upsilon_1},\ t_2 = \frac{L_2}{\upsilon_2},\ t_3 = \frac{L_3}{\upsilon_3}.$$

**ЧТО РАСКРЫВАТЬ (путь или время), ЗАВИСИТ ТОЛЬКО ОТ УСЛОВИЯ ЗАДАЧИ. ВАЖНО ЗАПОМНИТЬ, ЧТО РАСКРЫВАЕТСЯ ВСЕГДА ТОЛЬКО ОДНА ВЕЛИЧИНА – ЛИБО ВРЕМЯ ЛИБО ПУТЬ!**

Вообще, величины, которые определяются частным (то есть отношением) двух других величин, в физике можно разделить на два типа: средние и мгновенные. Скорость тоже делится на среднюю и мгновенную. Мгновенная скорость описывает движение в данный конкретный момент времени в данной конкретной точке пространства (ее, например, показывает спидометр автомобиля). Средняя скорость характеризует все движение целиком, не описывая подробности движения на каждом конкретном участке.

**КАК УЗНАТЬ КАКУЮ СКОРОСТЬ НАС ПРОСЯТ НАЙТИ В ЗАДАЧЕ?**

**Мгновенная скорость.** В задаче это скорость в данной точке пространства или в данный момент времени, например, скорость тела спустя 2 секунды падения, скорость мяча на высоте 4 метра над столом.

**Средняя скорость.** В задаче эта скорость на участке пути или за некоторое время движения. Например, скорость **ЗА** 2 секунды падения (а не ЧЕРЕЗ две секунды), скорость на первых 20 метрах пути.

**НЕ СОВЕРШАЙТЕ ОЧЕНЬ РАСПРОСТРАНЕННУЮ ОШИБКУ. СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ, КАК ПРАВИЛО, НЕ РАВНА СРЕДНЕМУ АРИФМЕТИЧЕСКОМУ СКОРОСТЕЙ ТЕЛА НА КАЖДОМ ЭТАПЕ ДВИЖЕНИЯ. Среднее арифметическое получается только в некоторых частных случаях, которые будут описаны далее.**

**ПРИМЕР.** *Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью $\upsilon_1$ = 60 км/ч, а вторую − со средней скоростью $\upsilon_2$ = 40 км/ч. Определить среднюю скорость $\upsilon$ автомобиля на всем пути.*

Проанализируем условие задачи: первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 60 км/ч и затратил время, равное

$$t_1 = \frac{S/2}{\upsilon_1}.$$

Вторую половину пути автомобиль проехал со скоростью 40 км/ч и затратил время, равное

$$t_2 = \frac{S/2}{\upsilon_2}.$$

По определению, средняя скорость $\upsilon$ при равномерном прямолинейном движении равна

$$\upsilon = \frac{S}{t} = \frac{S}{t_1 + t_2} = \frac{S}{\frac{S/2}{\upsilon_1} + \frac{S/2}{\upsilon_2}} = \frac{1}{\frac{1}{2\upsilon_1} + \frac{1}{2\upsilon_2}} = \frac{2\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_2 + \upsilon_1}.$$

Подставляя значения скорости в формулу средней скорости, получим:

$$\upsilon = \frac{2 \cdot 60 \cdot 40}{60 + 40} = 48 \text{ км/ч}.$$

Ответ: 48 км/ч.

www.repet.by

**ПРИМЕР.** *Первую половину времени автомобиль проехал со скоростью $\upsilon_1 = 40$ км/ч, а вторую – со средней скоростью $\upsilon_2 = 60$ км/ч. Определить среднюю скорость $\upsilon$ автомобиля на всем пути.*

В отличие от предыдущей задачи, автомобиль движется первую половину **ВРЕМЕНИ** с одной скоростью 40 км/ч, а вторую половину **ВРЕМЕНИ** – со скоростью 60 км/ч. Следовательно, автомобиль проходит за равные промежутки времени разные расстояния.

$$S_1 = \upsilon_1 \frac{t}{2}$$

и

$$S_2 = \upsilon_2 \frac{t}{2},$$

Тогда средняя скорость

$$\upsilon = \frac{S_1 + S_2}{t} = \frac{\frac{\upsilon_1 t}{2} + \frac{\upsilon_2 t}{2}}{t} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2}.$$

**СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ ДЛЯ ЭТОГО СЛУЧАЯ (когда времена движения на участках одинаковы) ОКАЗАЛАСЬ РАВНОЙ СРЕДНЕМУ АРИФМЕТИЧЕСКОМУ ЗНАЧЕНИЮ СКОРОСТЕЙ.**

Подставим значения скоростей и проведем вычисления:

$$\upsilon = \frac{60 + 40}{2} = 50 \text{ км/ч}.$$

Ответ: 50 км/ч.

**ПРИМЕР.** *Автомобиль проходит первую треть пути со скоростью $\upsilon_1$, а оставшуюся часть пути – со скоростью $\upsilon_2 = 50$ км/ч. Определить скорость на первом участке пути, если средняя скорость на всем пути $\upsilon = 37{,}5$ км/ч.*

Обозначим весь путь через $S$, время, затраченное на прохождение первого участка пути, – через $t_1$; время движения на втором участке пути – через $t_2$. Очевидно, что

$$t_1 + t_2 = \frac{S}{3\upsilon_1} + \frac{2S}{3\upsilon_2}.$$

С другой стороны

$$t_1 + t_2 = \frac{S}{\upsilon}.$$

Объединяем две формулы

$$\frac{S}{\upsilon} = \frac{S}{3\upsilon_1} + \frac{2S}{3\upsilon_2} \Rightarrow \frac{1}{\upsilon} = \frac{1}{3\upsilon_1} + \frac{2}{3\upsilon_2} \Rightarrow \frac{1}{3\upsilon_1} = \frac{1}{\upsilon} - \frac{2}{3\upsilon_2}$$

Приведем к общему знаменателю и выразим $\upsilon_1$

$$\frac{1}{3\upsilon_1} = \frac{3\upsilon_2 - 2\upsilon}{3\upsilon_2\upsilon} \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{\upsilon_2\upsilon}{3\upsilon_2 - 2\upsilon} = 25 \text{ км/ч}$$

Ответ: 25 км/ч

**ПРИМЕР.** *Катер прошел первую половину пути со средней скоростью в n = 2 раза большей, чем вторую. Средняя скорость на всем пути составила $\langle\upsilon\rangle = 4$ км/ч. Каковы скорости катера на первой и второй половинах пути?*

Катер проходит одинаковые отрезки пути с разной скоростью, следовательно, будет разным и затраченное время. Примем скорость на втором участке пути за $\upsilon$. Тогда на первом участке скорость $2\upsilon$. Средняя скорость на всем пути:

$$\langle\upsilon\rangle = \frac{S}{t} = \frac{S}{t_1 + t_2},$$

где $t_1 = \frac{S}{2 \cdot 2\upsilon}$ и $t_2 = \frac{S}{2\upsilon}$.

Подставляем время в формулу средней скорости получим

www.repet.by

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{S}{\frac{S}{4\upsilon} + \frac{S}{2\upsilon}} = \frac{4\upsilon\upsilon}{3\upsilon} = \frac{4\upsilon}{3}.$$

Из последней формулы выразим скорость второго участка пути:

$$\upsilon = \frac{3\langle \upsilon \rangle}{4}.$$

Подставляя значение средней скорости на всем пути в последнюю формулу, имеем $\upsilon$ = 3 км/ч. Тогда скорость на первом участке пути в $n$ = 2 раза больше, чем на втором, и равна 6 км/ч.

**ПРИМЕР.** *Электричка треть пути проехала со скоростью 20 м/с, а остальной путь – со скоростью 10 м/с. Определите среднюю скорость электрички.*

Средняя скорость прохождения пути определяется по формуле

$$\upsilon_{ср} = L/t,$$

где $L$ – пройденный путь, $t$ – время, затраченное на его прохождение. В рассматриваемом случае

$$L = L_1 + L_2,\ t = t_1 + t_2,$$

где $L_1$ и $L_2$ – длина первого и второго участков пути, причем

$$L_1 = L/3,\ L_2 = 2L/3;$$

$t_1$ и $t_2$ – времена движения электрички на этих участках.

Поскольку скорости движения электрички на каждом из участков известны, можно найти $t_1$ и $t_2$:

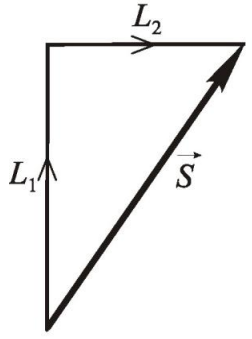
$$t_1 = \frac{L}{3\upsilon_1},\ \ t_2 = \frac{2L}{3\upsilon_2}.$$

Тогда

$$\upsilon_{ср} = \frac{L}{t_1 + t_2} = \frac{3L}{L\left(\frac{1}{\upsilon_1} + \frac{2}{\upsilon_2}\right)} = \frac{3\upsilon_1 \cdot \upsilon_2}{2\upsilon_1 + \upsilon_2} = \frac{3 \cdot 20 \cdot 10}{2 \cdot 10 + 20} \text{ м/с} = 15 \text{ м/с}.$$

**ПРИМЕР.** *Половину времени вертолет летал на север со средней скоростью 30 м/с, а потом на восток со средней скоростью 40 м/с. На сколько отличаются средняя скорость пути и средняя скорость перемещения вертолета?*

**Не обращайте внимания на то, что в условии сказано про среднюю скорость на первом и втором этапе.** На решение задачи это никак не повлияет и написано в условии только для того, чтобы Вас запутать. Мы просто примем, что это была их постоянная скорость. По определению средней скорости пути




$$\upsilon_{ср\,пути} = \frac{L}{t}.$$

Полное время движения обозначим через $t$. Тогда полный путь $L$ будет равен

$$L = L_1 + L_2 = \upsilon_1 \frac{t}{2} + \upsilon_2 \frac{t}{2} = \frac{t}{2}(\upsilon_1 + \upsilon_2).$$

Следовательно,

$$\upsilon_{ср\,пути} = \frac{L}{t} = \frac{\frac{t}{2}(\upsilon_1 + \upsilon_2)}{t} = \frac{(\upsilon_1 + \upsilon_2)}{2} = 35 \text{ м/с}.$$

**Обратите внимание, что ответ представляет собой среднеарифметическое. Это получилось потому, что времена движения на двух участках одинаковы.** Это же соотношение выполняется и для ускоренного движения без разворота. **Во всех остальных случаях это не так.**

Теперь найдем **среднюю скорость перемещения**. По определению

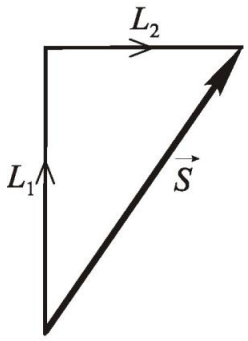
$$\upsilon_{ср\,перемещения} = \frac{S}{t}.$$

Из рисунка видно, что $S = \sqrt{L_1^2 + L_2^2} = \sqrt{\left(\upsilon_1 \frac{t}{2}\right)^2 + \left(\upsilon_2 \frac{t}{2}\right)^2} = \frac{t}{2}\sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}.$

Следовательно $\upsilon_{ср\,перемещения} = \frac{S}{t} = \frac{\frac{t}{2}\sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}}{t} = \frac{\sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}}{2} = 25$ м/с. Откуда получаем ответ – 10 м/с.

epet.by

**ПРИМЕР.** *Автомобиль переместился на 30 км на север за 0,5 ч. затем повернул на восток и переместился на 40 км за 0,5 ч. Найдите среднюю скорость перемещения и прохождения пути автомобилем?*




Очевидно, что повернув на восток, автомобиль совершил поворот на $90^o$.
Путь автомобиля

30 км + 40 км = 70 км.

Время движения 1 ч. Поэтому средняя скорость пути 70 км/ч.
Перемещение автомобиля найдем по теореме Пифагора – 50 км. Значит, средняя скорость перемещения равна 50 км/ч.
Ответ: 50 км/ч, 70 км/ч.

## ТЕСТ 1.04.

**1.** Велосипедист за первые 5 с проехал 35 м, за последующие 10 с – 100 м и за последние 5 с – 25 м. Найдите среднюю скорость движения на всем пути.

**1.** 5 **2.** 7 **3.** 6 **4.** 8

**2.** Первую половину пути тело прошло за время $t_1 = 2$ с, вторую – за время $t_2 = 8$ с. Чему равна средняя скорость на длине пути 20м?

**1.** 2 **2.** 4 **3.** 6 **4.** 8

**3.** Материальная точка двигалась в течение $t_1$=15 с со скоростью $\upsilon_1 = 15$ м/с, $t_2 = 10$ с со скоростью $\upsilon_2 = 8$ м/с и $t3 = 6$ с со скоростью $\upsilon_3 = 20$ м/с. Чему равна средняя скорость за все время движения?

**1.** 8 **2.** 12 **3.** 14 **4.** 16

**4.** Велосипедист, проехав 4 км со скоростью 12 км/ч, остановился и отдыхал в течение 40 мин. Оставшиеся 8 км пути он проехал со скоростью 8 км/ч. Найдите среднюю скорость (в км/ч) велосипедиста на всем пути.

**1.** 4 **2.** 6 **3.** 5 **4.** 7

**5.** В течение первых 5 часов поезд двигался со средней скоростью 60 км/ч, а затем в течение 4 часов – со средней скоростью 15 км/ч. Найдите среднюю скорость (в км/ч) поезда за все время движения.

**1.** 40 **2.** 30 **3.** 60 **4.** 50

**6.** Первые 3/4 времени своего движения поезд шел со скоростью 80 км/ч, остальное время – со скоростью 40 км/ч. Какова средняя скорость (в км/ч) движения поезда на всем пути?

**1.** 60 **2.** 65 **3.** 70 **4.** 75

**7.** Первую четверть пути автомобиль двигался со скоростью 60 км/ч, остальной путь – со скоростью 20 км/ч. Найдите среднюю скорость (в км/ч) автомобиля.

**1.** 40 **2.** 34 **3.** 24 **4.** 28

**8.** Катер прошел первую половину пути со средней скоростью в три раза большей, чем вторую. Средняя скорость на всем пути составляет 6 км/ч. Какова средняя скорость (в км/ч) катера на первой половине пути?

**1.** 10 **2.** 12 **3.** 11 **4.** 13

**9.** Автомобиль проехал первую половину пути со скоростью 60 км/ч. Оставшуюся часть пути он половину времени ехал со скоростью 35 км/ч, а последний участок – со скоростью 45 км/ч. Найдите среднюю скорость (в км/ч) автомобиля на всем пути.

**1.** 48 **2.** 52 **3.** 50 **4.** 55

**10.** Велосипедист проехал 3 км со скоростью 12 км/ч, затем повернул и проехал некоторое расстояние в перпендикулярном направлении со скоростью 16 км/ч. Чему равен модуль перемещения (в км) тела, если средняя скорость пути за все время движения равна 14 км/ч?

**1.** 3 **2.** 5 **3.** 4 **4.** 6

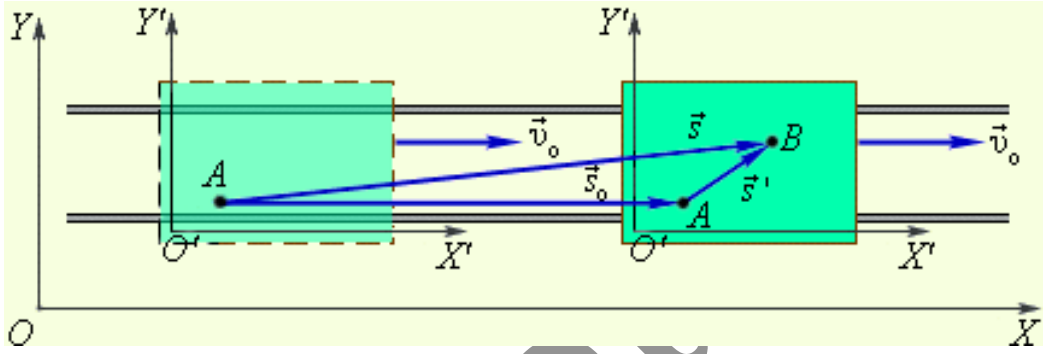
**Ответы**

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10,** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 1 | 3 | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 2 |

# 1.05. Относительность движения. Закон сложения скоростей

Движение тел можно описывать в различных системах отсчета. С точки зрения кинематики все системы отсчета равноправны. Однако кинематические характеристики движения, такие как траектория, перемещение, скорость, в разных системах оказываются различными. Величины, зависящие от выбора системы отсчета, в которой производится их измерение, называют **относительными**. Таким образом, покой и движения тела относительны.

Пусть имеются две системы отсчета. Система XOY условно считается неподвижной, а система X'O'Y' движется поступательно по отношению к системе XOY со скоростью $\vec{\upsilon}_0$. Система XOY может быть, например, связана с Землей, а система X'O'Y' – с движущейся по рельсам платформой (см. рисунок).




Пусть человек перешел по платформе за некоторое время из точки A в точку B. Тогда его перемещение **относительно платформы** соответствует вектору $\vec{S}'$, а перемещение платформы относительно Земли соответствует вектору $\vec{S}_0$ (см. рисунок). Из рисунка видно, что перемещение человека **относительно Земли** будет соответствовать вектору $\vec{S}$, представляющему собой сумму векторов $\vec{S}_0$ и $\vec{S}'$:

$$\vec{S} = \vec{S}_0 + \vec{S}'$$

Если рассмотреть перемещение за малый промежуток времени $\Delta t$, то, разделив обе части этого уравнения на $\Delta t$, получим:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}'$$

Это соотношение выражает **классический закон сложения скоростей**:

**Абсолютная скорость тела $\vec{\upsilon}$ равна векторной сумме его относительной скорости $\vec{\upsilon}'$ и переносной скорости $\vec{\upsilon}_0$ подвижной системы отсчета** *(однако этот закон не выполняется для скоростей, сравнимых со скоростью света)*.

Здесь $\vec{\upsilon}$ – скорость тела в «неподвижной» системе отсчета XOY (то есть скорость относительно земли), $\vec{\upsilon}'$ – скорость тела в «движущейся» системе отсчета X'O'Y' (то есть скорость тела по платформе или собственная скорость тела). Скорости $\vec{\upsilon}$ и $\vec{\upsilon}'$ иногда условно называют абсолютной и относительной скоростями; скорость $\vec{\upsilon}_0$ называют переносной скоростью.

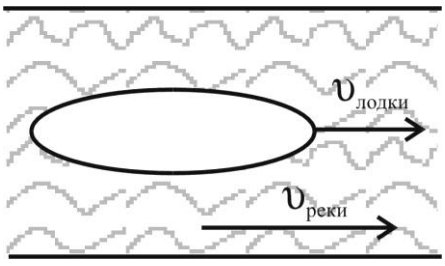
В случае, когда вектора относительной скорости $\vec{\upsilon}'$ и переносной скорости $\vec{\upsilon}_0$ параллельны друг другу, закон сложения скоростей можно записать в скалярной форме:

$$\upsilon = \upsilon_0 \pm \upsilon'$$

**В этом случае все движения происходят вдоль одной прямой линии (например, оси OX). Скорости $\upsilon$, $\upsilon_0$ и $\upsilon'$ нужно рассматривать как проекции абсолютной, переносной и относительной скоростей на ось OX. Они являются величинами алгебраическими, и, следовательно, им нужно приписывать определенные знаки (плюс или минус) в зависимости от направления движения.**

Рассмотрим еще один пример.

Человек в лодке плывет по реке **по течению**. Скорость лодки **относительно воды** $\upsilon_{лодки}$ (эта скорость, с которой лодка двигается в стоячей воде, то есть скорость которая зависит только либо от мощности мотора либо от силы гребца), скорость реки **относительно берега** $\upsilon_{реки}$, следовательно, скорость лодки **относительно берега**



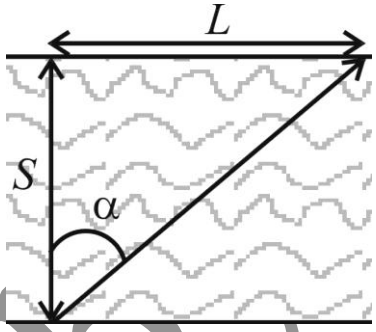

$$\upsilon = \upsilon_{лодки} + \upsilon_{реки}.$$

Этот результат легко получить простыми логическими рассуждениями. Если же лодка движется **против** течения, то логично будет предположить, что скорость лодки относительно берега будет равна

$$\upsilon = \upsilon_{лодки} - \upsilon_{реки}.$$

www.repe

Как легко запомнить, когда складывать, а когда вычитать? Поможет принцип **ВЗАИМОПОМОЩИ**, который заключается в следующем: **если два движения помогают друг другу (человек поднимается по движущемуся вверх эскалатору, или два поезда, которые едут навстречу друг другу, помогая друг другу сближаться, или катер, который плывет вниз по течению реки), то ставим знак «плюс». И наоборот, если движения мешают друг другу, то ставим знак «минус».** Например, когда одна машина догоняет (или обгоняет) другую. Очевидно, что обгоняемый не очень хочет, чтобы его догнали, и всячески этому препятствует. Поэтому для определения относительной скорости надо просто вычесть скорости машин друг из друга.



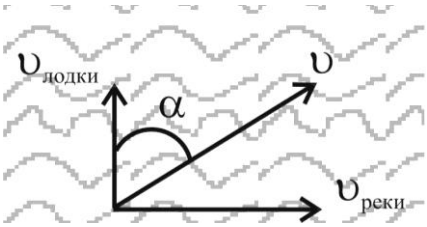

Если же лодка переплывает реку **перпендикулярно** течению (то есть перпендикулярно берегу), то скорость течения реки **НИКАК НЕ БУДЕТ ВЛИЯТЬ НА ВРЕМЯ ПЕРЕПРАВЫ**. Почему? Простой пример. Представьте, что Вы едите в автобусе. Скорость автобуса около 30 км/ч. И вы решаете пересесть с кресла около правого окна на кресло около левого окна (то есть перейти автобус в перпендикулярном направлении). Вопрос: будет ли зависеть время, которые вы потратите на переход (переход осуществляется в направлении **ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОМ** движению) от скорости автобуса? Конечно же нет!!! Стоит автобус или едет 120 км/ч – время перехода будет определяться только **ВАШЕЙ** скоростью. Точно так же обстоит дело с переправой через реку, когда скорость **ПЕРПЕНДИКУЛЯРНА** берегу.

Время переправы будет зависеть только от ширины реки $S$ (в примере выше это ширина автобуса) и скорости движения лодки по воде (то есть ее собственной скорости; в примере с автобусом это ваша личная скорость движения по автобусу)

$$t_{\text{переправы}} = \frac{S}{\upsilon_{\text{лодки}}}.$$

При этом от скорости течения реки зависит только расстояние $L$, на которое лодка будет **снесена** течением вдоль берега. При этом важно понять, что время переправы и время, в течении которого лодка будет сноситься рекой, будут одинаковы:

$$t_{\text{переправы}} = t_{\text{сноса}} \Rightarrow \frac{S}{\upsilon_{\text{лодки}}} = \frac{L}{\upsilon_{\text{реки}}} \Rightarrow L = S\frac{\upsilon_{\text{реки}}}{\upsilon_{\text{лодки}}}.$$




Здесь мы использовали **принцип независимости движений**, согласно которому если тело участвует в нескольких движениях, то их можно рассматривать независимо друг от друга.

Скорость лодки относительно берега находится по теореме Пифагора (см. рисунок)

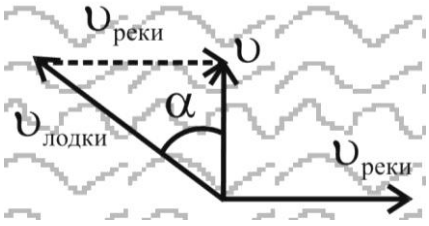
$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_{\text{реки}}^2 + \upsilon_{\text{лодки}}^2}\ .$$

При этом угол, под которым плывет лодка по отношению к перпендикуляру, восстановленному к берегу (см. рисунок), легко находится по формуле

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\upsilon_{\text{реки}}}{\upsilon_{\text{лодки}}}$$

Если же в условии задачи будет сказано, что лодка должна плыть **перпендикулярно берегу (лодочник хочет попасть в точку, которая расположена ровно на противоположной стороне берега)**, то направление ее скорости можно будет найти используя рисунок (треугольник скоростей на рисунке будет прямоугольным)

$$\sin\alpha = \frac{\upsilon_{\text{реки}}}{\upsilon_{\text{лодки}}}.$$




При этом время переправы будет равно

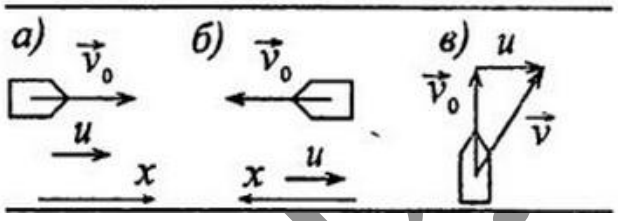
$$t = \frac{L}{\upsilon} = \frac{L}{\sqrt{\upsilon_{\text{лодки}}^2 - \upsilon_{\text{реки}}^2}}.$$

К этому же типу задач относятся задачи на полет самолета при боковом ветре. Часто ученики допускают ошибку, считая, что полет самолета при боковом ветре – это задача аналогичная задаче о лодке, которая переплывает реку перпендикулярно течению реки. Это, конечно, не так. Действительно, в задачах про лодку (в данном случае самолет) сносит по течению (ветру). Тогда он НЕ ПОПАДЕТ в пункт назначения, а пролетит мимо. В действительности при боковом ветре самолет продолжает лететь по крат-

чайшему пути, по прямой, при этом скорость самолет относительно ветра направлена под углом к траектории, чтобы компенсировать боковой снос, а скорость самолета относительно земли станет меньше, чем относительно ветра, то есть при боковом ветре самолеты летят медленнее, чем в отсутствие ветра!

Часто в задачах просят найти **ОТНОСИТЕЛЬНУЮ** скорость тел или скорость одного тела относительно другого. Если тела движутся в **одном** направлении (лодка плывет по течению реки, один автомобиль обгоняет другой), то относительная скорость будет равна разности скоростей. Если тела движутся в **разных** направлениях (лодка плывет против течения реки, автомобили движутся навстречу друг другу), то относительная скорость будет равна сумме скоростей.

**ПРИМЕР:** *Найти скорость v относительно берега реки: а) лодки, идущей по течению; б) лодки, идущей против течения; в) лодки, идущей под углом $\alpha = 90^o$ к течению. Скорость течения реки $u = 1$ м/с, скорость лодки относительно воды $\upsilon_0 = 2$ м/с.*




Пользуемся принципом взаимопомощи:

а) $\upsilon = \upsilon_0 + u = 3$ км/ч. б) $\upsilon = \upsilon_0 - u = 1$ м/с.

в) Так как лодка движется под прямым углом, то воспользуемся теоремой Пифагора

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + u^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} \approx 2,24 \text{ м/с}.$$

**ПРИМЕР.** *Пароход идет по реке от пункта А до пункта В со скоростью $v_1 = 10$ км/ч, а обратно – со скоростью $v_2 = 16$ км/ч. Найти среднюю скорость v парохода и скорость u течения реки.*

По определению средняя скорость равна

$$\upsilon = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2}{t},$$

где $t = t_1 + t_2$, $S_1 = S_2 = \frac{S}{2}$. Тогда $t_1 = \frac{S}{2\upsilon_1}$ и $t_2 = \frac{S}{2\upsilon_2}$, откуда $t = \frac{S(\upsilon_1 + \upsilon_2)}{2\upsilon_1\upsilon_2}$

Подставляя время в первую формулу получим

$$\upsilon = \frac{S \cdot 2\upsilon_1\upsilon_2}{S(\upsilon_1 + \upsilon_2)} = \frac{2\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_1 + \upsilon_2} = 12,3 \text{ км/ч}$$

При движении против течения $\upsilon_1 = \upsilon - u$. При движении по течению $\upsilon_2 = \upsilon + u$

Складываем уравнения и находим скорость лодки $\upsilon = 13$ км/ч. Следовательно, скорость течения реки $u = 3$ км/ч.

**ПРИМЕР.** *Теплоход плывет по реке из точки А в точку Б в течение 3 часов, а обратно – в течение 5 часов. Собственная скорость теплохода одинакова в обоих случаях. За какое время из точки А в точку Б доплывет плот?*

Обозначим скорость теплохода как $\upsilon_T$, а скорость реки как $\upsilon_p$. Время движения теплохода по течению

$$t_1 = \frac{S}{\upsilon_T + \upsilon_p}.$$

Время движения теплохода против течения

$$t_2 = \frac{S}{\upsilon_T - \upsilon_p}.$$

Выражаем $S$ из обоих уравнений и приравниваем правые части $t_1(\upsilon_T + \upsilon_p) = t_2(\upsilon_T - \upsilon_p)$. Получаем:

$$\upsilon_T = 4\upsilon_p.$$

Подставим это соотношение в формулу для движения по течению. Получим

$$t_1 = \frac{S}{\upsilon_T + \upsilon_p} = \frac{S}{4\upsilon_p + \upsilon_p} = \frac{S}{5\upsilon_p}$$

Так как время движения плота равно $t_{плота} = \frac{S}{\upsilon_p}$ то получим $t_{плота} = \frac{S}{\upsilon_p} = 5t_1$

Ответ: плот проплывет данное расстояние за 15 часов.

**ПРИМЕР.** *Сколько секунд пассажир, стоящий у окна поезда, идущего со скоростью 54 км/ч, будет видеть проходящий мимо него встречный поезд, скорость которого 36 км/ч, а длина 150 м?*

www.repet...

Перейдем в систему отсчета первого поезда. В этой системе отсчета наблюдатель (пассажир) неподвижен, а встречный поезд приближается со скоростью равной

$$\upsilon = \upsilon_1 + \upsilon_2 = 25 \text{ м/с}$$ (вспоминаем так же принцип взаимопомощи).

Это очевидно, так как поезда движутся **навстречу** друг другу. Искомое время равно

$$t = l/\upsilon = 6 \text{ с}.$$

**ПРИМЕР.** *Эскалатор метрополитена, двигаясь равномерно, поднимает неподвижно стоящего на нем пассажира в течение одной минуты. По неподвижному эскалатору пассажир, двигаясь равномерно, поднимается за 3 минуты. Сколько секунд будет подниматься пассажир по движущемуся вверх эскалатору?*

Запишем закон сложения скоростей для пассажира, идущего вверх по эскалатору

$$\upsilon_{\text{п}} = \upsilon_{\text{пэ}} + \upsilon_{\text{э}},$$

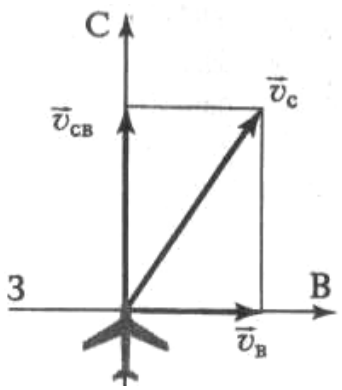
где $\upsilon_{\text{п}}$ – скорость пассажира относительно земли (полная скорость человека), $\upsilon_{\text{пэ}}$ – скорость пассажира относительно эскалатора (собственная скорость пассажира), $\upsilon_{\text{э}}$ – скорость движения эскалатора (переносная скорость). Легко догадаться, что если пассажир будет идти против движения эскалатора, то у нас будет разница скоростей.

Выразим каждую скорость через соответствующее время движения вдоль эскалатора

$$\frac{S}{t_3} = \frac{S}{t_2} + \frac{S}{t_1},$$

где $S$ – длина эскалатора, $t_1$ – время, за которое эскалатор поднимает человека, $t_2$ – время, за которое пассажир поднимается по неподвижному эскалатору, $t_3$ – искомое время. Сокращая $S$ и подставляя $t_1$ и $t_2$, получаем $t_3 = 45$ с.

**ПРИМЕР.** *Самолет летел на север со скоростью 48 м/с относительно земли. С какой скоростью относительно земли будет лететь самолет, если подует западный ветер со скоростью 14 м/с?*




Изобразим на рисунке векторное равенство, соответствующее закону сложения скоростей

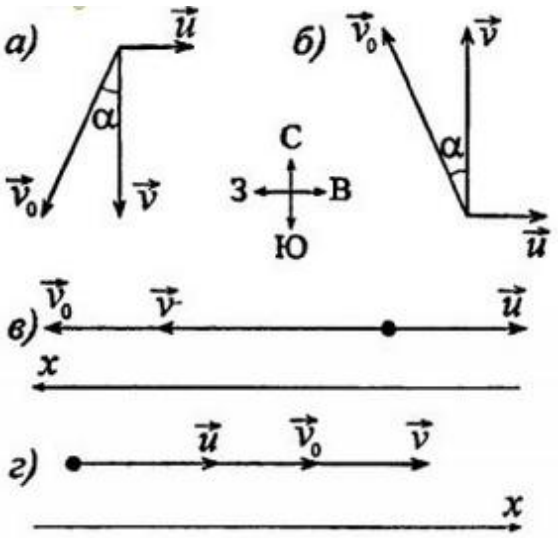
$$\vec{\upsilon}_{\text{с}} = \vec{\upsilon}_{\text{св}} + \vec{\upsilon}_{\text{в}},$$

где $\vec{\upsilon}_{\text{в}}$ – скорость ветра. Скорость самолета относительно воздуха $\vec{\upsilon}_{\text{св}}$ (то есть собственная скорость самолета) направлена, как и раньше, на север и равна 48 м/с. По теореме Пифагора находим

$$\upsilon_{\text{с}} = \sqrt{\upsilon_{\text{св}}^2 + \upsilon_{\text{в}}^2} = 50 \text{ м/с}.$$

**ПРИМЕР.** *Самолет летит относительно воздуха со скоростью $\upsilon$ = 800 км/ч. Ветер дует с запада на восток со скоростью $\upsilon_{\text{в}}$ = 15 м/с. С какой скоростью $\upsilon$ самолет будет двигаться относительно земли и под каким углом $\alpha$ к медиану надо держать курс, чтобы перемещение было: а) на юг; б) на север; в) на запад; г) на восток?*

**Для каждого случая сделайте РИСУНОК!!! БЕЗ РИСУНКА НЕ НАЧИНАЙТЕ РЕШЕНИЕ!!!**




а) Так как ветер дует западный и мы хотим лететь ровно на юг, то самолет должен скорректировать свой курс и лететь на юго–запад. При этом его скорость относительно земли будет равна $\upsilon = \sqrt{\upsilon^2 - \upsilon_{\text{в}}^2}$. Подставляя числовые данные и учитывая, что $u$ = 15 м/с = 54 км/ч, получаем $\upsilon$ = 798 км/ч.

б) Так как ветер дует западный и мы хотим лететь ровно на север, то самолет должен скорректировать свой курс и лететь на северо–запад. При этом его скорость относительно земли будет равна $\upsilon = \sqrt{\upsilon^2 - \upsilon_{\text{в}}^2}$ то есть тоже 798 км/ч.

в) В этом случае все просто. При полете на запад ветер будет встречным. Следовательно

$$\upsilon = \upsilon - \upsilon_{\text{в}}; \ \upsilon = 800 - 54 = 746 \text{ км/ч}.$$

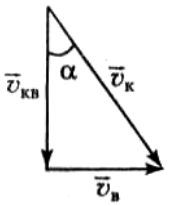
WWW

Курс, естественно, держим строго на запад.

г) Опять проще некуда. Ветер попутный. Следовательно

$$\upsilon = \upsilon - \upsilon_в;\ \upsilon = 800 + 54 = 854 \text{ км/ч}.$$

Курс на восток.




**ПРИМЕР.** *При скорости ветра, равной 10 м/с, капли дождя падают под углом30° к вертикали. При какой скорости ветра капли будут падать под углом 60° к вертикали?*

Скорость $\vec{\upsilon}_{кв}$ капель в системе отсчета, связанной с движущимся воздухом, есть скорость падения капель дождя в отсутствие ветра или собственная скорость капель. Эта скорость направлена вертикально вниз и определяется только типом дождя (размером капель), то есть **не меняется при изменении скорости ветра**. Записав для капель закон сложения скоростей:

$$\vec{\upsilon}_к = \vec{\upsilon}_{кв} + \vec{\upsilon}_в$$

и изобразив это векторное равенство в виде треугольника (скорость ветра направлена горизонтально), получим связь угла падения капель со скоростью ветра: $\text{tg}\alpha = \upsilon_в/\upsilon_{кв}$.

Записав это соотношение для двух углов, исключим из этих уравнений $\upsilon_{кв}$ (например, поделив эти уравнения друг на друга). Получим $\upsilon_{в2} = \upsilon_{в1}\dfrac{\text{tg}\,\alpha_2}{\text{tg}\,\alpha_1} = 30$ м/с

## ТЕСТ 1.05.

**1.** Определите скорость течения (в км/ч), если скорость теплохода вниз по реке равна 22 км/ч, а вверх 18 км/ч.

**1.** 2 **2.** 4 **3.** 3 **4.** 5

**2.** Скорость мотоциклиста 54 км/ч, скорость встречного ветра 3 м/с. Какова скорость ветра в система отсчета связанной с мотоциклистом?

**1.** 12 **2.** 15 **3.** 18 **4.** 21

**3.** Два автомобиля движутся по прямолинейному участку дороги в одном направлении со скоростями 36 км/ч и 20 м/с. Найдите модуль скорости одного автомобиля относительно другого.

**1.** 16 м/с **2.** 10 м/с **3.** 30 м/с **4.** 16 км/ч

**4.** Пассажир поезда, движущегося равномерно со скоростью 54 км/ч, видит в течение 60 с другой поезд длиной 300 м, который движется по соседнему пути в том же направлении с большей скоростью. Найдите скорость (в км/ч) второго поезда.

**1.** 72 **2.** 20 **3.** 36 **4.** 10

**5.** Автомобиль, двигаясь со скоростью 45 км/ч, в течение 10 с прошел такой же путь, какой автобус, двигающийся в том же направлении с постоянной скоростью, прошел за 15 с. Найдите величину их относительной скорости (в км/ч).

**1.** 30 **2.** 10 **3.** 15 **4.** 25

**6.** По шоссе в одном направлении движутся два мотоциклиста. Скорость первого равна 10 м/с, второго 20 м/с. В начальный момент второй мотоциклист отстает от первого на 200 м. Через сколько секунд он его догонит?

**1.** 5 **2.** 20 **3.** 10 **4.** 30

**7.** Скорость лодки относительно воды равна 4 м/с и направлена перпендикулярно берегу, а скорость течения реки – 3 м/с. Найдите скорость лодки относительно берега.

**1.** 1 **2.** 5 **3.** 7 **4.** 8

**8.** Катер, переправляясь через реку шириной 800 м, двигался со скоростью 4 м/с перпендикулярно течению реки в системе отсчета, связанной с водой. На сколько будет снесен катер течением, если скорость течения реки 1,5 м/с?

**1.** 500 **2.** 350 **3.** 250 **4.** 300

**9.** Два автомобиля находятся на расстоянии 2,5 км друг от друга и движутся навстречу один другому со скоростями 20 м/с и 15 м/с соответственно. Какое расстояние будет между автомобилями через 5 мин?

**1.** 0,45 км; **2.** 9,5 км; **3.** 11 км; **4.** 8,0 км.

**10.** Когда автобус стоит на остановке, капли дождя оставляют на боковом стекле вертикальные следы, а когда он едет со скоростью 72 км/ч, следы капель наклонены к вертикали под углом 30°. С какой скоростью падают капли дождя когда автобус покоится?

**1.** 30 **2.** 34 **3.** 25 **4.** 40

**11.** При скорости ветра 20 м/с скорость капель дождя относительно земли 40 м/с. Какой будет скорость капель относительно земли при скорости ветра 5 м/с?

**1.** 30 **2.** 24 **3.** 35 **4.** 41

**12.** В безветренную погоду самолет затрачивает на перелет между городами 6 часов. На сколько минут увеличится время полета, если будет дуть боковой ветер со скоростью 20 м/с перпендикулярно линии полета? Скорость самолета относительно воздуха равна 328 км/ч.

**1.** 6 **2.** 8 **3.** 7 **4.** 9

**Ответы**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 2 | 1 | 3 | 2 | 2 | 4 | 4 | 2 | 3 | 4 |

# 1.06. Равноускоренное движение

**Ускорением** тела $\vec{a}$ называют отношение изменения скорости $\Delta\vec{\upsilon}$ к промежутку времени $t$, в течение которого происходило изменение скорости:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{t} = \frac{\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_0}{t}$$

Если тело **не изменяло** направление движения, то в скалярном виде

$$a = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t},$$

где $\upsilon_0$ – начальная скорость тела, $\upsilon$ – конечная скорость тела (то есть спустя промежуток времени $t$).

Единица измерения ускорения $[a] = \frac{1\text{м/с}}{1\text{с}} = 1\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Ускорение 15 м/с$^2$ означает, что каждую секунду тело изменяет свою скорость на 15 м/с. Следовательно за 2 секунды тело изменит свою скорость на 30 м/с и т.д. Таким образом, зачастую легко **устно** делать расчеты. Из формулы

$$a = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t},$$

следует формула (можете сами ее вывести)

$$\upsilon = \upsilon_0 + at.$$

То есть зная начальную скорость тела и ускорение можно найти скорость тела в любой момент времени. Путь (**если тело не изменяло направление движения**) при равноускоренном движении рассчитывается по формулам:

$$S = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2},\ S = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2a},\ S = \upsilon_{\text{ср}} t = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2} t.$$

А если мы хотим посчитать перемещение, то мы пользуемся этими же формулами, и нам не важно, меняло ли тело направление движения. В последней формуле использована одна особенность равноускоренного движения. При равноускоренном движении среднюю скорость можно рассчитывать как **СРЕДНЕАРИФМЕТИЧЕСКОЕ** начальной и конечной скорости

$$\upsilon_{\text{ср}} = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2}.$$

Этим свойством очень удобно пользоваться при решении многих задач.

**ОЧЕНЬ ПРОСТОЕ ПРАВИЛО ДЛЯ ДАННОЙ ФОРМУЛЫ: если в задаче вам не дано ускорение тела и не просят его найти, то на 99,9 % Вам необходимо будет использовать формулу для средней скорости тела, то есть соотношение** $\frac{S}{t} = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2}$.

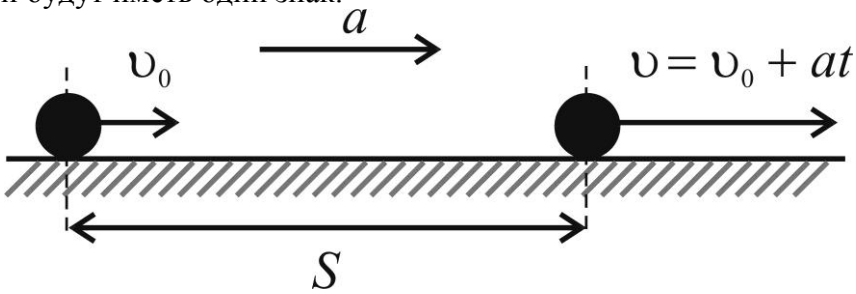
Из формул для равноускоренного движения $S = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2a}$ можно получить выражение для определения конечной скорости $\upsilon$ тела, если известны начальная скорость $\upsilon_0$, ускорение $a$ и перемещение $S$:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2aS}$$

Если начальная скорость $\upsilon_0$ равна нулю, эти формулы принимают вид $S = \frac{\upsilon^2}{2a},\ \upsilon = \sqrt{2aS}$

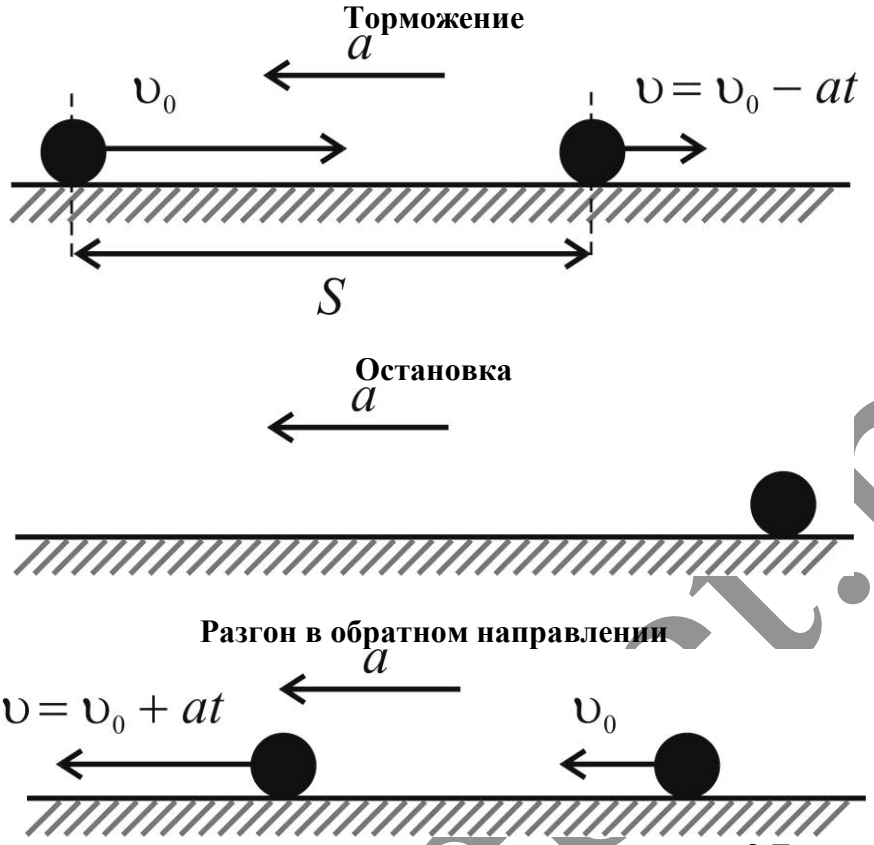
Следует еще раз обратить внимание на то, что входящие в формулы равноускоренного прямолинейного движения величины $\upsilon_0$, $\upsilon$, $S$, $a$ являются величинами алгебраическими. В зависимости от конкретного вида движения каждая из этих величин может принимать как положительные, так и отрицательные значения.

Если тело увеличивает свою скорость (разгоняется), то и ускорение тела и скорость тела будут направлены в одну сторону и будут иметь один знак.




www.repet.by

Если же тело тормозит, то ускорение и начальная скорость тела будут направлены в **РАЗНЫЕ** стороны (см. рисунок). При вычислениях необходимо будет считать, что ускорение отрицательно. После остановки тело может начать движение в обратном направлении с ускорением, равным ускорению, с которым оно тормозило.




Как найти время, за которое тело остановится и пройденный при этом путь? Легко.

**Время остановки.** Вспомним формулу для ускорения тела

$$a = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t}.$$

Выразим отсюда время и примем конечную скорость υ = 0 (при этом на оставшийся знак «минус» не обращаем внимания; он «убивается» отрицательным (ведь у нас торможение) ускорением). Получим

$$t_{\text{остановки}} = \frac{\upsilon_0}{a}.$$

Из этой формулы так же легко найти скорость, с которой тело начинало тормозить, если в задаче дано время торможения и ускорение

$$\upsilon_0 = at_{\text{остановки}}.$$

Пусть до остановки найдем из формулы

$$S = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2a}.$$

В этой формуле так же принимаем конечную скорость υ = 0 и не обращаем внимание на появившийся минус. Получим

$$S = \frac{\upsilon_0^2}{2a}.$$

Аналогично из этой формулы так же легко найти скорость, с которой тело начинало тормозить.

$$\upsilon_0 = \sqrt{2aS}.$$

И не забываем про формулу с использованием средней скорости!!!

$$\frac{S}{t} = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2}.$$

Что делать, если тело меняет направление движения??? Тут опять все просто. Разбиваем движение на два – движение до остановки (торможение) и последующий разгон из состояния покоя (см. рисунки выше).

www.ref.by

Часто в задачах на равноускоренное движение описаны два движения, которые имеют нечто общее, например ускорение, с которым движется тело. Тогда решение задачи сводится к тому, что мы подбираем формулу для ускорения и приравниваем ускорение тела в разных движениях. Это, например, может быть задача на торможение тела с разной начальной скоростью. Тогда

$$a_1 = a_2 \Rightarrow a_1 = \frac{0 - \upsilon_{01}^2}{2S_1} = \frac{0 - \upsilon_{02}^2}{2S_2} = a_2,$$

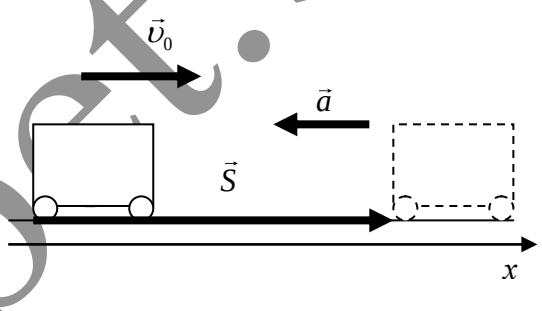
откуда (после сокращений)

$$\frac{\upsilon_{01}^2}{S_1} = \frac{\upsilon_{02}^2}{S_2}.$$

Принцип решения **БОЛЬШИНСТВА** задач данного раздела весьма прост: запишите дано, посмотрите какие величины Вам даны и какие необходимо найти, подберите формулу. При этом помните, что если в задаче сказано, что тело **НАЧИНАЕТ** движение, то его **НАЧАЛЬНАЯ** скорость равна нулю. Если тело **ТОРМОЗИТ** – то **КОНЕЧНАЯ** скорость равна нулю,

**ПРИМЕР.** *Торможение автомобиля до полной остановки заняло время 4 с и происходило с постоянным ускорением 4 м/с$^2$. Найдите тормозной путь.*

Начнем и рисунка. Учитываем, что автомобиль тормозит, значит, ускорение направлено против направления его движения. Автомобиль движется до полной остановки, следовательно, его конечная скорость $\upsilon$ равна нулю. Запишем все формулы (для тренировки), потом выберем из них наиболее рациональные. Обратите внимание, что перемещение $S$ и начальная скорость $\upsilon_0$ направлены по направлению оси OX, а ускорение $a$ – против. Поэтому перемещение и начальную скорость берем со знаком «+», а ускорение – с минусом. Итак




$$S = \upsilon_0 t - \frac{at^2}{2}; \quad S = \frac{0 + \upsilon_0}{2} t; \quad S = \frac{0 - \upsilon_0^2}{-2a}; \quad 0 = \upsilon_0 - at.$$

Из последней формулы получаем, что $\upsilon_0 = 16$ м/с. Подставляем в любую из первых трех формул, и получаем, что $S = 32$ м.

**ПРИМЕР.** *Тело, имея начальную скорость 1 м/с, двигаясь равноускоренно и достигло, пройдя некоторое расстояние, скорости 7 м/с. Какова была скорость тела на половине этого расстояния?*

Пусть $S$ весь путь тела, тогда $S/2$ половина пути. $\upsilon_0$ − начальная скорость тела, $\upsilon$ − конечная скорость, $\upsilon_1$ − скорость тела на середине пути.

В задаче ничего не сказано про время движения. Значит выбираем формулу без времени. Запишем уравнения для обоих случаев.

$$S = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2a}; \frac{S}{2} = \frac{\upsilon_1^2 - \upsilon_0^2}{2a}.$$

Разделим одно уравнение на другое и получим:

$$\frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{\upsilon_1^2 - \upsilon_0^2} = 2.$$

Теперь найдём неизвестную величину. Ответ: 5 м/с.

**ПРИМЕР.** *За 20 секунд равноускоренного движения тело увеличило свою скорость в 9 раз, двигаясь с ускорением 2 м/с$^2$. Найти путь тела за время движения.*

Не торопитесь искать путь тела. В задачах часто ищут не то, что спрашивается, а то, что можно найти. В задаче дано: $a = 2$ м/с$^2$, $t = 20$ с, $\upsilon = 9\upsilon_0$. Значит, можно применить формулу:

$$\upsilon = \upsilon_0 + at.$$

Поэтому

$$9\,\upsilon_0 = \upsilon_0 + at \Rightarrow \upsilon_0 = 5 \text{ м/с}.$$

Теперь легко найдём путь тела. Ответ: 500 м.

www.repet.u

**ПРИМЕР.** *Считая движение пули в стволе ружья равноускоренным, определить во сколько раз ее скорость при вылете из ружья больше, чем в середине ствола?*

Так как мы имеем дело с движением из состояния покоя, используем формулу

$$S = \frac{\upsilon_0^2}{2a}.$$

Так как левая часть уравнения увеличивается в два раза (скорость пули мы сравниваем на **СЕРЕДИНЕ** пути и в конце пути), то и правая часть увеличивается в два раза. Ускорение не изменяется, а значит, в два раза должен увеличиться квадрат скорости. Поэтому скорость должна увеличиться в $\sqrt{2}$ раз. **Если эти рассуждения Вам не совсем понятны, попросите меня объяснить еще раз.**

Ответ: в $\sqrt{2}$ раз

Если путь тела состоит из нескольких участков, то учитывают равенство скоростей в конце первого и начале второго участка.

**ПРИМЕР.** *Бегун за 4 с разгоняется до скорости 10 м/с, после чего бежит с постоянной скоростью. Какой результат он показал на дистанции 100 м?*

Для первого участка: $\upsilon_0 = 0$, $\upsilon = 10$ м/с; $t = 4$ с; $S - ?$ Воспользуемся формулой:

$$S = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2} t = 20 \text{ м}.$$

Тогда оставшиеся 80 м бегун преодолеет за 8 с. Ответ: 12 с.

## ТЕСТ 1.06.

**1.** Автомобиль, двигаясь равноускоренно, через 10 с после начала движения достиг скорости 36 км/ч. Найдите ускорение автомобиля.

**1.** 1 **2.** 2 **3.** 3 **4.** 4

**2.** Длина дорожки для взлета самолета 675 м. Какова скорость самолета при взлете, если он движется равноускоренно и взлетает через 15 с после старта?

**1.** 80 **2.** 90 **3.** 70 **4.** 75

**3.** Какую скорость приобретает ракета, движущаяся из состояния покоя с ускорением 6 м/с$^2$, на пути разгона 75 м?

**1.** 30 **2.** 50 **3.** 40 **4.** 55

**4.** Шар, двигаясь из состояния покоя равноускоренно, за первую секунду прошел путь 10 см. Какой путь (в см) он пройдет за 3 секунды от начала движения?

**1.** 70 **2.** 90 **3.** 80 **4.** 100

**5.** Во сколько раз скорость пули, прошедшей 1/4 часть ствола винтовки, меньше, чем при вылете из ствола? Ускорение пули считайте постоянным.

**1.** 2 **2.** 4 **3.** 3 **4.** 5

**6.** С какой скоростью двигался поезд до начала торможения, если тормозной путь он прошел за 30 секунд с ускорением 0,5 м/с$^2$?

**1.** 10 **2.** 20 **3.** 15 **4.** 25

**7.** Какое расстояние пройдет автомобиль до полной остановки, если шофер резко тормозит при скорости 20 м/с, а от момента торможения до остановки проходит 6 с?

**1.** 20 **2.** 60 **3.** 40 **4.** 80

**8.** При аварийном торможении автомобиль, двигавшийся со скоростью 30 м/с, проходит тормозной путь с ускорением 5 м/с$^2$. Найдите тормозной путь.

**1.** 50 **2.** 90 **3.** 70 **4.** 110

**9.** При скорости 15 км/ч тормозной путь автомобиля равен 1,5 м. Каким будет тормозной путь при скорости 90 км/ч, если торможение в обоих случаях происходит с одинаковым ускорением?

**1.** 9 **2.** 54 **3.** 18 **4.** 60

**10.** С какой скоростью надо бросить камень вдоль горизонтальной поверхности катка, чтобы он, скользя с ускорением 0,5 м/с$^2$, остановился на расстоянии 100 м от начального положения?

**1.** 3 **2.** 10 **3.** 5 **4.** 15

**11.** Пуля пробивает доску толщиной 20 см. Скорость пули до попадания в доску 200 м/с, после вылета из нее 100 м/с. Чему равна величина ускорения (в км/с$^2$) пули при движении в доске?

**1.** 50 **2.** 100 **3.** 75 **4.** 125

**12.** Двигаясь с ускорением 0,5 м/с$^2$, тело на пути 60 м увеличило свою скорость в 4 раза. Найдите начальную скорость тела.

**1.** 1 **2.** 2 **3.** 3 **4.** 4

**13.** Лыжник спускается с горы длиной 180 м. Сколько времени займет спуск, если ускорение лыжника равно 0,5 м/с$^2$, а начальная скорость 4 м/с?

**1.** 20 **2.** 60 **3.** 40 **4.** 80

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| **11** | **12** | **13** | | | | | | | |
| 3 | 2 | 1 | | | | | | | |

# 1.07. Движение в поле силы тяжести. Свободное падение тела

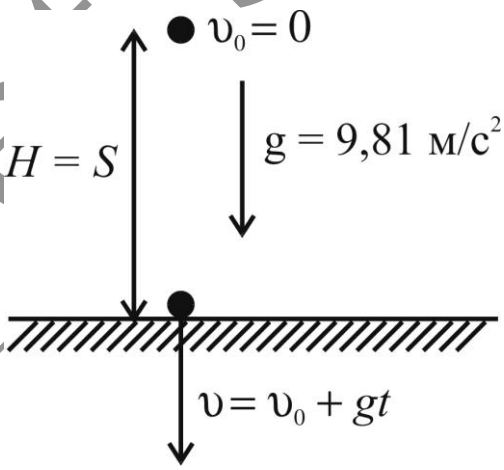
**Свободным падением** тел называют падение тел на Землю в отсутствие сопротивления воздуха (в пустоте) без начальной скорости. Ускорение, с которым падают на Землю тела, называется **ускорением свободного падения**. Вектор ускорения свободного падения обозначается символом $\vec{g}$ и направлен по вертикали вниз. В различных точках земного шара в зависимости от географической широты и высоты над уровнем моря числовое значение $g$ оказывается неодинаковым, изменяясь примерно от 9,83 м/с$^2$ на полюсах до 9,78 м/с$^2$ на экваторе. На широте Минска $g$ = 9,81523 м/с$^2$. Обычно, если в расчетах не требуется высокая точность, то числовое значение $g$ у поверхности Земли принимают равным 9,81 м/с$^2$ или даже 10 м/с$^2$.

Самым простым примером свободного падения является **ПАДЕНИЕ ТЕЛА С НЕКОТОРОЙ ВЫСОТЫ** $H$ без начальной скорости. Свободное падение является прямолинейным движением с постоянным ускорением. Следовательно, для свободного падения подходят все формулы ускоренного движения, только вместо $S$ принято писать $H$, а вместо $a$ подставим $g$. Таким образом, учитывая, что начальная скорость равна нулю, получим следующие формулы:

1. **Скорость в момент падения** (если вместо $t$ и $H$ подставить значения, меньшие всего времени падения и всего пройденного пути, то можно посчитать скорость по прошествии именно этого промежутка времени и именно этого пройденного пути)

$$\upsilon = \upsilon_0 + at = gt$$

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2aS} = \sqrt{2gH}$$




2. **Пройденный телом путь** (не перепутайте пройденный телом путь и высоту, с которой его бросили)

$$S = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2} = \frac{gt^2}{2} \text{ или } S = \upsilon_{ср} t = \frac{\upsilon}{2} t .$$

Если в задаче дано время, за которое тело **УПАЛО** с некоторой высоты, то мы легко найдем **ВЫСОТУ**, с которой падало тело.

$$H = \frac{gt^2}{2}$$

3. **Время падения** (из формулы для высоты)

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

**Из–за того, что ускорение имеет значение 10 м/с$^2$, большое количество задач можно считать устно.**

**ПРИМЕР.** *Какую скорость приобретет тело за 5 секунд свободного падения? Какой оно пройдет при этом путь?*

**СЛЕДУЮЩИЕ РАССУЖДЕНИЯ ОЧЕНЬ ВАЖНЫ. ЕСЛИ ВЫ НЕ ПОНЯЛИ ИХ – ОБРАТИТЕСЬ ЗА ПОМОЩЬЮ КО МНЕ!!!**

Каждую секунду тело приобретает скорость 10 м/с так как ускорение 10 м/с$^2$. Следовательно, за 5 секунд оно приобретет скорость 50 м/с. При этом средняя скорость составит 25 м/с (начальная скорость равна 0). Следовательно, пройденный путь будет равен

$$S = \upsilon_{ср} t = 25 \text{ м/с} \cdot 5 \text{ с} = 125 \text{ м}.$$

**ПРИМЕР.** *Наблюдатель измерил, что за 1,0 с свободно падающее тело пролетело расстояние 45 м. Сколько времени двигалось тело из начального состояния покоя до момента окончания наблюдения?*

У этой задачи есть несколько способов решения. Один нудный через множество формул. И второй ОЧЕНЬ простой. Именно второй способ решения я Вам и покажу.

Тело прошло путь 45 метров за 1 с. Следовательно, средняя скорость за последнюю секунду падения будет равна 45 м/с. Вспомним, что с другой стороны среднюю скорость для ускоренного движения можно посчитать как среднее арифметическое начальной и конечной скорости на участке пути

www.repet.by

$$\upsilon_{ср} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2},$$

где $\upsilon_1$ – скорость тела в начале наблюдения (в начала участка пути), $\upsilon_2$ – скорость тела в конце наблюдения (в конце участка пути). При свободном падении скорость тела каждую секунду увеличивается на 10 м/с. А у нас путь как раз занял 1 секунду. Следовательно

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 + 10.$$

Откуда

$$\upsilon_{ср} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_1 + 10}{2} \Rightarrow 2\upsilon_{ср} = 2\upsilon_1 + 10 \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{2\upsilon_{ср} - 10}{2} = \frac{2 \cdot 45 - 10}{2} = 40 \text{ м/с}.$$

Следовательно, до момента начала наблюдения тело успело набрать скорость 40 м/с. Так как оно падало без начальной скорости, то время его падения составит 4 с. Тогда все время падения составит 5 с.

**ПРИМЕР.** *С какой высоты падало тело, если в последнюю секунду падения оно прошло путь 45 м?*
Ну а теперь решим очень похожую задачу в лоб.
Путь за последнюю секунду можно найти как разность расстояний, пройденных при свободном падении с $\upsilon_0 = 0$ за время $t$ и за время $t - \Delta t$ ($\Delta t = 1$ с)

$$S = \frac{gt^2}{2} - \frac{g\left(t - \Delta t\right)^2}{2}.$$

То есть путь за последнюю секунду равен разности между полном пути и пути, пройденным телом за время равное времени падения без одной (последней) секунды (если рассуждения непонятны – Вы знаете что делать).
Из этого уравнения находим $t$ и подставляем его в формулу

$$h = gt^2/2.$$

Получаем $h$ = 125 м.

## ТЕСТ 1.07.

**1.** С высоты 12 м над землей без начальной скорости падает тело. На какой высоте окажется тело через 1 с после начала падения?

**1.** 7 **2.** 8 **3.** 9 **4.** 6

**2.** Определите глубину ущелья, если камень, падая без начальной скорости, достиг его дна за 6 с.

**1.** 150 **2.** 180 **3.** 210 **4.** 250

**3.** За какое время мяч, начавший свое падение без начальной скорости, пройдет путь 20 м?

**1.** 2 **2.** 3 **3.** 4 **4.** 5

**4.** Тело свободно падает с высоты 80 м. Какой путь оно пройдет в последнюю секунду падения?

**1.** 25 **2.** 40 **3.** 30 **4.** 35

**5.** С неподвижно зависшего над поверхностью земли вертолета сбросили без начальной скорости два груза, причем второй на 1 с позже первого. Определите расстояние между грузами через 4 с после начала движения первого груза. $g$=10 м/с$^2$.

**1.** 25 **2.** 40 **3.** 30 **4.** 35

**6.** Через какой промежуток времени $\Delta t$ отрывались от водосточной трубы две капли, если спустя 2 с после начала падения второй капли расстояние между каплями $S$ = 25 м?

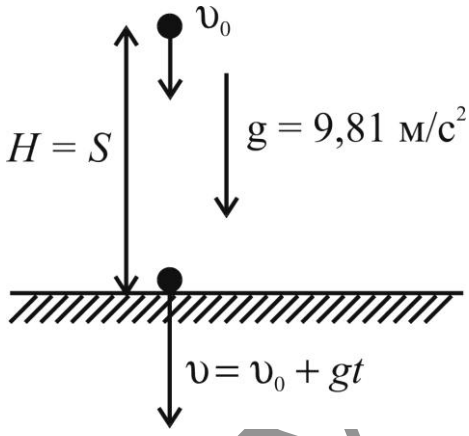
**1.** 0,5 **2.** 1 **3.** 1,5 **4.** 2

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 1 | 4 | 4 | 2 | | |

www.ep

# 1.08. Движение в поле силы тяжести. Бросок вниз

Если же мы **СООБЩАЕМ ТЕЛУ НЕКОТОРУЮ СКОРОСТЬ** $\upsilon_0$ направленную вертикально вниз, то кинематические формулы примут следующий вид:




1. **Скорость в момент падения**

$$\upsilon = \upsilon_0 + at = \upsilon_0 + gt$$

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2aS} = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gH}$$

2. **Пройденный телом путь**

$$S = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2} = \upsilon_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

или через среднюю скорость

$$S = \upsilon_{ср} t = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2} t\,.$$

В задачах на эту тему так же можно применять рассуждения, описанные в предыдущей теме.

**ПРИМЕР.** *Какую скорость приобретет тело за 3 секунды падения, если начальная скорость тела 5 м/с? Какой оно пройдет при этом путь?*

**СЛЕДУЮЩИЕ РАССУЖДЕНИЯ ОЧЕНЬ ВАЖНЫ. ЕСЛИ ВЫ НЕ ПОНЯЛИ ИХ – ОБРАТИТЕСЬ ЗА ПОМОЩЬЮ КО МНЕ!!!**

Каждую секунду тело приобретает скорость 10 м/с так как ускорение 10 м/с$^2$. Следовательно, за 3 секунды оно приобретет скорость 30 м/с. То есть через три секунды скорость тела будет равна

$$\upsilon = 5 + 30 = 35 \text{ м/с.}$$

Аналогичный результат мы получили бы воспользовавшись формулой

$$\upsilon = = \upsilon_0 + gt.$$

При этом средняя скорость составит

$$\upsilon_{ср} = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2} = \frac{5 + 35}{2} = 20 \text{ м/с.}$$

Следовательно, пройденный путь будет равен

$$S = \upsilon_{ср} t = 20 \text{ м/с} \cdot 3 \text{ с} = 60 \text{ м.}$$

Если считать по формуле $S = \upsilon_0 t + \frac{gt^2}{2}$, то результат был бы таким же.

www.repet.by

## ТЕСТ 1.08.

**1.**В некоторый момент времени скорость свободно падающего тела равна 6 м/с. Какой будет скорость тела через 2 с?

**1.** 26 **2.** 20 **3.** 13 **4.** 30

**2.**Мяч брошен с некоторой высоты вертикально вниз со скоростью 4 м/с. Найдите среднюю скорость движения мяча за первые две секунды движения.

**1.** 7 **2.** 21 **3.** 14 **4.** 10

**3.**Вертикально вниз брошен камень со скоростью 2 м/с. Во сколько раз увеличится скорость камня через 1 с после броска?

**1.** 6 **2.** 4 **3.** 8 **4.** 10

**4.**Скорость тела, брошенного вертикально вниз, увеличилась через одну секунду в 6 раз. Во сколько раз увеличится его скорость по сравнению с начальной через две секунды после броска?

**1.** 9 **2.** 11 **3.** 10 **4.** 12

**5.**С высоты 2,4 м вертикально вниз брошен мяч со скоростью 1 м/с. Чему будет равна его скорость в момент падения?

**1.** 6 **2.** 8 **3.** 7 **4.** 9

**6.**С высоты 2,4 м вертикально вниз брошен мяч со скоростью 1 м/с. Через какое время (в мс) мяч достигнет поверхности земли?

**1.** 400 **2.** 1000 **3.** 600 **4.** 200

**7.**С какой начальной скоростью нужно бросить вертикально вниз тело с высоты 20 м, чтобы оно упало на 1 с раньше, чем тело, свободно падающее с той же высоты?

**1.** 10 **2.** 12 **3.** 15 **4.** 20

**8.**Тело свободно падает с высоты 10 м. В тот же момент другое тело брошено с высоты 20 м вертикально вниз. Оба тела упали на землю одновременно. Определить начальную скорость второго тела.

**1.** 5 **2.** 7 **3.** 9 **4.** 11

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 |

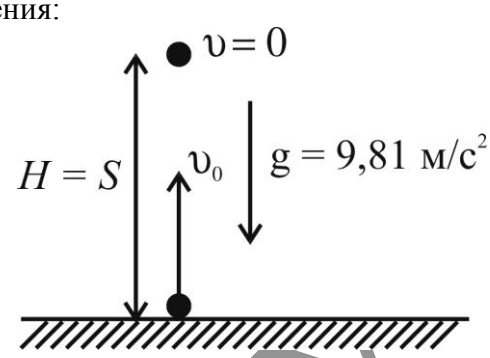
# 1.09. Движение в поле силы тяжести. Бросок вверх

Если тело **ПОДКИДЫВАЮТ С ЗЕМЛИ ВЕРТИКАЛЬНО ВВЕРХ** с начальной скоростью $\upsilon_0$, то используя формулы равноускоренного движения и зная, что в верхней точке своего полета тело на мгновенье останавливается ($\upsilon = 0$), можно получить следующие соотношения:

1. **Время подъема до максимальной высоты**

$$t_{\text{подъема}} = \frac{\upsilon_0}{g}$$

(аналогичным образом мы считали время остановки тела при равнозамедленном движении)




2. **Максимальная высота подъема тела**

$$S = H_{\max} = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2a} = \frac{-\upsilon_0^2}{-2g} = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$$

($a = -g$, так как движение замедленное; аналогичным образом мы считали путь, пройденным до остановки телом, двигающимся равнозамедленно)

Или через среднюю скорость движения $H = \upsilon_{\text{ср}} t_{\text{подъема}} = \frac{\upsilon_0}{2}\frac{\upsilon_0}{g} = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$.

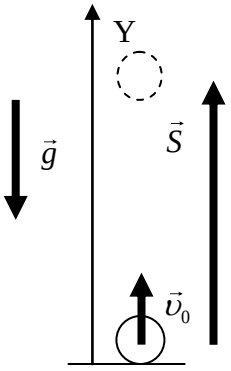
**Так как подъем тела до максимальной высоты и последующее падение до уровня земли абсолютно симметричные движения (с одним и тем же ускорением, просто одно замедленное, а другое – ускоренное), то скорость, с которой приземлится тело, будет равна скорости, с которой его подбросили. При этом время подъема тела до максимальной высоты будет равно времени падения тела с этой высоты до уровня земли. Таким образом, все время полета составит двойное время подъема или падения.**

**Скорость тела на одном и том же уровне при подъеме и при падении так же будет одинаковой.**

**ПРИМЕР**. *Тело брошено вертикально вверх с поверхности земли со скоростью 20 м/с. На какую максимальную высоту поднимется тело? Через какое время оно упадет назад?*

Вспомним что в отсутствие силы сопротивления воздуха **время движения вверх и время последующего падения вниз ВСЕГДА РАВНЫ**. Кроме этого, при последовательном движении вверх и падении вниз **на одной высоте тело имеет одну и ту же скорость, направленную в противоположные стороны**. Например, если тело бросают вверх с поверхности земли, то оно падает назад с такой же скоростью, с которой было брошено вверх.

**Способ 1.** Заменим подъем тела до максимальной высоты падением тела с этой же высоты. Зная конечную скорость тела (которая равна начальной скорости тела), легко найдем высоту, с которой падало тело $h = \frac{\upsilon^2}{2g} = 20$ м и так же время падения тела $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2$ с. При этом не забываем, что все время полета будет в ДВА раза больше.




**Способ 2.** Можно решить задачу УСТНО. Начальная скорость 20 м/с. Ускорение свободного падения 10 м/с$^2$. Что это значит? Что тело меняет свою скорость на 10 м/с за каждую секунду движения. В данном случае, тормозит. Далее очевидно, что тело остановится (то есть, поднимется на максимальную высоту) за 2 с. При этом средняя скорость подъема будет равна 10 м/с (конечная скорость равна нулю). Следовательно, пройденный телом путь будет равен

$$S = \upsilon_{\text{ср}} \bullet t = 20 \text{ м}.$$

**ПРИМЕР.** *Шарик, брошенный вертикально вверх, возвратился в точку бросания через 2,4 с. На какую высоту (в см) поднялся шарик? g = 10 м/с$^2$.*

Можно воспользоваться формулой для полного времени движения (напоминаю, что время движения в 2 раза больше времени подъема):

$$t = 2\frac{\upsilon_0}{g},$$

www.repet.by

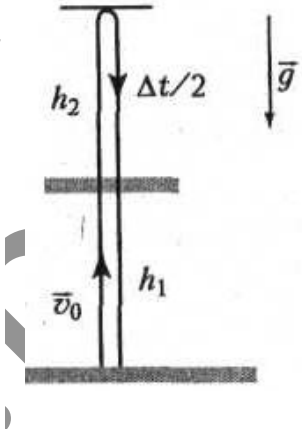
выразить начальную скорость и подставить в формулу для максимальной высоты

$$h_{\max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g} = \frac{gt^2}{8} = 7{,}2 \text{ м} = 720 \text{ см}.$$

Однако удобно подойти к этой задаче по–другому, использовать симметрию между движением вверх и движением вниз. Обратное падение происходит без начальной скорости за время $t/2$. Получаем

$$h_{\max} = g\frac{(t/2)^2}{2}.$$

**ПРИМЕР.** *Тело бросают вертикально вверх. Наблюдатель заметил, что на высоте 75 м тело побывало дважды, с интервалом времени 2 с. Найдите начальную скорость тела.*




Движение выше отметки $h_1 = 75$ м занимает время $\Delta t = 2$ с – 1 секунду вверх и 1 секунду вниз. Расстояние $h_2$ от этой отметки до верхней точки проще всего найти, рассматривая падение от верхней точки до высоты $h_1$

$$h_2 = \frac{g(\Delta t/2)^2}{2} = 5 \text{ м}.$$

Теперь найдем полную высоту $h = h_1 + h_2 = 80$ м и начальную скорость

$$\upsilon_0 = \sqrt{2gh} = 40 \text{ м/с}.$$

**ПРИМЕР.** *Камень брошен вертикально вверх со скоростью 50 м/с. Через сколько секунд его скорость будет равна 30 м/с и направлена вертикально вниз? $g = 10$ м/с$^2$.*

Некоторые абитуриенты уверены, что необходимо разбивать движение на две части: сначала торможение до верхней точки, затем падение вниз. Однако это совершенно необязательно. Формулы равноускоренного движения действуют все время равноускоренного движения. Направим ось $y$ вертикально вверх и воспользуемся формулой $\upsilon_y = \upsilon_{0y} + a_y t$. В данном случае $\upsilon_{0y} = \upsilon_0$ (пишем знак плюс, так как начальная скорость направлена вверх в сторону оси), $a_y = -g$ (пишем знак минус, так как ускорение направлено вниз, против оси), $\upsilon_y = -\upsilon$ (так же направлена вниз[по условию задачи]), где $\upsilon = 30$ м/с – величина конечной скорости. Получаем: $-\upsilon = \upsilon_0 - gt$, откуда $t = (\upsilon + \upsilon_0)/g = 8$ с.

Вот теперь для проверки можно посмотреть на этот ответ с точки зрения разбиения на два движения. За время

$$t_1 = \upsilon_0/g = 5 \text{ с}$$

камень поднимается вверх, а затем за время

$$t_2 = \upsilon/g = 3 \text{ с}$$

тело набирает скорость $\upsilon = 30$ м/с.

## ТЕСТ 1.09.

**1.**С какой скоростью надо бросить тело вертикально вверх с поверхности земли, чтобы время от момента броска до момента падения тела на землю равнялось 3 с?

**1.** 10 **2.** 15 **3.** 20 **4.** 30

**2.**Тело брошено вертикально вверх с поверхности земли со скоростью 20 м/с. На какую максимальную высоту оно поднимется?

**1.** 20 **2.** 10 **3.** 40 **4.** 60

**3.**Два тела брошены с земли вертикально вверх. Начальная скорость первого тела в 4 раза больше начальной скорости второго. Во сколько раз выше поднимется первое тело, чем второе?

**1.** 16 **2.** 2 **3.** 8 **4.** 4

**4.**С какой скоростью тело было брошено вертикально вверх, если через время 0,8 с после броска его скорость при подъеме уменьшилась вдвое?

**1.** 14 **2.** 18 **3.** 16 **4.** 20

**5.**Металлический шарик, упавший с высоты 20 м на доску, отскакивает от нее с потерей 25% скорости. Через сколько секунд после удара шарик второй раз упадет на доску?

**1.** 2 **2.** 4 **3.** 3 **4.** 5

**6.**Камень, брошенный вертикально вверх, дважды был на одной и той же высоте – спустя 0,8 с и 1,5 с после начала движения. Чему равна эта высота?

**1.** 3 **2.** 9 **3.** 6 **4.** 12

**7.**Мяч, брошенный вертикально вверх, упал на Землю через 4 с. Скорость, с которой был брошен мяч, равна:

**1.** 40 м/с **2.** 20 м/с **3.** 10 м/с **4.** 15 м/с

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 2 |

# 1.10. Равноускоренное движение и средняя скорость

Большое количество задач, как на равноускоренное движение тела, так и на свободное падение тела можно решить через формулу для средней скорости тела. С одной стороны средняя скорость тела это (в общем случае)

$$\upsilon_{\text{ср}} = \frac{S}{t}.$$

Для равноускоренного движения

$$\upsilon_{\text{ср}} = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2}.$$

Откуда получаем соотношение

$$\frac{S}{t} = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2}.$$

Все задачи, представленные ниже, решите через это соотношение и убедитесь, что обычные формулы для ускоренного движения Вам тут не нужны. Конечно, Вы можете решить эти задачи и через них, но в этом случае Ваше решение будет гораздо длинней и сложней.

**ТЕСТ 1.10.**

**1.** Автомобиль, двигавшийся со скоростью 72 км/ч, начинает тормозить с постоянным ускорением. Определить среднюю скорость автомобиля.

**1.** 5 м/с **2.** 10 м/с **3.** 12 м/с **4.** 13,3 м/с

**2.** Длина дорожки для взлета самолета 675 м. Какова скорость самолета при взлете, если он движется равноускоренно и взлетает через 15 с после старта?

**1.** 80 **2.** 90 **3.** 70 **4.** 75

**3.** От движущегося поезда отцеплен последний вагон. Поезд продолжает движение с той же скоростью. Считая, что вагон движется с постоянным ускорением, найдите, во сколько раз путь, пройденный вагоном до его остановки, меньше пути, пройденного поездом к этому моменту.

**1.** 2 **2.** 6 **3.** 4 **4.** 8

**4.** Какое расстояние пройдет автомобиль до полной остановки, если шофер резко тормозит при скорости 20 м/с, а от момента торможения до остановки проходит 6 с?

**1.** 20 **2.** 60 **3.** 40 **4.** 80

**5.** Двигаясь от стоянки равноускоренно, автомобиль за 10 с достигает скорости 20 м/с. Следующие 5 с он движется равномерно, а затем останавливается в течение 5 с, двигаясь с постоянным ускорением. Найдите путь автомобиля за все время движения.

**1.** 200 **2.** 230 **3.** 250 **4.** 280

**6.**Бегун за 4 с разгоняется до скорости 10 м/с, после чего бежит с постоянной скоростью. Какой результат он показал на дистанции 100 м?

**1.** 12 **2.** 14 **3.** 13 **4.** 15

**7.** Определите, на сколько метров путь, пройденный свободно падающим телом в десятую секунду, больше пути, пройденного телом в предыдущую секунду. Начальная скорость тела равна нулю.

**1.** 10 **2.** 11 **3.** 12 **4.** 5

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 |

www.e.bsu.by

# 1.11. Горизонтальный бросок

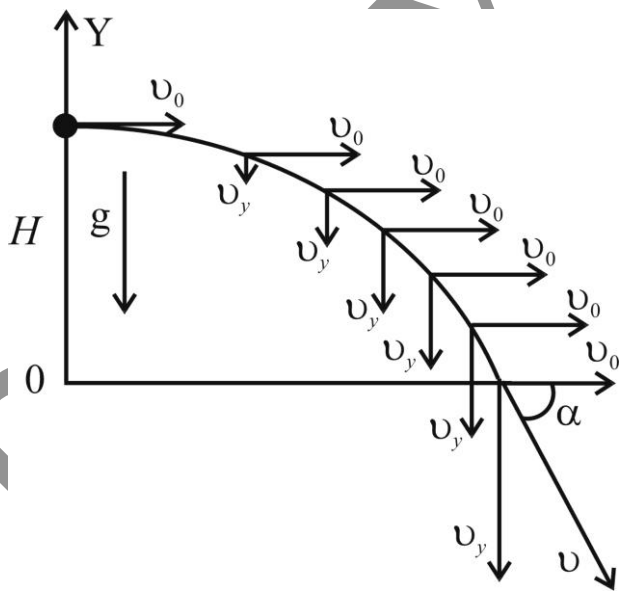
При горизонтальном броске с начальной скоростью $\upsilon_0$ движение тела удобно рассматривать как **два движения**: **равномерное вдоль оси OX** (вдоль оси OX нет никаких сил препятствующих или помогающих движению) и **равноускоренного движения вдоль оси OY** (принцип независимости движений).

При этом важно понять, что **ВРЕМЯ ПАДЕНИЯ ТЕЛА НА ЗЕМЛЮ НИКОИМ ОБРАЗОМ НЕ ЗАВИСИТ ОТ ТОГО, С КАКОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКОРОСТЬЮ ЕГО БРОСИЛИ**, а определяется только высотой, с которой было брошено тело. Почему? Потому что падение происходить в **ВЕРТИКАЛЬНОЙ** плоскости, а начальная скорость направлена **ГОРИЗОНТАЛЬНО.**

**Иными словами пуля, вылетающая из винтовки в результате выстрела и пуля, которая просто свободно падает с той же высоты, на которой расположена винтовка во время выстрела, упадут на землю через один и тот же промежуток времени!!!**

Время падения тела на землю находится по формуле

$$t_{\text{падения}} = \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$




Пока тело падает, оно одновременно движется вдоль горизонтальной оси. Так как движение вдоль горизонтальной оси равномерное, то расстояние, которое тело сможет пролететь вдоль оси OX, будет равно

$$S_x = \upsilon_0 t_{\text{падения}} = \upsilon_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

В момент падения тела на землю, тело будет обладать вертикальной составляющей скорости, которая появится у тела вследствие притяжения тела к земле. Она будет равна

$$\upsilon_y = g t_{\text{падения}}$$

или

$$\upsilon_y = \sqrt{2gH}\,.$$

При этом **полная скорость тела** $\upsilon$ **будет состоять из двух составляющих**: горизонтальной $\upsilon_0$, которая не меняется на протяжении всего полета, и вертикальной $\upsilon_y$, которая растет в процессе движения:

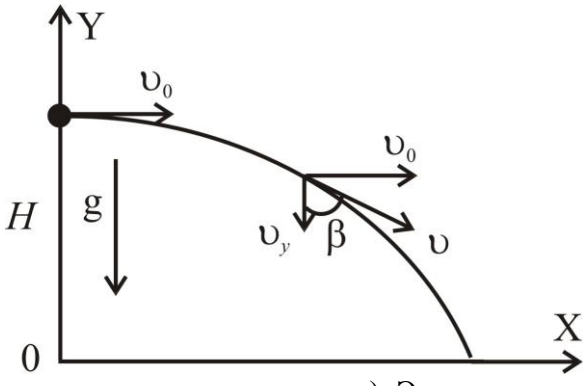
$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2}.$$

Если по условию задачи тело приземлилось на поверхности земли, то речь будет идти не о полной, а о конечной скорости тела. Разницы в расчетах не будет. Важно научиться различать все три скорости:

1. Начальная (горизонтальная) скорость тела. Эта скорость, которую сообщили телу в горизонтальном направлении в начале движения. Эта скорость не меняется в процессе движения.
2. Вертикальная составляющая скорости. В начальный момент времени она равна нулю и в процессе движения постоянно увеличивается вследствие земного притяжения.
3. Полная скорость тела. Эта скорость находится по теореме Пифагора и в процессе движения растет, так как растет вертикальная составляющая скорости.

Если в задаче будут спрашивать об угле, под которым приземлилось тело (**угол между ГОРИЗОНТОМ и скоростью тела или угол между ВЕРТИКАЛЬЮ и скоростью тела**), то его легко найти геометрически (см. первый рисунок):

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0}.$$




Так же иногда в задачах могут спросить о моменте времени, при котором полная скорость тела будет наклонена под определенным углом к вертикали (горизонтали). Тогда этот угол будет находиться из соотношения (см. второй рисунок):

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\upsilon_0}{\upsilon_y}.$$

Важно понять, какой именно угол фигурирует в задаче (с вертикалью или с горизонталью). Это и поможет вам выбрать правильную формулу (с tg или с ctg).

www.re

**ПРИМЕР.** *Тело бросили горизонтально со скоростью 8 м/с с некоторой высоты. Чему будет равна его скорость через 6 с полета?*

Хотя в задаче не сказано напрямую нас просят найти полную скорость тела

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2}.$$

С начальной скоростью все понятно. Найдем вертикальную составляющую скорости через 6 секунд

$$\upsilon_y = gt_{\text{падения}} = 60 = \text{м/с}.$$

Теперь не составит труда найти полную скорость тела

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ м/с}.$$

**ПРИМЕР.** *Камень брошен в горизонтальном направлении. Через 3 с его скорость оказалась направленной под углом 45° к горизонту. Чему равна начальная скорость камня?*

Так как скорость направлена под углом 45°, а тангенс 45° равен 1, то в этот момент времени горизонтальная скорость равна вертикальной скорости

$$\upsilon_0 = \upsilon_y$$

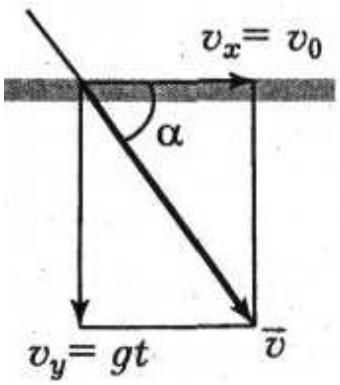
Найдем вертикальную составляющую скорости через 3 секунды

$$\upsilon_y = gt_{\text{падения}} = 30 = \text{м/с}.$$

Так как $\upsilon_0 = \upsilon_y$, то это и есть начальная скорость камня.

**ПРИМЕР.** *Дальность полета тела, брошенного в горизонтальном направлении, равна половине высоты, с которой оно брошено. Чему равен тангенс угла, который образует с горизонтом скорость тела при его падении на землю?*

В проекции на горизонтальную ось *x* движение тела представляет собой равномерное движение со скоростью $\upsilon_0$, а в проекции на вертикальную ось *y* – свободное падение без начальной скорости




$$S = \upsilon_0 t, \; h = \frac{gt^2}{2},$$

где *t* – время полета тела. Из условия задачи *S* = *h*/2. Подставим в это соотношение *S* и *h* и выразим время полета

$$S = \frac{h}{2} \Rightarrow \upsilon_0 t = \frac{gt^2}{2 \cdot 2} \Rightarrow \upsilon_0 = \frac{gt}{4} \Rightarrow t = \frac{4\upsilon_0}{g}$$

Тангенс угла (отношение противолежащего углу катета к прилежащему), под которым тело падает на землю, выражается через проекции скорости в момент падения

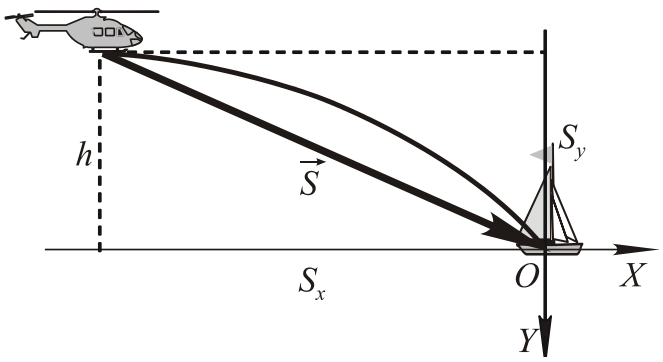
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = \frac{gt}{\upsilon_0}.$$

Подставляя *t*, получаем $\operatorname{tg}\alpha = 4$.

**ПРИМЕР.** *Вертолет летит горизонтально со скоростью 90 км/ч на высоте 30 м. Навстречу ему по реке плывет катер со скоростью 5 м/с. С вертолета на катер сбрасывают груз. Определите расстояние от катера до вертолета в момент сброса груза.*

Искомое расстояние равно модулю перемещения груза в системе отсчета, связанной с катером:

$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} \quad \text{(см. рисунок).}$$




В этой системе отсчета скорость вертолета будет равна сумме скоростей

$$\upsilon = \upsilon_1 + \upsilon_2$$

(вспоминаем принцип взаимопомощи из темы 1.05).

Проекция перемещения груза на координатную ось *OY:*

$$S_y = h,$$

а проекция его перемещения на координатную ось *OX:*

$$S_x = \upsilon t$$

(не забываем, что движение вдоль оси OX равномерное). Поскольку время падения груза

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}},$$

то

$$S_x = (\upsilon_1 + \upsilon_2)\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Тогда

$$S = h\sqrt{1+\frac{2(\upsilon_1+\upsilon_2)^2}{hg}} = 30\sqrt{1+\frac{2(25+5)^2}{30\cdot 10}}\ \text{м} = 80\ \text{м}.$$

## ТЕСТ 1.11.

**1.** Самолет летит горизонтально со скоростью 900 км/ч на высоте 8 км. За сколько километров до цели летчик должен сбросить бомбу?

**1.** 10 **2.** 30 **3.** 20 **4.** 40

**2.** Во сколько раз увеличится дальность полета тела, брошенного горизонтально с некоторой высоты, если начальную скорость тела увеличить в 2 раза?

**1.** Не изменится **2.** 3 **3.** 2 **4.** 4

**3.** На сколько процентов увеличится дальность полета тела, брошенного горизонтально, если начальную высоту в 4 раза уменьшить, а начальную скорость в 3 раза увеличить?

**1.** 40 **2.** 60 **3.** 50 **4.** 70

**4.** С башни высотой 45 м горизонтально брошен камень с некоторой скоростью. Через сколько секунд он упадет на землю?

**1.** 1 **2.** 3 **3.** 2 **4.** 4

**5.** Дальность полета тела, брошенного горизонтально со скоростью 4,9 м/с, равна высоте, с которой его бросили. Чему равна эта высота (в см)?

**1.** 490 **2.** 510 **3.** 500 **4.** 520

**6.** Камень, брошенный горизонтально со скоростью 15 м/с, упал на землю со скоростью 25 м/с. Сколько времени длился полет камня?

**1.** 1 **2.** 3 **3.** 2 **4.** 4

**7.** Тело бросили горизонтально со скоростью 40 м/с с некоторой высоты. Определите его скорость через три секунды.

**1.** 30 **2.** 70 **3.** 50 **4.** 90

**8.** Из окна, расположенного на высоте 5 м от земли, горизонтально брошен камень, упавший на расстоянии 8 м от дома. С какой скоростью был брошен камень?

**1.** 2 **2.** 6 **3.** 4 **4.** 8

**9.** Камень брошен горизонтально. Через 2 с после броска вектор его скорости составил угол 45° с горизонтом. Найдите начальную скорость камня.

**1.** 20 **2.** 60 **3.** 40 **4.** 80

**10.** Тело брошено горизонтально. Через 2 с после броска угол между направлением полной скорости и ускорением свободного падения стал равным 60°. Определите величину полной скорости тела в этот момент времени.

**1.** 20 **2.** 60 **3.** 40 **4.** 80

**11.** Камень на высоте 5,5 м бросают горизонтально так, что он подлетает к поверхности земли под углом 45°. Сколько метров пролетел камень по горизонтали?

**1.** 11 **2.** 13 **3.** 12 **4.** 14

**12.** В вертикальную мишень с расстояния 120 м из неподвижной винтовки сделано два выстрела в горизонтальном направлении. Скорость первой пули 300 м/с, второй 400 м/с. Определите расстояние (в см) между пробоинами в мишени.

**1.** 25 **2.** 35 **3.** 30 **4.** 40

**13.** Горизонтально летящая в начальный момент времени пуля пробивает последовательно два вертикальных листа бумаги, расположенные на расстоянии 30 м друг от друга. Если пробоина на втором листе оказалась на 2 мм ниже, чем на первом, то начальная скорость пули была равна:

**1.** 750 м/с **2.** 1000 м/с

**3.** 1200 м/с **4.** 1500 м/с

**14.** С башни бросили шарик в горизонтальном направлении со скоростью $\upsilon_0$=15 м/с. Определите модуль скорости $\upsilon$ и угол tgα, который скорость шарика образует с вертикалью через промежуток времени 2 с.

**1.** $\text{tg}\alpha = \frac{4}{3}$; 25 м/с **2.** $\text{tg}\alpha = \frac{3}{4}$; 35 м/с

**3.** $\text{tg}\alpha = \frac{3}{4}$; 25 м/с **4.** $\text{tg}\alpha = \frac{4}{3}$; 35 м/с

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 3 | 3 | 4 | 1 | 3 |

| **11** | **12** | **13** | **14** |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 3 |

# 1.12. Графическое представление равномерного движения

Простейшим видом механического движения является движение тела вдоль прямой линии с **постоянной по модулю и направлению скоростью**. Такое движение называется **равномерным**.

При равномерном движении тело за **любые равные** промежутки времени проходит **равные расстояния**.

Для описания равномерного прямолинейного движения координатную ось OX удобно расположить по линии движения тела. Положение тела при равномерном движении определяется заданием одной координаты $x$. Вектор перемещения и вектор скорости всегда направлены параллельно координатной оси OX. Поэтому перемещение и скорость при прямолинейном движении можно спроектировать на ось OX и рассматривать их проекции как алгебраические величины.

Если в момент начала отсчета времени (в начальный момент времени) тело находилось в точке с координатой $x_0$, а через некоторый промежуток времени $\Delta t$ в точке с координатой $x$, то проекция перемещения $S$ на ось OX за время $\Delta t$ равна

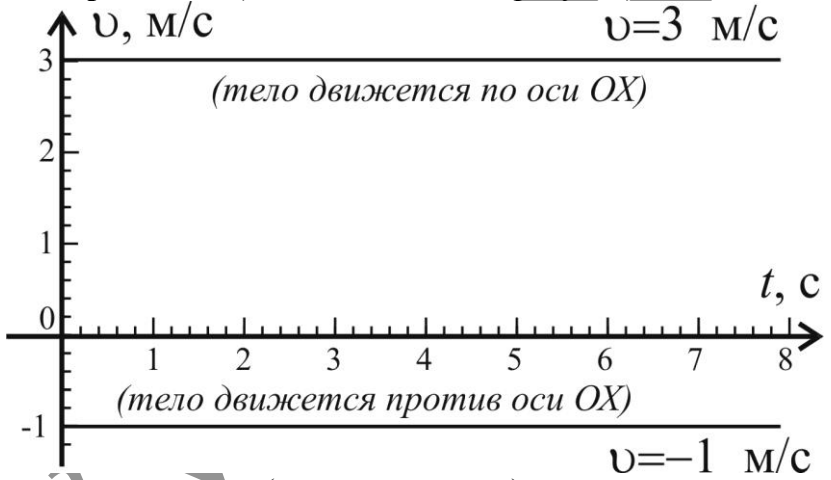
$$S = x - x_0.$$

Эта величина может быть как положительной, так и отрицательной в зависимости от направления, в котором двигалось тело.

При равномерном движении вдоль прямой модуль перемещения совпадает с пройденным путем. Скоростью равномерного прямолинейного движения называют отношение

$$\upsilon = \frac{S}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{\Delta t}$$

Если $\upsilon > 0$, то тело движется **в сторону положительного направления** оси OX; при $\upsilon < 0$ тело движется **в противоположном направлении** (см. пояснительный рисунок).

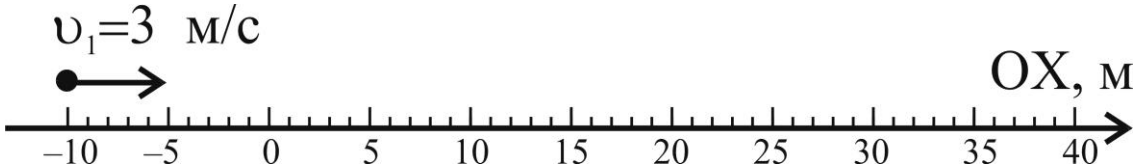



Зависимость координаты $x$ от времени $t$ (**закон движения**) выражается при равномерном прямолинейном движении **линейным математическим уравнением**:

$$x = x_0 + \upsilon t$$

В этом уравнении $\upsilon$ = const – скорость движения тела, $x_0$ – координата точки, в которой тело находилось в момент времени $t = 0$ (начальная координата).

Например, у нас имеется тело, которое в начальный момент времени находилось в точке с координатой $x_0 = -10$ м (или, как может быть сказано в условии задачи, левее 10 метров начала координат; если тело находится правее начала координат, то начальная координата будет положительной) и двигалось в положительном направлении оси OX со скоростью $\upsilon = 3$ м/с (то есть слева направо). Сделаем пояснительный рисунок

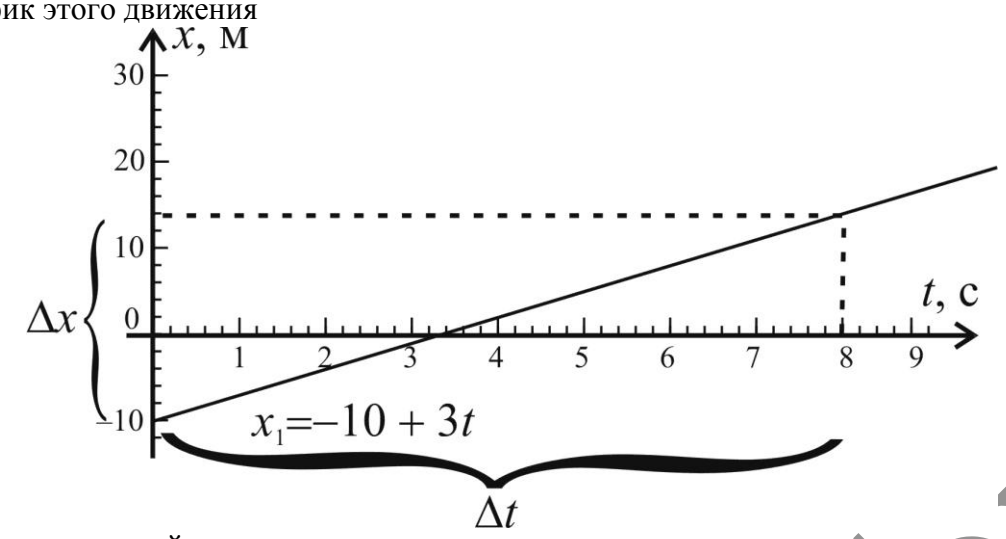



Уравнение движения тела примет вид (просто тупо подставляем наши данные в эталонное уравнение):

$$x = -10 + 3t.$$

www.et.by

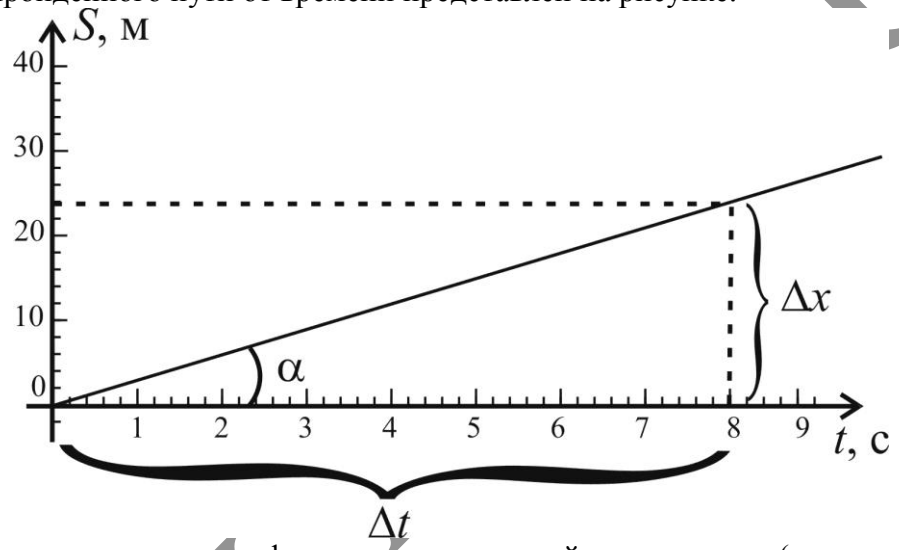
Построим график этого движения




Пройденный телом путь найдем из соотношения

$$S = \upsilon t.$$

График зависимости пройденного пути от времени представлен на рисунке.

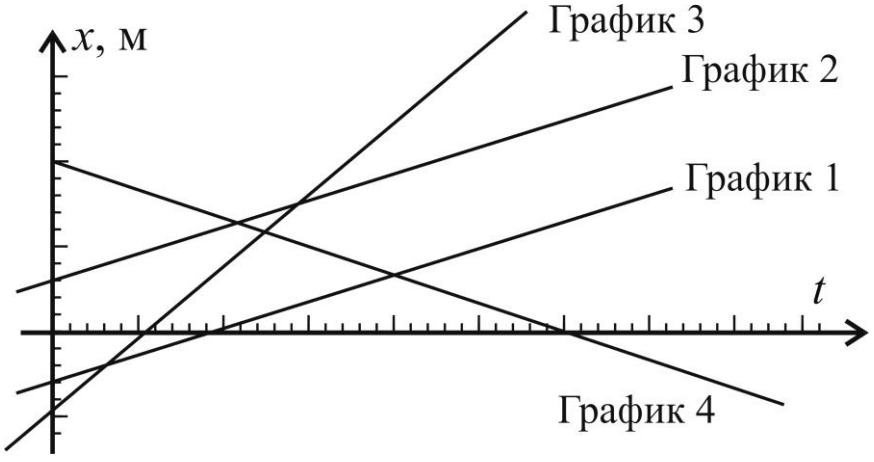



Обращаю Ваше внимание на то, что график зависимости пройденного пути (а путь при равномерном движении всегда будет равен перемещению) от времени начинается из начала координат и что путь **всегда растет**. Тангенс угла (отношение противолежащего катета к прилежащему) наклона графика зависимости координаты и пройденного пути от времени равен скорости движения тела

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \upsilon_x.$$

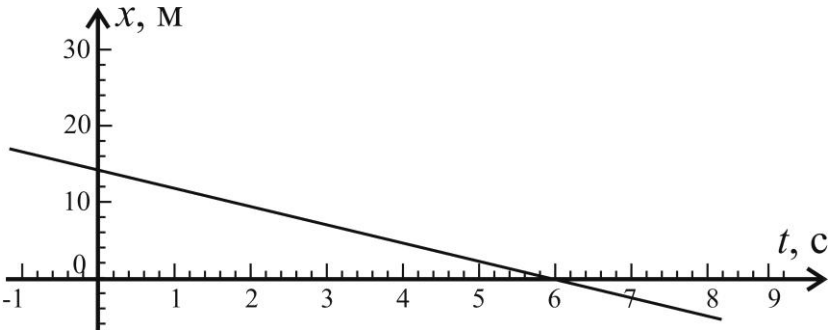
**ТО ЕСТЬ ЧЕМ «КРУЧЕ» ГРАФИК (ЧЕМ БОЛЬШЕ УГОЛ НАКЛОНА К ОСИ), ТЕМ БОЛЬШЕ СКОРОСТЬ ТЕЛА.**

Например, из графиков видно, что $\upsilon_1 = \upsilon_2$ (графики параллельны). При этом $\upsilon_3$ больше чем $\upsilon_1$ и $\upsilon_2$. При этом $\upsilon_4$ меньше $\upsilon_1$, $\upsilon_2$ и $\upsilon_3$ так как координата 4–го тела уменьшается. Следовательно его скорость отрицательна.

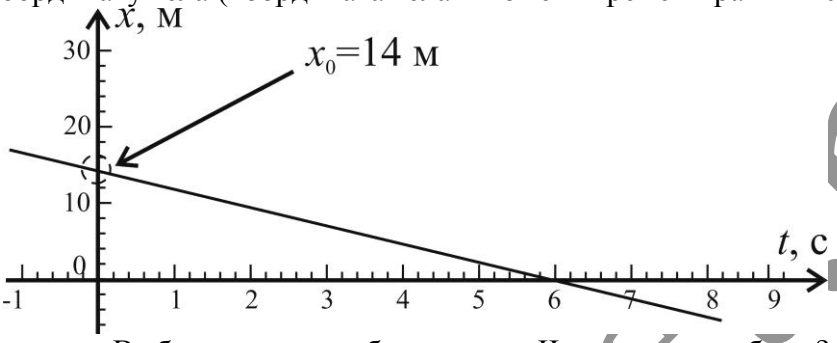



www.by

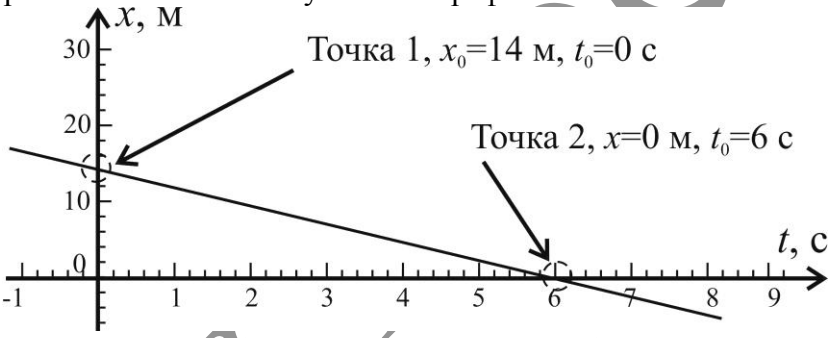
Однако из графика можно найти не только скорость, но и начальную координату. Это будет координата тела в момент времени нравный нулю. Путь у нас имеется движение, график которого представлен на рисунке




Находим начальную координату тела (координата тела в момент времени равный 0)




Теперь найдем скорость тела. Выбираем две удобные точки. Что значит удобные? Это такие точки, абсциссу и ординату которых мы можем точно узнать из графика



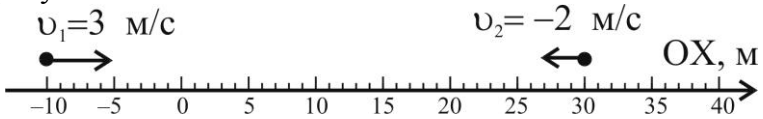

Обращаю Ваше внимание на то, то необязательно одна из точек будет в момент времени равный нулю.
Теперь найдем скорость тела

$$\upsilon_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{0 - (14)}{6 - 0} = -\frac{14}{6} = -\frac{7}{3} = -2{,}3 \text{ м/с}.$$

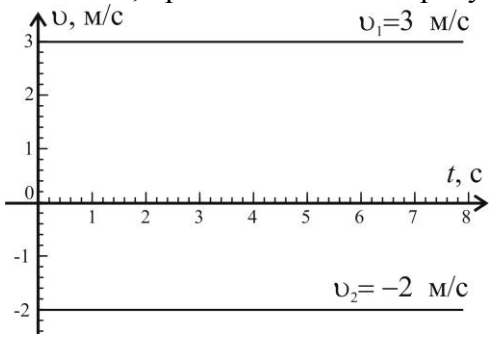
Скорость получается отрицательной. Но это и очевидно, так как координата тела уменьшается.
Уравнение движения для данного движения будет иметь вид

$$x = 14 - 2{,}3t.$$

Рассмотрим еще один пример. Пусть у нас имеется два тела, которые имеют начальные координаты и скорости, указанные на рисунке.




Из рисунка очевидно, что $x_{01} = -10$ м, $\upsilon_1 = 3$ м/с, $x_{02} = 30$ м, $\upsilon_2 = -2$ м/с. Следовательно графики зависимости скорости от времени будут иметь вид, представленный на рисунке.




www.e-.oy

При этом зависимости координат от времени примут вид:

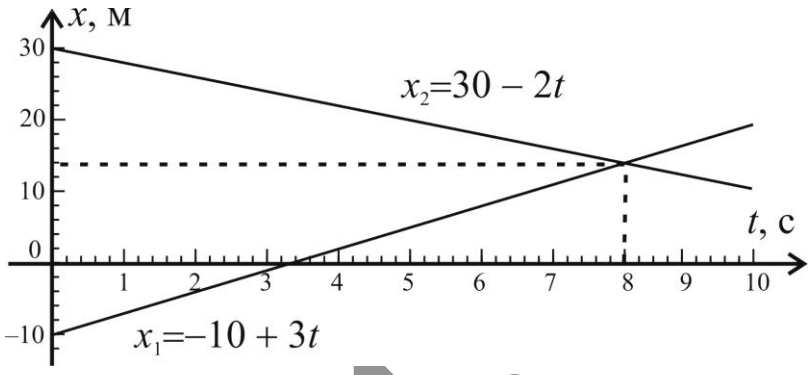
$x = x_0 + \upsilon t$ – эталонное уравнение

$x_1 = -10 + 3t$ – уравнение движения первого тела

$x_2 = 30 - 2t$ – уравнение движения второго тела

*(координата второго тела будет с течением времени уменьшаться, тело движется против положительного направления оси OX)*

Графики зависимостей координат тел от времени представлены на рисунке. Очевидно, что тела движутся навстречу друг другу и рано или поздно встретятся (то есть будут иметь одинаковую координату). При этом по графикам мы можем легко определить время и место встречи тел – точка пересечения графиков даст нам и время встречи ($t = 8$ с после начала отсчета времени) и место встречи ($x = 14$ м).




Время и место встречи можно так же легко определить при помощи уравнений движения $x_1 = -10 + 3t$ и $x_2 = 30 - 2t$.

**Условие встречи тел**

$x_1 = x_2$

**(тела находятся в одной точке пространства в один момент времени)**

$-10 + 3t = 30 - 2t$,

$5t = 40$,

$t = 8$ с, следовательно

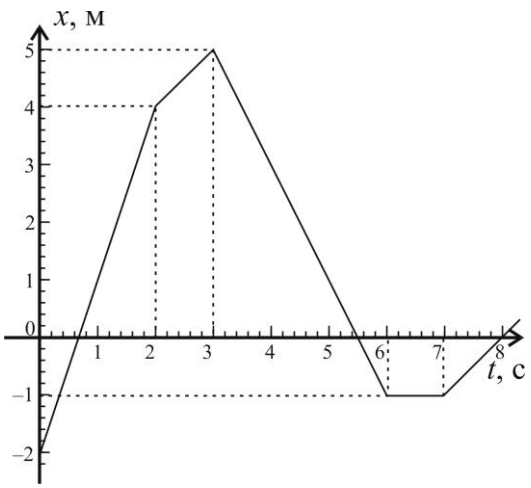
$x_1$ (8 с) $= -10 + 3*8 = -10+24 = 14$ м.

Аналогичный ответ получим, если подставим момент времени 8 с в уравнение движения второго тела. Проверим

$x_2$ (8 с) $= 30 - 2*8 = 30–16 = 14$ м.

Значит задача решена правильно – в момент времени 8 секунд оба тела будут иметь одинаковую координату 14 метров, то есть встретятся.

Рассмотрим движение, при котором скорость тела будет меняться. На следующем рисунке закон движения $x(t)$ тела изображен с помощью отрезков прямых линий. В математике подобные графики называются **кусочно–линейными**. Такое движение тела вдоль прямой **не является равномерным**. На разных участках этого графика тело движется с различными скоростями, которые также можно определить по наклону соответствующего отрезка к оси времени. В точках излома графика тело **мгновенно** изменяет свою скорость (на самом деле тело не может мгновенно поменять свою скорость, однако при решении задач этим фактом пренебрегают). На графике это происходит в моменты времени $t_1 = 2$ с, $t_2 = 3$ с, $t_3 = 6$ с и $t_4 = 7$ с.




По графику движения нетрудно определить, что:

- на интервале ($t_0$; $t_1$) тело двигалось со скоростью $\upsilon_{01} = 3$ м/с (тело изменило свою координату на 6 метров (с –2 до +4 метров) за 2 секунды),
- на интервале ($t_1$; $t_2$) – со скоростью $\upsilon_{12} = 1$ м/с,
- на интервале ($t_2$; $t_3$) – со скоростью $\upsilon_{23} = -2$ м/с,
- на интервале ($t_3$; $t_4$) тело покоилось (координата тела не менялась, следовательно скорость тела равна 0)
- на последнем интервале ($t_4$; $t_5$) – со скоростью $\upsilon_{45} = 1$ м/с.

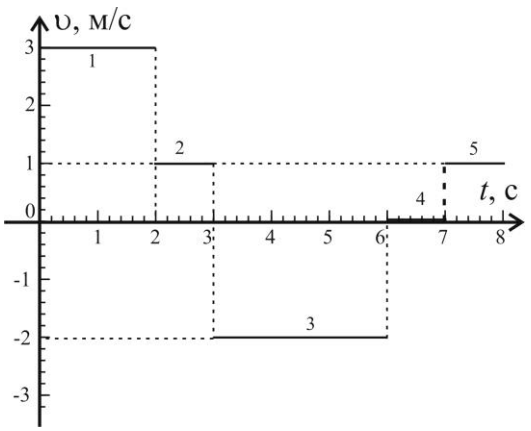


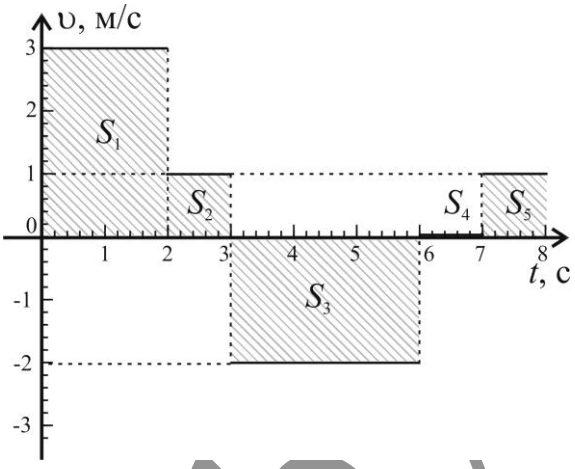

График скорости для такого движения представлен на следующем рисунке.

**ПРИ ЭТОМ ПЛОЩАДЬ ПОД ГРАФИКОМ СКОРОСТИ ЧИСЛЕННО ПОЗВОЛЯЕТ НАЙТИ ПУТЬ И ПЕРЕМЕЩЕНИЕ** (это относится **не только** к равномерному движению).

Если мы хотим найти **ПУТЬ**, то мы должны **СЛОЖИТЬ** площади ограниченные графиком скорости

www.repet.

над и под осью времени. Если мы хотим найти **ПЕРЕМЕЩЕНИЕ**, то площади **НАД ОСЬЮ** времени мы берем со знаком **«ПЛЮС», ПОД** – со знаком **«МИНУС»** и суммируем**.**




Следует отметить, что при кусочно–линейном законе прямолинейного движения тела пройденный путь *l* не всегда совпадает с перемещением *S*. Например, для закона движения, изображенного на рисунке, перемещение тела на интервале времени от 0 с до 8 с равно $S = 2$. За это время тело прошло путь $L = 14$ м. Это происходит потому, что скорость тела меняет свое направление, то есть тело сначала едет вперед, а потом возвращается назад. В итоге путь растет (как и всегда), а перемещение уменьшается.

Используя то, что **ПЛОЩАДЬ ПОД ГРАФИКОМ СКОРОСТИ ЧИСЛЕННО РАВНА ПРОЙДЕННОМУ ТЕЛОМ ПУТИ** легко найдем, что:

$$S_1 = \upsilon_1 \Delta t_1 = 3 \cdot 2 = 6 \text{ м.}$$

$$S_2 = \upsilon_2 \Delta t_2 = 1 \cdot 1 = 1 \text{ м.}$$

$$S_3 = \upsilon_3 \Delta t_3 = -2 \cdot 3 = -6 \text{ м}$$

(тело двигалось в направлении, обратном направлению оси OX).

$$S_4 = \upsilon_4 \Delta t_4 = 0 \cdot 1 = 0 \text{ м.}$$

(тело покоилось)

$$S_5 = \upsilon_5 \Delta t_5 = 1 \cdot 1 = 1 \text{ м.}$$

Таким образом пройденный телом **путь** равен

$$L = |S_1| + |S_2| + |S_3| + |S_4| + |S_5| = 6 + 1 + 6 + 1 = 14 \text{ м.}$$

**Перемещение** тела составляет

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = 6 + 1 - 6 + 1 = 2 \text{ м.}$$

Средняя **путевая** скорость тела

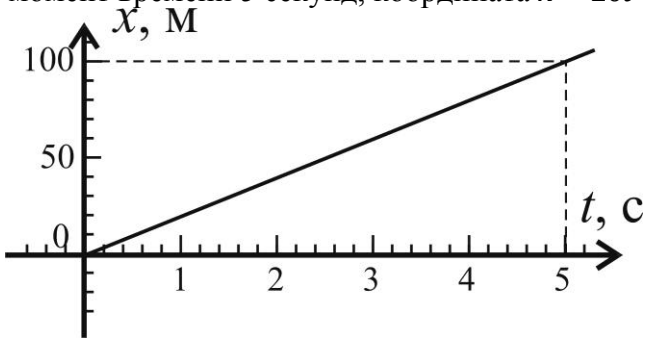
$$\upsilon = \frac{\textit{весь путь}}{\textit{все время}} = \frac{L}{t} = \frac{|S_1| + |S_2| + |S_3| + |S_4| + |S_5|}{t} = \frac{14}{8} = 1{,}75 \text{ м/с.}$$

Средняя скорость **перемещения** тела

$$\upsilon = \frac{\textit{перемещение}}{\textit{все время}} = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5}{t} = \frac{2}{8} = 0{,}25 \text{ м/с.}$$

**ПРИМЕР.** *Движение тела описывается уравнением* $x = 20t$. *Необходимо: 1. определить характер движения; 2. найти начальную координату тела; 3. определить модуль и определить направление скорости; 4. найти графический и аналитический координату тела через 15 секунд; 5. определить время (t), когда* $x = 100$ *м.*

Построим график движения тела по двум точкам. Первая точка – момент времени 0, координата $x = 20t = 0$ *м*. Вторая точка – момент времени 5 секунд, координата $x = 20t = 100$ *м.*




Ну а теперь приступим к решению задачи.

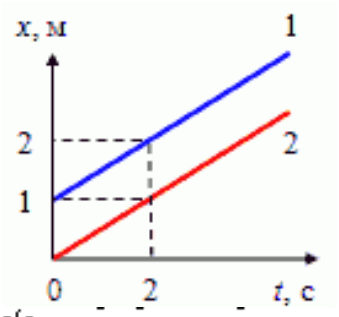
1. Уравнение $x = x_0 + \upsilon t$ это равномерное прямолинейное движение.

2. Начальная координата точки $x_0 = 0$, так как свободное слагаемое отсутствует. Есть еще один способ найти начальную координату. Просто подставляем вместо времени 0.

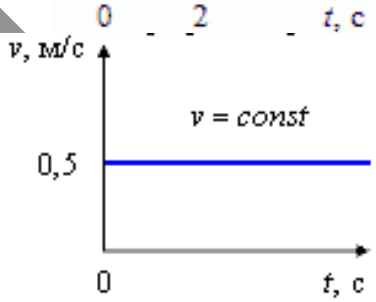
www.repet.by

3. Скорость точки – это коэффициент при $t$, то есть $\upsilon = 20$ м/с. Скорость положительна, следовательно, точка движется вдоль выбранного направления оси координат $x$.
4. Через 15 с координата точки будет равна $x = 300$ м. Графически – нарисовать в осях координат $x(t)$ по точкам прямую, которая будет проходить через точки (0 с; 0 м) и (15 с; 300 м). Через 15 с координата (по графику) будет 300 м.
5. При $x = 100$ м: $100 = 20t$, отсюда $t = 5$ с.

**ПРИМЕР.** *На рисунке представлены графики зависимости координаты двух тел от времени. Графики каких зависимостей показаны? Какой вид имеют графики зависимости скорости и пути пройденного телом, от времени?*




На рисунке показаны графики **равномерного** движения тел.
1. В начальный момент времени $t = 0$ первое тело имеет начальную координату $x_{01} = 1$ м, второе тело – координату $x_{02} = 0$.
2. Оба тела движутся в направлении оси $x$, так как координата возрастает с течением времени.
3. Уравнение движения для равномерного прямолинейного движения имеет вид: $x = x_0 + \upsilon t$.




Тогда для первого и второго тела соответственно:

$$x_1 = x_{01} + \upsilon_1 t \text{ и } x_2 = x_{02} + \upsilon_2 t$$

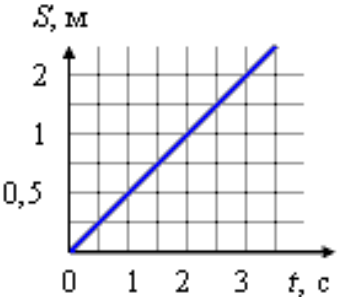
или

$$x_1 = 1 + \upsilon_1 t,\ x_2 = \upsilon_2 t.$$

Определим скорости первого и второго тела:

$$\upsilon_1 = \frac{x_1 - x_0}{t} = \frac{2-1}{2} = 0{,}5 \text{ м/с.},$$

$$\upsilon_2 = \frac{x_2 - x_0}{t} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ м/с.}$$




4. Уравнения скорости имеют вид:

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 = 0{,}5 \text{ м/с.}$$

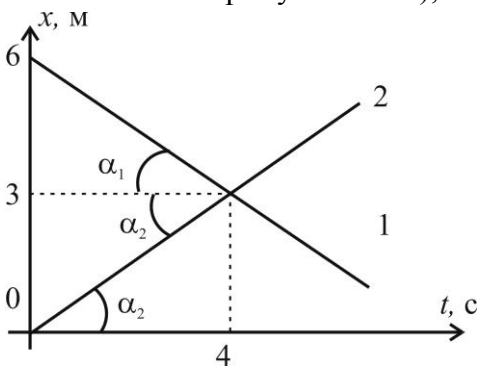
5. Так как $S = \upsilon t$, то уравнение пути

$$S = 0{,}5t.$$

Уравнение будет одно и то же для обоих движений, так как скорости тел одинаковы.

**ПРИМЕР.** *Графики каких движений показаны на рисунке? Как отличаются скорости движения этих тел? В какой момент времени тела встретились? Какие пути тела прошли до встречи?*

Так как координата тела линейно зависит от времени (график представляет собой прямую линию), то можно утверждать, что движение равномерное и прямолинейное, причем по отношению к точке отсчета (0; 0) у первого тела координата убывает, а у второго наоборот – возрастает. Первое тело движется против оси $x$, второе по направлению оси координат.




Чтобы ответить на вопрос об отличии скоростей, определим их из уравнения $\upsilon_x = \frac{x - x_o}{t}$, тогда

$$\upsilon_{1x} = \frac{3-6}{4}\frac{\text{м}}{\text{с}} = -0{,}75\frac{\text{м}}{\text{с}} \text{ и } \upsilon_{2x} = \frac{3-0}{4}\frac{\text{м}}{\text{с}} = 0{,}75\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Скорости тел равны по абсолютному значению, но противоположны по направлению. Зная также, что

$$\upsilon = \text{tg}\alpha$$

(геометрический смысл скорости) и сравнивая углы наклонов графиков движения тел к оси $t$, приходим к выводу, что углы одинаковы, следовательно, скорости равны.

Точка пересечения двух прямых означает, что тела встретились, т. е. время встречи $t = 4$ с, а координата $x$=3 м. Так как движение равномерное и прямолинейное, то $S = x - x_0$. Находим пути пройденные телами до встречи:

$$S_1 = |x_1 - x_{01}| = |(3-6)\text{м}| = 3 \text{ м},\ \ S_2 = x_2 - x_{02} = (3-0)\text{м} = 3 \text{ м}.$$

www.repet

**ПРИМЕР.** *Со станции вышел товарный поезд, идущий со скоростью 20 м/с. Через 10 минут по тому же направлению вышел экспресс, скорость которого 30 м/с. На каком расстоянии (в км) от станции экспресс нагонит товарный поезд?*

Будем отсчитывать время от момента старта товарного поезда, а координаты поездов – от станции. Для товарного поезда

$$x_1 = \upsilon_1 t,$$

а для экспресса в тот же момент времени

$$x_2 = \upsilon_2(t - \Delta t),$$

где $\Delta t$ – запаздывание по времени начала движения. В момент встречи поезда находятся в одной точке пространства, т.е. их координаты равны

$$x_1 = x_2 \text{ (условие встречи), то есть } \upsilon_1 t = \upsilon_2 (t - \Delta t)$$

откуда выражаем время $t$ и находим координату встречи

$$x = \frac{\upsilon_1 \upsilon_2 \Delta t}{\upsilon_2 - \upsilon_1} = 36 \text{ км}.$$

## ТЕСТ 1.12.

**1.** Движения двух тел задаются уравнениями: $x_1 = -1 + 2t$ (м) и $x_2 = 1 + 1{,}5t$ (м). Определить расстояние между ними через две секунды.

**1.** 3 м **2.** 4 м **3.** 5 м **4.** 7 м **5.** 1 м

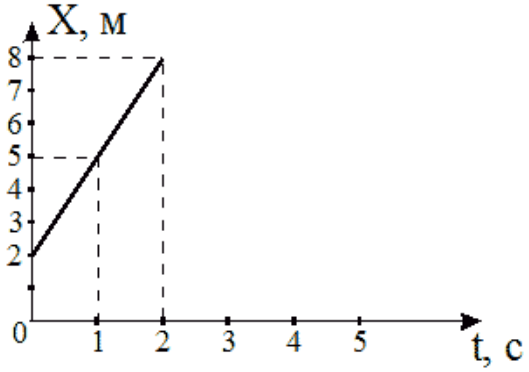
**2.** Равномерно и прямолинейно движущаяся в системе отсчета x,y материальная точка за 10 с переместилась из точки $A(-10,-20)$ в точку $B(+20,+20)$. Скорость точки была равна:

**1.** 1 м/с **2.** 7 м/с **3.** 5 м/с 4. 25 м/с

**3.** Уравнения проекций вектора перемещения материальной точки: $x=2+4t$; $y=5+3t$. Скорость точки равна:

**1.** 4 м/с **2.** 7 м/с **3.** 25 м/с **4.** 5 м/с

**4.** Используя информацию приведенную на рисунке определить проекцию скорости.




**1.** 2 м/с **2.** 6 м/с **3.** 4 м/с **4.** 3 м/с **5.** 5 м/с

**5.** При движении вдоль оси $X$ координата тела меняется по закону $x=(2+3t)$ м, где $t$ – время в секундах. Какой путь проходит тело за 3 с движения?

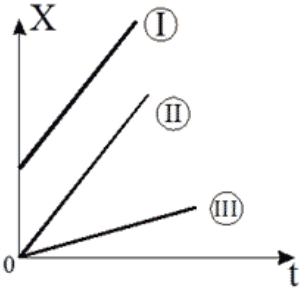
**1.** 7 **2.** 8 **3.** 9 **4.** 10

**6.** По оси $X$ движутся две точки, координаты которых меняются по законам $x_1=10+2t$ и $x_2=4-5t$. Точки встретятся в момент времени:

**1.** точки вообще не встретятся

**2.** 2 с **3.** 3 с **4.** 3,5 с

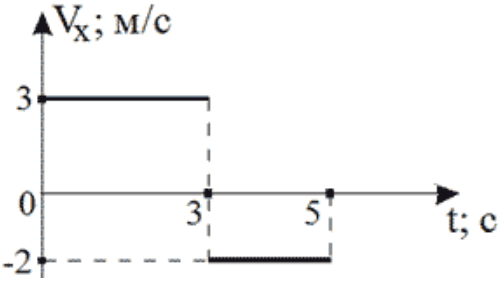
**7.** На рисунке представлен график зависимости координат от времени для трех тел. В каком из нижеприведенных соотношений между собой находятся скорости этих тел?




**1.** $\upsilon_1 > \upsilon_2 > \upsilon_3$ **2.** $\upsilon_1 < \upsilon_2 < \upsilon_3$ **3.** $\upsilon_1 = \upsilon_2 < \upsilon_3$

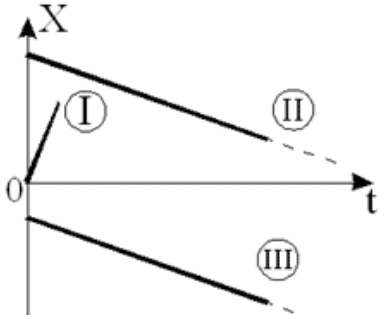
**4.** $\upsilon_1 = \upsilon_3 > \upsilon_2$ **5.** $\upsilon_1 = \upsilon_2 > \upsilon_3$

**8.** На рисунке приведен график зависимости проекции скорости некоторого тела от времени. Определить проекцию перемещения этого тела за 5 с после начала движения.




**1.** 5 м **2.** 13 м **3.** –1 м **4.** 9 м **5.** 15 м

**9.** На рисунке представлен график зависимости координат от времени для трех тел. В каком из нижеприведенных соотношений находятся между собой абсолютные значения скоростей тел?

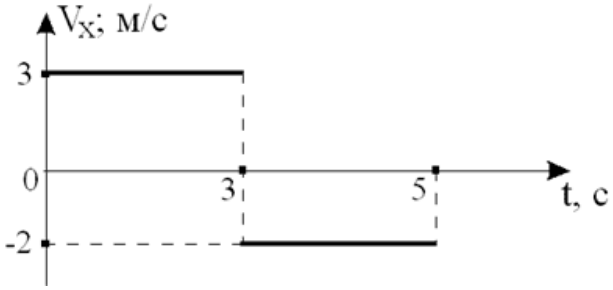



**1.** $\upsilon_1 > \upsilon_2 > \upsilon_3$ **2.** $\upsilon_1 < \upsilon_2 < \upsilon_3$ **3.** $\upsilon_1 = \upsilon_2 > \upsilon_3$

**4.** $\upsilon_1 < \upsilon_2 = \upsilon_3$ **5.** $\upsilon_1 > \upsilon_2 = \upsilon_3$

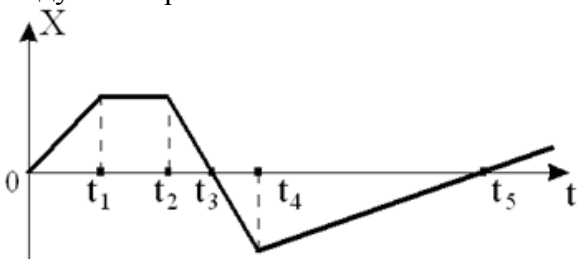
www.repetitor.by

**10.** На рисунке приведен график зависимости проекции скорости тела от времени. Определить путь, пройденный телом за 5 с.



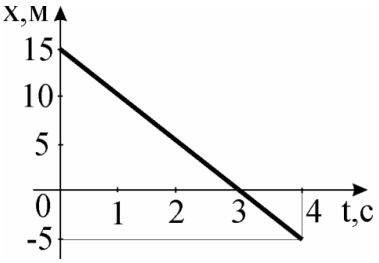

**1.** 5 м **2.** 13 м **3.** –1 м **4.** 9 м **5.** 15 м

**11.** Какой из нижеприведенных интервалов времени соответствует движению с наибольшей по модулю скоростью?



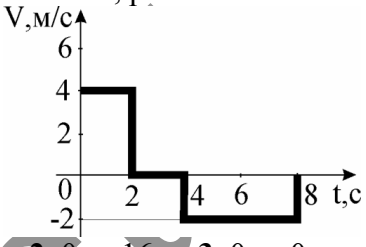

**1.** [0; $t_1$) **2.** ($t_1$; $t_2$) **3.** ($t_2$; $t_3$) **4.** ($t_3$; $t_5$) **5.** ($t_2$; $t_4$)

**12.** По графику зависимости координаты от времени определите величину проекции вектора скорости:



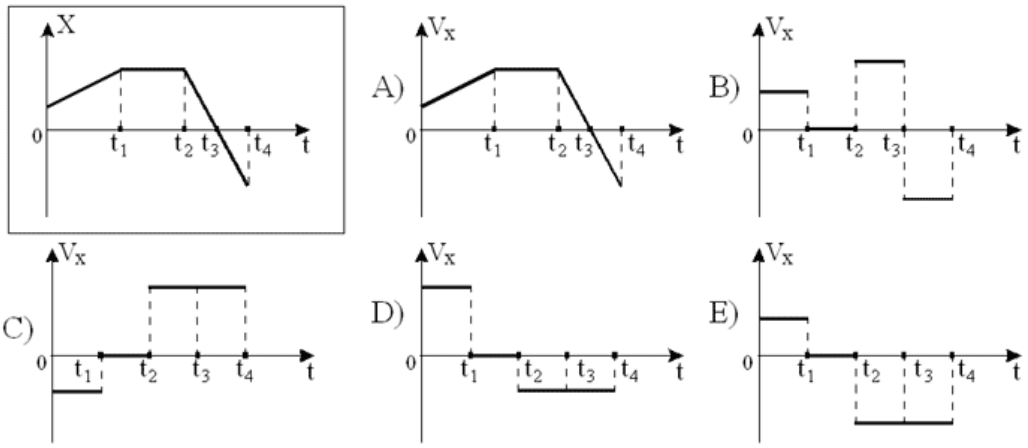

**1.** – 5 м/с **2.** 5 м/с **3.** –15 м/с **4.** 20 м/с **5.** 10 м/с

**13.** На рисунке представлен график зависимости скорости прямолинейного движения точки от времени. Перемещение и путь, пройденные точкой за 8 с движения, равны:

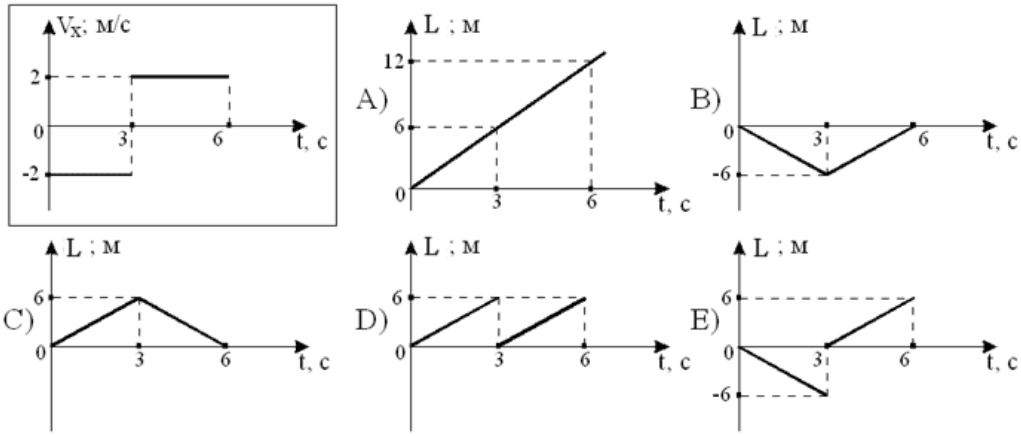



**1.** 16 м, 0 м **2.** 0 м, 16 м **3.** 0 м, 0 м
**4.** 4 м, 4 м **5.** 8 м, – 8 м

**14.** Координата движущегося тела изменяется с течением времени так, как показано на рисунке. Какой из нижеприведенных графиков наиболее точно отражает зависимость проекции скорости этого тела от времени?




**15.** Какой из нижеприведеных графиков соответствует зависимости пройденного пути от времени, для тела проекция скорости которого изменяется так, как показано на рисунке?




| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 3 | 4 | 4 | 3 | 1 | 5 | 1 | 5 | 2 | 5 | 1 | 2 | E | A |

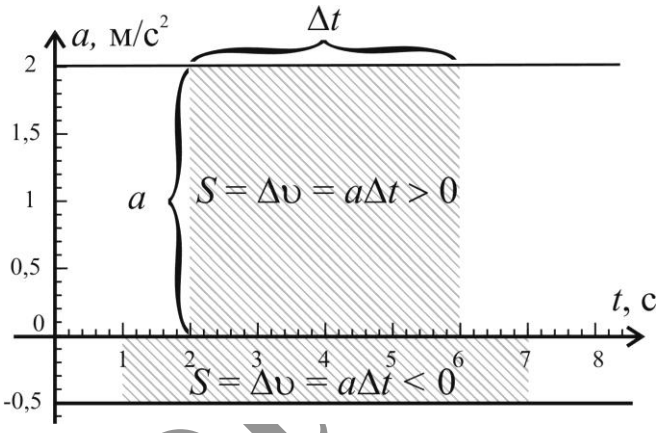
# 1.13. Графическое представление равноускоренного движения

Напомню, что ускорением тела $\vec{a}$ называют отношение изменения скорости $\Delta\vec{\upsilon}$ к промежутку времени $t$, в течение которого происходило изменение скорости:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{t} = \frac{\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_0}{t}$$

Если тело **не изменяло направление** скорости движения, то в скалярном виде

$$a = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t}.$$




Зная начальную скорость тела и ускорение, с которым оно движется, можно найти скорость тела в любой момент времени по формуле, которая следует из определения ускорения

$$\upsilon = \upsilon_0 + at.$$

Например, $x_0 = 10$ м (на начальном этапе решения начальная координата нам не нужна, однако чуть позже мы о ней вспомним), $\upsilon_0 = 4$ м/с, $a = 2$ м/с$^2$. Зависимость скорости от времени будет иметь вид

$$\upsilon = \upsilon_0 + at = 4 + 2t.$$

Зная уравнение зависимости скорости от времени мы можем решить и обратную задачу – по данному уравнению определить начальную скорость и ускорение тела. Например, нам дано уравнение

$$\upsilon = 3 - t.$$

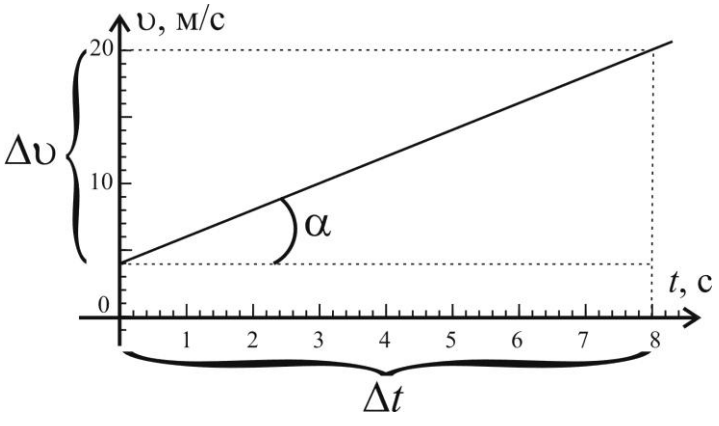
Начальная скорость равна свободному коэффициенту. В нашем случае $\upsilon_0 = 3$ м/с. Ускорение это коэффициент перед $t$. В нашем случае $a = -1$ м/с$^2$ (не забываем, что любая переменная равна переменной умноженной на 1; например, $x = x \bullet 1$). Получается, что тело движется в вдоль оси OX (начальная скорость положительна) и замедляется (ускорение отрицательно).

При ускоренном движении ускорение тела всегда будет постоянной величиной.

**При этом площадь под графиком ускорения (см. рисунок) будет равна величине, на которую тело изменило свою скорость.**

Ускорение так же может быть отрицательным (например, когда тело тормозит). Тогда изменение скорости тоже будет отрицательной величиной (см. рисунок выше).

График зависимости скорости от времени будет иметь вид, представленный на следующем рисунке.




Из графика достаточно просто найти ускорение, с которым движется тело (алгоритм аналогичен алгоритму, приведенному в предыдущей теме). Оно будет численно равно тангенсу угла наклона графика к оси времени

$$a = \operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{\Delta t} = \frac{(20-4)\text{м/с}}{8\text{с}} = 2\ \text{м/с}^2.$$

Чем больше угол α, который образует график скорости с осью времени, то есть чем больше наклон графика (**крутизна**), тем больше ускорение тела. Соответственно, если у двух графиков зависимости скорости от времени будут одинаковые углы наклона к оси времени, значит ускорения этих двух тел будут равны.

Путь при равноускоренном движении (**если тело не меняло направление своего движения**) рассчитывается по формуле

$$S = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$$

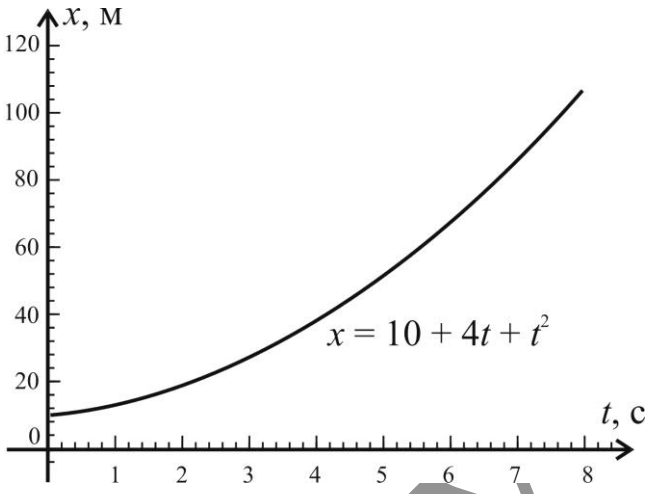
Вспомним, что путь равен изменению координаты тела $S = x - x_0$, следовательно

$$x - x_0 = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

www.repet

Откуда получаем **зависимость координаты тела от времени при ускоренном движении**

$$x = x_0 + \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}.$$




Если движение равномерное ($a = 0$), то получаем формулу для изменения координаты при равномерном движении (см. предыдущую тему)

$$x = x_0 + \upsilon_0 t.$$

**То есть формула универсальна (подходит для любого вида движения).** Таким образом, зависимость координаты от времени при ускоренном движении для нашего примера имеет вид (вот теперь вспоминаем о значении начальной координате тела)

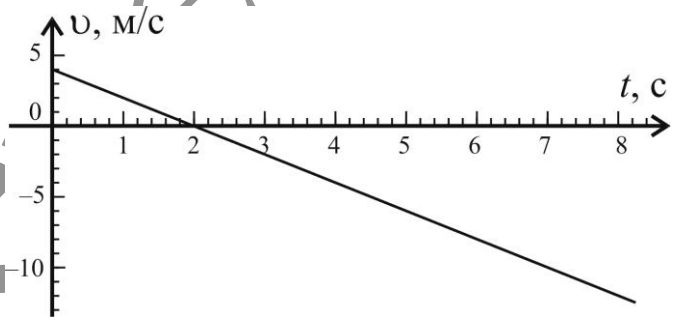
$$x = x_0 + \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2} = 10 + 4t + \frac{2t^2}{2} = 10 + 4t + t^2.$$

Графически зависимость представлена на рисунке (см. выше) и представляет собой параболу.

Рассмотрим еще один пример. Например, $x_0 = 10$ м, $\upsilon_0 = 4$ м/с, $a = -2$ м/с$^2$. Зависимость скорости от времени будет иметь вид

$$\upsilon = \upsilon_0 + at = 4 - 2t.$$

**То, что ускорение отрицательно, еще не значит, что движение тела всегда будет замедленным.**

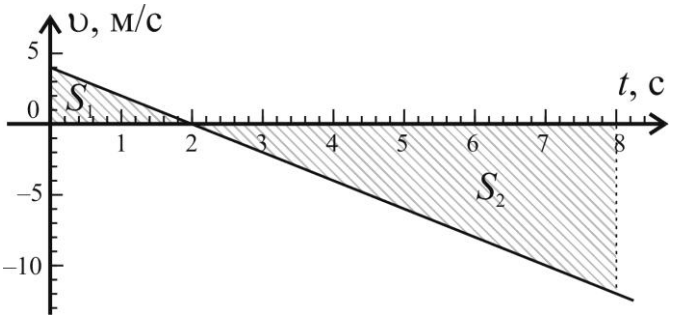



Посмотрите на представленный на рисунке график зависимости скорости от времен. Из графика видно, что в момент времени 2 секунды скорость тела стала равна нулю, а потом скорость тела начинает увеличиваться. Правда, ее значения будут отрицательными. Что это означает?

С момента времени 0 с до момента времени 2 с тело действительно двигалось замедленно с ускорением 2 м/с$^2$. В момент времени 2 с тело на мгновенье остановилось и начало двигаться в **обратную** сторону **ускоренно**.

Поэтому, в случаях, когда $a < 0$ нельзя всегда однозначно сказать что это будет за движение. Всегда важно знать, куда направлена скорость тела в данный момент времени. Если начальная скорость положительна (как в нашем примере), то сначала движением замедленное, а потом ускоренное. Если начальная скорость меньше нуля, то движение будет только ускоренным. Просто тело будет двигаться в сторону, противоположную положительному направлению выбранной нами оси. Аналогично, если $a > 0$, это не означает, что движение тела будет ускоренным. Все зависит от направления начальной скорости тела и ускорения тела (вспоминайте тему 1.06.).

График скорости позволяет так же, как и для равномерного движения определить **проекцию перемещения** $S$ тела за некоторое время $t$ и пройденный за это время **путь**. Проекция перемещения численно равна площади под графиком скорости (см. рисунок). При этом если эта площадь находится **под** осью времени, то знак проекции **отрицательный**, **над** – **положительный**. Таким образом, для нашего случая (перемещение мы находим как площадь треугольника – половина произведения основания (промежуток времени) на высоту (изменение скорости))




$$S = S_1 - S_2 = \frac{1}{2}2 \cdot 4 - \frac{1}{2}6 \cdot 12 = 4 - 36 = -32 \text{ м}.$$

То есть тело переместилось на 32 м относительно начального положения **против** выбранной нами оси. Точно такой же результат для перемещения получим, если применим формулу

$$S = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2} = 4 \cdot 8 + \frac{-2 \cdot 8^2}{2} = 32 - 64 = -32 \text{ м}.$$

www.re-st.by

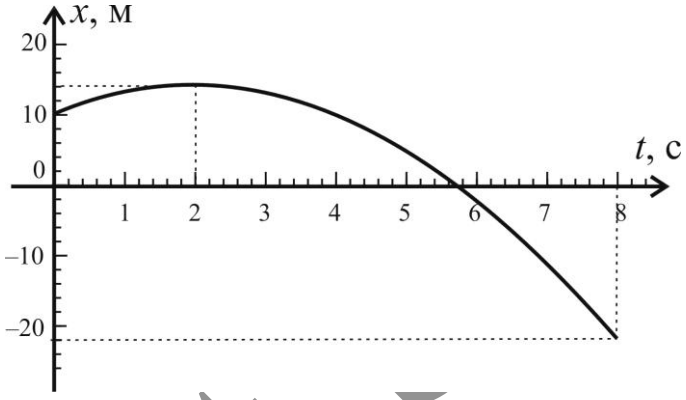
**Путь** будет равен алгебраической **сумме** перемещений (напомню, что путь только увеличивается)

$$L = S_1 + S_2 = \frac{1}{2}2\cdot 4 + \frac{1}{2}6\cdot 12 = 4 + 36 = 40 \text{ м}.$$

Зависимость координаты от времени для такого движения будет выражена соотношением

$$x = x_0 + \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2} = 10 + 4t - \frac{2t^2}{2} = 10 + 4t - t^2.$$

График зависимости координаты от времени представлен на рисунке. Обратите внимание на то, что ветви параболы смотрят вниз. Это значит, что в момент времени 2 секунды имея координату 14 м (вершина параболы) тело остановилось, развернулось и начало ускоренное движение в обратном направлении. Однако часто встречаются и обратные задачи. Например, дано уравнение движения




$$x = 10 - 5t^2.$$

Стоит задача описать это движение. Перед решением немного изменим уравнение (при этом мы не внесем изменения, влияющие на условие задачи)

$$x = 10 + 0\cdot t - \frac{10t^2}{2}.$$

А теперь сравним наше уравнение с эталонным (лучше записывать их друг под другом)

$$x = x_0 + \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

$$x = 10 + 0\cdot t - \frac{10t^2}{2}.$$

Очевидно, что $x_0 = 10$ м. Коэффициент перед $t$ равен нулю (если не изменять вид уравнения, то можно просто обратить внимание на то, что слагаемого с $t$ нет). Следовательно, $\upsilon_0 = 0$. Далее (если не переписать в измененном виде) обычно все делают типичную ошибку и говорят, что $a = -5$ м/с$^2$ (смотрим на оригинал уравнения $x = 10 - 5t^2$).

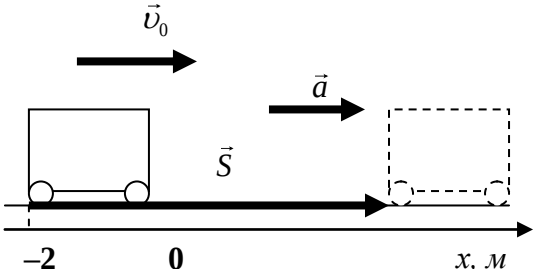
На самом деле перед $t^2$ стоит **половина ускорения** (именно поэтому мы и переписали уравнение в измененном виде), следовательно $a = -10$ м/с$^2$.

Теперь найти зависимость скорости от времени и перемещения от времени, а так же построить графики этих зависимостей не составит труда.

**ПРИМЕР.** *Движение тела задано уравнением* $x = -2 + 4t + t^2$. *Сделать пояснительные рисунок и описать движение тела. Найти его основные характеристики.*

Сравнивая основное уравнение

$$x = x_0 + \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$$




и уравнение движения тела, замечаем, что $x_0 = -2$ м, $\upsilon_{0x} = 4$ м/с, $a_x = 2$ м/с$^2$ (не сделайте очень распространенную ошибку, не потеряйте двойку!!!) Это значит, что тело начало двигаться из точки, лежащей на 2 м левее начала координат, по оси OX со скоростью 4 м/с. Ускорение тела также направлено по оси OX. Так как начальная скорость и ускорение направлены в одну сторону, то тело разгоняется.

**ПРИМЕР.** *Движение тела задано уравнением* $x = -2t^2 + 8 + 32t$. *Описать движение тела и найти его координату в момент остановки.*

Сравнивая уравнение движения с основным уравнением, определяем, что $x_0 = 8$ м, $\upsilon_{0x} = 32$ м/с, $a_x = -4$ м/с$^2$. Таким образом, тело начало движение из точки, лежащей на 8 м правее начала координат со скоростью 32 м/с. поскольку начальная скорость направлена по оси OX, а ускорение – **против**, то тело тормозит. Составим уравнение для скорости движения тела. Нам известно, что $\upsilon = \upsilon_0 + at$. Нас инте-

www.repet.

ресует момент времени, когда тело остановится, то есть, его скорость обратится в нуль. Подставляем найденные численные данные, и получаем

$$0 = 32 - 4t\,.$$

Отсюда легко находим момент остановки $t = 8$ с, подставляем его в уравнение для координаты и окончательно получаем: $x_{ост} = 136$ м.

**ПРИМЕР**. *Движение двух тел задано уравнениями* $x_1 = 150 - 10t$ *и* $x_2 = 4t^2$. *Определить координату места встречи тел.*

Заметим, что в момент встречи координаты тел равны. Получаем уравнение

$$x_1 = x_2 \Rightarrow 150 - 10t = 4t^2\,.$$

Решаем его и находим ответы: $t_1 = 5$ с и $t_2 = -7,5$ с. По смыслу выбираем первый ответ и подставляем его в любое из уравнений движения (напомним, что в момент встречи координаты тел равны). Окончательно $x_{встр} = 100$ м.

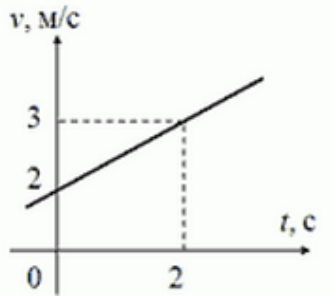
**ПРИМЕР**. *Уравнения движения материальной точки имеют вид x=1+2t; y=3+1,5t. Чему равна скорость ее движения?*

Из уравнений находим, что $\upsilon_x = 2$ м/с, а $\upsilon_y = 1,5$ м/с. Зная две проекции вектора скорости, находим его модуль по теореме Пифагора $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = 2,5$ м/с.

**ПРИМЕР.** *Зависимость скорости от времени движущегося тела задана следующей формулой:* $\upsilon = 2 + 0,5t$. *Опишите это движение (укажите значение характеризующих его величин). Постройте график* $\upsilon(t)$.

Уравнение скорости для равноускоренного движения имеет вид $\upsilon = \upsilon_0 + at$. Сопоставляя уравнение, заданное по условию задачи, с уравнением $\upsilon = 2 + 0,5t$, находим:

$$\upsilon_0 = 2 \text{ м/с}, a = 0,5 \text{ м/с}^2.$$



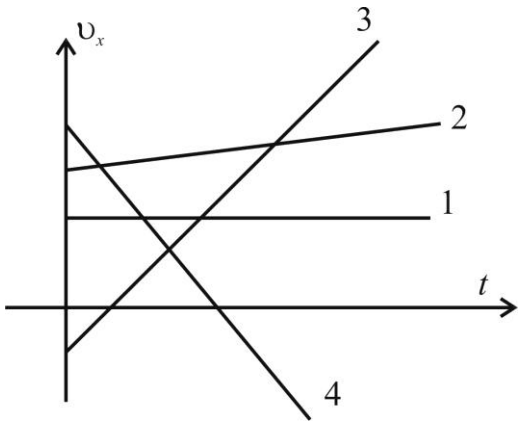

Тело движется вдоль оси координат с начальной скоростью 2 м/с равноускоренно с ускорением 0,5 м/с. Знак скорости «+» указывает на направление движения (вдоль выбранной оси координат). Так вектора скорости и ускорения совпадают, то тело разгоняется. Остановки не предвидится.

Для построения графика достаточно двух точек:

1) $t = 0$, $v = 3$ м/с; 2) $t = 2$ с, $v = 3$ м/с.

Наносим их на оси координат и соединяем.

**ПРИМЕР.** *Охарактеризуйте движения тел, графики проекций скоростей которых представлены на рисунке.*




В момент времени $t = 0$ определим начальные скорости тел: $\upsilon_1$, $\upsilon_2$, $\upsilon_3$, $\upsilon_4$. Причем у 1, 2, 4 начальная скорость положительная, а у тела 3 начальная скорость отрицательная. По вертикальной оси $\upsilon$ определим, что максимальная начальная скорость у 4–го тела, а минимальная – у 3–го. У первого тела скорость постоянна на протяжении всего движения $\upsilon_{01} = const$, то есть движение равномерное и прямолинейное. Второе и третье тело движутся равноускоренно с ускорением $a > 0$. Четвертое тело движется равно замедленно $a < 0$. Геометрический смысл ускорения

$$a = \frac{\upsilon - \upsilon_o}{t} = \operatorname{tg}\alpha,$$

по углу наклона графика скорости можно сравнить ускорения тел: самое большое ускорение имеет 4–*е* тело, минимальное ускорение имеет 2–е тело. У 1–го тела ускорение $a = 0$.

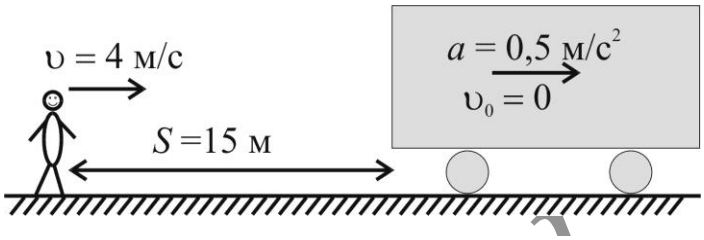
Точки пересечения графиков 3 и 4 с осью времени означают смену направления движения и скорости, то есть являются точками поворота тел. В этих точках тело останавливается и его мгновенная скорость равна нулю. После поворота тело движется в противоположную первоначальному направлению движения сторону с таким же ускорением и с возрастающей скоростью.

www.repet.by

**ПРИМЕР.** *Когда пассажиру осталось дойти до двери вагона 15 м, поезд тронулся с места и стал разгоняться с ускорением 0,5 м/с$^2$. Пассажир побежал со скоростью 4 м/с. Через сколько времени он достигнет двери вагона?*

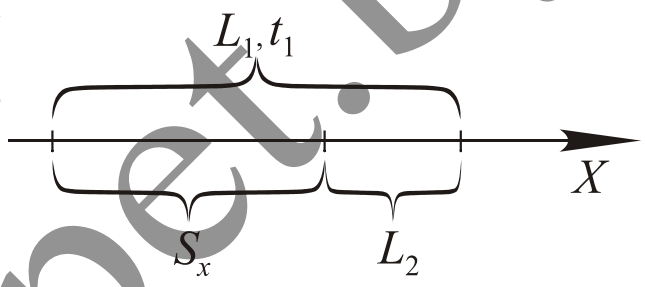
При решении задач о встрече двух тел удобно использовать координаты этих тел, а не их перемещения, так как в этом случае наиболее простой вид принимает условие встречи: в момент встречи координаты тел равны. Запишем координаты пассажира $x_1(t)$ и двери вагона $x_2(t)$ в зависимости от времени, считая начальную координату человека равной нулю

$$x_1 = \upsilon t,\ \ x_2 = S + \frac{at^2}{2},$$




где $S$ – начальное расстояние между человеком и дверью вагона. Условие встречи $x_1 = x_2$ приводит к квадратному уравнению, которое имеет два корня: $t_1$=6 с и $t_2$=10 с. Ответом задачи является меньший корень, так как человек не будет пробегать мимо двери и ждать, когда она его догонит.

**ПРИМЕР.** *В системе единиц СИ зависимость от времени проекции $\upsilon_x$ вектора скорости точки, движущейся вдоль координатной оси OX, описывается уравнением $\upsilon_x = 10 – 2{,}0t$. Определите путь, пройденный точкой за 6,0 с.*




Поскольку проекция $\upsilon_x$ вектора скорости точки зависит от времени по линейному закону, точка движется с постоянным ускорением, причем проекция на ось $OX$ ее начальной скорости $\upsilon_0$ = 10 м/с, а проекция ускорения $a$ = –2,0 м/с$^2$ (см. рисунок). В момент времени

$$t_1 = -\upsilon_0/a = 5 \text{ с}$$

точка останавливается ($\upsilon$= 0), а затем движется в обратном направлении. Поэтому

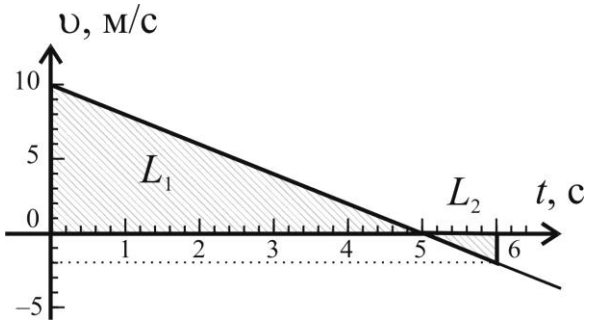
$$L = L_1 + L_2 = 2L_1 - S,$$

где $L_1$ и $L_2$ – пути, пройденные точкой до и после остановки, $S$ – проекция перемещения точки. Путь

$$L_1 = -\frac{\upsilon_0^2}{2a},$$

проекция перемещения

$$S = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}.$$




Тогда

$$L = -\frac{\upsilon_0^2}{a} - \left(\upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}\right) = -\frac{10^2}{-2{,}0} - \left(10\cdot 6 - \frac{2{,}0\cdot 6^2}{2}\right) \text{м} = 26 \text{ м}.$$

**Вообще, это один из излюбленных подвохов любимого РИКЗа (Республиканский Институт Контроля Знаний): определение пути при равноускоренном прямолинейном движении (РУПД) с разворотом. Если не хотите сделать ошибку, то все задачи на расчет пути при РУПД решайте ТОЛЬКО графически!**

## ТЕСТ 1.13.

**1.** Движения двух тел описываются уравнениями: $x_1 = 10t + 0{,}4t^2$ (м) $x_2 = –6t + 2t^2$ (м) Определить время через которое они встретятся.

**1.** 2,4 с **2.** 16 с **3.** 4 с **4.** 0,2 с **5.** 10 с

**2.** Движение некоторой точки описывается уравнением: $x = 6 – t + t^2$. Какое из нижеприведенных выражений соответствует зависимости проекции скорости этого тела от времени?

**1.** $\upsilon_x = –1 + 2t$ **2.** $\upsilon_x = 1 + t$ **3.** $\upsilon_x = –1 + t$

**4.** $\upsilon_x = 6 – t$ **5.** $\upsilon_x = 1 – 2t$

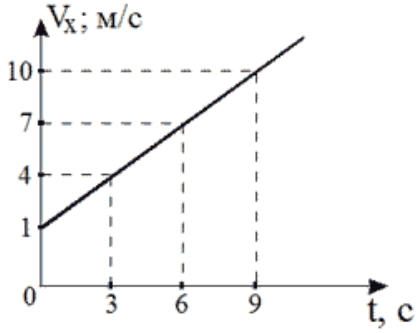
**3.** Проекция перемещения тела описывается уравнением: $S_x = –2t – 0{,}5\ t^2$; м. Определить проекцию скорости тела через 2 секунды после начала движения.

**1.** –4 м/с **2.** –2,5 м/с **3.** –1,5 м/с

**4.** 4 м/с **5.** 3 м/с

**4.** Проекция скорости тела изменяется с течением времени так, как показано на рисунке. Какое из нижеприведенных уравнений, соответствует зависимости координаты этого тела от времени? (В момент начала наблюдения тело находилось на расстоянии двух метров левее начала координат)

www.repet.by

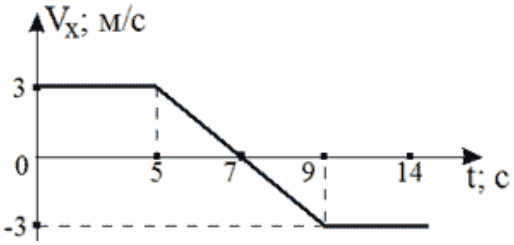



**1.** $x = 2 + t + t^2$, **2.** $x = -2 + t + t^2$,

**3.** $x = -2 + t + 4t^2/3$, **4.** $x = -2 + t + 0,5t^2$,

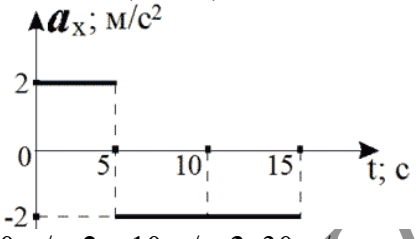
**5.** $x = -2 + 2t + 0,5t^2$

**5.** Используя информацию приведенную на рисунке, определить проекцию перемещения тела через 14 с после начала движения.



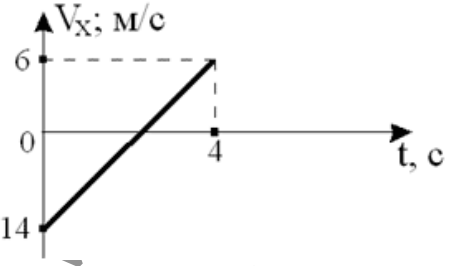

**1.** 9 м **2.** 14 м **3.** 36 м **4.** 0 м **5.** 18 м

**6.** Используя информацию, приведенную на рисунке, определить проекцию скорости тела в момент времени 15 с. ($\upsilon_0 = 0$)



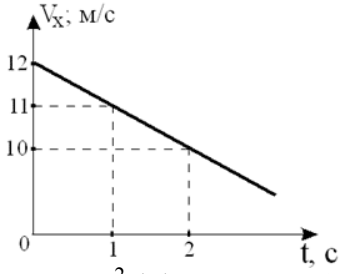

**1.** 10 м/с **2.** –10 м/с **3.** 30 м/с
**4.** –30 м/с **5.** 20 м/с

**7.** На рисунке приведен график зависимости проекции скорости тела от времени. Определить в какой момент времени тело остановилось.



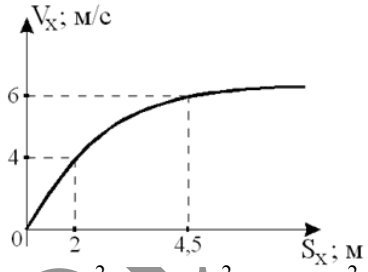

**1.** 2 с **2.** 2,8 с **3.** 3 с **4.** 3,2 с
**5.** Недостаточно информации для ответа.

**8.** На рисунке показан график зависимости проекции скорости материальной точки от времени. Учитывая, что в момент начала наблюдения рассматриваемая точка находилась на расстоянии 5 м левее начала координат установить, какое из нижеприведенных выражений соответствует уравнению движения данного тела.



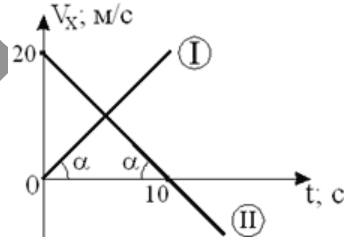

**1.** $x = 5 + 12t + 0,5t^2$ (м) **2.** $x = 5 - 12t - 0,5t^2$ (м)
**3.** $x = -5 + 12t + t^2$ (м) **4.** $x = -5 + 12t - t^2$ (м)
**5.** $x = -5 + 12t - 0,5t^2$ (м)

**9.** На рисунке представлен график зависимости проекции скорости от проекции перемещения. Определить ускорение этого тела.



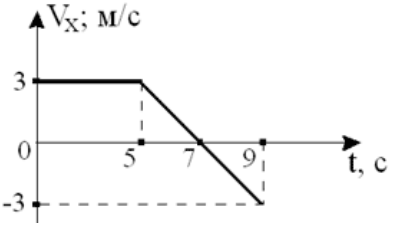

**1.** 100 м/с$^2$ **2.** 2 м/с$^2$ **3.** 3 м/с$^2$ **4.** 4 м/с$^2$
**5.** Нельзя определить.

**10.** На рисунке представлен график зависимости проекции скорости двух тел от времени. Определить скорость первого тела через три секунды после начала движения.



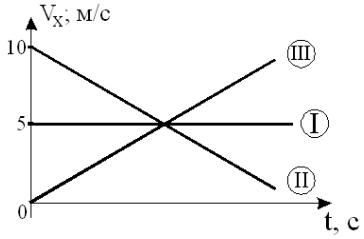

**1.** 14 м/с **2.** 24 м/с **3.** 8 м/с **4.** 9 м/с **5.** 6 м/с

**11.** Используя информацию приведенную на рисунке, определить путь пройденный телом за девять секунд.




**1.** 21 м **2.** 15 м **3.** 18 м **4.** 12 м
**5.** Недостаточно информации для ответа.

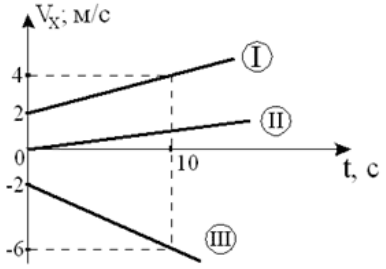
**12.** Определить, в каком соотношении между собой находятся проекции перемещения тел, графики зависимости проекций скоростей от времени которых показаны на рисунке, в момент времени, когда скорости тел одинаковы?




www.repet.by

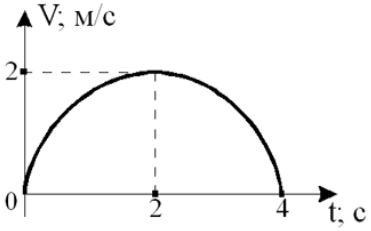
**1.** $S_{3x}:S_{2x}:S_{1x} = 1:2:3$ **2.** $S_{3x}:S_{2x}:S_{1x} = 1:3:2$
**3.** $S_{3x}:S_{2x}:S_{1x} = 3:1:2$ **4.** $S_{3x}:S_{2x}:S_{1x} = 3:2:1$
**5.** Нельзя определить.

**13.** На рисунке приведен график зависимости проекции скорости трех тел от времени. В каком из нижеприведенных соотношений находятся значения модулей ускорений и перемещений этих тел в момент времени 10 с?



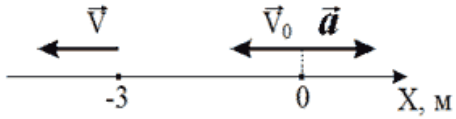

**1.** $S_3>S_1>S_2$; $a_3>a_1>a_2$ **2.** $S_3>S_2>S_1$; $a_3>a_2>a_1$
**3.** $S_3>S_1>S_2$; $a_3<a_1<a_2$ **3.** $S_2>S_1>S_3$; $a_2>a_1>a_3$
**5.** $S_1>S_2>S_3$; $a_1>a_2>a_3$

**14.** На рисунке приведен график зависимости скорости от времени. Определить путь пройденный телом за четыре секунды. График представляет собой полуокружность. $\pi = 3$

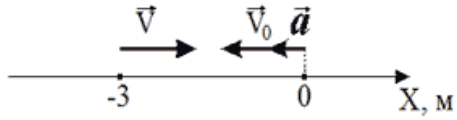



**1.** 12 м **2.** 8 м **3.** 4 м **4.** 6 м
**5.** Недостаточно информации для ответа.

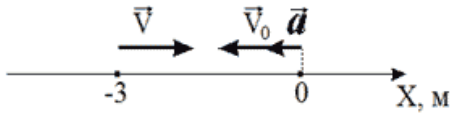
**15.** Движение двух тел заданы уравнениями: $x_1 = -2t + 3t^2$; (м) и $x_2 = -3 + 4t$; (м). Какой из нижеприведенных рисунков соответствует данным уравнениям в начальный момент времени?

A)


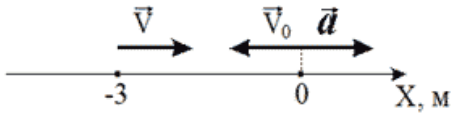
$V_{0x}$=-2 м/с; $a_x$=6 м/с$^2$; $V_x$=-4 м/с

B)


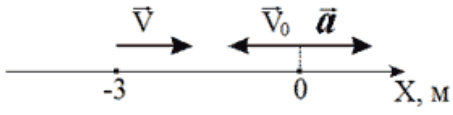
$V_{0x}$=-2 м/с; $a_x$=3 м/с$^2$; $V_x$=4 м/с

C)


$V_{0x}$=2 м/с; $a_x$=6 м/с$^2$; $V_x$=4 м/с

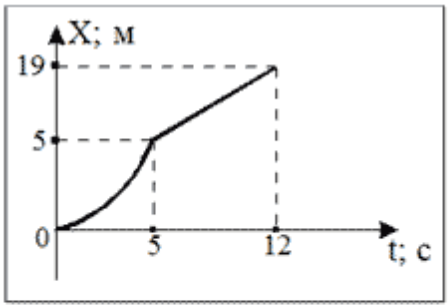
D)


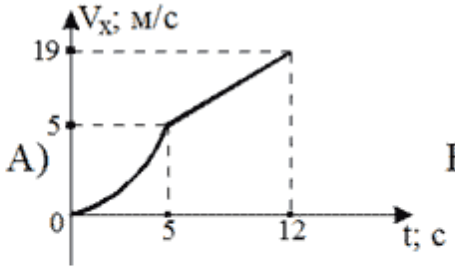
$V_{0x}$=-2 м/с; $a_x$=6 м/с$^2$; $V_x$=4 м/с

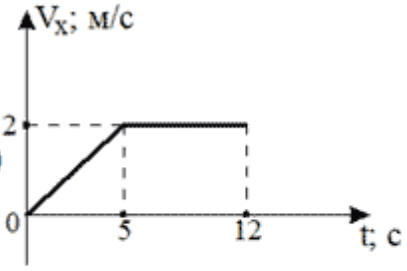
E)


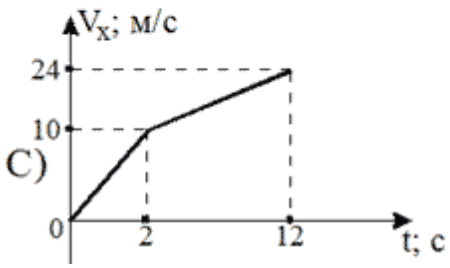
$V_{0x}$=-2 м/с; $a_x$=3 м/с$^2$; $V_x$=4 м/с

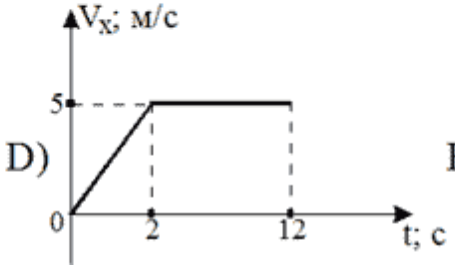
**16.** На рисунке показан график зависимости координаты движущейся материальной точки от времени. Какой из нижеприведенных графиков наиболее точно отражает зависимость проекции скорости от времени? (Начальная скорость равна нулю)

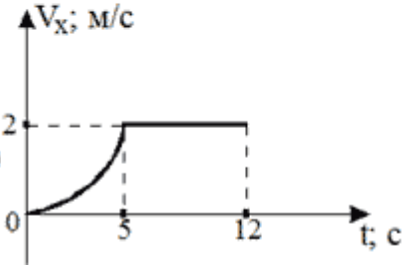



A)


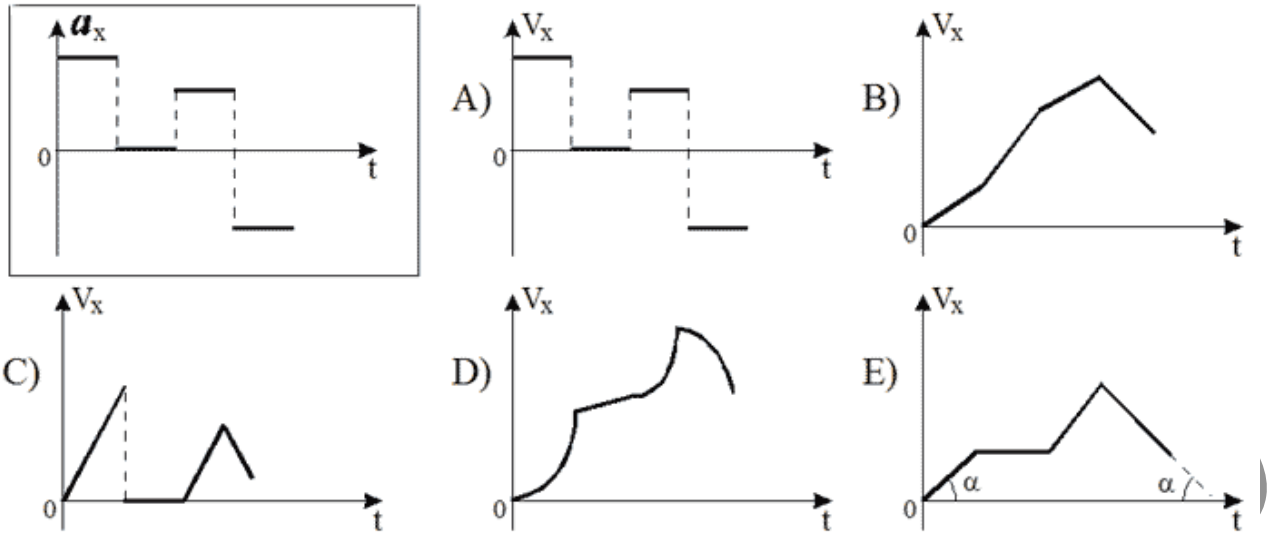

B)



C)


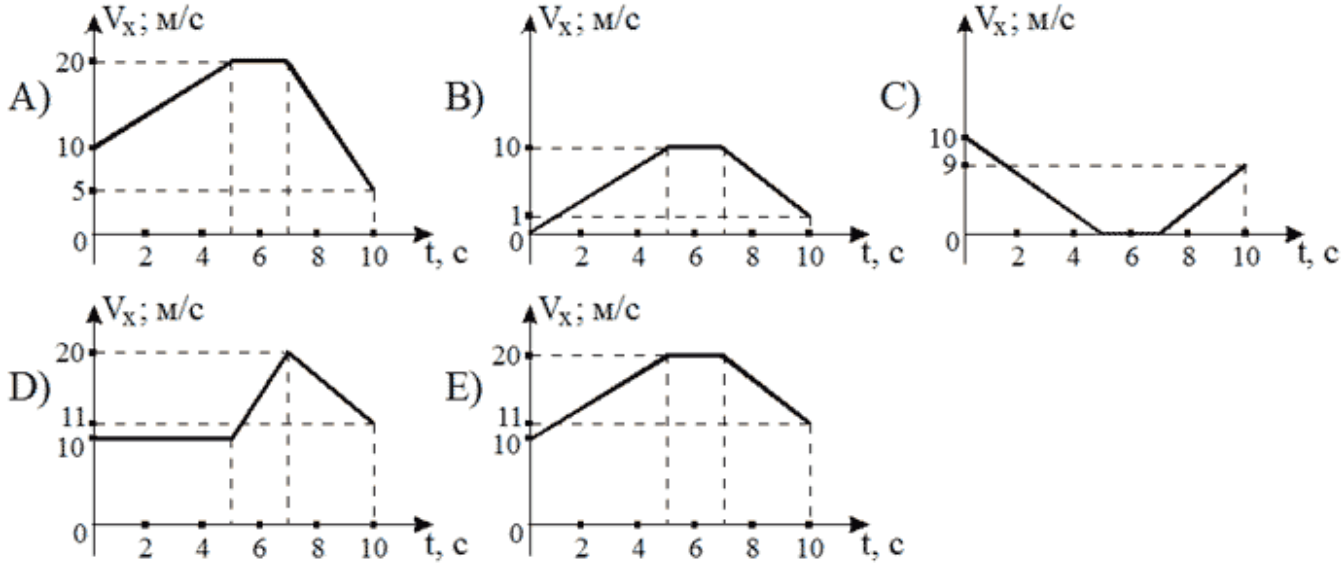

D)



E)


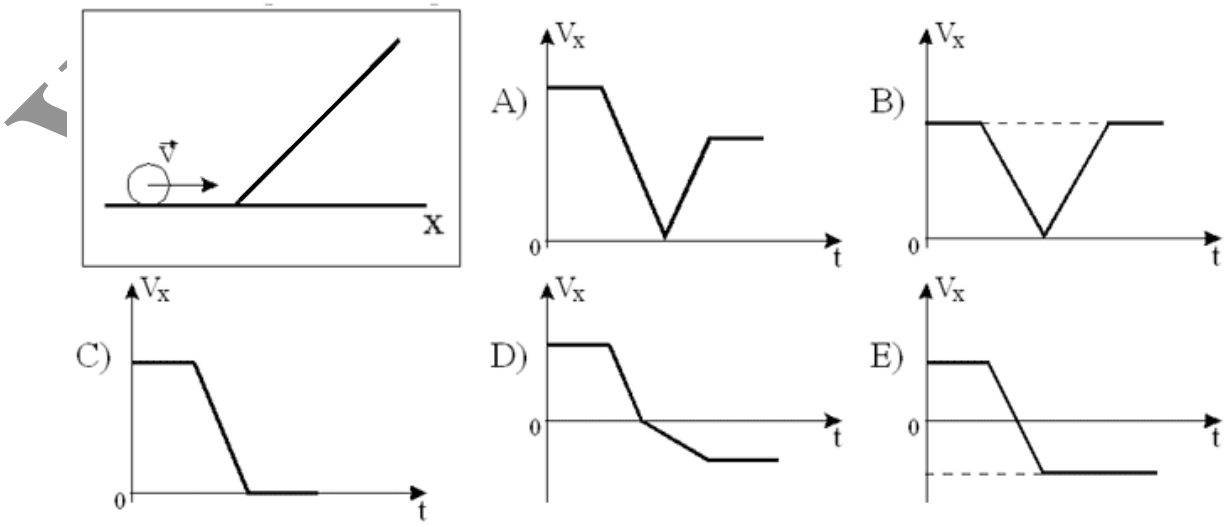
**17.** На рисунке представлен график зависимости проекции ускорения тела от времени. Какой из нижеприведенных графиков наиболее точно соответствует зависимости проекции скорости от времени? (Начальная скорость равна нулю.)



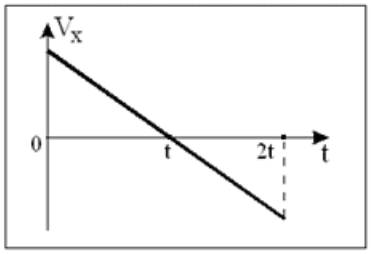

**18.** Тело, имеющее начальную скорость 10 м/с, в течение первых 5 секунд двигается равноускоренно с ускорением 2 м/с$^2$, следующие две секунды оно двигается равномерно, а в течение следующих трех секунд – равнозамедленно с ускорением 3 м/с$^2$. Какой из нижеприведенных графиков соответствует данному движению?

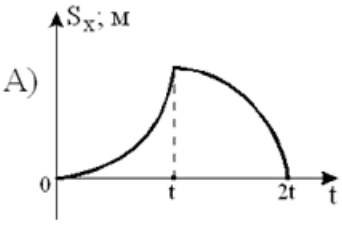


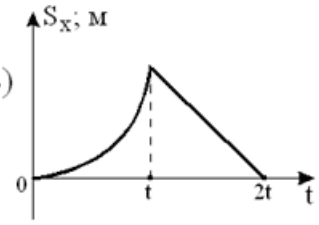

**19.** Шарику находящемуся на некотором расстоянии от наклонной плоскости, сообщили небольшую скорость. Какой из нижеприведенных графиков отражает зависимость проекции скорости этого шарика от времени. (Трением пренебречь.).

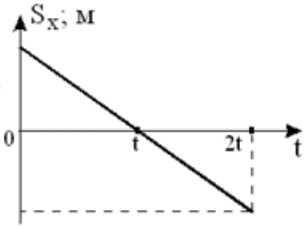


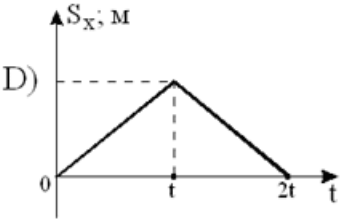
**20.** На рисунке приведена зависимость проекции скорости от времени. Какой из нижеприведенных графиков наиболее точно отражает зависимость проекции перемещения от времени?

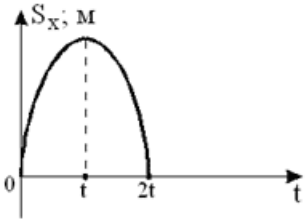



A)


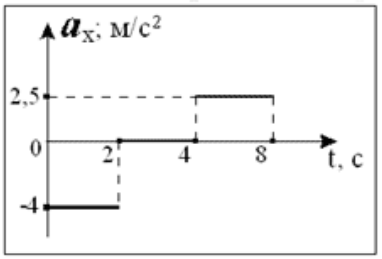

B)


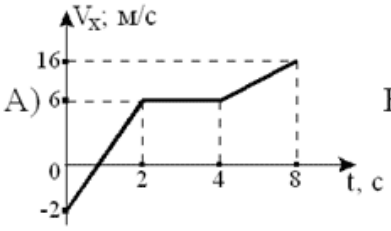

C)


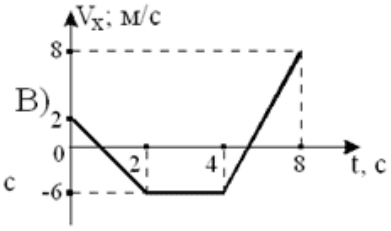

D)


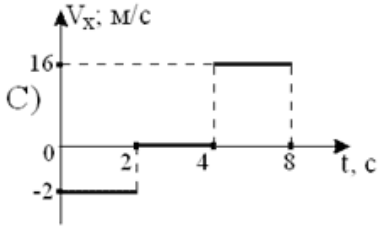

E)


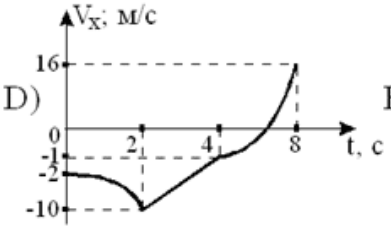

**21.** Тело, имеющее начальную скорость 2 м/с направленную против выбранной оси координат, двигается с ускорением, график зависимости проекции которого от времени приведен на рисунке. Какой из нижеприведенных графиков соответствует зависимости проекции скорости этого тела от времени для промежутка времени (0,8) с?

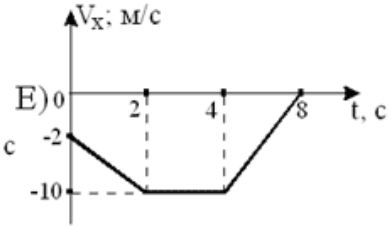



A)



B)



C)


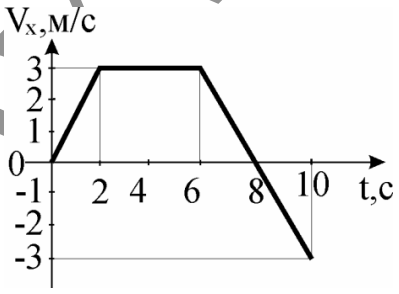

D)



E)



**22.** Зависимость координаты тела от времени задана уравнением $x=3+t^2-4t$. Координата тела в момент остановки равна:

**1.** –3 **2.** –2 **3.** –1 **4.** 0 **5.** 1

**23.** На рисунке изображен график зависимости проекции скорости некоторого тела от времени. Путь и перемещение этого тела вдоль оси $x$ за 10 с равны:




**1.** 21 м, 21 м **2.** 15 м, 15 м **3.** 15 м, 21 м
**4.** 21 м, 15 м **5.** 0 м, 15 м

**24.** Уравнение движения материальной точки: $x=5+12t-2t^2$ (м). Зависимости скорости и ускорения этой точки от времени следующие:

**1.** $\upsilon=12-2t$, $a=-2$ **2.** $\upsilon=5-4t$, $a=-4$
**3.** $\upsilon=12-4t$, $a=-4$ **4.** $\upsilon=5-2t$, $a=-2$
**5.** $\upsilon=24-4t$, $a=-4$

**25.** Дано уравнение движения тела: $S=4t+0{,}1t^2$ (м). Скорость тела будет равна 6 м/с от начала движения через:

**1.** 5 с **2.** 10 с **3.** 15 с **4.** 20 с **5.** 25 с

**26.** Материальная точка движется прямолинейно, и зависимость ее координаты от времени определяется уравнением: $x=3+8t+4t^2$ ($x$ в метрах, $t$ в секундах). Начальная координата, скорость и ускорение точки равны:

**1.** 8 м, 3 м/с, 4 м/с$^2$ **2.** 3 м, 8 м/с, 4 м/с$^2$
**3.** 3 м, 8 м/с, 8 м/с$^2$ **4.** 3 м, 4 м/с, 8 м/с$^2$
**5.** 3 м, 4 м/с, 4 м/с$^2$

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 1 | 1 | 4 | 4 | 2 | 2 | 5 | 4 | 5 | 1 | 2 | 1 | 4 | D | B | E | E | E | E |

| **21** | **22** | **23** | **24** | **25** | **26** |
|---|---|---|---|---|---|
| E | 3 | 4 | 3 | 2 | 3 |

www.

# 1.14. Координатный метод решения задач

Очень часто задачи на ускоренное движение тел (а особенно на свободное падение тел) удобней решать не через формулы для ускоренного движения, а координатным методом.

Если направить координатную ось OY вертикально вверх, совместив начало координат с поверхностью Земли, то для анализа свободного падения без начальной скорости можно использовать формулу

$$S = \frac{gt^2}{2}.$$

Вспомним, что $S = y - y_0$ (путь равен изменению координаты). Тогда формула примет вид

$$y = y_0 + \frac{gt^2}{2}.$$

Если сказано, что тело подбрасывают с поверхности земли, значит $y_0 = 0$, если тело упало на землю, то $y = 0$. В наивысшей точке $\upsilon = 0$.

Положим $\upsilon_0 = 0$, $y_0 = H$, $a = -g$ (минус, так как ось направлена вверх, а ускорение свободного падения вниз – против оси OY). Обратим внимание на то, что если тело при падении оказалось в точке с координатой $y < H$, то перемещение $S$ тела равно

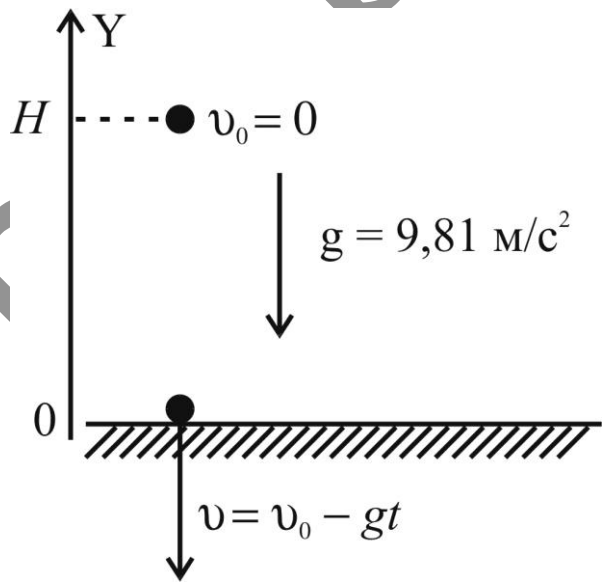
$$S = y - H < 0.$$

Эта величина отрицательна, так как тело при падении перемещалось навстречу выбранному положительному направлению оси OY. В результате получим:

$$\upsilon = -gt$$

Скорость так же отрицательна, так как вектор скорости так же направлен вниз. Координата тела с течением времени меняется по закону

$$y = H - \frac{gt^2}{2}$$




**Время падения** $t_{\text{падения}}$ тела на Землю найдется из условия $y = 0$:

$$t_{\text{п}} = \sqrt{2H/g}$$

Скорость тела в любой точке составляет:

$$\upsilon = \sqrt{2g(H - y)}$$

В частности, при $y = 0$ скорость $\upsilon$ падения тела на землю равна

$$\upsilon = \sqrt{2gH}$$

Пользуясь этими формулами, можно вычислить время падения тела с данной высоты, скорость падения тела в любой момент после начала падения и в любой точке его траектории и т. д.

Аналогичным образом решается задача о движении тела, брошенного вертикально вверх с некоторой начальной скоростью $\upsilon_0$. Если ось OY по–прежнему направлена вертикально вверх, а ее начало совмещено с точкой бросания (иногда начало точка бросания может быть выше уровня земли, тогда начальная координата будет отлична от нуля), то в формулах равноускоренного прямолинейного движения следует положить: $y_0 = 0$, $\upsilon_0 > 0$, $a = -g$. Это дает:

$$\upsilon = \upsilon_0 - gt$$

Через время равное

$$\frac{\upsilon_0}{g}$$

скорость тела $\upsilon$ обращается в нуль, то есть тело достигает высшей точки подъема. Зависимость координаты $y$ от времени $t$ выражается формулой

$$y = \upsilon_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

Тело возвращается на землю ($y = 0$) через время равное $2\frac{\upsilon_0}{g}$, следовательно, время подъема и время падения одинаковы. Во время падения на землю скорость тела равна $-\upsilon_0$, то есть тело падает на землю с

www.rer.by

такой же по модулю скоростью, с какой оно было брошено вверх. Максимальная высота подъема

$$H = y_{\max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g}.$$

На рисунке представлены графики скоростей для трех случаев движения тела с ускорением $a = -g$.

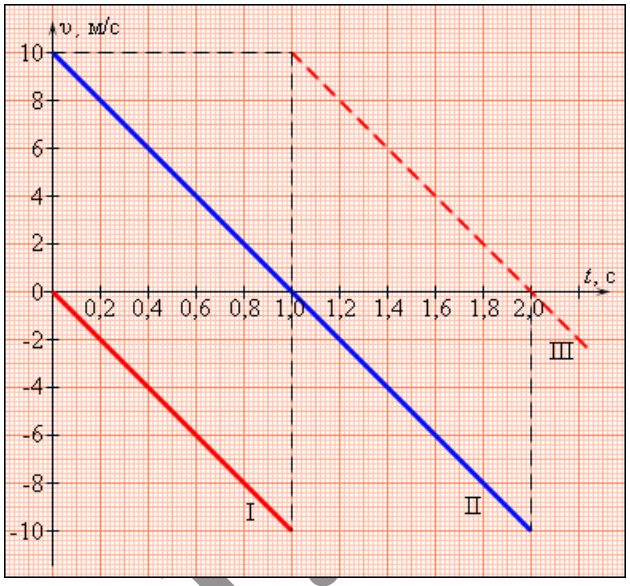



**График I** соответствует случаю свободного падения тела без начальной скорости с некоторой высоты $h$. Падение происходило в течение времени $t_п = 1$ с. Из формул для свободного падения легко получить: $h = 5$ м (все цифры в этих примерах округлены, так как $g = 10$ м/с$^2$).

**График II** – случай движения тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью $\upsilon_0 = 10$ м/с. Максимальная высота подъема $h = 5$ м. За 1 секунду скорость тела уменьшается до нуля (тело достигает максимальной высоты подъема), тело на мгновение останавливается и начинает движение в обратную сторону с таким же ускорением. Тело возвращается на землю через время 2 секунды.

**График III** – продолжение графика I. Свободно падающее тело при ударе о землю отскакивает (мячик), и его скорость за очень короткое время меняет знак на противоположный (с –10 до +10 м/с). Дальнейшее движение тела не отличается от случая II.

Если в задаче Вас будут просить найти время или место встречи двух тел, то Вам надо будет записать уравнение движение для каждого тела, а потом приравнять их. Например, первый камень находится на некоторой высоте $h$, а второй находится на поверхности земли. В некоторый момент времени первый камень отпускают, а второй подбрасывают вертикально вверх с некоторой скоростью $\upsilon_0$. Зависимость координаты от времени в общем виде

$$y = y_0 + \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Для первого тела $y_{01} = h$, $\upsilon_{01} = 0$, $a_1 = -g$ (так как ось направлена вертикально вверх).

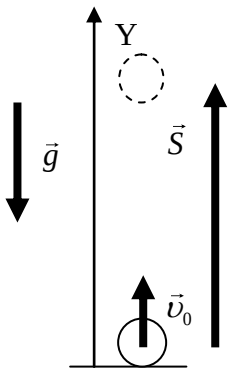
Для второго тела $y_{02} = 0$, $\upsilon_{02} = \upsilon_0$, $a_2 = -g$. Таким образом

$$y_1 = h - \frac{gt^2}{2},\ y_2 = \upsilon_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Тела встретятся, когда будут находиться в одной точке, то есть $y_1 = y_2$.

Приравнивания уравнения мы найдем время встречи, подставляя которое в любое из уравнений движения мы найдем место встречи, то есть координату тел.

**ПРИМЕР**. *Тело брошено вертикально вверх с поверхности земли со скоростью 20 м/с. На какую максимальную высоту поднимется тело? Через какое время оно упадет назад?*




Эту задачу мы уже разобрали в теме 1.09. Сейчас сделаем рисунок и решим задачу координатным методом. Учтем, что конечная скорость в наивысшей точке подъема равна $\upsilon = 0$. Перемещение и начальная скорость направлены по выбранной оси, поэтому их берем со знаком «+», а ускорение – против оси, поэтому его с минусом. Конечная координата $y = h$ как раз равна максимальной высоте подъема, а начальная $y_0 = 0$. Тогда

$$h = y_0 + \upsilon_{0y} t + \frac{g_y t^2}{2} = 0 + 20t - 5t^2,\ \upsilon = 0 = \upsilon_{0y} + g_y t = 20 - 10t.$$

Из второго уравнения находим время движения, а из первого – высоту подъема.

Наконец, очевидно, что тело падает вниз столько же времени, сколько поднимается вверх. Поэтому полное время движения составит $t_{полн} = 4$ с.

**ПРИМЕР.** *Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью 4 м/с. Когда оно достигло высшей точки траектории, из той же точки, из которой оно было брошено, с той же начальной скоростью вертикально вверх брошено второе тело. На каком расстоянии (в см) от начальной точки тела встретятся?*

www.repet

Запишем зависимость координаты $y$ каждого тела от времени, **отсчитывая время от момента броска второго тела** (то есть от момента времени, когда первое тело достигло максимальной высоты подъема)

$$y_1 = h_0 - \frac{gt^2}{2},\ y_2 = \upsilon_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

где $h_0 = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$ – высота первого тела в момент броска второго. Условие встречи тел имеет вид $y_1 = y_2$. Подставляя выражения для $y_1$ и $y_2$, находим время встречи

$$t = \frac{h_0}{\upsilon_0} = \frac{\upsilon_0}{2g}.$$

Чтобы определить высоту $h$, на которой происходит встреча тел, надо подставить это время в формулу для $y_1$ (или для $y_2$). Получаем

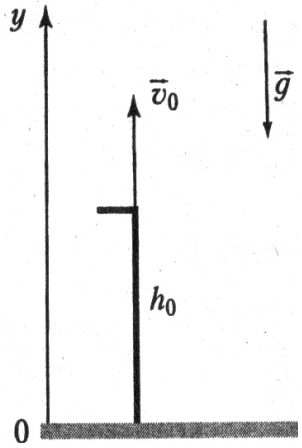
$$h = \frac{3}{4}\frac{\upsilon_0^2}{2g} = 60 \text{ см}.$$

**ЗАМЕЧАНИЕ**. *Выражение для времени встречи $t = h_0/\upsilon_0$ имеет такой вид, Как если бы сближение тел происходило равномерно со скоростью $\upsilon_0$. Это не случайно –* ***относительное движение двух тел, ускорения которых одинаковы, действительно является равномерным.*** *Например, если оба тела (как в нашем случае) совершают свободное движение в поле тяжести, то ускорение одного тела относительно другого равно $\vec{a}_{12} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2 = \vec{g} - \vec{g} = 0$. Этот подход (переход в систему отсчета свободно летящего тела) иногда в шутку называют методом барона Мюнхгаузена. Свободное падение не изменяет ОТНОСИТЕЛЬНОЙ скорости тел, то есть тела ОТНОСИТЕЛЬНО ДРУГ ДРУГА движется равномерно и прямолинейно.*

**ПРИМЕР.** *С башни высотой 15 м вертикально вверх брошено тело со скоростью 10 м/с. Через сколько секунд оно упадет на землю? $g = 10$ м/с$^2$.*
В этой задаче удобней использовать формулу не для перемещения, а для координаты. Запишем зависимость координаты $y$ тела от времени

$$y = h_0 + \upsilon_0 t - \frac{gt^2}{2},$$

где $h_0 = 15$м – начальная высота. Условие падения в этом случае выглядит очень просто: $y = 0$. Решая получившееся квадратное уравнение и отбрасывая отрицательный корень, получаем $t = 3$ с. Попробуйте сами решить эту задачу разбиением движения на две части и посмотрите, какое решение проще.




## ТЕСТ 1.14.

**1.**Тело брошено вертикально вверх с высоты 40 м с начальной скоростью 5 м/с. На какой высоте окажется тело через 2 с?

**1.** 30 **2.** 50 **3.** 40 **4.** 60

**2.**Тело брошено вертикально вверх со скоростью 20 м/с. Найдите путь, пройденный телом за 3 с от начала движения.

**1.** 15 **2.** 25 **3.** 20 **4.** 30

**3.**Тело, брошенное вертикально вверх из точки, находящейся над землей на высоте 8 м, падает на землю через 2 с после броска. С какой скоростью брошено тело?

**1.** 6 **2.** 8 **3.** 7 **4.** 9

**4.**Через какой промежуток времени $\Delta t$ камень упадет в воду, если его подбросили вертикально вверх с моста высотой 10 м со скоростью 10 м/с?

**1.** 1,34 **2.** 2,12 **3.** 1,89 **4.** 2,73

**5.**Два камня находятся на одной вертикали на расстоянии 20 м друг от друга. В некоторый момент времени верхний камень бросают вертикально вниз со скоростью 2 м/с, а нижний камень отпускают без начальной скорости. Через сколько секунд камни столкнутся?

**1.** 6 **2.** 10 **3.** 14 **4.** 20

**6.**Тело брошено с поверхности Земли вертикально вверх с начальной скоростью 10 м/с. Когда тело достигло наибольшей высоты, из того же начального пункта с той же начальной скоростью бросили второе тело. Сколько секунд двигалось первое тело до встречи со вторым? Сопротивлением воздуха пренебречь.

**1.** 1 **2.** 1,5 **3.** 2 **4.** 2,5

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 1 | 4 | 2 | 2 |

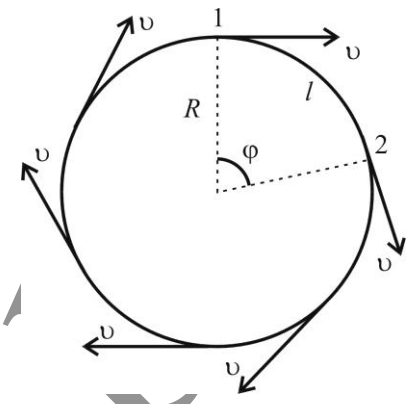
# 1.15. Вращательное движение

Движение тела по окружности является частным случаем криволинейного движения.

При криволинейном движении вектор скорости тела всегда **направлен по касательной к траектории**. То же самое происходит и при движении по окружности. Иными словами тело всегда пытается уйти с окружности (см. рисунок).

Равномерное движение тела по окружности характеризуется рядом величин.

**Период (*T*)** – время, за которое тело, двигаясь по окружности, совершает один полный оборот. Единица измерения – 1 с.




$$T = \frac{t}{N}.$$

Период в быту – сутки. Сутки – время, за которое Земля совершает один полный оборот вокруг собственной оси.

**Частота** (ν) – количество оборотов, которое совершило тело, двигаясь по окружности, в единицу времени. Единица измерения – 1 об/с или 1 Гц.

$$\nu = \frac{N}{t}.$$

(в обеих формулах $N$ – количество оборотов за время $t$)

Частота в быту – у каждой стиральной машины есть одна очень важная характеристика – скорость отжима (хотя слово скорость здесь применено не правильно, правильно говорить частота отжима). В среднем у стиральной машины частота отжима около 1000 об/с.

Период и частота величины **взаимообратные**

$$T = \frac{1}{\nu},\ \nu = \frac{1}{T} \Rightarrow T\nu = 1.$$

При равномерном вращении скорость тела будет определяется следующим образом

$$\upsilon = \frac{l}{t} = \frac{2\pi R}{T} \text{ или } \upsilon = 2\pi R\nu,$$

где $l = 2\pi R$ – длина окружности или путь, пройденный телом за время равное периоду $T$ (за 1 оборот).

При движении тела по окружности удобно рассматривать **угловое перемещение** φ (или **угол поворота**), измеряемое в **радианах** (см. рисунок выше). **Угловой скоростью** ω тела в данной точке называют отношение малого углового перемещения Δφ к малому промежутку времени Δ*t*:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

Единица измерения угловой скорости 1 рад/с. Разберемся подробней с этой единицей измерения. Например, что означает угловая скорость 10π рад/с? Одной полной окружности соответствует угол поворота 360° или 2π. У нас же тело за 1 секунду совершило поворот на угол 10π. Следовательно, тело прошло 5 окружностей (совершило 5 оборотов) за 1 секунду.

Очевидно, что за время равное периоду $T$ тело пройдет угол равный 2π, следовательно

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu.$$

Угловая скорость измеряется в рад/с. 1 радиан ~ 57° – единица измерения угла.

π = 3,14 радиана. 3,14 радиана = 180°. 1 радиан=180°/3,14≈57 °

Длина дуги $l$ связана с углом поворота соотношением

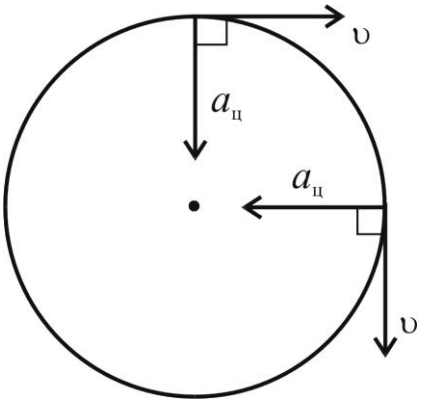
$$l = R\varphi.$$

С другой стороны

$$l = \upsilon t.$$

Откуда, приравнивая две последних формулы, получаем

$$\upsilon t = R\varphi \ \Rightarrow \upsilon = \frac{\varphi}{t}R = \omega R.$$




Связь между модулем линейной скорости υ и угловой скоростью ω:

$$\upsilon = \omega R$$

При движении тела по окружности с постоянной по модулю скоростью величины υ и ω остаются неизменными. В этом случае при движении изменяется только **направление** вектора скорости υ.

www.repet.

Движение тела по окружности с постоянной по модулю скоростью является движением с **ускорением** (но не равноускоренным!!!), так как меняется только **НАПРАВЛЕНИЕ СКОРОСТИ**. Ускорение

$$\vec{a}_n = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$$

направлено по радиусу к центру окружности. Его называют **нормальным** (так как оно перпендикулярно скорости), или **центростремительным ускорением**, так как вектор ускорения в любой точке окружности направлен к ее центру (см. рисунок).

Модуль центростремительного ускорения связан с линейной υ и угловой ω скоростями соотношениями:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R = \upsilon\omega.$$

Поиграем немного в формулы. По определению

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}.$$

Подставим в эту формулу $\upsilon = \frac{2\pi R}{T}$. Получим

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2 R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

Мы получили еще одну формулу для центростремительного ускорения – через радиус окружности и период обращения. Так же эту формулу можно записать через частоту вращения тела

$$a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 R\nu^2.$$

**ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ВАЖНО ПОМНИТЬ, ЧТО ТОЧКИ, ЛЕЖАЩИЕ НА ОДНОЙ ПРЯМОЙ ИСХОДЯЩЕЙ ИЗ ЦЕНТРА ОКРУЖНОСТИ (например, это могут быть точки, которые лежат на спице колеса), БУДУТ ИМЕТЬ ОДИНАКОВЫЕ УГЛОВЫЕ СКОРОСТИ, ПЕРИОД И ЧАСТОТУ.** То есть они будут вращаться **ОДИНАКОВО** (один оборот точки будут совершать за один и тот же промежуток времени), но с **РАЗНЫМИ ЛИНЕЙНЫМИ** скоростями. Чем дальше будет точка от центра окружности, тем быстрей она будет двигаться (то есть темп больше будет линейная скорсоть).

Поэтому решение задачи удобно будет начинать с приравнивания этих величин

$$\omega_1 = \omega_2 \Rightarrow \frac{\upsilon_1}{R_1} = \frac{\upsilon_2}{R_2}.$$

## ВРАЩЕНИЕ СТРЕЛОК ЧАСОВ.

При решении задач данной темы считается, что Вы ЗНАЕТЕ периоды вращения стрелок стандартных механических часов и направление их вращения. Итак, период вращения секундной стрелки составляет… правильно! 1 минута. Минутная стрелка совершает 1 оборот за 1 час или 60 минут, а часовая – за 12 (а не за 24) часов. Не стесняйтесь использовать эти знания при решении задач.

**ПРИМЕР.** *Сколько раз в течение суток встречаются секундная и минутная стрелки часов?*

Секундная стрелка за сутки совершает 1440 оборотов, а минутная – 24 оборота (убедитесь в этом самостоятельно). Они встречаются каждый раз, когда секундная стрелка обгоняет минутную, то есть проходит на один оборот больше минутной. Поэтому вопрос задачи можно переформулировать так: на сколько оборотов больше за сутки совершает секундная стрелка, чем минутная? Ответ очевиден: 1416.

**ПРИМЕР**. *Линейная скорость точек обода вращающегося колеса равна 50 см/с, а линейная скорость его точек, находящихся на 3 см ближе к оси вращения, равна 40 см/с. Определите радиус (в см) колеса.*

Выразим скорость каждой точки через расстояние до оси вращения и угловую скорость колеса

$$\upsilon_1 = \omega R \qquad \upsilon_2 = \omega\left(R - l\right)$$

где $l$ = 3 см. Решая систему уравнений, находим $R$ = 15 см.

www.repet.by

**ПРИМЕР.** *Точка движется по окружности с постоянной по модулю скоростью, равной 1,5 м/с. Определите центростремительно ускорение точки, если за время 2,5 с направление вектора ее скорости изменяется на 57º.*

Центростремительное ускорение точки, движущейся по окружности радиуса $R$ с линейной скоростью $\upsilon$, определяется по формуле

$$a_{\text{ц}} = \upsilon^2/R.$$

Неизвестный радиус окружности $R$ можно выразить из соотношения, связывающего линейную и угловую $\omega$ скорости:

$$\upsilon = \omega R,$$

откуда $R = \upsilon/\omega$. Тогда для центростремительного ускорения получаем формулу

$$a_{\text{ц}} = \upsilon\omega.$$

В рассматриваемом случае угловая скорость точки

$$\omega = \varphi/t.$$

Поэтому ее центростремительное ускорение

$$a_{\text{ц}} = \frac{\upsilon\varphi}{t} = \frac{1{,}5 \cdot 1{,}0}{2{,}5} \text{ м/с}^2 = 60 \text{ см/с}^2.$$

**ПРИМЕР.** *Минутная стрелка часов втрое длиннее секундной. Во сколько раз быстрее движется конец секундной стрелки, чем конец минутной?*

Период вращения секундной стрелки составляет 1 минуту. Минутная стрелка совершает 1 оборот за 1 час или 60 минут.

Линейная скорость есть не что иное, как отношение пройденного пути к промежутку времени, за который был пройден путь. Для секундной стрелки получим

$$\upsilon_{\text{с}} = \frac{S_{\text{с}}}{t_{\text{с}}} = \frac{2\pi R_{\text{с}}}{T_{\text{с}}}.$$

Для минутной

$$\upsilon_{\text{м}} = \frac{S_{\text{м}}}{t_{\text{м}}} = \frac{2\pi R_{\text{м}}}{T_{\text{м}}}.$$

Очевидно, что секундная стрелка движется быстрей минутной (мы ведь видим, как «бежит» секундная стрелка; при этом минутная для нас «покоится»). Значит, разделим скорость секундной стрелки на скорость минутной стрелки. Получим

$$\frac{\upsilon_{\text{с}}}{\upsilon_{\text{м}}} = \frac{2\pi R_{\text{с}}}{T_{\text{с}}} : \frac{2\pi R_{\text{м}}}{T_{\text{м}}} = \frac{2\pi R_{\text{с}}}{T_{\text{с}}} \cdot \frac{T_{\text{м}}}{2\pi R_{\text{м}}} = \frac{R_{\text{с}}}{T_{\text{с}}} \cdot \frac{T_{\text{м}}}{3R_{\text{с}}} = \frac{T_{\text{м}}}{3T_{\text{с}}} = \frac{60}{3 \cdot 1} = 20 \text{ раз}.$$

## ВРАЩЕНИЕ ЗЕМЛИ

Предполагается, что Вы ЗНАЕТЕ следующие утверждения. Земля участвует в двух основных вращательных движениях: суточном (вокруг своей оси) и орбитальном (вокруг Солнца). Период вращения Земли вокруг Солнца составляет 1 год или 365 суток. Вокруг своей оси Земля вращается с запада на восток, период этого вращения составляет 1 сутки или 24 часа. Наиболее часто в данной теме встречается задача на определение скорости суточного вращения точки на поверхности Земли на некоторой (известной) широте. Напомним, что широтой называется угол между плоскостью экватора и направлением из центра Земли на точку ее поверхности.

**ПРИМЕР.** *Экваториальный радиус Земли равен 6370 км. Определить линейную и угловую скорости движения точек экватора при вращении Земли вокруг оси.*

Линейная скорость есть не что иное как отношение пройденного пути к промежутку времени, за который был пройден путь. Для вращения точек земного экватора получим

$$\upsilon = \frac{S}{t} = \frac{2\pi R}{T},$$

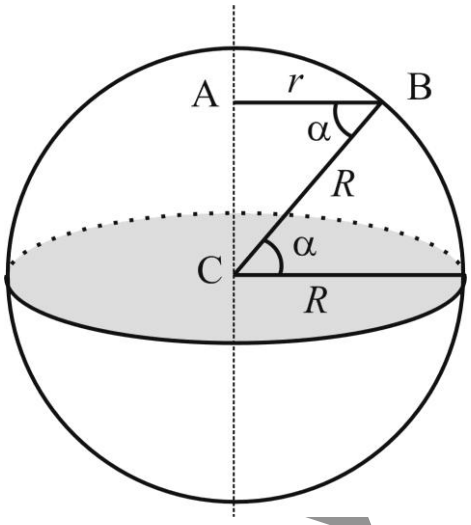
а угловая скорость вращения $\omega$ всех точек Земли равна:

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

После вычислений будем иметь: $\upsilon = 463$ м/с, $\omega = 7{,}3 \times 10^{-5}$ рад/с.

www.repet.by

**ПРИМЕР.** *Во сколько раз линейная скорость точки поверхности Земли, лежащей на широте 60°, меньше линейной скорости точки, лежащей на экваторе?*




Линейная скорость на экваторе будет равна

$$\upsilon_{\text{экватор}} = \frac{2\pi R}{T},$$

где $R$ – радиус Земли, $T$ – период обращения Земли вокруг собственной оси. Линейная скорость на широте $60^o$ будет равна

$$\upsilon = \frac{2\pi r}{T},$$

где $r$ – расстояние от оси вращения Земли до точки на широте $60^o$. Период обращения и на экваторе и на широте $60^o$ будет одинаковый, ведь сутки не меняются при изменении широты. Из треугольника ABC

$$\cos\alpha = \frac{r}{R} \Rightarrow r = R\cos\alpha.$$

Откуда

$$\upsilon = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi R\cos\alpha}{T}.$$

Следовательно

$$\frac{\upsilon_{\text{экватор}}}{\upsilon} = \frac{\frac{2\pi R}{T}}{\frac{2\pi R\cos\alpha}{T}} = \frac{1}{\cos\alpha} = 2.$$

**ТЕСТ 1.15.**

**1.**Одно колесо равномерно вращается, совершая 50 оборотов в секунду. Второе колесо, равномерно вращаясь, делает 500 оборотов за 30 секунд. Во сколько раз угловая скорость первого колеса больше, чем второго?

**1.** 3 **2.** 5 **3.** 4 **4.** 6

**2.**За сколько секунд колесо, вращаясь равномерно с угловой скоростью 4π рад/с, сделает 100 оборотов?

**1.** 30 **2.** 50 **3.** 40 **4.** 60

**3.**Угловая скорость лопастей вентилятора 20π рад/с. Найдите число оборотов за 10 минут.

**1.** 6000 **2.** 7500 **3.** 7000 **4.** 8500

**4.**На плоскости диска проведена прямая от его центра к краю по радиусу. Диск начал равномерно вращаться, при этом прямая повернулась на угол (2/3) π радиан за 7 с. Найдите период обращения диска.

**1.** 18 **2.** 20 **3.** 19 **4.** 21

**5.**С какой угловой скоростью вращается колесо, если линейная скорость точек его обода равна 0,5 м/с, а линейная скорость точек, находящихся на 4 см ближе к оси вращения, равна 0,3 м/с?

**1.** 5 **2.** 15 **3.** 10 **4.** 20

**6.**Минутная стрелка часов на 20% длиннее секундной. Во сколько раз линейная скорость конца секундной стрелки больше, чем конца минутной стрелки?

**1.** 50 **2.** 60 **3.** 70 **4.** 80

**7.**При равномерном подъеме груза с помощью лебедки, диаметр барабана которой 18 см, скорость подъема груза равна 0,9 м/с. Найдите угловую скорость вращения барабана лебедки.

**1.** 10 **2.** 40 **3.** 30 **4.** 20

**8.**Во сколько раз линейная скорость точки поверхности Земли, лежащей на широте 60°, меньше линейной скорости точки, лежащей на экваторе?

**1.** 1 **2.** 3 **3.** 2 **4.** 4

**9.**Определите величину центростремительного ускорения точки, движущейся по окружности с угловой скоростью 16 рад/с и линейной скоростью 2 м/с.

**1.** 22 **2.** 32 **3.** 27 **4.** 37

**10.** Во сколько раз увеличится центростремительное ускорение точек обода колеса, если период обращения колеса уменьшится в 5 раз?

**1.** 25 **2.** 35 **3.** 30 **4.** 40

**11.** Во сколько раз частота обращения секундной стрелки часов больше частоты обращения часовой стрелки?

**1.** В 720 раз **2.** В 1440 раз **3.** В 360 раз
**4.** В 2 раза **5.** В 5 раз

**12.** Спутник Земли при своем движении все время остается над одним и тем же пунктом над поверхностью Земли. На какой высоте находится

Репет.by

спутник, если его линейная скорость равна 5 км/с? Радиус Земли 6400 км.

**1.** 62390 км **2.** 62 390 000 км
**3.** 78400 км **4.** 78 400 000 км
**5.** Недостаточно информации для ответа.

**13.** Во сколько раз период обращения Земли вокруг своей оси отличается от периода обращения часовой стрелки механических часов?

**1.** В 1/2 раза **2.** В 2 раза **3.** Не отличаются
**4.** В 365/24 раз **5.** В 24 раза

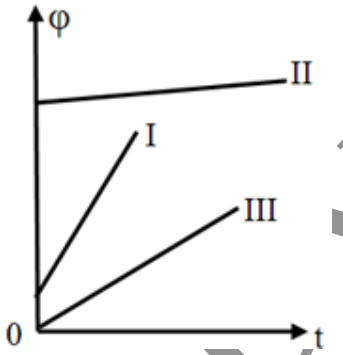
**14.** Маленький шарик, подвешенный к нити длиной 1 м, равномерно двигается по горизонтальной окружности, образуя с вертикалью угол равный π/6 рад. Определить линейную скорость шарика, если его период 0,5 с. π=3.

**1.** 12 м/с **2.** 3 м/с **3.** 1,5 м/с
**4.** 0,75 м/с **5.** 6 м/с

**15.** Цилиндр, равномерно вращаясь вокруг вертикальной оси с частотой 30 Гц, свободно падает с высоты 20 м. Сколько оборотов он делает за время падения?

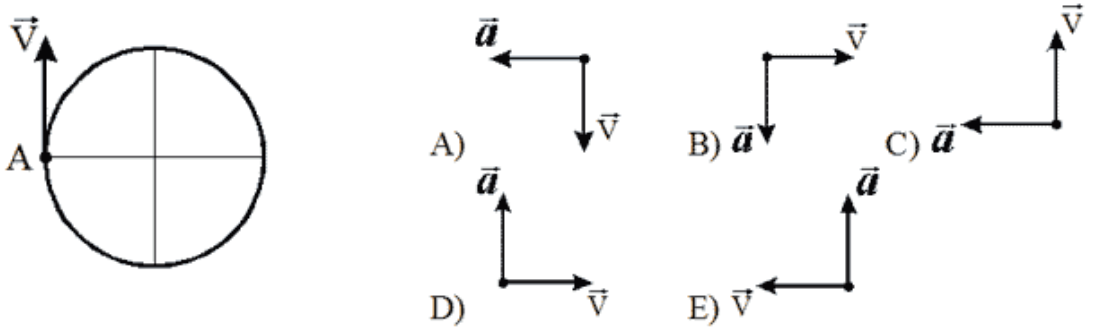
**1.** 60 **2.** 50 **3.** 40 **4.** 30 **5.** 20

**16.** На рисунке показан график зависимости угла поворота от времени для трех тел, совершающих равномерное движение по окружности. В каком из нижеприведенных соотношений находятся между собой угловые скорости этих тел?

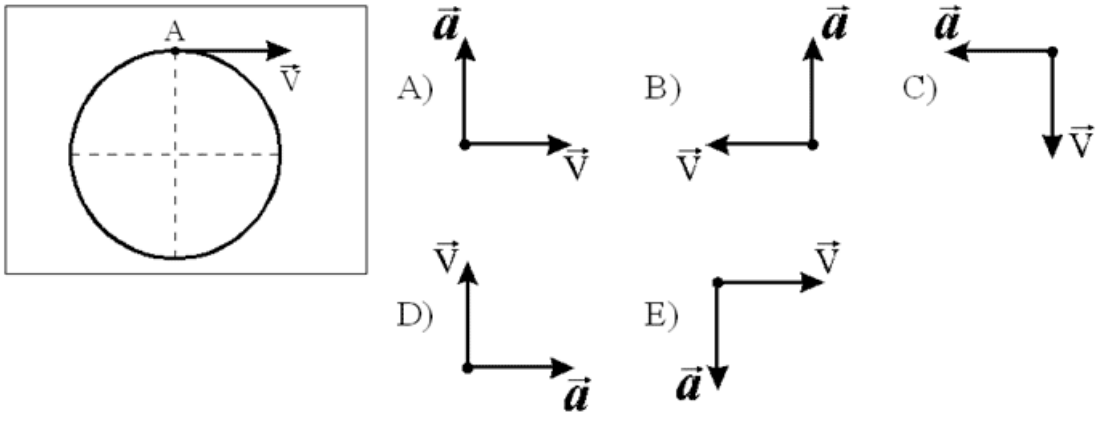



**1.** $\omega_1=\omega_2>\omega_3$ **2.** $\omega_1<\omega_3<\omega_2$ **3.** $\omega_1>\omega_3>\omega_2$
**4.** $\omega_1>\omega_2>\omega_3$ **5.** $\omega_1<\omega_2<\omega_3$

**17.** Тело начало равномерно вращаться с линейной скоростью υ из точки А. Как будет направлена скорость и центростремительное ускорение через время, равное 5,75 периода?




**18.** Точка начала равномерное движение со скоростью 0,2 м/с по окружности радиусом 30 см из точки А. Как направлены скорость и ускорение через 22,5 с? π=3.




| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 1 | 4 | 1 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 5 | 1 | 3 | E | B |