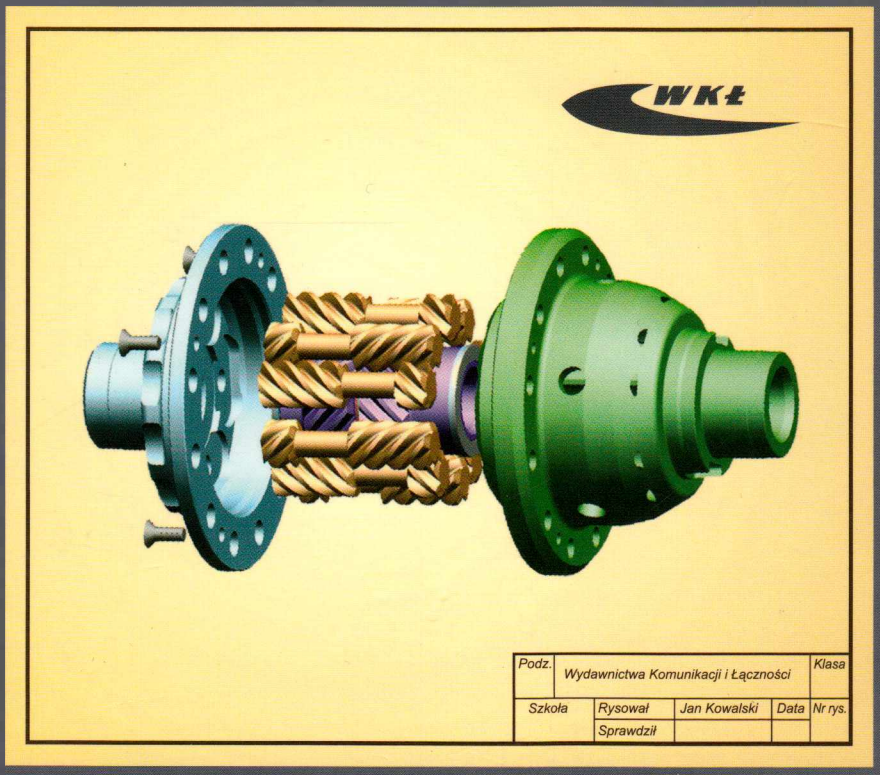
Technik pojazdów samochodowych

Piotr Boś Sławomir Sitarz

PODSTAWY KONSTRUKCJI MASZYN

1

Wstęp do projektowania



PODSTAWY KONSTRUKCJI MASZYN

Piotr Boś Sławomir Sitarz

PODSTAWY KONSTRUKCJI MASZYN

1

Wstęp do projektowania

Wydawnictwa Komunikacji i Łączności

Autorzy: *Piotr Boś* (rozdz. 1 oprócz 1.14 oraz 3)
Sławomir Sitarz (rozdz. 1.14, 2, 4 oraz 5)
Projekt okładki: *Janusz Olech*
Zdjęcie na okładkę: *Fiat*
Redaktor merytoryczny: *Bogumił Zieliński*
Redaktor techniczny: *Ewa Kęsicka*
Korekta: *zespół*

Podręcznik dopuszczony do użytku szkolnego przez ministra właściwego do spraw oświaty i wychowania i wpisany do wykazu podręczników przeznaczonych do kształcenia w zawodach do nauczania zawodu **technik pojazdów samochodowych** na poziomie **technikum** i **szkoły policealnej** na podstawie opinii rzeczoznawców: prof. nzw. dr. hab. inż. Krzysztofa Pacholskiego, prof. zw. dr. hab. Marka Ruszkowskiego i mgr. inż. Roberta Wanica.
Numer dopuszczenia: **21/2010**

744.4÷621.753.1÷621.743.2÷531.8÷539.4(075)

Pierwsza część podręcznika poświęconego podstawom konstrukcji maszyn w zakresie niezbędnym dla technika pojazdów samochodowych. Opisano podstawy rysunku technicznego z uwzględnieniem komputerowego wspomagania projektowania CAD, najważniejsze zagadnienia związane z pomiarami warsztatowymi oraz najistotniejsze pojęcia z zakresu tolerancji i pasowań. Przedstawiono również podstawy mechaniki technicznej, w tym m.in. rodzaje sił i ich układy, klasyfikację i ogólną charakterystykę ruchu ciał oraz zasady dynamiki i drgania. Omówiono też podstawy wytrzymałości materiałów z uwzględnieniem zwłaszcza różnych stanów i rodzajów obciążeń, rodzajów naprężeń oraz różnorodnych obliczeń wytrzymałościowych. Materiał nauczania bogato zilustrowano w celu ułatwienia zrozumienia opisywanych treści nauczania. Na końcu każdego rozdziału zamieszczono pytania kontrolne oraz zadania do samodzielnego rozwiązania, umożliwiające uczniowi samoocenę w zakresie opanowania materiału.
Odbiorcy: uczniowie kształcący się w zawodzie technik pojazdów samochodowych oraz uczniowie szkół o pokrewnym profilu kształcenia.

ISBN 978-83-206-1785-6

© Copyright by Wydawnictwa Komunikacji i Łączności spółka z o.o., Warszawa 2011, 2012

Utwór ani w całości, ani we fragmentach nie może być skanowany, kserowany, powielany bądź rozpowszechniany za pomocą urządzeń elektronicznych, mechanicznych, kopiujących, nagrywających i innych, w tym również nie może być umieszczany ani rozpowszechniany w postaci cyfrowej zarówno w Internecie, jak i w sieciach lokalnych bez pisemnej zgody posiadacza praw autorskich.

Wydawnictwa Komunikacji i Łączności sp. z o.o.
ul. Kazimierzowska 52, 02-546 Warszawa
tel. 22-849-27-51; fax 22-849-23-22
Dział handlowy tel./fax 22-849-23-45, tel. 22-849-27-51 w. 555
Prowadzimy sprzedaż wysyłkową książek
Księgarnia firmowa w siedzibie wydawnictwa
tel. 22-849-20-32, czynna pon.–pt. w godz. 10.00–18.00
e-mail: wkl@wkl.com.pl
Pełna oferta WKŁ w INTERNECIE: http://www.wkl.com.pl

Wydanie 1 (dodruk). Warszawa 2012

Skład i łamanie: FOTOSKŁAD Pracownia Poligraficzna
ul. Czardasza 16/18, 02-169 Warszawa
Druk i oprawa: Drukarnia TREND
e-mail: drukarniatrend@wp.pl

Spis treści

1.	**Podstawy rysunku technicznego**	9
1.1.	Rysunek techniczny językiem ludzi techniki	9
1.1.1.	Normalizacja rysunków technicznych	9
1.1.2.	Rodzaje rysunków	10
1.2.	Arkusze rysunkowe	11
1.3.	Podziałki	13
1.4.	Linie rysunkowe	14
1.5.	Pismo techniczne	19
1.6.	Tabliczki rysunkowe	22
1.7.	Rzutowanie prostokątne	25
1.8.	Rzutowanie aksonometryczne	32
1.9.	Widoki i przekroje	35
1.10.	Wymiarowanie	46
1.10.1.	Linie wymiarowe, znaki ich ograniczenia i liczby wymiarowe	46
1.10.2.	Wymiarowanie średnic, łuków i promieni	50
1.10.3.	Wymiarowanie kątów i elementów foremnych	53
1.10.4.	Wymiarowanie ścięć, zakończeń wałków i przejść	56
1.10.5.	Wymiarowanie powtarzających się elementów i zarysów krzywoliniowych	57
1.10.6.	Ogólne zasady wymiarowania	59
1.11.	Uproszczenia rysunkowe	64
1.11.1.	Uproszczenia połączeń nierozłącznych	64
1.11.2.	Uproszczenia połączeń rozłącznych	66
1.12.	Rysunek wykonawczy	79
1.13.	Rysunek złożeniowy	86
1.14.	Rysunki schematyczne	92
1.15.	Wspomaganie projektowania CAD	96
1.16.	Pytania kontrolne i zadania	99
2.	**Pomiary warsztatowe**	100
2.1.	Rodzaje pomiarów warsztatowych. Błędy pomiarów	100
2.1.1.	Metody pomiarowe	100
2.1.2.	Błędy pomiarowe	101
2.1.3.	Niepewność pomiaru	102
2.1.4.	Zapis wyników pomiaru	104
2.2.	Klasyfikacja narzędzi pomiarowych	105
2.3.	Wzorce miary	106
2.4.	Przyrządy pomiarowe	110
2.4.1.	Przymiar kreskowy	110

2.4.2. Suwmiarka ... 110
2.4.3. Przyrządy mikrometryczne ... 113
2.4.4. Czujniki zegarowe ... 117
2.4.5. Kątomierz uniwersalny ... 118
2.4.6. Przyrządy pomiarowe z odczytem cyfrowym ... 119
2.4.7. Inne urządzenia pomiarowe stosowane do pomiarów związanych z pojazdami samochodowymi ... 121
2.5. Pytania kontrolne i zadania ... 122

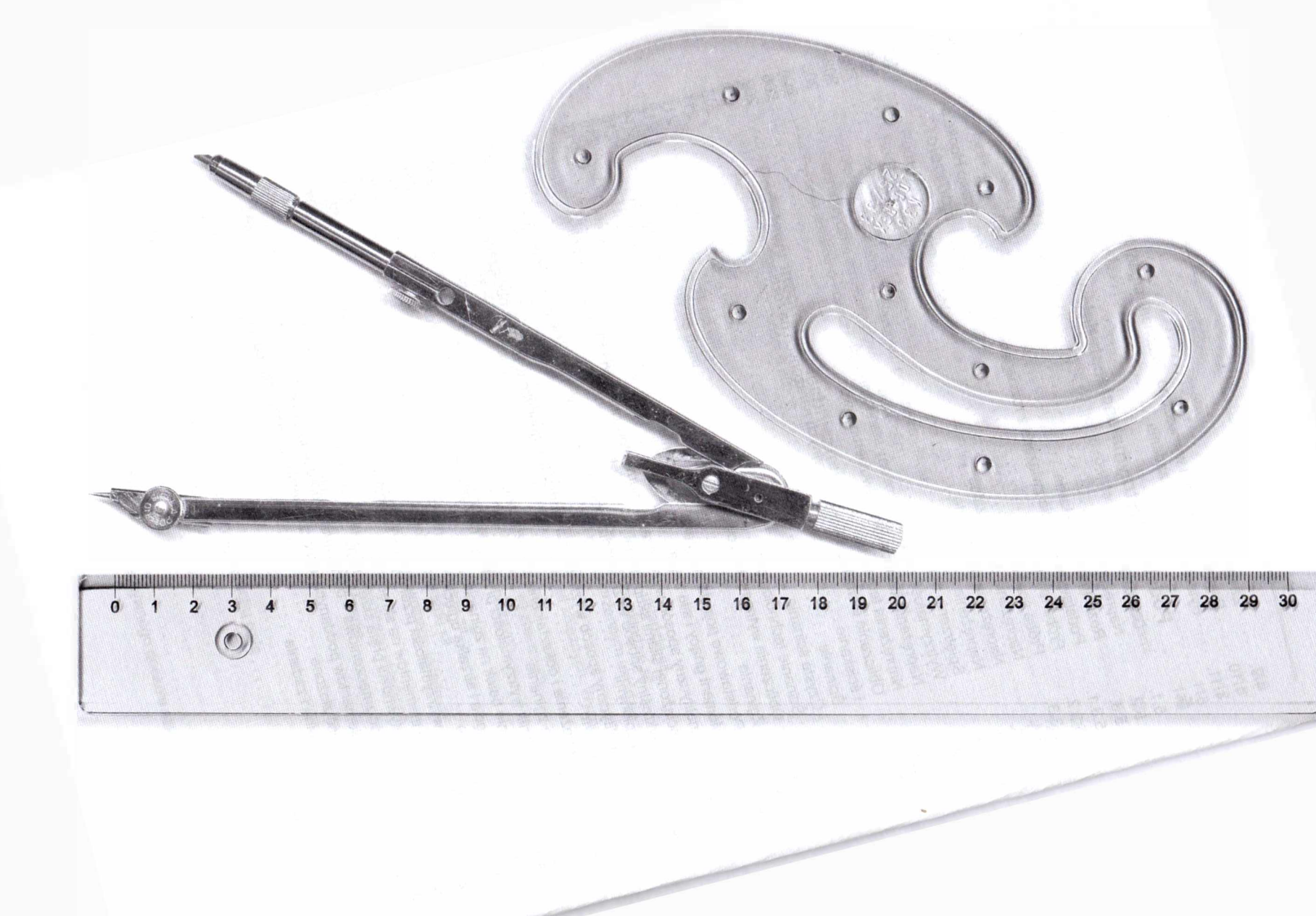
3. Tolerancje i pasowania ... 124
3.1. Podstawowe pojęcia i określenia ... 124
3.2. Rodzaje tolerancji ... 126
3.3. Pasowania ... 128
3.4. Tolerowanie kształtu, kierunku, położenia i bicia ... 133
3.5. Geometryczna struktura powierzchni (GSP) ... 136
3.6. Pytania kontrolne i ćwiczenia ... 141

4. Podstawy mechaniki technicznej ... 142
4.1. Podstawowe wiadomości o siłach ... 142
4.1.1. Podział sił ... 142
4.1.2. Więzy i reakcje więzów ... 143
4.1.3. Uwalnianie ciała od więzów ... 145
4.1.4. Rozkładanie siły na dwie składowe ... 145
4.1.5. Rzuty sił na osie układu współrzędnych ... 146
4.2. Układy sił ... 148
4.3. Płaski oraz przestrzenny układ sił zbieżnych ... 148
4.3.1. Płaski układ sił zbieżnych ... 149
4.3.2. Wykreślny sposób składania sił zbieżnych w płaskim układzie sił ... 149
4.3.3. Analityczny sposób składania sił zbieżnych w płaskim układzie sił ... 150
4.3.4. Analityczny sposób składania sił zbieżnych w przestrzennym układzie sił ... 151
4.3.5. Warunki równowagi płaskiego układu sił zbieżnych ... 151
4.3.6. Analityczne warunki równowagi płaskiego układu sił zbieżnych. Wyznaczanie reakcji ... 151
4.3.7. Wykreślny warunek równowagi płaskiego układu sił zbieżnych ... 153
4.3.8. Warunki równowagi przestrzennego układu sił zbieżnych ... 154
4.4. Dowolny płaski układ sił ... 155
4.4.1. Wykreślne składanie płaskiego dowolnego układu sił ... 155
4.4.2. Analityczne składanie płaskiego dowolnego układu sił ... 157
4.4.3. Analityczne warunki równowagi płaskiego dowolnego układu sił. Wyznaczanie reakcji ... 158
4.4.4. Wykreślne warunki równowagi płaskiego dowolnego układu sił ... 159
4.5. Moment siły względem punktu i jego wyznaczanie ... 161
4.5.1. Moment główny układu sił ... 162
4.5.2. Para sił i jej właściwości ... 163
4.6. Środek masy ciała ... 164
4.7. Tarcie ... 167
4.8. Klasyfikacja i ogólna charakterystyka ruchu ciała ... 170
4.8.1. Ruch prostoliniowy jednostajny ... 171
4.8.2. Ruch prostoliniowy zmienny ... 172
4.8.3. Ruch krzywoliniowy ... 174
4.8.4. Ruch jednostajny po okręgu ... 174
4.8.5. Ruch obrotowy jednostajny ciała sztywnego dookoła stałej osi ... 175

4.9. Zasady dynamiki ... 177
4.10. Drgania swobodne i wymuszone. Rezonans drgań ... 179
4.11. Pytania kontrolne i zadania ... 182

5. Podstawy wytrzymałości materiałów ... 184
5.1. Odkształcenia ... 184
5.2. Naprężenia ... 186
5.3. Rozciąganie i ściskanie ... 187
5.3.1. Podstawowe pojęcia związane z rozciąganiem i ściskaniem. Prawo Hooke'a ... 187
5.3.2. Próba rozciągania ... 192
5.3.3. Próba ściskania ... 196
5.4. Naprężenia dopuszczalne ... 198
5.5. Naprężenia rzeczywiste ... 200
5.6. Naprężenia stykowe ... 202
5.7. Spiętrzenie naprężeń ... 203
5.8. Wytrzymałość złożona – złożony stan naprężeń ... 205
5.9. Naprężenia jednoosiowe i dwukierunkowe ... 206
5.10. Naprężenia termiczne ... 207
5.11. Obliczanie elementów konstrukcyjnych narażonych na rozciąganie i ściskanie ... 208
5.12. Ścinanie ... 211
5.12.1. Czyste ścinanie ... 211
5.12.2. Ścinanie technologiczne ... 212
5.13. Obliczenia wytrzymałościowe na ścinanie ... 214
5.14. Zginanie ... 216
5.14.1. Podstawowe pojęcia związane ze zginaniem ... 216
5.14.2. Moment gnący i siła tnąca ... 218
5.14.3. Analityczny sposób wyznaczania momentów gnących i sił tnących w belce obciążonej siłami skupionymi ... 219
5.14.4. Wykreślny sposób wyznaczania momentów gnących w belce obciążonej siłami skupionymi ... 224
5.14.5. Analityczny sposób wyznaczania momentów gnących w belce z obciążeniem ciągłym ... 226
5.14.6. Naprężenia i odkształcenia przy zginaniu ... 230
5.14.7. Czyste zginanie ... 231
5.14.8. Wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie ... 231
5.14.9. Obliczanie belek na zginanie ... 233
5.14.10. Linia ugięcia i strzałka ugięcia ... 235
5.15. Skręcanie ... 236
5.15.1. Wskaźnik wytrzymałości przekroju na skręcanie ... 237
5.15.2. Obliczanie elementów na skręcanie ... 237
5.15.3. Warunek sztywności pręta skręcanego ... 240
5.16. Wytrzymałość zmęczeniowa – obciążenia i naprężenia zmienne ... 241
5.17. Obliczanie elementów poddanych jednoczesnemu zginaniu i skręcaniu – wytrzymałość złożona ... 243
5.18. Pytania kontrolne i zadania ... 245

Literatura ... 247


0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

1. Podstawy rysunku technicznego

1.1. Rysunek techniczny językiem ludzi techniki

Rysunek techniczny jest podstawowym sposobem przekazu informacji dotyczących osiągnięć cywilizacyjnych człowieka w wielu dziedzinach techniki. Posługują się nim ludzie na całym świecie. Trudno byłoby znaleźć lepszą, dokładniejszą i bardziej zwięzłą metodę przekazu szczegółów z zakresu budowy, schematu czy zasady działania wybranego obiektu technicznego. Nie sposób nawet wyobrazić sobie, jak skomplikowany musiałby być opis zastępujący ten prosty obraz graficzny.

Początki współczesnego rysunku technicznego sięgają epoki rozwoju wielkiego przemysłu, czyli XVIII wieku. Obecnie, w czasach dynamicznego rozwoju techniki rysunek stał się tak powszechny, że znajomość zasad zapisu konstrukcji, szczególnie dla ludzi związanych z techniką, jest nieodzowna. W niniejszym rozdziale podano podstawowe zasady rysunku technicznego.

1.1.1. Normalizacja rysunków technicznych

Zasady i reguły stosowane do przekazu informacji zostały ujednolicone i ujęte w normy. W Polsce regulują je Polskie Normy (PN) opracowane przez Polski Komitet Normalizacyjny (PKN) współpracujący z Międzynarodową Organizacją Normalizacyjną (ISO).

Omawiane zasady muszą być stosowane i przestrzegane przez wszystkie kraje, bowiem wymusza je coraz powszechniejsza międzynarodowa współpraca w zakresie wymiany myśli naukowo-technicznej, a także w procesach wytwarzania nowych konstrukcji. Brak tego rodzaju obowiązujących reguł, dotyczących umownych znaków, skrótów, sposobu przedstawienia przedmiotu na rysunku, określenia wymiarów i innych uproszczeń, prowadziłby do nieporozumień i zdecydowanie utrudniał, a nawet uniemożliwiał współdziałanie ludzi techniki na świecie.

Dlatego muszą być ustalone normy, czyli ogólnie przyjęte zasady, reguły, przepisy, wzory i sposoby postępowania w określonych dziedzinach. Tym zadaniom służy normalizacja, polegająca na opracowywaniu i wprowadzaniu w życie norm, czyli ujednolicaniu. W normach dotyczących rysunku technicznego są zawarte szczegółowe przepisy związane z wykonaniem rysunku, m.in. rozmiary arkuszy, rodzaje linii, sposób podawania wymiarów, opis rysunku itd.

Każda z norm ma określone numer i nazwę podane w tabeli (główce) na początku tego dokumentu (rys. 1.1).

	POLSKA NORMA	**PN-ISO 7-1**
POLSKI KOMITET NORMALIZACYJNY	**Gwinty rurowe połączeń ze szczelnością uzyskiwaną na gwincie**	Zamiast: PN-80-02031
	Wymiary, tolerancje i oznaczenia	**Grupa katalogowa** SKN 0413 ICS 21.040.30

Rys. 1.1. Przykład tabeli umieszczonej na początku Polskiej Normy

1.1.2. Rodzaje rysunków

W zależności od przeznaczenia istnieje wiele rodzajów i odmian znormalizowanego rysunku technicznego (wg normy PN-ISO 10209-1). W niniejszym rozdziale zostaną opisane tylko najważniejsze z nich, najczęściej spotykane w praktyce warsztatowej.

Rysunek wykonawczy jest to rysunek wiernie odwzorowujący kształt i wymiary przedmiotu. Zawiera wszystkie nieodzowne informacje dotyczące wytworzenia przedmiotu, a więc odpowiednie rzuty, przekroje, wymiary, dokładności wykonania wymiarów i powierzchni, tolerancje kształtu i położenia, informacje dotyczące rodzaju materiału, jego masy, obróbki cieplnej. Jest opatrzony tabelką z numerem rysunku zgodnym z numerem części na rysunku zestawieniowym oraz wielkością podziałki. Stanowi podstawę do wykonania detalu w procesie produkcyjnym oraz, ewentualnie, późniejszego odtworzenia elementu, jeżeli oryginał uległby zniszczeniu.

Rysunek złożeniowy to obraz całości urządzenia, maszyny lub zespołu z wyszczególnieniem wszystkich elementów wchodzących w jego skład. Są na nim tylko wymiary podstawowe, najczęściej gabarytowe. Może mieścić się na jednym bądź wielu arkuszach i przedstawiać widoki, przekroje oraz detale. Wykaz części musi być czytelny i zawierać informacje o numerach rysunków wykonawczych, a przy opisie typowego elementu odsyłać do odpowiedniej normy bądź katalogu. Na jego podstawie można poznać sposób łączenia i działania całego zespołu.

Rysunek szczegółu przedstawia najczęściej w powiększeniu jakiś element konstrukcji i zawiera specyficzne informacje dotyczące kształtu oraz konstrukcji albo montażu i połączeń.

Rysunek połączenia zawiera informacje niezbędne do złożenia i dopasowania dwóch części, odnoszące się np. do ich wymiarów, ewentualnych ograniczeń kształtu oraz wymagań dotyczących eksploatacji i prób.

Wykaz części przedstawia kompletną listę pozycji tworzących zespół (albo podzespół) lub poszczególnych części przedstawionych na rysunku.

Rysunek części prezentuje pojedynczą część (której nie można rozłożyć na mniejsze części) i zawiera wszystkie informacje opisujące tę część.

Rysunek podzespołu jest rodzajem rysunku złożeniowego przedstawiającym tylko ograniczoną liczbę grup części.

Rysunek odmian wykonania przedstawia części o podobnym kształcie ale o odmiennych parametrach.

Rysunek schematyczny to rysunek przedstawiający zasadę działania urządzenia z daleko idącymi uproszczeniami. W miejsce widoków elementów są stosowane symbole graficzne. Najczęściej spotykane rysunki tego rodzaju to schematy kinematyczne, elektryczne i elektroniczne oraz blokowe.

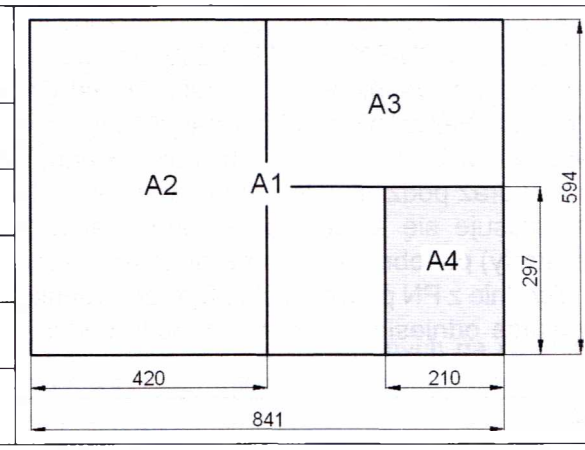
1.2. Arkusze rysunkowe

W rysunku technicznym maszynowym stosuje się podstawowe (standardowe) – od A4 do A0 (tabl. 1-1) – oraz pochodne (czyli krotność podstawowych) formaty arkuszy.

Tablica 1-1

Podstawowe formaty arkuszy rysunkowych

Format	Wymiary arkusza (mm)
A0	841 x 1189
A1	594 x 841
A2	420 x 594
A3	297 x 420
A4	210 x 297



W wymiarach formatów podstawowych obowiązują poniższe zależności:
- pole powierzchni formatu A0 wynosi 1 m^2,
- stosunek długości boków formatów podstawowych wynosi $\sqrt{2}$,
- format o jeden stopień wyższy ma dwukrotnie mniejsze pole powierzchni od formatu niższego (np. A4 jest powierzchniowo dwukrotnie mniejszy od A3).

Wielkość arkusza rysunkowego dobiera się stosownie do wielkości przedmiotu. W niektórych przypadkach potrzebne są formaty o innych proporcjach. Powstają one jako złożenie kilku jednakowych formatów podstawowych. Przykłady złożeń formatów podstawowych – czyli formatów pochodnych – podano w tablicy 1-2.

Tablica 1-2

Pochodne formaty arkuszy rysunkowych

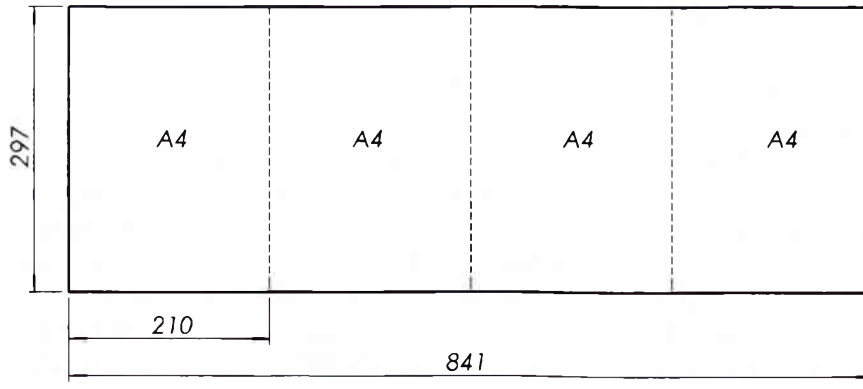
Krotność formatu	Wymiary (wysokość x szerokość w mm)				
	A0	A1	A2	A3	A4
2	1189 x 1682				
3	1189 x 2523	841 x 1783	594 x 1261	420 x 891	297 x 630
4		841 x 2378	594 x 1682	420 x 1189	297 x 841
5			594 x 2102	420 x 1486	297 x 1051
6				420 x 1783	297 x 1261
7				420 x 2080	297 x 1471

Na rysunku 1.2 pokazano przykład złożenia czterech arkuszy formatu A4 w poziomie w celu umożliwienia narysowania długiego, nietypowego przedmiotu.

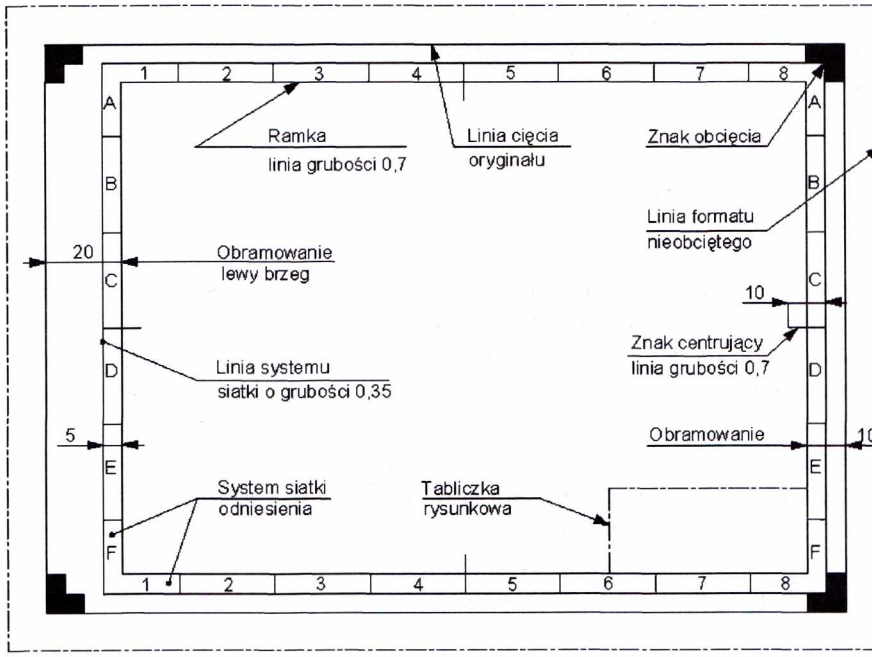
Dzięki ujednoliceniu wymiarów arkuszy łatwiejsze staje się przechowywanie rysunków, bowiem w wyniku powielenia formatu A4 dokumentacja techniczna zachowuje standardowe rozmiary. Przez odpowiednie składanie i określony opis rysunku można uzyskać możliwość szybkiego dotarcia do potrzebnej informacji.

Każdy arkusz powinien być zaopatrzony w tabliczkę rysunkową, która zgodnie z normą PN-EN ISO 7200:2007 ma być usytuowana w prawym dolnym rogu arkusza rysunkowego. Dzięki niej łatwiej jest odnaleźć interesujący nas element. Najważniejsze informacje zawarte w tabliczce rysunkowej to: nazwa rysunku lub detalu, nazwa lub znak zakładu, rodzaj materiału, masa, numer rysunku oraz podziałka. W celu łatwiejszego zlokalizowania poszczególnych detali stosuje się system siatki odniesienia (czyli podział pola rysunkowego na strefy) podobny do stosowanego na mapach kartograficznych (rys. 1.3).

Zgodnie z PN poszczególne formaty rysunkowe zawierają różne ilości znaków w siatce odniesienia według zasady podziału na pola o długości 50 mm od



Rys. 1.2. Poziome złożenie czterech arkuszy formatu A4



Rys. 1.3. Elementy graficzne arkusza rysunkowego

góry ku dołowi oraz od strony lewej do prawej. Współrzędne zaznaczonych stref należy zaznaczać w kierunku pionowym kolejnymi literami alfabetu, a w kierunku poziomym liczbami arabskimi. Na formacie A4 litery i cyfry powinny być umieszczone tylko u góry i na prawym boku obramowania. Wysokość liter i cyfr powinna wynosić 3,5 mm.

1.3. Podziałki

Podziałka stanowi stosunek wielkości liniowych przedstawionych na rysunku do odpowiadających im rzeczywistych wielkości liniowych. Podziałkę podaje się zawsze w tabliczce rysunkowej. Podziałki rysunkowe znormalizowano w normie PN-EN ISO 5455. Znormalizowane wartości podziałki podano w tablicy 1-3.

W razie potrzeby zalecany szereg podziałek można rozszerzyć, mnożąc przez całkowite wielokrotności liczby 10 w obie strony. Podziałkę należy dobierać tak, aby przedstawiony rysunek obiektu był czytelny. Jeśli na rysunku przedstawia się

Tablica 1-3

Znormalizowane wartości podziałek w rysunku technicznym

Rodzaj	Wartości
Podziałki zwiększające	2:1; 5:1; 10:1; 20:1; 50:1; 100:1
Podziałka naturalna	1:1
Podziałki zmniejszające	1:2; 1:5; 1:10; 1:20; 1:50; 1:100

przedmiot w dużym powiększeniu, zaleca się do niego dołączyć rzut tego przedmiotu w podziałce naturalnej, który może być uproszczony i obrazować tylko zarys przedmiotu.

1.4. Linie rysunkowe

Linia rysunkowa jest obiektem geometrycznym o długości większej niż połowa grubości. **Kropką** natomiast nazywa się obiekt graficzny o długości mniejszej lub równej połowie grubości. **Rysunki techniczne** najczęściej wykonuje się na białych (np. bristol, papier do urządzeń biurowych) lub szarych (np. kalka techniczna) arkuszach. W tych przypadkach linie rysunku należy kreślić kolorem czarnym.

W rysunku technicznym stosuje się 15 rodzajów linii podanych w tablicy 1-4. Według normy każda z linii ma odpowiedni numer, nazwę i reprezentację graficzną. Każdy z podanych rodzajów linii może być stosowany w czterech odmianach graficznych: falistej, spiralnej, zygzakowej i odręcznej (przykłady odmian graficznych linii ciągłej podano w tablicy 1-5).

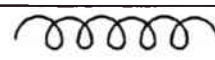
Tablica 1-4

Rodzaje linii rysunkowych

Nr linii	*Opis linii*	*Reprezentacja graficzna*
01	ciągła	
02	kreskowa	
03	kreskowa z odstępami	
04	z długą kreską i kropką	
05	z długą kreską i dwiema kropkami	
06	z długą kreską i trzema kropkami	
07	kropkowa	
08	z długą i krótką kreską	
09	z długą kreską i dwiema krótkimi kreskami	
10	kreskowo - kropkowa	
11	z dwiema kreskami i kropką	
12	kreskowa z dwiema kropkami	
13	z dwiema kreskami i dwiema kropkami	
14	z krótką kreską i trzema kropkami	
15	z dwiema kreskami i trzema kropkami	

Tablica 1-5

Odmiany graficzne linii ciągłej

Falista	Spiralna	Zygzakowa	Odręczna
			

Rozróżnia się trzy grubości linii, które mogą być stosowane równocześnie do wykonania jednego rysunku. Są nimi:
– linia bardzo gruba, o grubości 2*g*,
– linia gruba, o grubości *g*,
– linia cienka, o grubości 0,5*g*.

Najczęściej spotykane grubości linii stosowane do kreślenia rysunków są następujące: 0,13; 0,18; 0,25; 0,35; 0,5; 0,7; 1,0; 1,4; 2,0 mm. Wartości są nieprzypadkowe i wynikają z szeregu geometrycznego w którym stały jest iloraz $1:\sqrt{2}$. Spośród nich można odpowiednio dobrać grupy zestopniowanych grubości linii do kreślenia danego rysunku (tabl. 1-6).

Tablica 1-6

Przykłady zestopniowania grubości linii rysunkowych

Rodzaj linii	Grupy zestopniowanych grubości linii w mm			
Linia cienka	0,18	**0,25**	**0,35**	0,5
Linia gruba	0,35	**0,5**	**0,7**	1,0
Linia bardzo gruba	0,7	**1,0**	**1,4**	2,0

Uwaga: czcionką półgrubą wyróżniono grubości zalecane.

Wybór odpowiedniej grupy zastosowanych grubości linii zależy od wielkości rysunku, wielkości przedmiotu, zagęszczenia linii i przeznaczenia rysunku. Najczęściej stosuje się jedną z dwóch zalecanych grup, w której linia cienka ma grubość 0,35 mm, a linia gruba 0,7 mm.

W rysunku technicznym maszynowym stosuje się następujące rodzaje linii:
– ciągłą,
– kreskową,
– cienką z długą kreską i kropką,
– z długą kreską i dwiema kropkami.

W zależności od przeznaczenia wykorzystuje się dwie odmiany grubości linii – cienkie i grube.

Poszczególne elementy linii, np. kropki, kreski, przerwy, powinny mieć odpowiednią długość – wytyczne podano w tablicy 1-7.

Tablica 1-7

Parametry dotyczące elementów linii

Element linii	Kropki	Przerwy	Kreski krótkie	Kreski	Kreski długie	Odstępy
Długość elementu	0,5*g*	3*g*	6*g*	12*g*	24*g*	18*g*
g – grubość linii wg szeregu: 0,13; 0,18; 0,25; 0,35; 0,5; 0,7; 1,0; 1,4; 2,0 mm						

Typowe zastosowania poszczególnych rodzajów linii w rysunku technicznym maszynowym przedstawiono w tablicy 1-8.

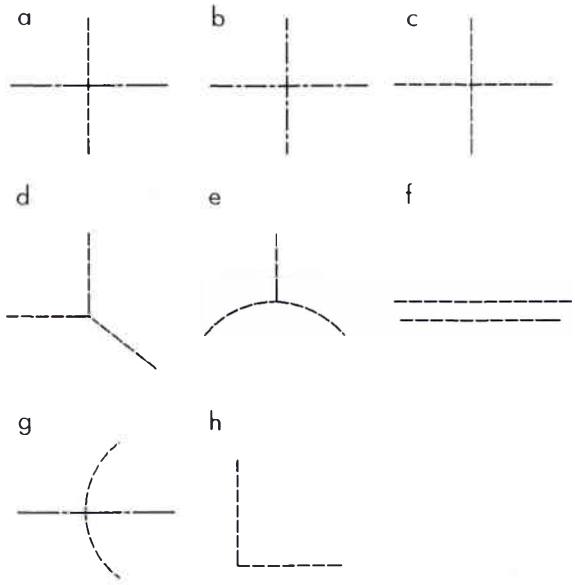
Tablica 1-8

Zastosowanie poszczególnych linii w rysunu technicznym maszynowym

Nr linii	Rodzaj i odmiana linii	Podstawowe zastosowanie
01.1	Ciągła cienka	1. Linie wymiarowe 2. Pomocnicze linie wymiarowe 3. Linie wskazujące i odniesienia 4. Kreskowanie przekrojów 5. Linie przenikania 6. Zarysy kładów miejscowych 7. Dna bruzd gwintów 8. Przekątne do oznaczania powierzchni płaskich 9. Linie rzutowania 10. Linie siatki
	Ciągła cienka odręczna	11. Zakończenie cząstkowego lub przerywanego widoku, przekroju, kładu – głównie przy kreśleniu odręcznym
	Ciągła cienka zygzakowa	12. Zakończenie cząstkowego lub przerywanego widoku, przekroju, kładu – głównie przy kreśleniu ploterem
01.2	Ciągła gruba	1. Widoczne krawędzie i zarysy przedmiotów 2. Wierzchołki gwintów 3. Granica długości gwintu pełnego
02.1	Kreskowa cienka	1. Niewidoczne krawędzie przedmiotów 2. Niewidoczne zarysy
02.2	Kreskowa gruba	Oznaczenia dopuszczalnych obszarów obróbki powierzchniowej, np. obróbki cieplnej
04.1	Cienka z długą kreską i kropką	1. Linie symetrii 2. Okręgi podziałowe otworów 3. Okręgi podziałowe kół zębatych
04.2	Gruba z długą kreską i kropką	Oznaczenia wymaganych obszarów obróbki powierzchniowej, np. obróbki cieplnej
05.1	Cienka z długą kreską i dwiema kropkami	1. Skrajne położenia części ruchomych 2. Zarysy pierwotne części – przed kształtowaniem

Wszystkie **linie nieciągłe** należy rysować według następujących zasad:
– wymiary i odległości między poszczególnymi elementami linii powinny być jednakowe;
– linie należy zaczynać i kończyć kreskami (jeżeli występują);
– linie należy rysować tak, aby stykały się i przecinały na kreskach, a jeżeli nie ma kresek – na kropkach;
– odstępy między liniami równoległymi nie powinny być mniejsze niż 0,7 mm, a linie te powinny być przesunięte względem siebie.

Kilka przykładów ilustrujących zasady rysowania linii nieciągłych pokazano na rysunku 1.4.



Rys. 1.4. Zasady rysowania linii nieciągłych
a – h – przykłady zastosowania

Linie wskazujące i odniesienia (rys. 1.5a) służą do jednoznacznego powiązania dodatkowych informacji technicznych z graficznym obrazem przedstawiony na rysunku.

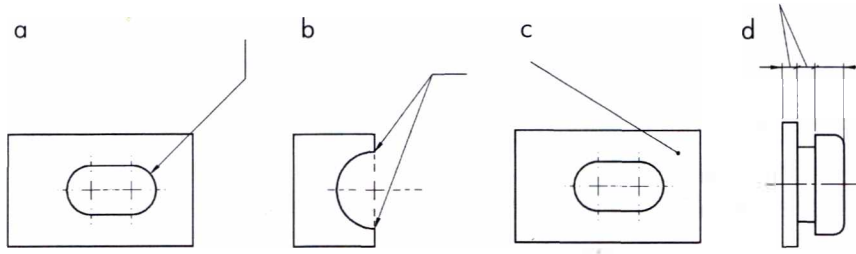
Linie wskazujące należy rysować:
– jako ciągłe cienkie,
– pod kątem większym niż 15° do innych linii przedstawionego elementu graficznego,
– zakończone grotem, kropką lub bez zakończenia.

Zakończenie grotem stosuje się, gdy linia wskazująca kończy się na innych liniach zarysu lub krawędzi rysowanego obiektu (rys. 1.5b).

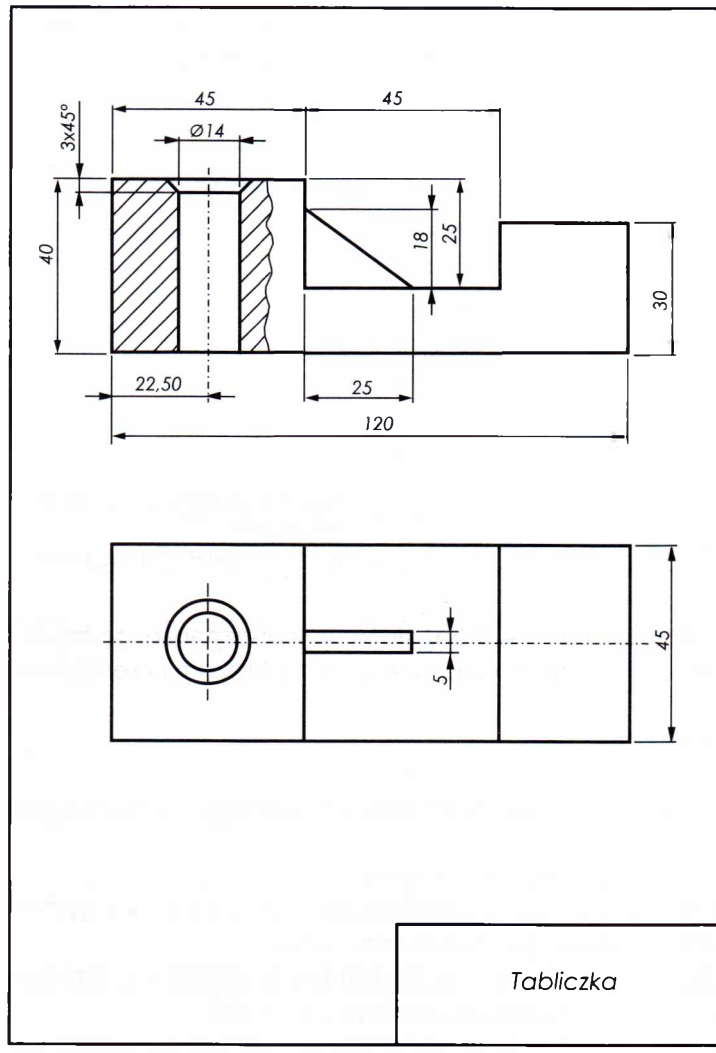
Zakończenie kropką (o średnicy równej 5 grubościom linii) stosuje się, gdy linia wskazująca kończy się wewnątrz zarysu przedmiotu (rys. 1.5c).

Linię wskazującą rysuje się bez żadnego zakończenia, gdy ta linia kończy się na innej linii (rys. 1.5d).

Linia odniesienia może być dodana do każdej linii wskazującej. Należy ją rysować jako ciągłą cienką w jednym z kierunków czytania rysunku (pozio-



Rys. 1.5. Linie wskazujące i odniesienia (a) oraz przykłady zastosowania linii wskazujących (b, c, d, e)



Rys. 1.6. Przykład zastosowania różnych linii rysunkowych

mo lub pionowo). Długość linii odniesienia zależy od długości umieszczonej nad nią informacji.

Na rysunku 1.6 zastosowano różne rodzaje linii zgodnie z ich przeznaczeniem.

1. Linią ciągłą grubą narysowano: zewnętrzny zarys przedmiotu oraz wszystkie widoczne krawędzie, a także obramowanie arkusza i zewnętrzny zarys tabliczki rysunkowej.
2. Linią ciągłą cienką – wszystkie linie wymiarowe główne i pomocnicze oraz kreskowanie przekroju.
3. Linią ciągłą cienką odręczną narysowano ograniczenie przekroju cząstkowego.
4. Linia cienka z długą kreską i kropką została zastosowana do osi symetrii.

1.5. Pismo techniczne

Rysunek techniczny oprócz linii zawiera także opisy słowne i cyfrowe wykonane za pomocą znormalizowanego pisma technicznego. W tradycyjnym rysunku technicznym stosuje się pismo znormalizowane proste lub pochyłe, dla którego są określone wszystkie wielkości charakterystyczne w odniesieniu do grubości linii pisma. Grubość linii zastosowanego pisma zależy przede wszystkim od wielkości arkusza rysunkowego. Rodzaje, zasady konstrukcji pisma, wzory liter, cyfr i znaków są określone w normach PN-EN ISO 3098-0:2002, PN-EN ISO 3098-2:2002, PN-EN ISO 3098-3:2002, PN-EN ISO 3098-4:2002, PN-EN ISO 3098-5:2002, PN-EN ISO 3098-6:2002 i PN-EN ISO 128-20:2002.

Wysokość pisma *h* jest to wysokość wielkich liter, podana w mm. Zgodnie z PN stosuje się następujące wartości tego parametru: 1,8; 2,5; 3,5; 5,0; 7,0; 10,0; 14,0; 20,0 mm. Zaleca się, aby na formatach A4 i A3 stosować wysokość pisma w napisach głównych 7,0 lub 5,0 mm, a w napisach pomocniczych i podrzędnych 5,0; 3,5 a nawet 2,5 mm. W większości przypadków stosuje się pismo proste i pochyłe rodzaju *A* i *B*. Grubość linii pisma dla rodzaju *A* wynosi $d_A = h/14$, a dla rodzaju *B* $d_B = h/10$. Wielkości oraz wymiary charakterystyczne pisma rodzaju *A* zamieszczono w tablicy 1-9, natomiast pisma rodzaju *B* – w tablicy 1-10.

Pisma rodzaju *A* i *B* można stosować jako proste lub pochyłe, odchylone od pionu w prawą stronę, pod kątem 15° (patrz rys. 1.8a, b). Pochylenie liter tekstu stwarza wrażenie poruszania się ich w prawą stronę, co porywa za sobą wzrok czytelnika i przyspiesza czytanie.

Tablica 1-9

Wielkości charakterystyczne pisma rodzaju *A*

Wielkości charakterystyczne (rys. 1.7)				Wymiary, mm						
Nazwa	Oznaczenie									
Wysokość pisma (wysokość wielkich liter oraz cyfr)	*h*	(14/14)*h*	14*d*	2,5	3,5	5,0	7,0	10,0	14,0	20,0
Wysokość małych liter	*c*	(10/14)*h*	10*d*	1,8	2,5	3,5	5,0	7,0	10,0	14,0
Odstęp między literami i cyframi	*a*[1)]	(2/10)*h*	2*d*	0,35	0,5	0,7	1,0	1,4	2,0	2,8
Minimalna podziałka wierszy (wysokość siatki pomocniczej)	*b*	(22/14)*h*	22*d*	4,0	5,5	8,0	11,0	16,0	22,0	31,0
Minimalny odstęp między wyrazami i liczbami	*e*[2)]	(6/14)*h*	6*d*	1,1	1,5	2,1	3,0	4,2	6,0	8,4
Grubość linii pisma	*d*	(1/14)*h*	–	0,18	0,25	0,35	0,5	0,7	1,0	1,4

[1)] Odstęp a między dwiema literami i cyframi, których sąsiednie linie nie są do siebie równoległe (np. KA, LV, H7), może być zmniejszony o połowę, tj. równy grubości *d* linii cyfr i liter.

[2)] Dla wyrazów rozdzielonych znakiem interpunkcji minimalny odstęp *e* jest odległością między znakiem interpunkcji a następnym wyrazem.

Tablica 1-10

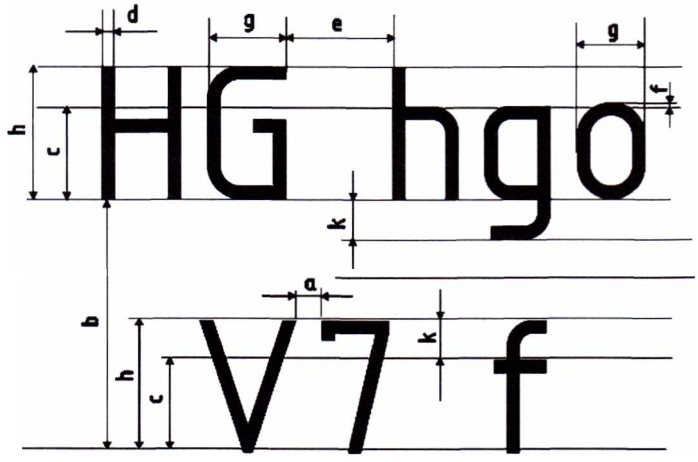
Wielkości charakterystyczne pisma rodzaju *B*

Wielkości charakterystyczne (rys. 1.7)				Wymiary, mm							
Nazwa	Oznaczenie										
Wysokość pisma (wysokość wielkich liter oraz cyfr)	*h*	(10/10)*h*	10*d*	1,8	2,5	3,5	5,0	7,0	10,0	14,0	20,0
Wysokość małych liter	*c*	(7/10)*h*	7*d*	1,3	1,8	2,5	3,5	5,0	7,0	10,0	14,0
Odstęp między literami i cyframi	a[1)]	(2/10)*h*	2*d*	0,35	0,5	0,7	1,0	1,4	2,0	2,8	4,0
Minimalna podziałka wierszy (wysokość siatki pomocniczej)	*b*	(17/10)*h*	17*d*	3,1	4,3	6,0	8,5	12,0	17,0	24,0	34,0
Minimalny odstęp między wyrazami i liczbami	*e*[2)]	(6/10)*h*	6*d*	1,1	1,5	2,1	3,0	4,2	6,0	8,4	12,0
Grubość linii pisma	*d*	(1/10)*h*	–	0,18	0,25	0,35	0,5	0,7	1,0	1,4	2,0

[1)] Odstęp *a* między dwiema literami i cyframi, których sąsiednie linie nie są do siebie równoległe (np. KA, LV, H7), może być zmniejszony o połowę, tj. równy grubości *d* linii cyfr i liter.
[2)] Dla wyrazów rozdzielonych znakiem interpunkcji minimalny odstęp *e* jest odległością między znakiem interpunkcji a następnym wyrazem.

Jak wynika z rysunku, różnice pism *A* i *B* dotyczą tylko proporcji liter. Litery rodzaju B przy tej samej wysokości są szersze. Kształt jest dokładnie taki sam.

Konstrukcję pisma stosowanego w dokumentacji technicznej wykonywanej ze wspomaganiem komputerowym (CAD) reguluje norma PN-EN ISO 3098-5. Wymagania, wymiary oraz budowa każdej litery i znaku są znacznie bardziej skomplikowane. Każdy znak jest określany za pomocą umownej siatki oddalonej od następnej w określony sposób. Ogólnie pismo CAD jest kształtem bardzo



Rys. 1.7. Wielkości charakterystyczne pisma technicznego

a

AĄBCĆDEĘFGHIJKLŁMNŃOÓPQRST
UVWXYZŹ aąbcćdeęfghijklmnń
oópqrstuvwxyzź 1234567890
I III IV V VIII IX V

AĄBCĆDEĘFGHIJKLŁMNŃOÓPQRST
UVWXYZŹ aąbcćdeęfghijklmnń
oópqrstuvwxyzź 1234567890
I III IV V VIII IX V

b

AĄBCĆDEĘFGHIJKLŁMNŃOÓPQRST
UVWXYZŹ aąbcćdeęfghijklmnń
oópqrstuvwxyzź 1234567890
I III IV V VIII IX V

AĄBCĆDEĘFGHIJKLŁMNŃOÓPQRST
UVWXYZŹ aąbcćdeęfghijklmnń
oópqrstuvwxyzź 1234567890
I III IV V VIII IX V

Rys 1.8. Kształty liter pisma technicznego prostego i pochyłego
a – pismo rodzaju *A*,
b – pismo rodzaju *B*

zbliżone do pisma stosowanego w procesie ręcznego opisu dokumentacji. Pismo rodzaju CA odpowiada pismu rodzaju A, natomiast pismo rodzaju CB odpowiada pismu rodzaju B. W opisach ręcznych i komputerowych pismo rodzajów B i CB jest uprzywilejowane.

Niestety, obecnie stosowane programy do grafiki komputerowej nie zawsze są dostosowane do wymogów PN. Dlatego, używając programu komputerowego, należy wybierać rodzaj pisma jak najbardziej zbliżony do wymaganego, opisanego w niniejszym rozdziale, by rysunek był czytelny.

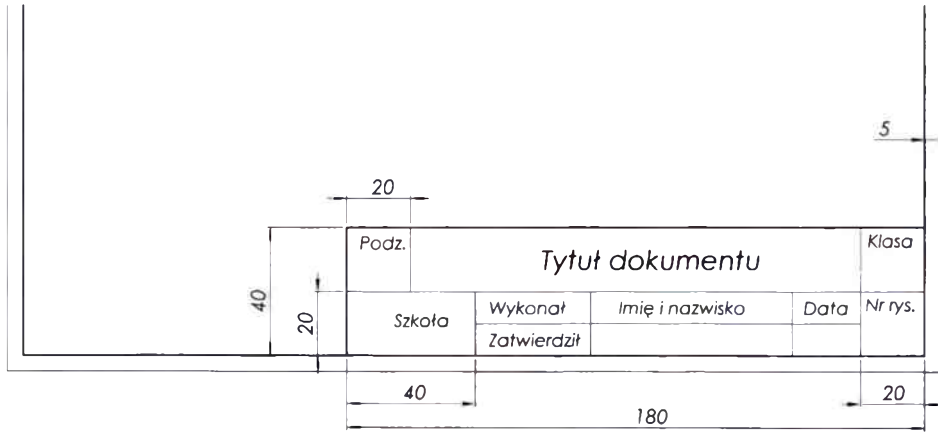
1.6. Tabliczki rysunkowe

Każdy arkusz rysunkowy powinien zawierać w prawym dolnym rogu tabliczkę rysunkową, usytuowaną stycznie do linii obramowania. Na formacie arkusza A4 należy ją umieścić wzdłuż krótszego boku, a na innych formatach wzdłuż boku dłuższego. Długość tabliczki rysunkowej, bez względu na wielkość akrusza, powinna wynosić 180 mm.

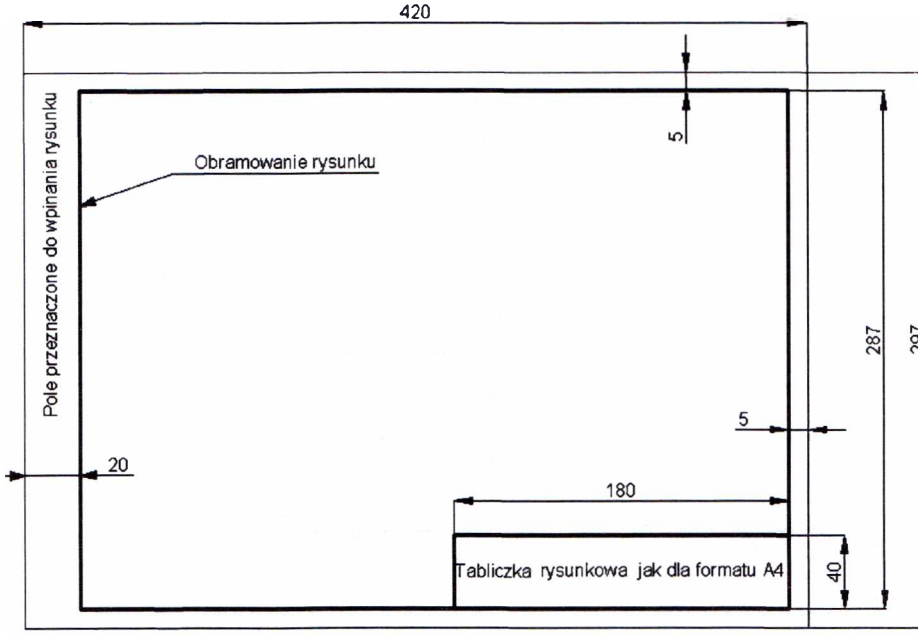
Istnieje wiele rodzajów i odmian tabliczek rysunkowych różniących się między sobą kształtem i wielkością, ilością oraz rozmieszczeniem zawartych w nich informacji. Różnice te wynikają ze specyfiki różnych branż i dziedzin techniki. Nie jest możliwe stworzenie jednej, uniwersalnej tabliczki rysunkowej. Można jedynie określić podstawowe wytyczne dotyczące typowych wielkości umieszczonych wewnątrz typowej tabliczki. Wzór podstawowej tabliczki rysunkowej opracowanej na potrzeby szkolne przedstawiono na rysunku 1.9.

Tabliczka przedstawiona na rysunku 1.9 może być używana w rysunkach ćwiczebnych, jak również w rysunku wykonawczym. Można ją stosować na wszystkich formatach rysunkowych. Przykład umieszczenia tabliczki na formacie A3 pokazano na rysunku 1.10.

Tabliczka na rysunku złożeniowym jest podobna do pokazanej na rysunku 1.10, ale dodatkowo zawiera wykaz części z numerem pozycji, liczbą sztuk, nazwami części oraz numerem rysunku lub normy dla każdej części. Podawanie na rysunku złożeniowym materiału i masy części nie jest konieczne. Ważne jest natomiast, aby kolejność części umieszczonych w wykazie ustalać od większych gabarytowo do mniejszych, z pierwszeństwem dla elementów wykonywanych przez zakład. W następnej kolejności umieszcza się części ogólnie dostępne w handlu. Pierwszą pozycję zapisuje się bezpośrednio nad tabliczką podstawową, a następne w kolejności rosnącej do góry. Dzięki temu istnieje możliwość dopisania kolejnych części w wykazie, bez zamykania możliwości uzupełnienia ewentualnych braków. Jeśli wykaz części jest bardzo rozwinięty



Rys. 1.9. Wzór podstawowej tabliczki rysunkowej



Rys. 1.10. Tabliczka rysunkowa na formacie A3

i tabliczka jest wyższa niż wysokość strony, to można ją kontynuować w następnej kolumnie po lewej stronie, stycznie do pierwszej kolumny, zaczynając od dołu arkusza.

Przykłady tego rodzaju tabliczek przedstawiono na rysunkach 1.11 i 1.12.

Tabliczkę rysunku złożeniowego (patrz rys. 1.11b i c) należy wypełniać w sposób następujący:

- w kolumnie *„Nr poz."* (numer pozycji) wpisuje się kolejne numery, którymi części lub zespoły są oznaczone na rysunku, przy czym numeracja części w wykazie powinna biec od dołu ku górze,
- w kolumnie *„Nazwa"* wpisuje się nazwę detalu lub zespołu. Jeśli część lub zespół jest znormalizowany, to wpisuje się jego oznaczenie z odpowiedniej normy przedmiotowej,
- w kolumnie *„Liczba"* wpisuje się liczbę sztuk jednakowych części lub zespołów wchodzących w skład narysowanego przedmiotu,
- w kolumnie *„Oznaczenie"* wpisuje się numer rysunku części lub zespołu, albo numer części znormalizowanej,
- w kolumnie *„Materiał"* wpisuje się oznaczenie materiału lub numer normy, według której element został wykonany,
- w kolumnie *„Uwagi"* wpisuje się dane uzupełniające.

a

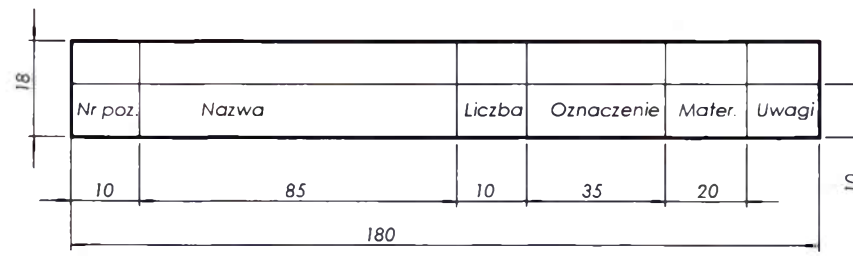
	Nazwisko	Data	Podpis	Prawny właściciel
Kierownik tech.				
Wykonał				
Zatwierdził				
Liczba arkuszy	Tytuł, tytuł dodatkowy			Numer identyfikacyjny
Podz.				Uwagi

b

Nr poz.	Nazwa			Liczba	Oznaczenie	Mater.	Uwagi
	Nazwisko	Data	Podpis				
Wykonał							
Zatwierdził				Nr zmiany	Treść zmiany		Podpis
Podz.	Tytuł				Nr rysunku		Ark.

180

c



Rys. 1.11. Przykłady uproszczonych tabliczek rysunkowych

a – przykładowa tabliczka rysunku wykonawczego,

b – przykładowa tabliczka rysunku złożeniowego,

c – część tabliczki rysunku złożeniowego nadpisywana nad tabliczką podstawową

a

7							
6							
5							
4							
3							
2							
1							
Nr poz.	Tytuł			Liczba	Materiał	Oznaczenie	Uwagi
Podziałka	Kierownik tech.				Ciężar	Zastępuje	Data zas.
Prawny właściciel	Wykonał			Wykonano do:		Symbol	Numer
	Zatw.						

b

Nr poz.	Tytuł			Liczba	Ciężar	Nr rysunku, części	Uwagi
					Materiał	Zastępuje	Data zas.
Podziałka	Kierownik tech.			Wykonano do:		Symbol	Numer
Prawny właściciel	Wykonał						
	Zatw.						

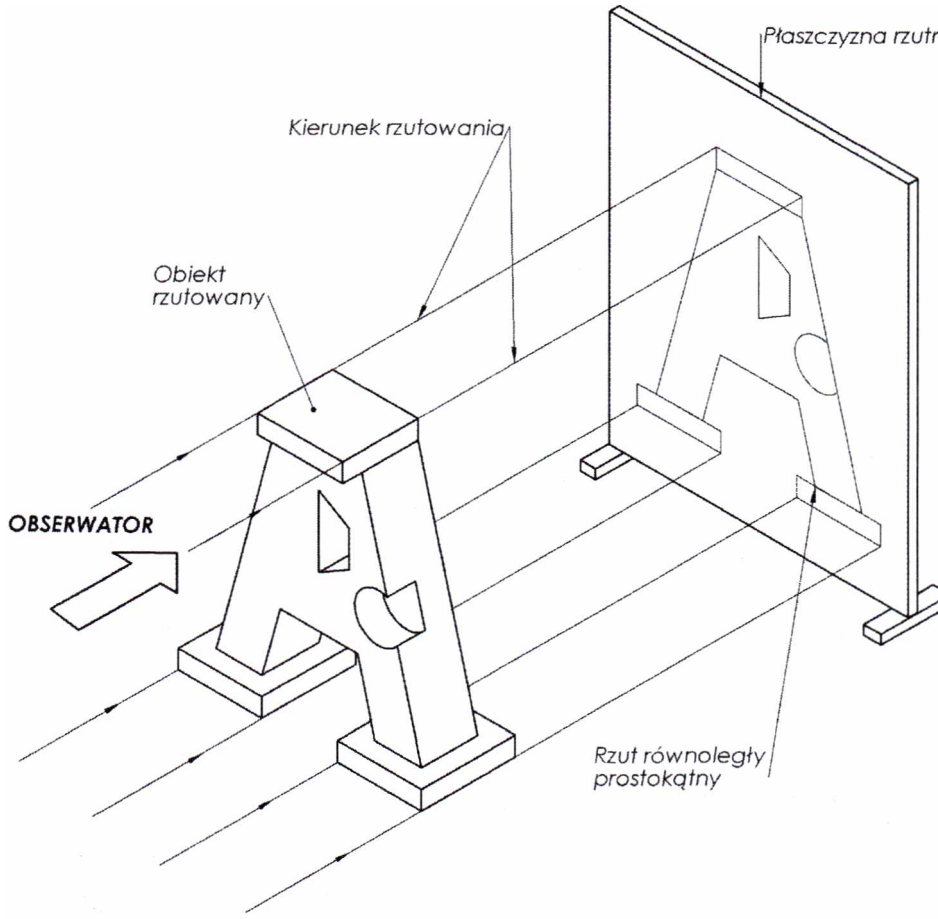
180

Rys. 1.12. Wzory tabliczek (*a*, *b*) stosowanych w przemyśle

1.7. Rzutowanie prostokątne

Dokumentacja techniczno-ruchowa, w formie rysunków technicznych na arkuszu papieru lub kalki, wymaga niejednokrotnie możliwości jednoznacznego odwzorowania kształtu przedmiotu przestrzennego na płaszczyźnie. To zadanie może zostać spełnione dzięki przyjętym metodom geometrycznego przekształcania, zwanym rzutowaniem prostokątnym i aksonometrycznym. Rzutowanie prostokątne polega na wykonaniu obrazów (rzutów) przedmiotu na wzajemnie prostopadłe płaszczyzny, w kierunkach rzutowania prostopadłych do rzutni. Rzutowanie prostokątne jest najbardziej rozpowszechnioną formą graficznego zapisu konstrukcji. Według zaleceń w rysunku technicznym można stosować następujące metody przedstawiania obiektów:
– pierwszego kąta (dawniej tzw. metoda europejska),
– trzeciego kąta (dawniej tzw. metoda amerykańska),
– rzutowania identyfikowanego strzałkami,
– z lustrzanym odbiciem.

Rzutowanie według metody pierwszego kąta polega na wyznaczaniu rzutów prostokątnych przedmiotu we wzajemnie prostopadłych rzutniach przy założeniu, że obiekt rzutowany znajduje się pomiędzy obserwatorem i rzutnią. Otrzymany rzut wygląda tak samo, jak zdjęcie obiektu „od przodu" (rys. 1.13).



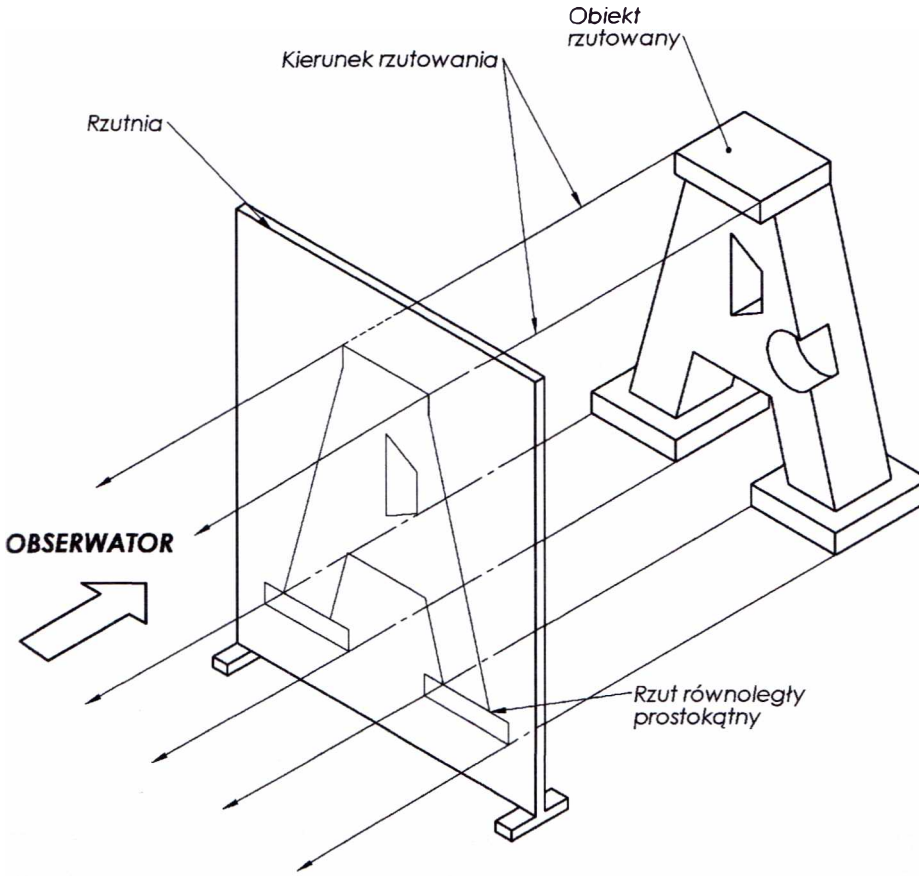
Rys. 1.13. Rzutowanie metodą pierwszego kąta

Rzutowanie metodą trzeciego kąta różni się tym, że rzutnia znajduje się pomiędzy obserwatorem a przedmiotem obserwowanym, co skutkuje przestawieniem niektórych rzutów w stosunku do metody pierwszego kąta. Otrzymany rzut przypomina zdjęcie obiektu „od tyłu" (rys. 1.14).

Rzutowanie prostokątne przeprowadza się we wnętrzu wyobrażalnego prostopadłościanu rzutni. Jak będą wyglądały i jaki będzie układ rzutni według poszczególnych metod, pokazano na rysunku 1.15.

Rozwinięty układ rzutni według metody pierwszego kąta oraz trzeciego kąta przedstawiono na rysunkach 1.16 i 1.17. Jak widać po rozwinięciu, metody te różnią się jedynie zmianą położenia rzutów C i D oraz B i E.

W Polsce stosuje się głównie metodę pierwszego kąta, jednak w wyniku rozszerzającej się międzynarodowej współpracy można również spotkać dokumentację techniczną wykonaną tą drugą metodą.



Rys. 1.14. Rzutowanie metodą trzeciego kąta

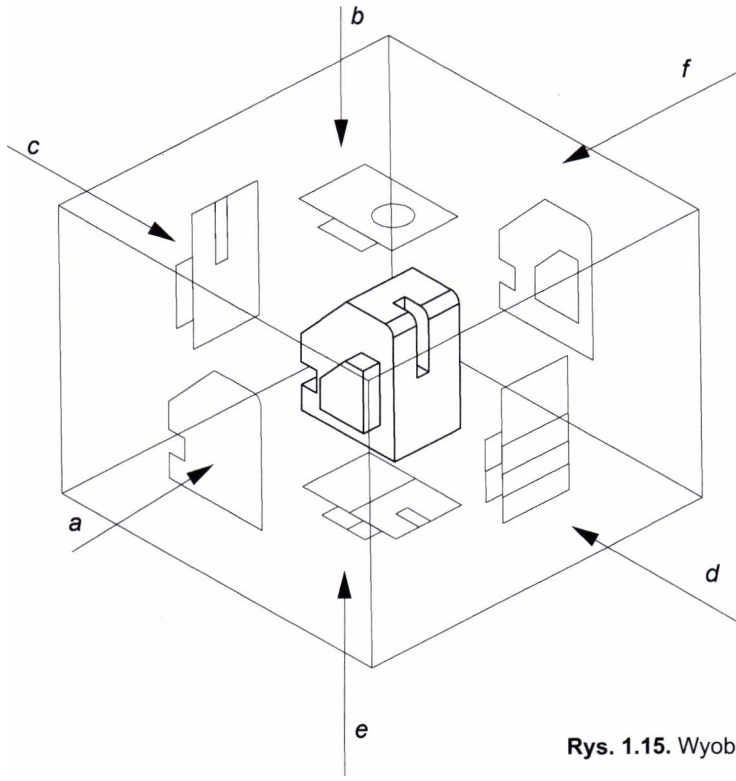
Na rysunku 1.18 zilustrowano przykłady rzutowania prostokątnego metodą pierwszego kąta, w układzie trzech podstawowych rzutni. Liniami kreskowymi zaznaczono promienie rzutujące, którymi łączymy rzuty tych samych punktów.

Zwykle w ten sam sposób, ale już bez linii pomocniczych, odwzorowuje się obraz przedmiotu przestrzennego na płaszczyźnie. Na rysunku 1.19 zamieszczono dodatkowo rysunek aksonometryczny przedmiotu (w prawej dolnej części arkusza), aby ułatwić odczytanie jego kształtu przestrzennego z rysunku na płaszczyźnie.

Należy zwrócić uwagę na zgodność usytuowania rzutów względem siebie. W przypadku obiektów przedstawionych jednoznacznie w dwóch rzutach prostokątnych można dość łatwo wykreślić ich trzeci rzut.

Podstawowe zasady rysowania przedmiotów w rzutach prostokątnych

1. Liczba rzutów obiektu powinna być minimalna, wystarczająca do jednoznacznego zobrazowania kształtów tego obiektu i jego zwymiarowania. Najczęściej są to dwa lub trzy rzuty. Czasem zdarza się, że po zaznaczeniu w sposób



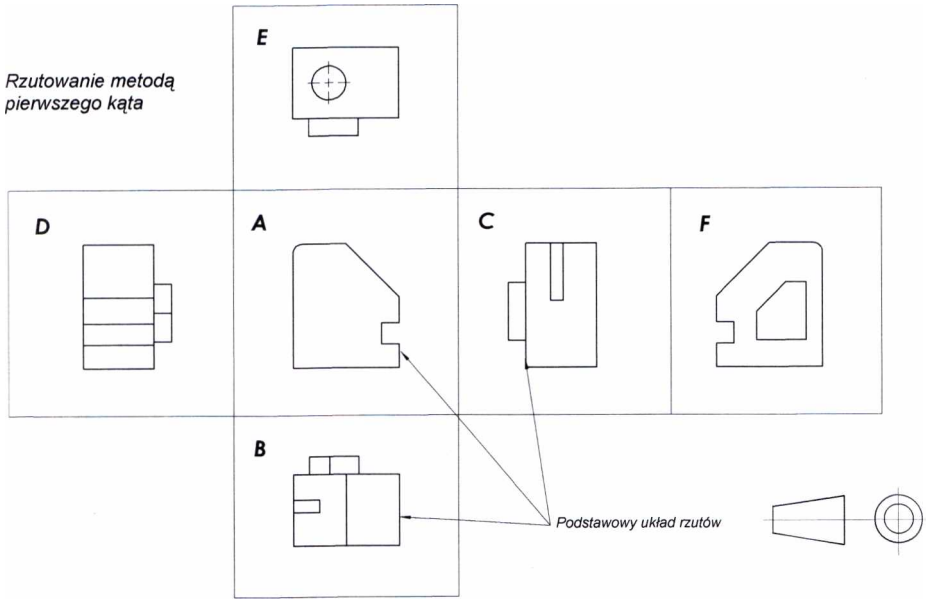
Rys. 1.15. Wyobrażalny sześcian rzutów

umowny głębokości przedmiotu wystarcza jeden rzut. Należy pamiętać, że rzut główny (najbardziej reprezentatywny dla obiektu) musi występować zawsze.

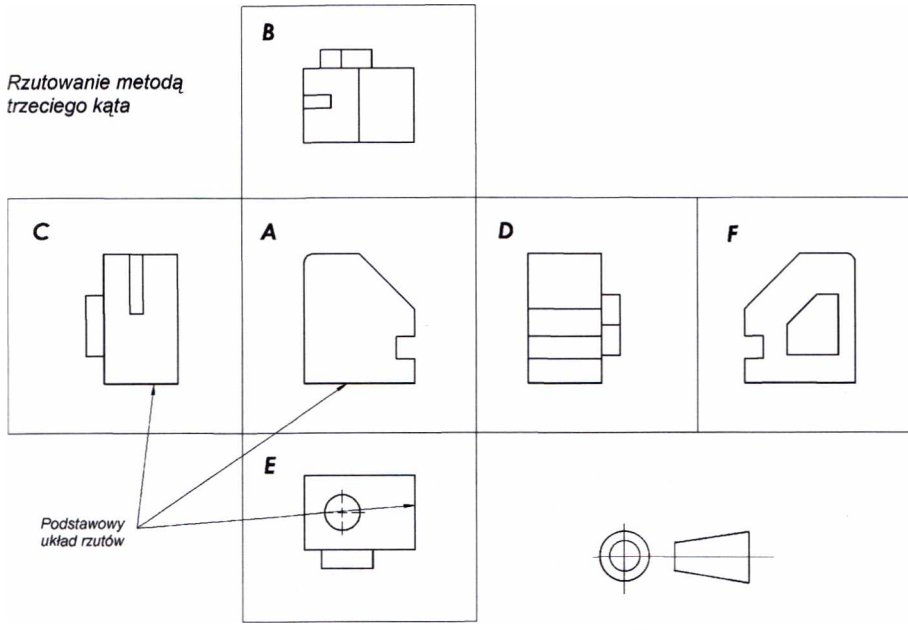
2. Przedmiot powinien być ustawiony wewnątrz wyobrażalnego prostopadłościanu rzutni w taki sposób, aby większość jego powierzchni płaskich i osi była równoległa lub prostopadła do rzutni w celu ułatwienia rysowania i wymiarowania.
3. Rzut główny (jeżeli jest to możliwe) powinien przedstawiać przedmiot w położeniu użytkowym, widzianym od strony najbardziej charakterystycznej i w położeniu pracy. Jeżeli przedmiot w czasie pracy zmienia swoje położenie, to można narysować go pionowo lub poziomo.
4. Usytuowanie rzutów względem siebie powinno być zgodne z rozwinięciem prostopadłościanu rzutni, wg określonej metody rzutowania.

Przy podejmowaniu decyzji dotyczącej liczby rzutów oraz usytuowania przedmiotu należy pamiętać o tych zasadach, choć niekiedy nie można ich ściśle zrealizować. Dopuszczalne są pewne odstępstwa. Najważniejszą rzeczą jest czytelność i jednoznaczność rysunku.

Czasem zdarza się, że określone rzuty nie mieszczą się na jednym arkuszu rysunkowym. Wtedy użyjemy większej liczby arkuszy z odpowiednimi oznaczeniami. Dopuszcza się dowolne rozmieszczenie rzutów w razie trudności uzyskania układu wynikającego z rozwinięcia prostopadłościanu rzutni.



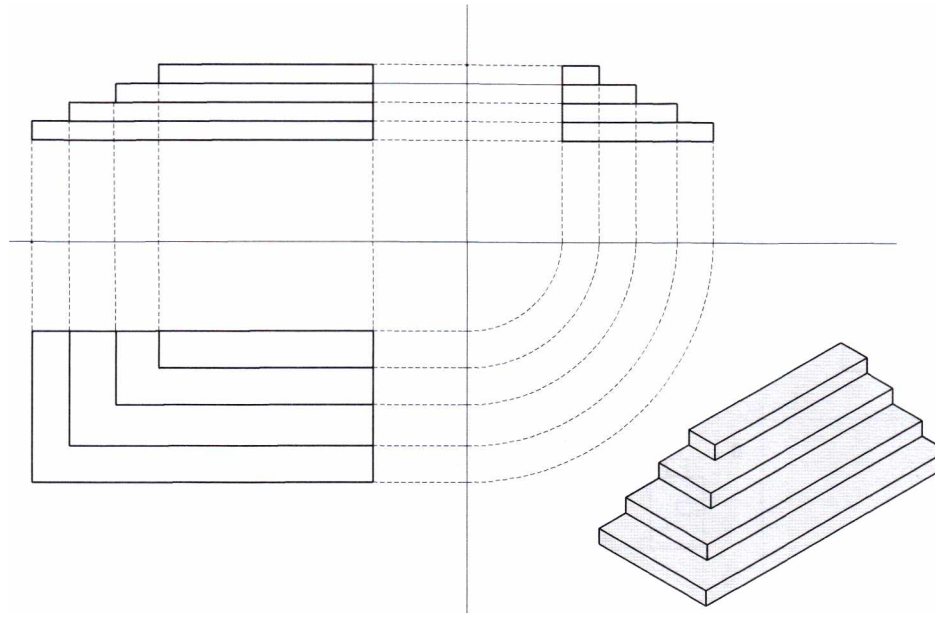
Rys. 1.16. Układ rzutów obiektu przestrzennego według metody pierwszego kąta



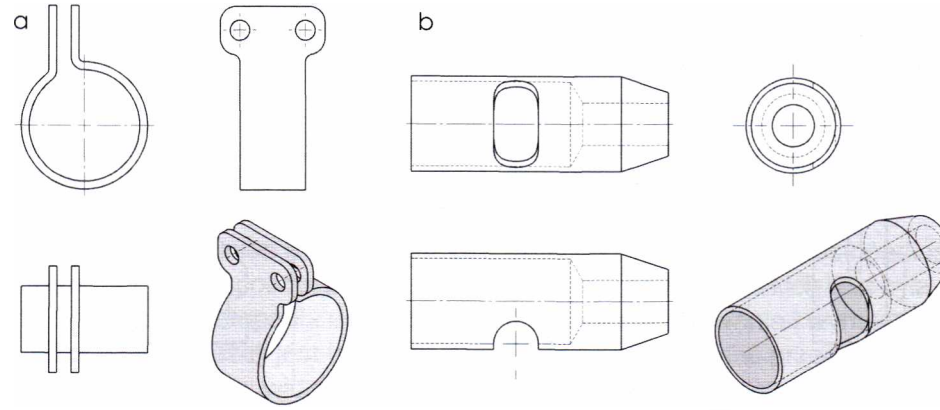
Rys. 1.17. Układ rzutów obiektu przestrzennego według metody trzeciego kąta

Rzutowanie identyfikowane strzałkami to kolejna metoda rzutowania.

Rzuty można rozmieszczać dowolnie na jednym arkuszu lub na wielu arkuszach rysunkowych, stosując odpowiednie oznaczenia (rys. 1.20). W przypadku rozmieszczenia rzutów zgodnie z rozwinięciem prostopadłościanu rzutni nie są potrzebne dodatkowe oznaczenia rzutów.



Rys. 1.18. Przykład rzutowania prostokątnego z widocznymi osiami układu współrzędnych i promieniami rzutującymi

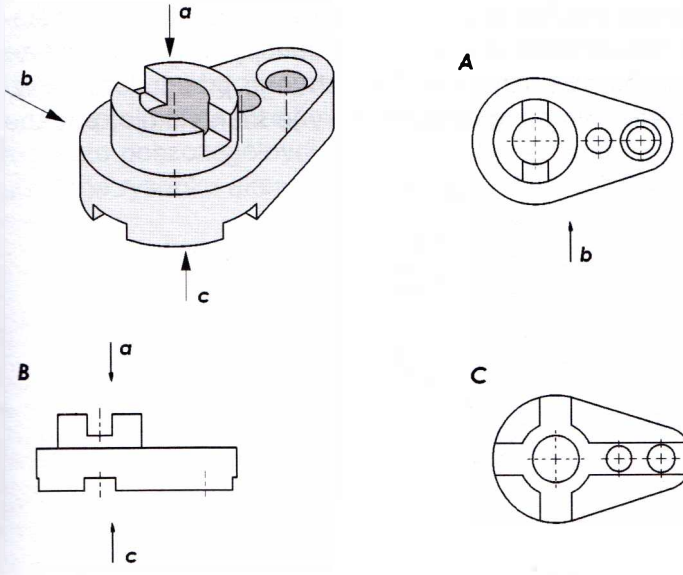


Rys. 1.19. Przykłady rysowania przedmiotów przestrzennych (patrz rysunek aksonometryczny) w rzutach prostokątnych: a – obejma, *b* – tuleja

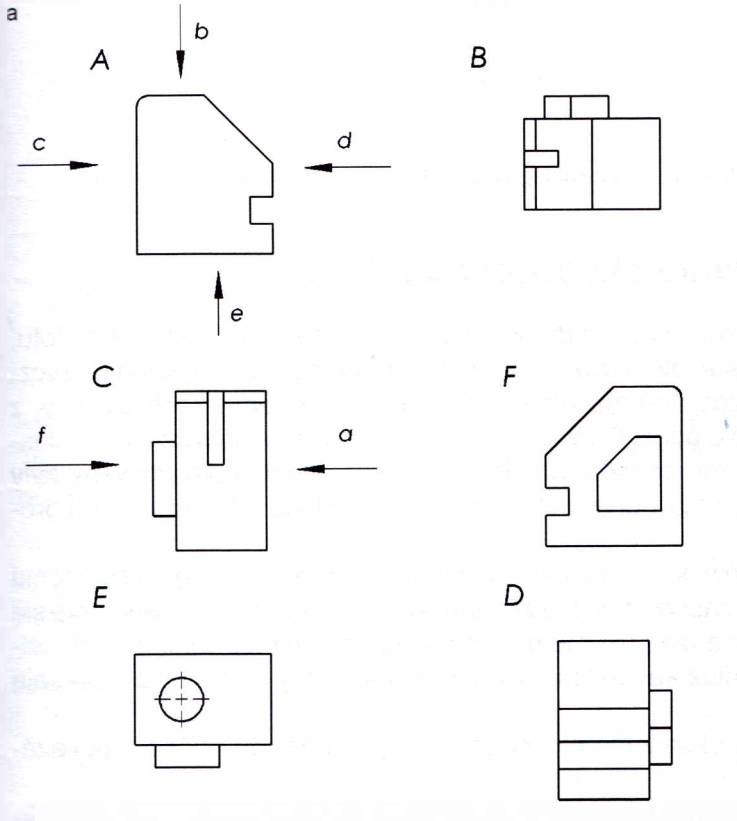
Rzutowanie identyfikowane strzałkami (rys. 1.21a) musi spełniać następujące warunki:

– rzuty można umieszczać dowolnie na płaszczyźnie rysunku,
– oprócz rzutu głównego wszystkie rzuty powinny być oznaczone wielkimi literami alfabetu umieszczonymi nad rzutem po lewej stronie,
– należy umieszczać strzałki pokazujące kierunek rzutowania,
– symbole identyfikujące kierunek patrzenia należy oznaczać strzałką i małą literą alfabetu leżącą nad strzałką lub po jej prawej stronie.

W tej metodzie nie występuje żaden dodatkowy symbol graficzny.

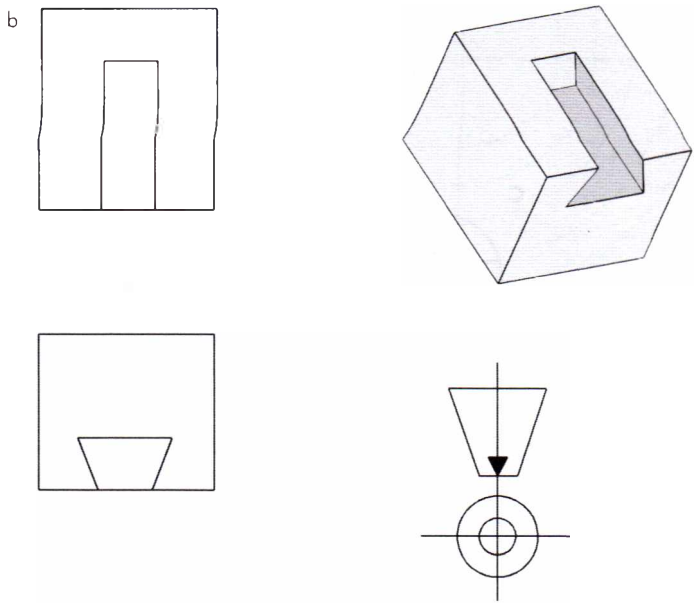


Rys. 1.20. Sposób rozmieszczenia i oznaczenia dowolnych rzutów strzałkami



Rys. 1.21a. Przykłady rzutowania prostokątnego identyfikowanego strzałkami

Rzutowanie z lustrzanym odbiciem to ostatni sposób rzutowania prostokątnego. Zgodnie z PN rzut przedmiotu jest reprodukcją obrazu w lustrze umieszczonym równolegle do płaszczyzn poziomych tego przedmiotu. Przykład takiego rzutowania oraz symbol graficzny, który je identyfikuje, podano na rysunku 1.21b.



Rys. 1.21b. Przykłady rzutowania prostokątnego identyfikowanego z lustrzanym odbiciem

1.8. Rzutowanie aksonometryczne

Rzuty aksonometryczne, służące do poglądowego przedstawiania przedmiotu, są czytelne i przejrzyste, ale bardzo pracochłonne. W metodzie aksonometrycznej rzutnią jest płaszczyzna dowolnie ustawiona względem trzech osi *x*, *y*, *z* układu prostokątnego o początku w punkcie *O*. Przedmiot umieszcza się w układzie prostokątnym w ten sposób, aby jego krawędzie, osie i płaszczyzny były w sposób szczególny ustawione w stosunku do osi układu (równolegle lub prostopadle).

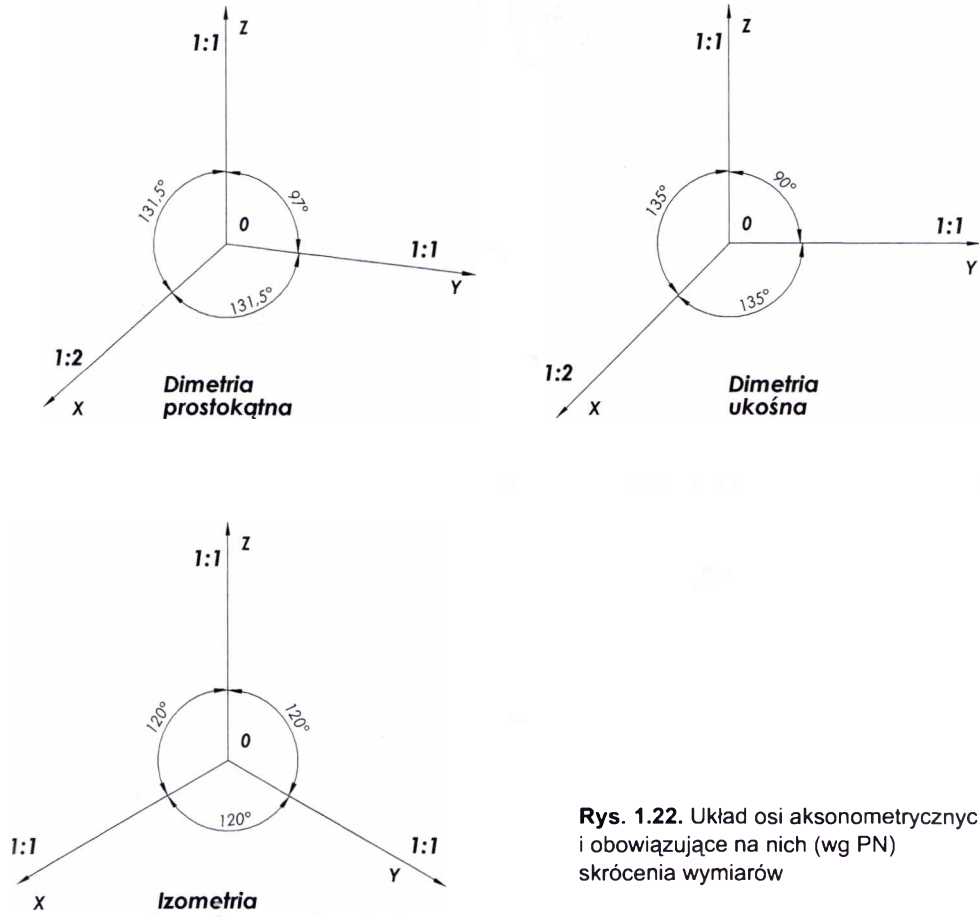
Większość wymiarów pozostaje niezmieniona. Niektóre zaś ulegają skróceniu o połowę. Z uwagi na zachowanie lub zmianę wymiarów przedmiotu wyróżnia się aksonometrię jednomiarową (izometrię) i dwumiarową (dimetrię). Izometria zachowuje wymiary wzdłuż każdej osi, a w dimetrii wymiary wzdłuż osi *x* ulegają skróceniu o połowę.

Zasady rzutowania aksonometrycznego według PN-EN ISO 5456-3 pokazano na rysunku 1.22.

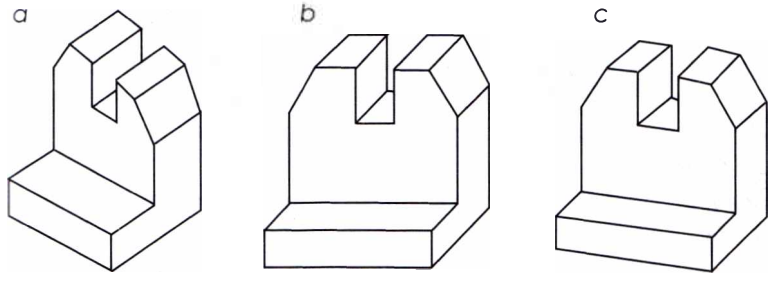
Przykładowy przedmiot narysowany za pomocą trzech różnych rodzajów aksonometrii przedstawiono na rysunku 1.23.

Rzutowanie prostokątne wymaga rozwiniętej wyobraźni przestrzennej. Nie dla wszystkich jest to jednakowo zrozumiałe. Umieszczenie, dodatkowo, na rysunku rzutu aksonometrycznego (rys. 1.24) pomaga we właściwym odczytaniu obrazu.

Ponadto można rozdzielić elementy zespołu, a poprzez to przedstawić sposób montażu poszczególnych detali oraz ich wygląd i liczbę. Pomocna jest w tym odmiana rysunku aksonometrycznego – tzw. rysunek eksplodujący (rys. 1.25).

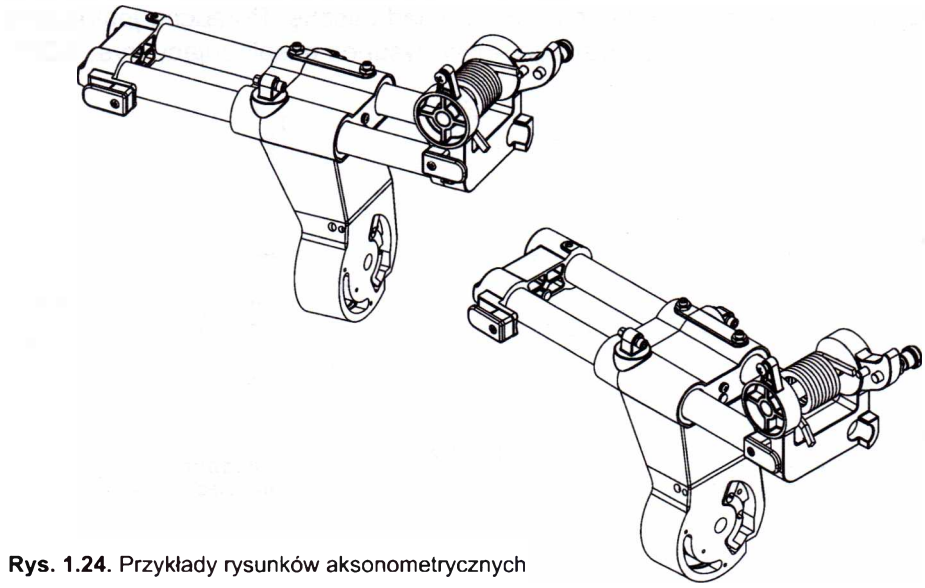


Rys. 1.22. Układ osi aksonometrycznych i obowiązujące na nich (wg PN) skrócenia wymiarów

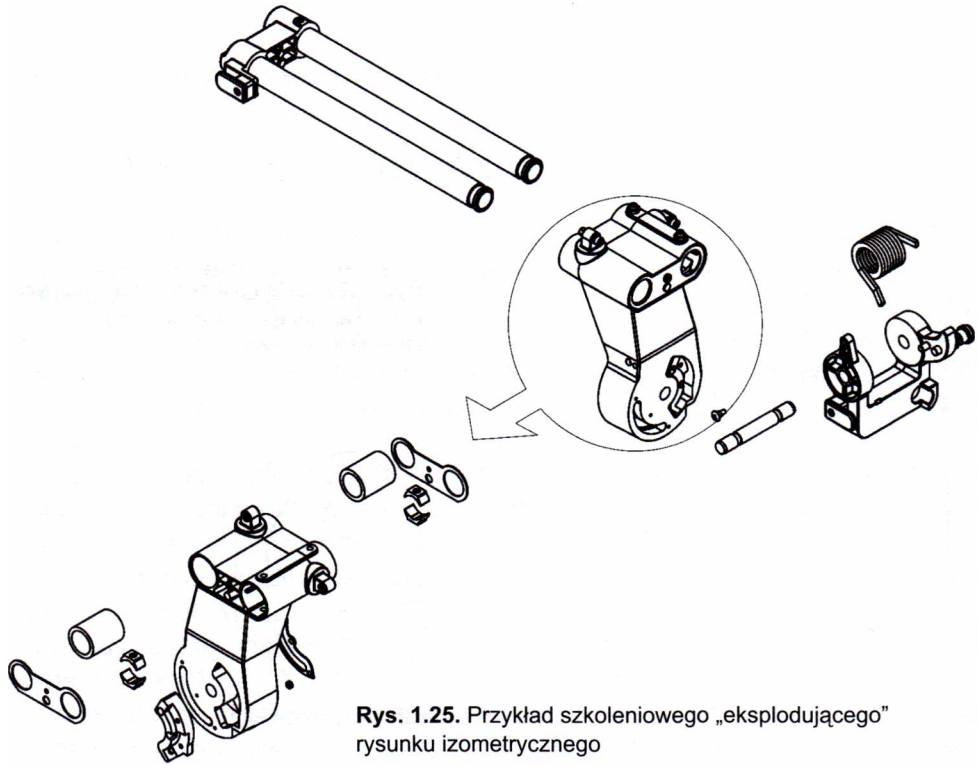


Rys. 1.23. Porównanie rzutów aksonometrycznych tego samego przedmiotu
a – izometria, *b* – dimetria ukośna, *c* – dimetria prostokątna

Typowym przykładem jego zastosowania są katalogi części zamiennych w przemyśle motoryzacyjnym. Bez tych rysunków trudno byłoby wyobrazić sobie, z ilu i jakich elementów składa się cały zespół.



Rys. 1.24. Przykłady rysunków aksonometrycznych



Rys. 1.25. Przykład szkoleniowego „eksplodującego" rysunku izometrycznego

1.9. Widoki i przekroje

W praktyce stosuje się wiele sposobów odwzorowywania kształtu przedmiotów za pomocą rzutowania prostokątnego, z których każdy ma własne określenie. Kształt widziany z zewnątrz nazywa się **widokiem**. Wewnętrzną budowę przedmiotu można wiernie odwzorować za pomocą przekroju. Szczególnym rodzajem przekroju, oddającym zarys przedmiotu tylko w jednej płaszczyźnie, jest **kład**.

Na rysunkach technicznych stosuje się następujące rodzaje widoków.

Widoki całkowite obrazują cały widoczny przedmiot.

Widoki cząstkowe przedstawiają tylko fragment przedmiotu. Mogą być stosowane jako widoki cząstkowe:

- **części przedmiotu**, pokazujące tylko wybrany fragment elementu (miejsce urwania na tych widokach ogranicza się linią ciągłą cienką odręczną lub zygzakową);
- **przedmiotów symetrycznych**, wykorzystywane do odwzorowania dużych symetrycznych obiektów, przedstawiające tylko ich połowę lub jedną czwartą (tego rodzaju widoki oznacza się na linii symetrii dwiema krótkimi równoległymi kreskami, prostopadłymi do osi symetrii elementu, umieszczonymi po obu stronach elementu, a jeśli symetria dotyczy dwóch osi lub płaszczyzn, identyfikatory w postaci dwóch równoległych kresek należy rysować na obu osiach lub płaszczyznach);
- **w zwiększonej podziałce**, będące rzutami przedstawiającymi drobne szczegóły przedmiotu, których nie można dokładnie zwymiarować na rysunku w przyjętej podziałce (szczegóły te otacza się linią ciągłą cienką i identyfikuje za pomocą wielkiej litery, a nad dodatkowym rzutem w zwiększonej podziałce za literą identyfikującą wpisuje się w nawiasach okrągłych zastosowaną podziałkę);
- **rzutowane metodą trzeciego kąta**, wykorzystywane do przedstawiania szczegółów przedmiotu tylko wówczas, gdy nie ma obawy o niewłaściwą interpretację rysunku (widoki szczegółów rysuje się linią ciągłą grubą i łączy się je z widokiem podstawowym linią cienką z długą kreską i kropką);
- **dwa jednakowe**, które rysuje się jako jeden rzut, a identyfikuje dzięki umieszczeniu odpowiednich strzałek oraz wielkich liter i cyfr (np. A1, A2), gdy symetryczny przedmiot po lewej i prawej stronie ma te same szczegóły konstrukcyje.

Dwa jednakowe widoki całkowite rysuje się jako jeden rzut, a identyfikuje dzięki umieszczeniu odpowiednich strzałek oraz wielkich liter i cyfr (np. A1, A2), gdy symetryczny przedmiot po lewej i prawej stronie ma te same szczegóły konstrukcyjne.

Widoki rozwinięte są rzutami przedmiotu wygiętego (np. z blachy) przedstawionego przed wygięciem.

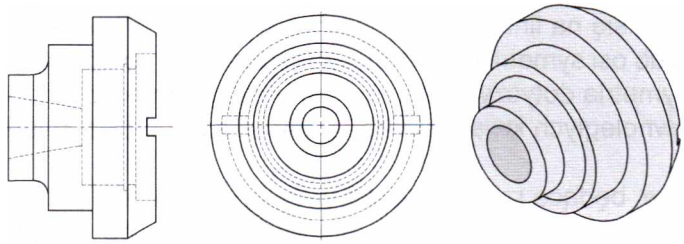
Widoki specjalnie położone, leżące w płaszczyźnie nierównoległej do rzutni są rzutowane zgodnie z kierunkiem rzutowania oznaczonym strzałką identyfikującą z wielką literą powtórzoną nad widokiem. Mogą one zajmować również

położenie przesunięte i obrócone – wówczas w oznaczeniu nad widokiem podaje się kolejno: wielką literę identyfikującą widok, strzałkę o zarysie łuku określającą kierunek obrotu widoku oraz kąt obrotu widoku w stopniach.

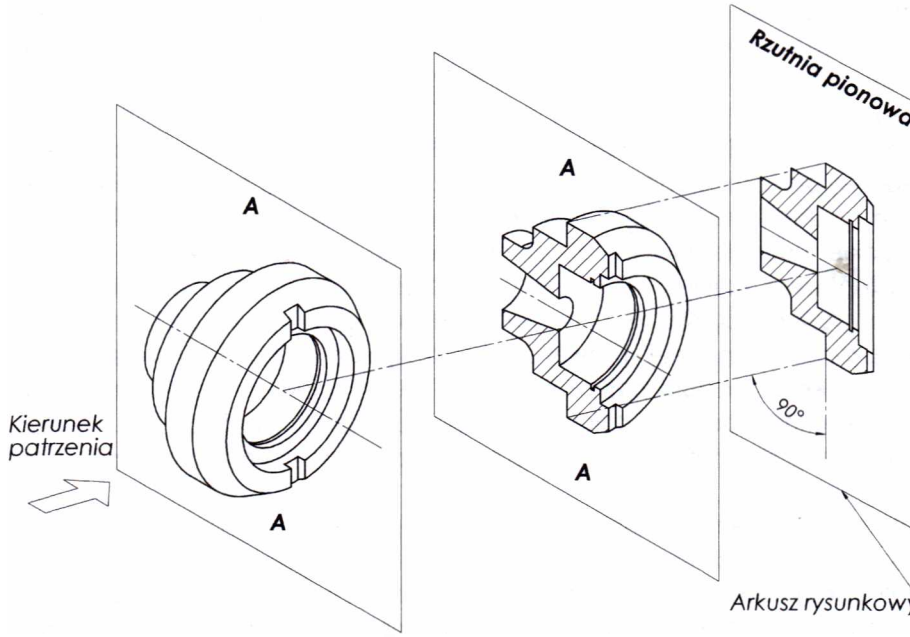
Wewnętrzną budowę elementów można przedstawić, wykorzystując:
– linie kreskowe cienkie odwzorowujące proste zarysy wewnętrzne przedmiotu wrysowane w widok całkowity, gdy nie zmniejszy to czytelności rysunku (rys. 1.26),
– metodę przekroju (rys. 1.27).

Przekroje mają na celu pokazanie elementów wewnętrznych przedmiotu, zasłoniętych przez inne elementy. Za pomocą przekroju można ukazać detale wnętrza.

Sporządzenie rzutu przekroju wykonuje się poprzez (patrz rys. 1.27):
- przecięcie przedmiotu wyobrażalną płaszczyzną przekroju;
- odrzucenie części przedmiotu znajdującego się między obserwatorem a płaszczyzną przekroju;
- narysowanie otrzymanego kształtu oraz widoku pozostałej części przedmiotu na rzutni równoległej do płaszczyzny przekroju.



Rys. 1.26. Pokazanie budowy wnętrza przedmiotu za pomocą linii kreskowych

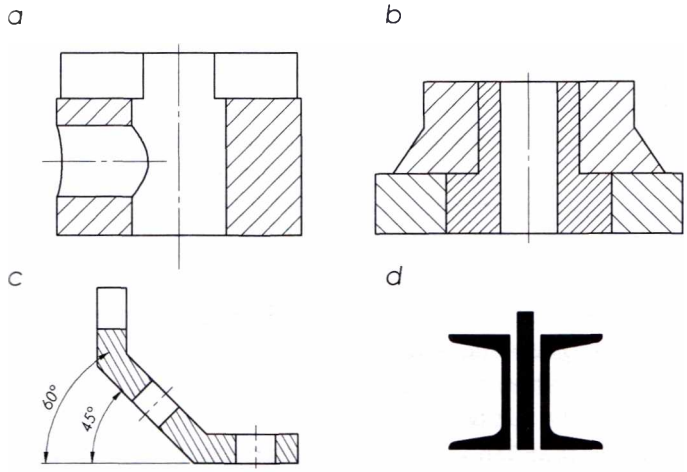


Rys. 1.27. Metoda sporządzenia rzutu przekroju

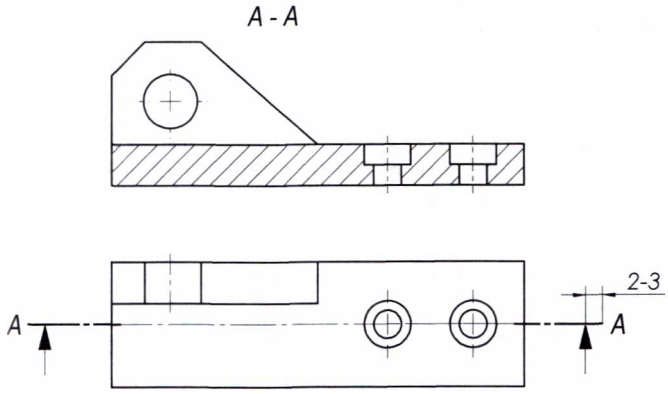
Pole powstałego przekroju powinno być zakreskowane stosownie do rodzaju materiału, z którego wykonano element. Podziałka kreskowania może wynosić od 1 do 5 mm, proporcjonalnie do wielkości przedmiotu. Linie kreskowania muszą być względem siebie równoległe i nachylone pod kątem 45° (w lewo lub w prawo) do charakterystycznych krawędzi przedmiotu, jego osi symetrii lub obramowania rysunku. Linie kreskowania nie powinny być prowadzone równolegle do żadnych innych linii rysunkowych, a w szczególności do zarysów przedmiotów lub ich osi symetrii. W tych przypadkach kąt nachylenia linii kreskowania należy zmienić, najczęściej na 30° lub 60° albo na inny. Wszystkie przekroje tego samego przedmiotu, niezależnie od ich położenia na arkuszu, kreskuje się w tym samym kierunku i z tymi samymi odstępami linii kreskowania. Sposób kreskowania powinien jednoznacznie rozróżniać detale połączone ze sobą (patrz rys. 1.28b). Małe elementy można zamalowywać z uwagi na trudność ich zakreskowania (patrz rys. 1.28d).

Pełne oznaczenie przekroju (patrz rys. 1.29) składa się z:

– linii grubej z długą kreską i kropką umieszczonej tylko na końcach linii przekroju, określającej położenie płaszczyzny przekroju (linia ta może przecinać za-



Rys. 1.28. Przykłady kreskowania przekrojów przedmiotów (opis w tekście)



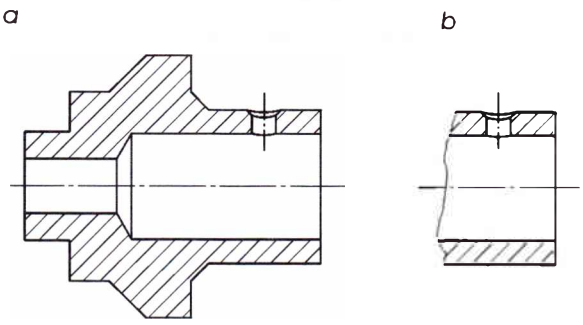
Rys. 1.29. Sposób oznaczenia przekroju

rysy przedmiotu); gdy płaszczyzna przekroju zmienia kierunek, każde miejsce zmiany kierunku należy pogrubić; gdy płaszczyzna przekroju wielokrotnie zmienia kierunek, w celu zwiększenia czytelności rysunku, dodatkowo można zaznaczyć całą długość linii przekroju linią cienką z długą kreską i kropką;
- strzałek identyfikujących, wskazujących kierunek rzutowania, umieszczonych na końcach linii przekroju;
- oznaczeń literowych złożonych z dwóch takich samych wielkich liter pisanych z obu stron na końcach linii przekroju i powtórzonych nad przekrojem.

Elementy leżące w płaszczyźnie przekroju można pokazać, stosując następujące rodzaje przekrojów.

Przekroje całkowite są rzutami przedstawiającymi całe przedmioty od wewnątrz (rys. 1.30a).

Przekroje cząstkowe obrazują tylko fragmenty przedmiotów. Mogą występować jako przekroje cząstkowe:
- **części przedmiotu** (rys. 1.30b);



Rys. 1.30. Przekrój całkowity (*a*) i cząstkowy części przedmiotu (*b*)

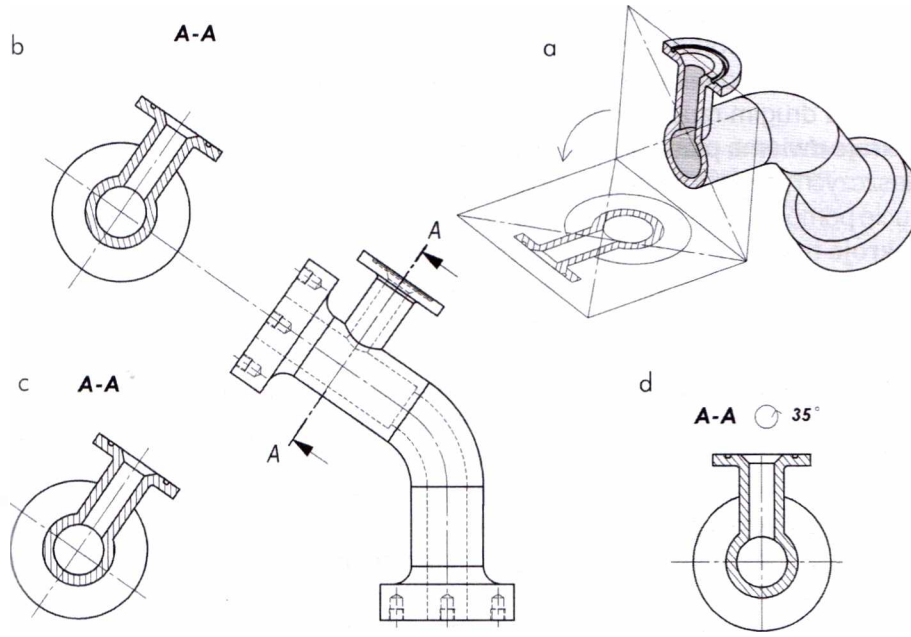
- **przedmiotów symetrycznych** (patrz rys. 1.34b i 1.35), identyfikowane na osiach symetrii w sposób analogiczny do widoków symetrycznych;
- **w zwiększonej podziałce**, przedstawiane, stosowane i identyfikowane analogicznie jak widoki w zwiększonej podziałce (patrz rys. 1.33).

Przekroje rozwinięte służą do przedstawienia wewnętrznych zarysów przedmiotów wygiętych i są rysowane w stanie wyprostowanym (rozwiniętym). Rzut takiego przekroju oznacza się znakiem rozwinięcia (patrz rys. 1.38).

Przekroje specjalnie położone leżą w płaszczyźnie nierównoległej do rzutni (patrz rys. 1.31). Są przedstawiane, stosowane i identyfikowane analogicznie jak widoki specjalnie położone.

Przekroje części symetrycznych są wykorzystywane do przedstawiania części symetrycznych co najmniej względem jednej osi lub płaszczyzny symetrii. Po jednej stronie osi lub płaszczyzny symetrii przedmiot przedstawia się w przekroju, a po drugiej – w widoku (patrz rys. 1.34a). Warunkiem prawidłowego zastosowania takiego sposobu przedstawienia jest widoczność linii symetrii na całej długości przedmiotu jako granicy między widokiem i przekrojem.

Przekroje części obrotowych o regularnie rozmieszczonych szczegółach konstrukcyjnych (np. otworach), które nie leżą w płaszczyźnie przekroju, należy

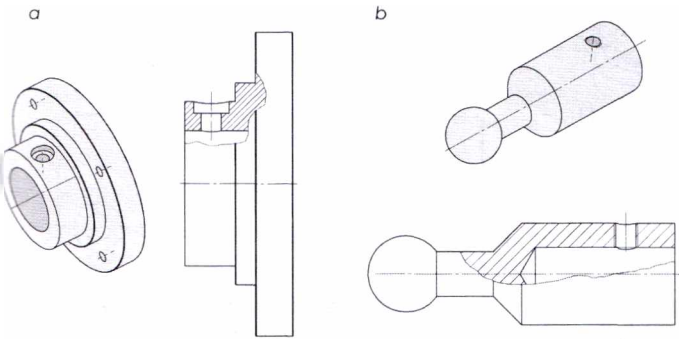


Rys. 1.31. Przekrój specjalnie położony
a – sposób sporządzania, *b* – zasada rysowania, *c* – przekrój identyfikowany, *d* – przekrój specjalnie położony ukośny przesunięty i obrócony

sprowadzać do płaszczyzny przekroju, jeżeli nie utrudni to odczytania rysunku. Przekroje takie nie muszą być oznaczane.

Przekroje miejscowe są rysowane na tle widoków przedmiotów w miejscach, w których występują szczegóły budowy wewnętrznej (patrz rys. 1.32). Ogranicza się je linią cienką odręczną lub zygzakową, która nie powinna nakładać się na żadne inne linie przedstawianego przedmiotu. Położone blisko siebie przekroje miejscowe należy rysować jako jeden przekrój.

Przekroje jedną płaszczyzną wykorzystuje się do przedstawienia najbardziej charakterystycznych szczegółów budowy wewnętrznej przedmiotu (patrz rys. 1.29).



Rys. 1.32. Przykłady przekrojów miejsowych tarczy (*a*) i trzpienia (*b*)

Przekroje dwiema płaszczyznami równoległymi obrazują szczegóły budowy przedmiotu za pomocą rzutów utworzonych z dwóch równoległych płaszczyzn przekroju – konieczne jest prawidłowe oznaczenie położenia płaszczyzn przekroju na drugim rzucie pomocniczym (patrz rys. 1.36).

Przekroje dwiema płaszczyznami przecinającymi się są rzutami, w których jedna z płaszczyzn przekroju tworzy kąt rozwarty z drugą z nich (patrz rys. 1.37) – na drugim rzucie pomocniczym jest konieczne oznaczenie położenia płaszczyzn przekroju.

Przekroje trzema płaszczyznami przecinającymi się stanowią sprowadzone do jednej płaszczyzny rzuty, w których krawędzie kolejnych płaszczyzn przekroju tworzą linię łamaną o kątach rozwartych – na drugim rzucie koniecznie trzeba prawidłowo oznaczyć położenie wszystkich płaszczyzn przekroju.

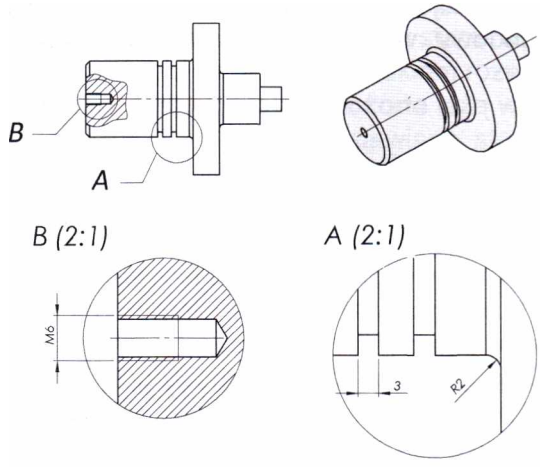
Przekroje płaszczyzną położoną częściowo na zewnątrz przedmiotu umożliwiają przedstawienie części elementu w widoku, a jego reszty w przekroju, co w wielu przypadkach umożliwia zmniejszenie liczby rzutów.

Istnieje wiele wyjątków dotyczących kreskowania powierzchni przekroju. Jeśli płaszczyzna przekroju przechodzi wzdłuż ścian, żeber i ramion kół, to te elementy rysuje się zawsze w widoku, czyli w taki sposób, jak gdyby leżały za płaszczyzną przekroju (patrz rys. 1.39). Nie wykonuje się również przekrojów wzdłużnych przez nity, kołki, śruby, wkręty, wałki, kliny i zawleczki oraz ogniwa łańcuchów – rysuje się je zawsze w widoku (patrz rys. 1.40). Na rysunku złożeniowym należy również rysować nakrętki i podkładki w widoku.

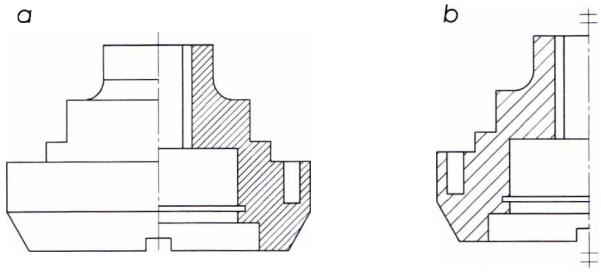
Jak widać z rysunku 1.31, przy wykonaniu przekroju płaszczyzną dowolną w stosunku do rzutni jest możliwe obrócenie przekroju ukośnego do układu rzutni prostokątnych, ale wtedy należy go odpowiednio opisać (rys. 1.31d).

Na przekroju miejscowym (rys. 1.32) znajduje się tylko ten fragment przedmiotu, który nas interesuje. Nie ma potrzeby krojenia całego przedmiotu. Interesujący nas element można dodatkowo powiększyć (rys. 1.33).

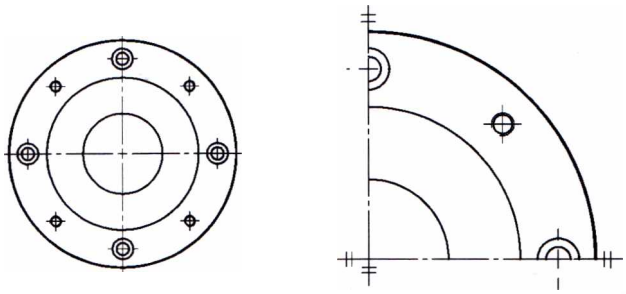
Podobnie, w przypadku przedmiotów symetrycznych niewymagających stosowania przekroju, rysując ćwiartkę przedmiotu można znacznie uprościć i przyspieszyć sporządzanie rysunku (rys. 1.35).



Rys. 1.33. Przekroje miejsowe (*A* i *B*) w zwiększonej podziałce



Rys. 1.34. Przykład przekroju symetrycznego: przekrój miejscowy (*a*) i przekrój cząstkowy (*b*)



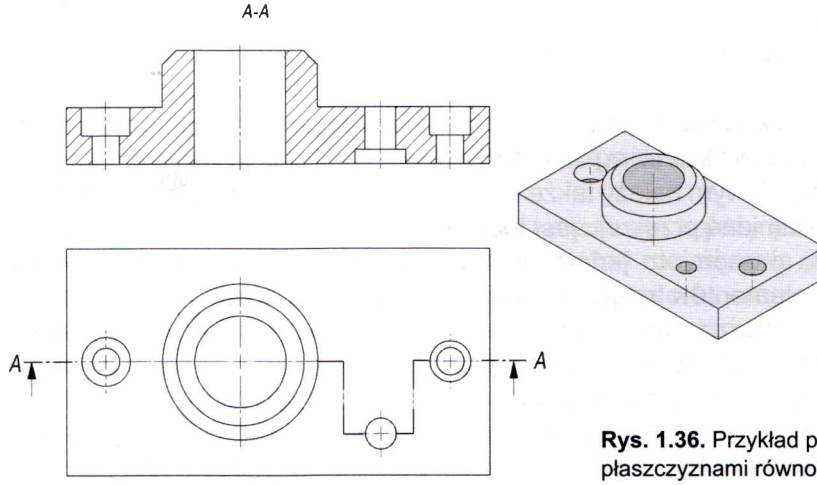
Rys. 1.35. Widok całkowity oraz cząstkowy tego samego przedmiotu symetrycznego

Przykład typowego przekroju stopniowego, ukazującego szczegóły przedmiotu nieleżące w jednej linii, zamieszczono na rysunku 1.36.

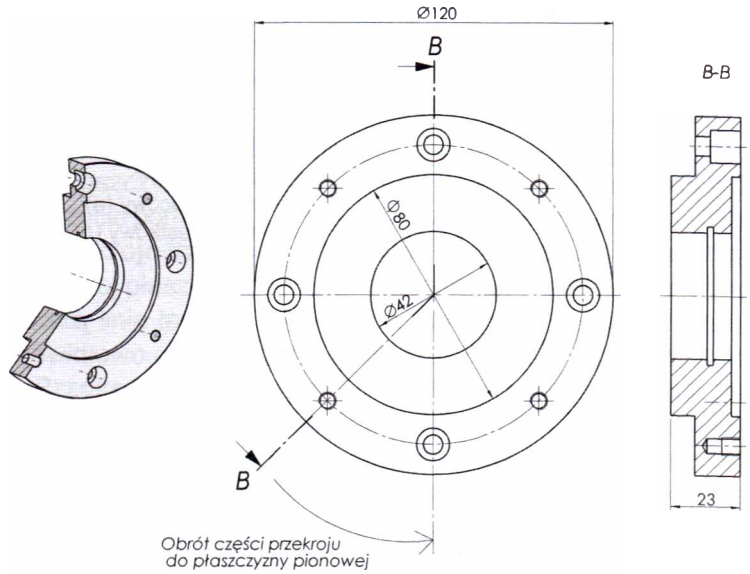
Przekrój dwiema przecinającymi się płaszczyznami, w którym płaszczyzny przekroju tworzą ze sobą kąty rozwarte, przedstawiono na rysunku 1.37.

Można również sporządzać przekroje elementów giętych. Przekrój rysuje się w stanie wyprostowanym, zachowując długość płaszczyzny przekroju. Należy jednak pamiętać o umieszczeniu stosownego znaku nad przekrojem (patrz rys. 1.38).

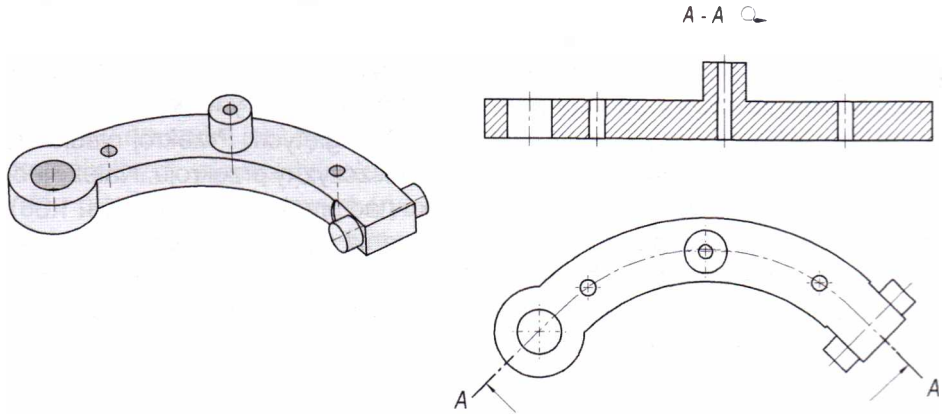
Istnieje wiele wyjątków dotyczących kreskowania powierzchni przekroju. Jeśli płaszczyzna przekroju przechodzi wzdłuż ścian, żeber i ramion kół, to wówczas te elementy rysuje się zawsze w widoku, czyli w taki sposób, jak gdyby leżały za płaszczyzną przekroju.



Rys. 1.36. Przykład przekroju dwiema płaszczyznami równoległymi



Rys. 1.37. Przykład przekroju dwiema przecinającymi się płaszczyznami

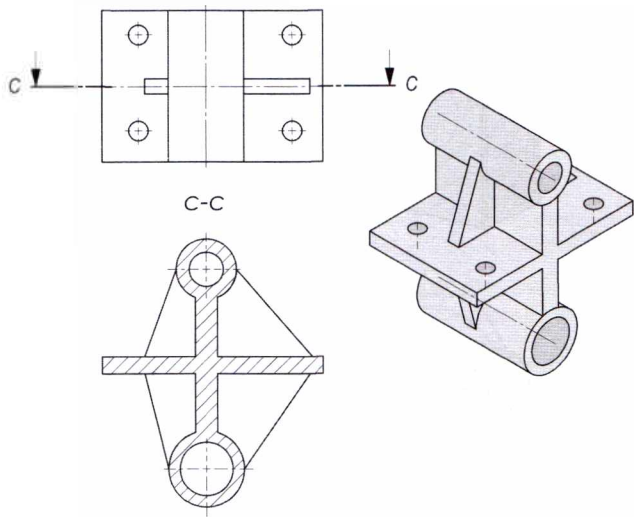


Rys. 1.38. Przekrój rozwinięty

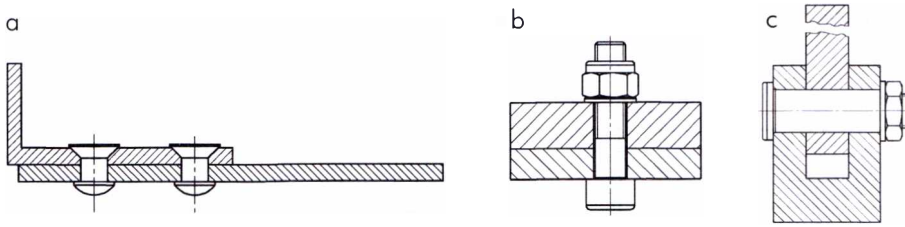
Nie wykonuje się również przekrojów wzdłużnych przez nity, kołki, śruby, wkręty, wałki, kliny i zawleczki oraz ogniwa łańcuchów – rysuje się je zawsze w widoku. Na rysunku złożeniowym należy także rysować nakrętki i podkładki w widoku.

Szczególną odmianą przekroju jest **kład**, który pokazuje figurę powstałą w wyniku przecięcia przedmiotu jedną lub kilkoma płaszczyznami przekroju bez uwzględnienia elementów leżących za tą płaszczyzną (lub płaszczyznami). Jest on więc jakby uproszczoną wersją przekroju. W praktyce kładów używa się przede wszystkim do przedstawiania poprzecznego przekroju przedmiotu. Rozróżnia się dwa główne rodzaje kładów.

Kłady obrócone na widoku są zarysami przekroju przedmiotu narysowanymi bezpośrednio na widoku tego przedmiotu. Stosuje się je, gdy za płaszczyzną



Rys. 1.39. Przykład przekroju korpusu z żebrami



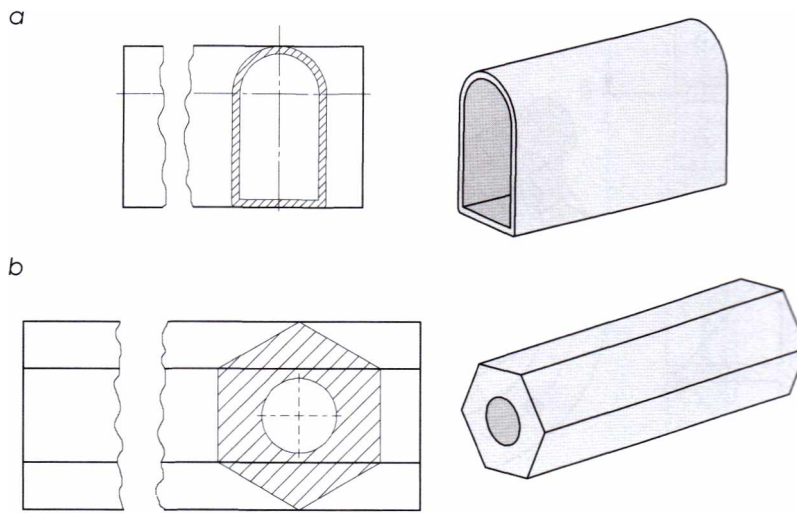
Rys. 1.40. Przekroje połączeń: nitowego (*a*), gwintowego (*b*) i sworzniowego (*c*)

przekroju przedmiotu nie występują zarysy przekrojów o innym kształcie. Kreśli się je linią ciągłą cienką i nie wymagają oznaczeń identyfikacyjnych przekroju (patrz rys. 1.41). Dla ułatwienia zrozumienia rysunku dodano widoki elementów w perspektywie.

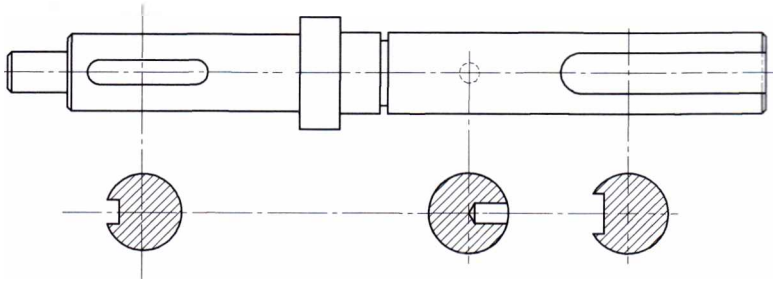
Kłady przesunięte względem widoku są umieszczane poza widokiem przedmiotu i związane z nim linią cienką z długą kreską i kropką (patrz rys. 1.42). Zarysy tych kładów rysuje się linią ciągłą grubą. Większą liczbę kładów można rysować w innym położeniu, wykorzystując oznaczenia takie jak stosowane przy przekrojach (patrz rys. 1.43). Jeżeli nie stosuje się oznaczenia kierunku, z którego patrzy się na kład lub przekrój, to przekrój kładzie się myślowo na prawą stronę, a kład na lewą.

Bez względu na rodzaj zastosowanego przekroju należy pamiętać, że nie można go prowadzić wzdłuż linii ciągłej. Przykład rozwiązania tego problemu pokazano na rysunku 1.44, na którym zamieszczono ten sam przedmiot, ale w różnych położeniach. Dlatego zastosowano różne metody przekroju. W przypadku przedstawionym na rysunku 1.44b krawędź sześciokąta pozostaje widoczna, a pozostałą część stanowi przekrój cząstkowy.

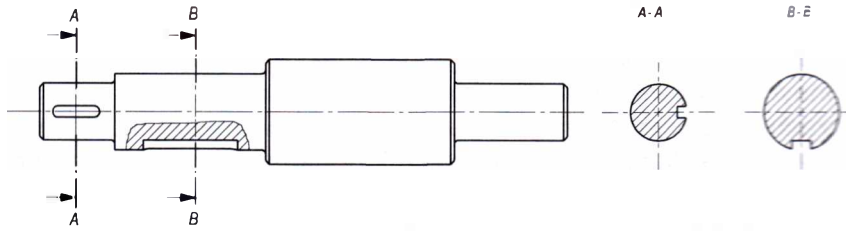
Sposób rozwiązania problemu pokazania wewnętrznej krawędzi otworu biegnącej wzdłuż osi symetrii przedmiotu pokazano na rysunku 1.45.



Rys. 1.41. Kład obrócony na widoku
a – kształtownika, *b* – sześciokątnego pręta drążonego

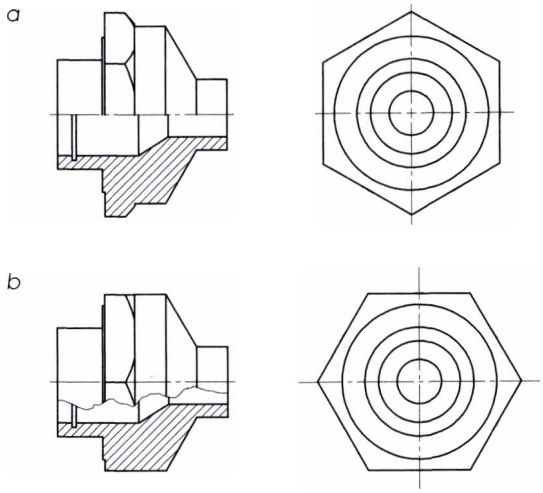


Rys. 1.42. Przykład kładów przesuniętych względem widoku wałka, bez oznaczeń

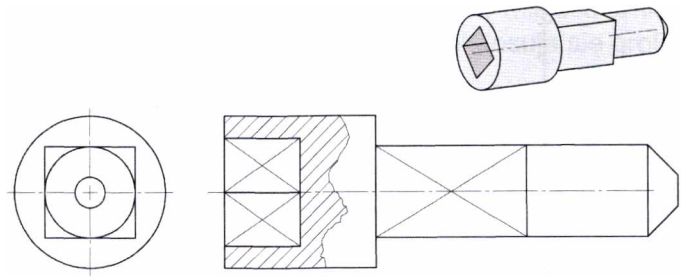


Rys. 1.43. Przykład kładów przesuniętych względem widoku wałka, z oznaczeniami

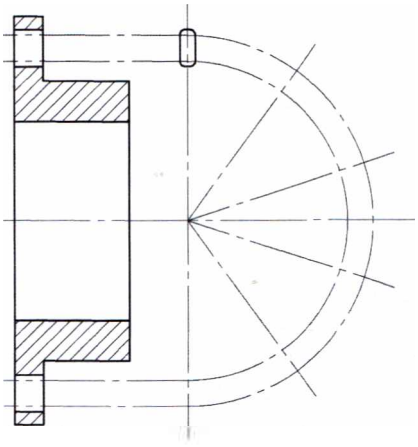
Jeżeli przedmiot ma powtarzające się elementy rozmieszczone na okręgu lub w linii prostej, to można narysować tylko jeden z nich lub pierwszy i ostatni. Rozmieszczenie pozostałych elementów zaznacza się liniami cienkimi z długą kreską i kropką (patrz rys. 1.46).



Rys. 1.44. Przykłady przekroju tego samego elementu (w odmiennym ustawieniu) różnymi płaszczyznami



Rys. 1.45. Sworzeń z widocznym otworem o przekroju kwadratowym

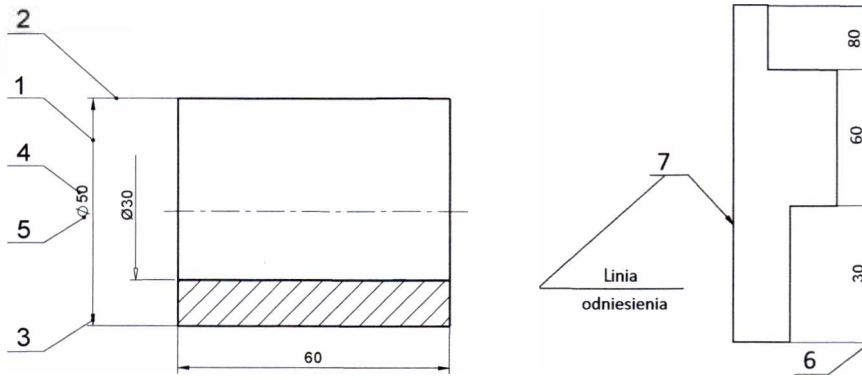


Rys. 1.46. Przykład zaznaczenia rozmieszczenia otworów na okręgu

Na koniec rozważań dotyczących widoków i przekrojów warto zwrócić uwagę na następująca zasadę ogólną. Jeżeli w przedmiocie lub jego fragmencie nie występują zarysy wewnętrzne, to nie należy przedstawiać go w przekroju.

1.10. Wymiarowanie

Dopełniającą informacją do budowy i kształtu przedmiotu pokazanego na rysunku technicznym są jego wymiary, bez których jego wykonanie byłoby niemożliwe. Wymiar rysunkowy (rys. 1.47) składa się z kilku elementów graficznych, którymi są:
– linia wymiarowa,
– pomocnicze linie wymiarowe,
– znaki ograniczenia linii wymiarowej,
– liczba wymiarowa,
– znak wymiarowy,
– oznaczenie początku linii wymiarowej,
– linia odniesienia.



Rys. 1.47. Elementy składowe wymiaru rysunkowego
1 – linia wymiarowa, *2* – pomocnicza linia wymiarowa, *3* – znak ograniczenia linii wymiarowej, *4* – liczba wymiarowa, *5* – znak wymiarowy, 6 – oznaczenie początku linii wymiarowej; *7* – linia odniesienia

1.10.1. Linie wymiarowe, znaki ich ograniczenia i liczby wymiarowe

Linie wymiarowe

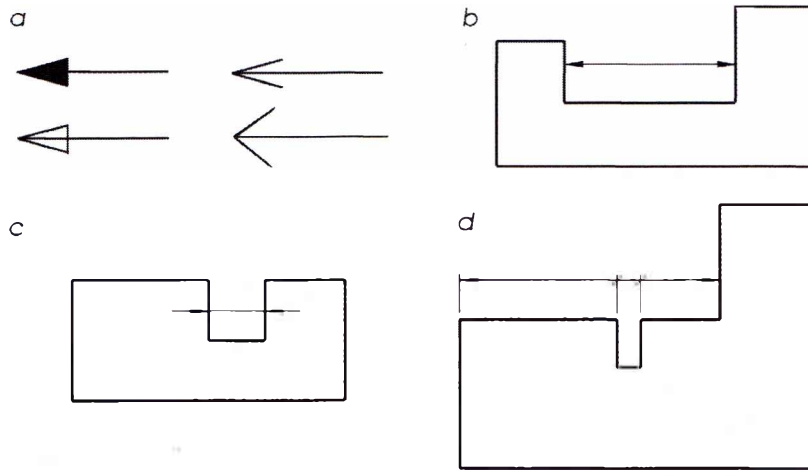
Linie wymiarowe rysuje się linią ciągłą cienką równolegle do wymiarowanego odcinka w odległości co najmniej 10 mm od zarysu przedmiotu i 7 mm od równoległej linii wymiarowej. Linie te są zakończone znakami ograniczenia, głównie grotami dotykającymi ostrzem krawędzi przedmiotu, pomocniczych linii wymiarowych lub osi symetrii. Innymi znakami ograniczenia linii wymiarowych mogą być ukośne kreski lub oznaczenia początków linii wymiarowych. Linie wymiarowe nie mogą się przecinać.

Pomocnicze linie wymiarowe są to linie ciągłe cienkie, będące przedłużeniami linii rysunku, przeciągnięte 2 do 4 mm poza odpowiadające im linie wymiaro-

we. Rysuje się je prostopadle do mierzonego odcinka. Pomocnicze linie wymiarowe mogą wprawdzie się przecinać, ale zaleca się tego unikać. Należy unikać także prowadzenia pomocniczych linii wymiarowych równolegle do linii kreskowania przekrojów.

Znaki ograniczenia linii wymiarowych

Groty strzałek należy rysować krótkimi liniami nachylonymi pod kątem 15° do 90° (zwykle 30°) jako otwarte, zamknięte lub zamknięte i zaczernione (patrz rys. 1.48). W praktyce długość grota powinna wynosić 6 do 8 grubości linii zarysu przedmiotu, lecz nie mniej niż 2,5 mm. Długość grotów na rysunku powinna być jednakowa dla wszystkich wymiarów. Na jednym rysunku należy stosować tylko jeden rodzaj grotów. Ostrza grotów powinny znajdować się wewnątrz pomocniczych linii wymiarowych, między którymi znajduje się wymiar. W przypadku braku miejsca groty stawia się na zewnątrz, na przedłużeniach linii wymiarowej, lub pomija się niektóre z nich. Groty nie mogą być przecięte przez żadne linie rysunkowe, dlatego w razie konieczności opuszcza się fragmenty linii stanowiące krawędzie przedmiotu w miejscu umieszczenia linii wymiarowej. Przy wymiarowaniu szeregowym nie stosuje się grotów o kącie rozwarcia 90°.

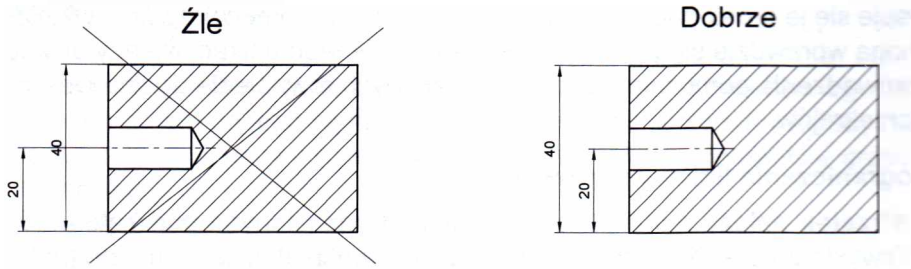


Rys. 1.48. Przykłady znaków ograniczenia linii wymiarowych (*a, b)* oraz ich zastosowania (c, *d*)

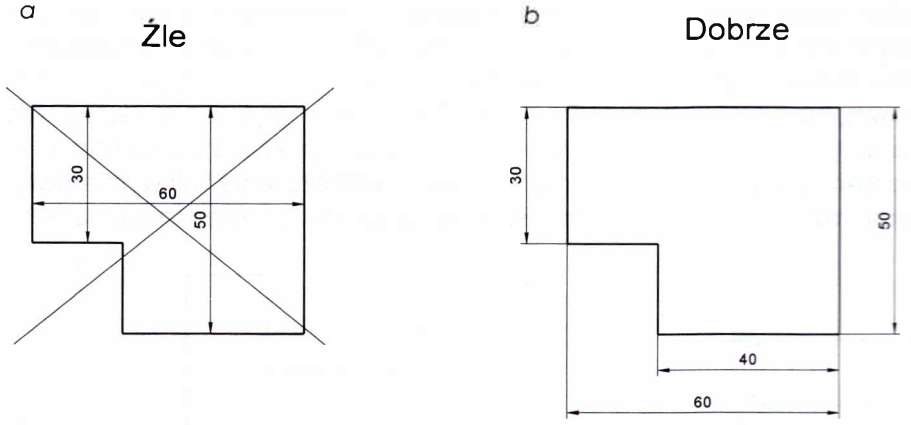
Ukośne kreski rysuje się jako linie cienkie nachylone pod kątem 45° do linii wymiarowej, w praktyce o długości nie mniejszej niż 3,5 mm.

Oznaczenie początku linii wymiarowej rysuje się jako niezaczernione kółko o średnicy ok. 3 mm.

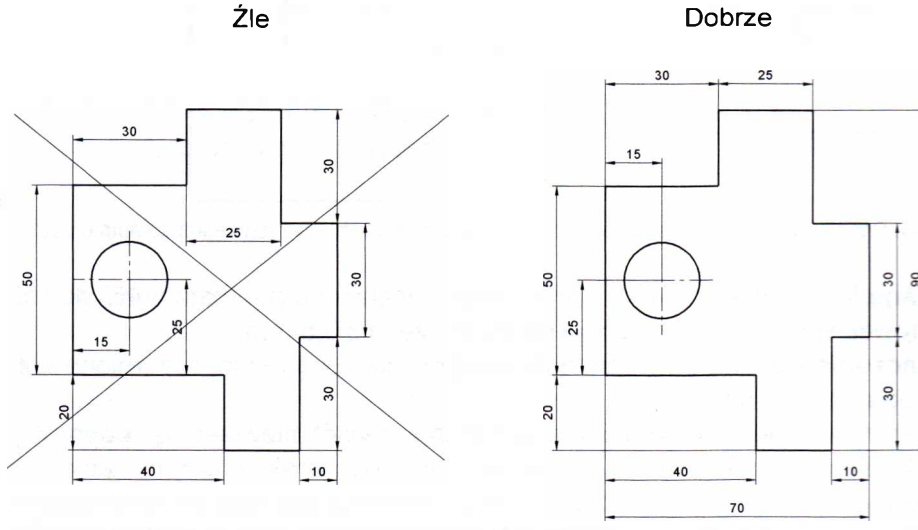
Przykłady rozmieszczenia linii wymiarowych w sposób niewłaściwy i poprawny przedstawiono na rysunkach 1.49 do 1.51. Wielkość znaków ograniczenia linii wymiarowych powinna być proporcjonalna do wielkości rysunku, lecz nie większa niż jest to niezbędne do odczytania rysunku. Znaków ograniczenia linii wymiarowych nie należy stosować w miejscach załamania linii zarysu przedmiotu.



Rys. 1.49. Przykład nieprawidłowego i prawidłowego rozmieszczenia linii wymiarowych



Rys. 1.50. Przykład niewłaściwego i właściwego wymiarowania prostego elementu

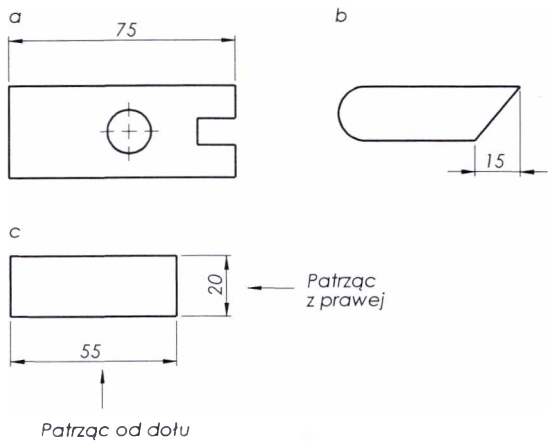


Rys. 1.51. Przykłady niewłaściwego i właściwego wymiarowania elementu z większą liczbą szczegółów

Liczby wymiarowe

Na rysunkach technicznych maszynowych wymiary liniowe, czyli wymiary związane z długością, podaje się w milimetrach, przy czym pomija się oznaczenie jednostki długości (mm).

Liczby wymiarowe pisze się nad liniami wymiarowymi, wzdłuż tych linii, w pobliżu ich środka (patrz rys. 1.52) tak, aby nie dotykały do tych linii (w praktyce 0,5 d 1,5 mm nad nimi). Jeżeli wymiar nie mieści się nad linią wymiarową, to liczbę wymiarową można napisać nad przedłużeniem tej linii. Przy wielu drobnych wymiarach występujących obok siebie liczby wymiarowe należy pisać przemiennie – nad i pod linią wymiarową lub nad linią odniesienia. Wymiary orientacyjne (tzw. pomocnicze) ujmuje się w nawiasy okrągłe. Jeśli natomiast podany wymiar jest niezgodny z wymiarami liniowymi w przyjętej podziałce rysunku, to podkreśla się go linią grubą.



Rys. 1.52. Przykłady umieszczania liczb wymiarowych

Wielkość cyfr używanych na jednym arkuszu powinna być jednakowa i dostosowana do wielkości tego arkusza. Na wszystkich rysunkach wykonywanych na jednym arkuszu liczby wymiarowe powinny mieć jednakową wysokość, niezależnie od wielkości rzutów i wartości wymiarów.

Liczby wymiarowe nie mogą być przecięte ani rozdzielone przez żadne linie rysunkowe, a w przypadku wielu wymiarów równoległych podawanych jeden pod drugim nie powinny tworzyć kolumny liczb lecz być przesunięte na przemian. Dlatego w razie konieczności umieszczenia liczby wymiarowej na kreskowanym przekroju w miejscu jej umieszczenia usuwa się linie kreskowania, aby nie pogarszały czytelności rysunku.

Wymiary powinny być tak rozmieszczone, aby dawały się odczytać, patrząc na rysunek od dołu (większość wymiarów) oraz od prawej strony (reszta, patrz rys. 1.52). Wolno również umieszczać liczby wymiarowe tak, aby wszystkie mogły być odczytane, patrząc na rysunek od dołu arkusza, ale wtedy linie wymiarowe inne niż poziome należy przerywać.

Znaki wymiarowe

W celu uproszczenia wymiarowania typowych kształtów geometrycznych przed liczbą wymiarową umieszcza się umowny **znak wymiarowy** o tej samej wysokości co liczba. Znaki wymiarowe podano w tablicy 1-11.

Tablica 1-11

Znaki wymiarowe

Znak	Nazwa	Przykład	Zastosowanie
∅	średnica	∅50	Zawsze, gdy wymiaruje się elementy okrągłe i kołowe
R	promień	R25	Zawsze, gdy wymiaruje się promienie łuków
□	kwadrat	□30	Zawsze, gdy wymiaruje się elementy kwadratowe
n ⏥	*n*-kąt	6 ⏥ 19	Zawsze, gdy wymiaruje się wielokąty foremne o parzystej liczbie boków z wyjątkiem kwadratu
SR	promień kuli	SR60	Zawsze, gdy wymiaruje się powierzchnie kuliste (pełne lub ich części)
S∅	średnica kuli	S∅60	Zawsze, gdy wymiaruje się średnicę kuli
×	grubość (długość) przedmiotu przedstawionego w jednym rzucie	×4	Gdy wymiaruje się przedmioty, których główny kształt można odwzorować w jednym rzucie
∠	pochylenie powierzchni	∠1:80	Gdy wymiaruje się powierzchnie pochylone, zwłaszcza pod małym kątem
⌒→	długość rozwinięcia	⌒→ 250	Gdy wymiaruje się przedmioty wygięte po wyprostowaniu lub w rozwinięciu
⌒	długość łuku	⌒78	Gdy wymiaruje się długość łuku

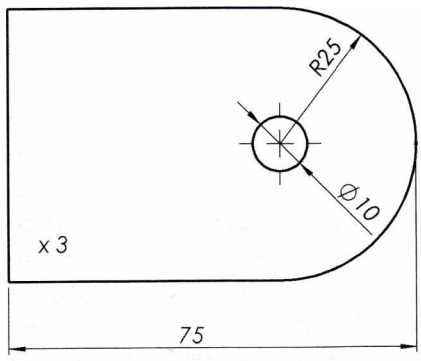
Uwaga: znaki wymiarowe średnicy i kwadratu można pominąć, jeśli kształt jest wyraźnie widoczny.

1.10.2. Wymiarowanie średnic, łuków i promieni

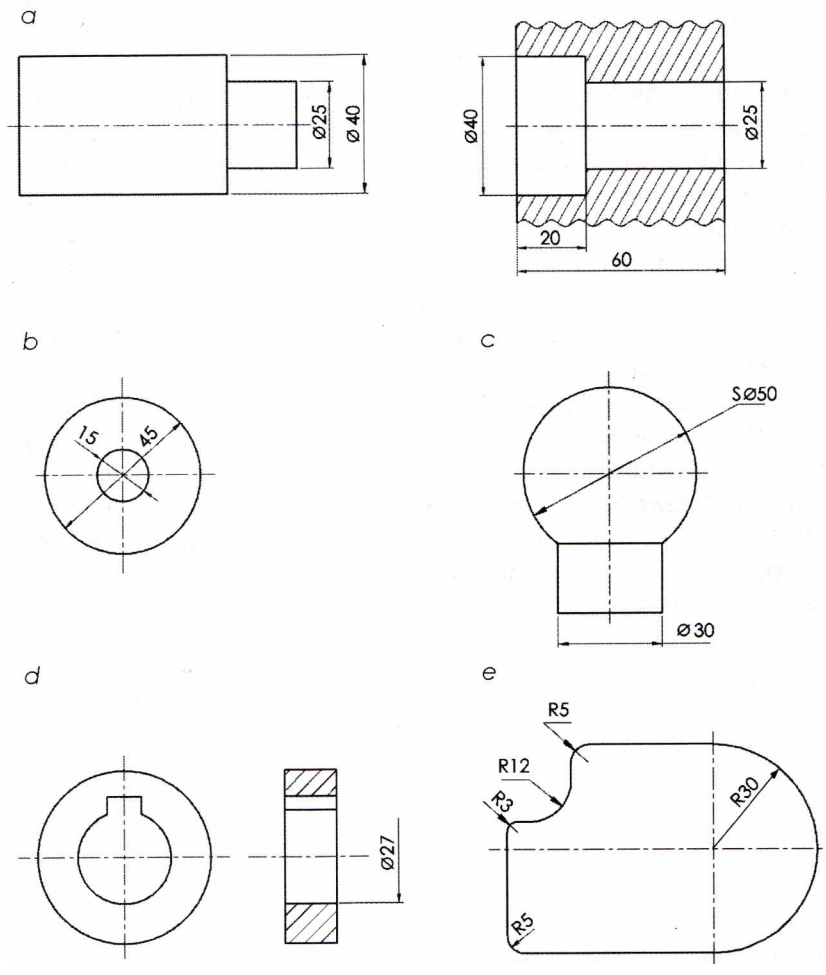
W technice bardzo często spotyka się kształt koła oraz jego pochodne, czyli walec i kulę. Wymiarowanie tych figur jest związane z ich charakterystycznym wymiarem, czyli promieniem. Z uwagi na łatwiejszy pomiar średnicy niż promienia za pomocą narzędzi pomiarowych, przy wymiarowaniu częściej stosuje się średnicę.

Średnice wymiaruje się, poprzedzając liczbę wymiarową znakiem ∅ („fi"). Średnice najczęściej zamyka się dwoma grotami.

Promienie łuków wymiaruje się, poprzedzając liczbę wymiarową znakiem *R*, np. *R10*. Linię wymiarową prowadzi się od środka łuku i zakańcza się grotem tylko od strony łuku – po wewnętrznej (rys. 1.53) lub zewnętrznej stronie (patrz rys. 1.54e). Gdy promień łuku jest względnie duży i położenie środka łuku musi być zwymiarowane, a środek ten leży poza arkuszem, wówczas środek łuku



Rys. 1.53. Przedmiot płaski o grubości 3 mm



Rys. 1.54. Przykłady wymiarowania kształtów okrągłych

sprowadza się umownie do dowolnego dogodnego położenia w polu rysunku, a linię wymiarową dwukrotnie załamuje się pod kątem prostym (rys. 1.55c). Jeżeli natomiast środek względnie dużego łuku nie musi być zwymiarowany, to linię wymiarową można dowolnie skrócić.

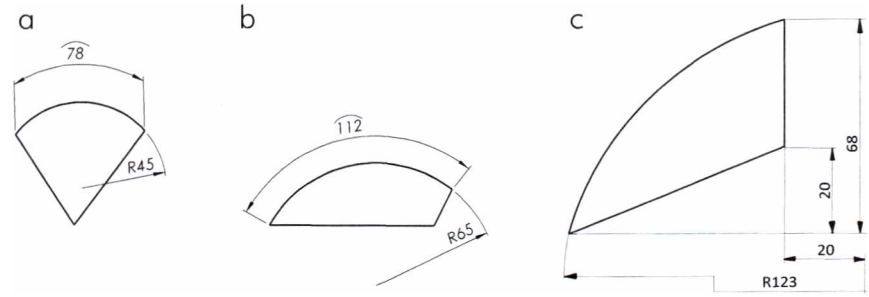
Grubość płaskich przedmiotów o nieskomplikowanych kształtach zaznacza się poprzedzając liczbę wymiarową znakiem *x* np. *x3*, najczęściej pisaną w lewym dolnym rogu przedmiotu (patrz rys. 1.53).

Oznaczając średnicę, stosuje się znak ∅ z dodaną wartością wymiaru. Tego rodzaju oznaczenie dotyczy zarówno widoków, jak i przekrojów elementów obrotowych. Jedyny wyjątek stanowi wymiarowanie walca w widoku od strony jego czoła. Nie używa się wtedy symbolu ∅, ponieważ już sam widok wraz z linią wymiarową zastępują ten symbol (patrz rys. 1.54b). Kulę wymiaruje się, wykorzystując oznaczenia *S*∅ dla średnicy lub *SR* dla promienia oraz odpowiednią wartość wymiaru (patrz rys. 1.54c).

Czasem zdarza się, że nie można poprowadzić jednej z pomocniczych linii wymiarowych, gdyż np. drugiej części zarysu walca, do której należałoby doprowadzić tę linię pomocniczą, nie widać na rysunku. W tym przypadku rysuje się część linii wymiarowej o długości większej od promienia, przechodzącą poza oś symetrii, z jednym grotem (rys. 1.54d). W przypadku tulei osadzanej na wałku za pomocą wpustu, pokazanej na rysunku, rowek pod wpust stanowi przeszkodę w poprowadzeniu drugiej linii pomocniczej i zwymiarowaniu otworu za pomocą średnicy narysowanej symetrycznie względem osi symetrii.

Wymiarowanie promieni można przeprowadzić na wiele różnych sposobów, ale każdy z nich zawiera strzałkę oraz wymiar z symbolem *R* (rys. 1.54e).

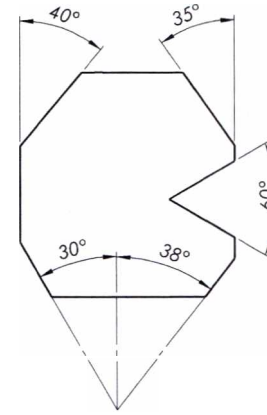
Łuki wymiaruje się, podając ich promienie, a czasami długość. Jeżeli łuk jest oparty na kącie do 90°, to linię wymiarową należy rysować między pomocniczymi liniami wymiarowymi równoległymi do osi symetrii łuku, jako łuk współśrodkowy z zarysem łuku właściwego, a liczbę wymiarową wpisywać nad linią wymiarową oraz dodać znak łuku nad liczbą wymiarową (rys. 1.55a). Przy kącie większym od 90° pomocnicze linie wymiarowe prowadzi się promieniście w stosunku do łuku właściwego (rys. 1.55b).



Rys. 1.55. Sposób wymiarowania łuków

a – o kącie rozwarcia mniejszym od 90°, *b* – o kącie rozwarcia większym od 90°, *c* – przy znacznym oddaleniu krzywizny łuku

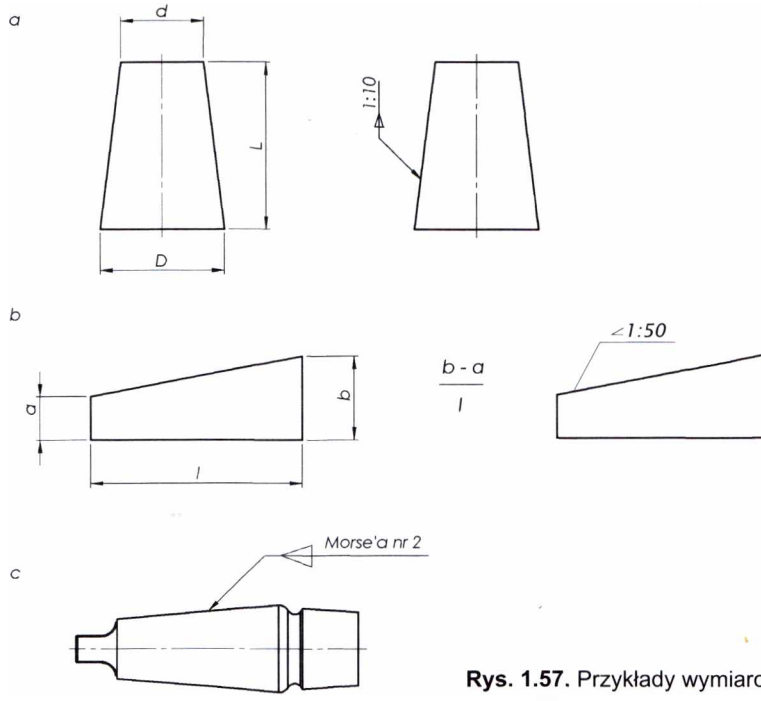
1.10.3. Wymiarowanie kątów i elementów foremnych



Rys. 1.56. Przykłady wymiarowania kątów

Kąty wymiaruje się w sposób podobny do wymiarowania łuku opartego na kącie rozwartym, tzn. pomocnicze linie wymiarowe stanowią przedłużenia ramion kąta. Jedynie liczba wymiarowa nie jest już wymiarem długości, lecz wymiarem kąta podawanym w stopniach, a w razie potrzeby także w minutach i sekundach. Liczbę tę wpisuje się na środku nad lub pod linią wymiarową (przykłady na rys. 1.56).

Kąty klinów oraz ostrosłupów i stożków podaje się często jako wymiary liniowe lub za pomocą zbieżności, bądź pochylenia. Zbieżnością stożka nazywamy stosunek różnicy wymiarów D i d do jego długości L, czyli $\left(\frac{D-d}{L}\right)$, patrz rys. 1.57a.



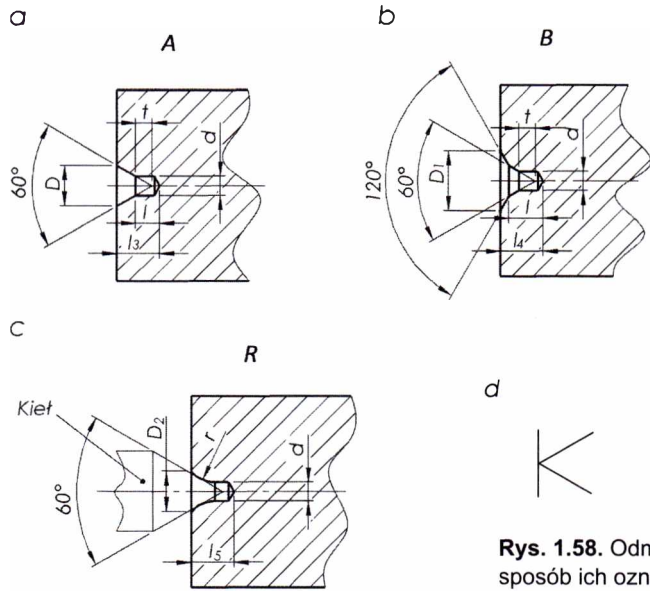
Rys. 1.57. Przykłady wymiarowania stożków i klinów

Wartość zbieżności podaje się w postaci ilorazu 1:X, np. 1:50 i oznacza na rysunkach za pomocą symbolu graficznego stożka (trójkąta o kącie wierzchołkowym 30° pustego w środku) umieszczonego na linii odniesienia wierzchołkiem skierowanym w stronę wierzchołka stożka oraz wartości zbieżności nad linią odniesienia.

Przy wymiarowaniu elementów asymetrycznych często wykorzystuje się wielkość zwaną pochyleniem *s*, wyrażanym ilorazem 1:*Y*, w którym $Y = l/(b - a)$, gdzie l jest długością elementu, natomiast *b* i a są wymiarami na jego końcach (patrz rys. 1.57b). Pochylenie można również wyrażać w procentach lub promilach. Pochylenie oznacza się na rysunkach za pomocą znaku wymiarowego pochylenia skierowanego zawsze wierzchołkiem w stronę pochylenia oraz wartości pochylenia umieszczonych nad linią odniesienia (patrz rys. 1.57b). Pochylenie stosujemy głównie przy wymiarowaniu klinów asymetrycznych czy walcowanych lub odlewanych wyrobów hutniczych.

W technice, zwłaszcza przy obrabiarkach skrawających, są stosowane typowe, uprzywilejowane stożki o znormalizowanych kątach i zbieżnościach. Należą do nich tzw. stożki Morse'a. Ich rysunki nie wymagają wymiarowania, bowiem wystarczy je odpowiednio oznaczyć, podając nazwę i numer stożka (rys. 1.57c).

Elementami rysunków, które rysujemy w uproszczeniu, są nakiełki wewnętrzne, czyli otwory na końcach wałków służące do mocowania przedmiotu w czasie procesu produkcyjnego. Stosowane są trzy rodzaje nakiełków (*A*, *B*, *R*):
A – zwykły (rys. 1.58a),
B – chroniony (rys. 1.58b),
R – łukowy (rys. 1.58c).

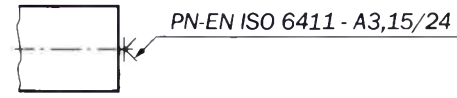
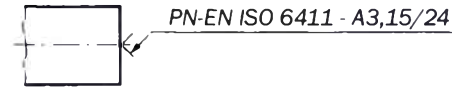


Rys. 1.58. Odmiany nakiełków oraz uproszczony sposób ich oznaczania

Wielkością nominalną nakiełków jest wymiar ich średnicy *d*, który wynosi: 0,5; 0,63; 0,8; **1**; 1,25; **1,6**; **2**; **2,5**; **3,15**; **4**; **5**; **6,3**; 8; **10** mm (zalecane wartości podano czcionką półgrubą). Każdej średnicy *d* w normie dotyczącej nakiełków (PN-EN ISO 6411) przyporządkowano maksymalne długości *l* nakiełków. Nakiełki przedstawia się odpowiednim znakiem graficznym (rys. 1.58d) i wymiaruje się je umownie – sposób przedstawiania i oznaczania nakiełków przedstawiono w tablicy 1-12.

Tablica 1-12

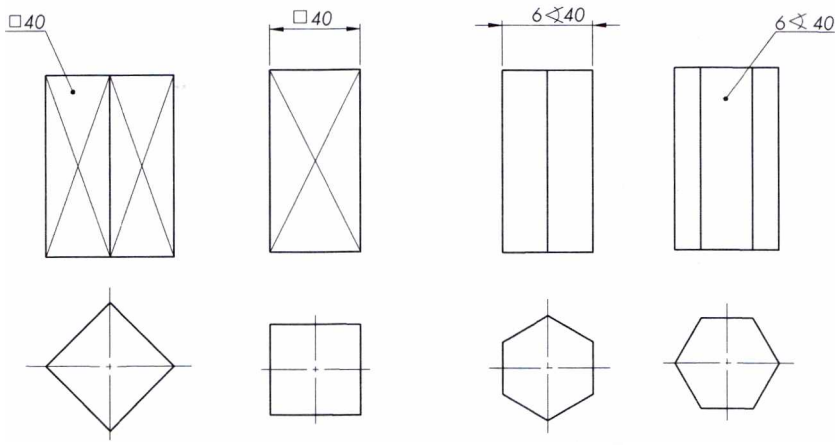
Sposób przedstawiania i oznaczania nakiełków

Rodzaje nakiełków	Uproszczone przedstawienie i oznaczenie
Nakiełek dopuszczalny w wyrobie gotowym	
Nakiełek niedopuszczalny w wyrobie gotowym	
Nakiełek wymagany w wyrobie gotowym	

Litery i cyfry w opisie oznaczenia nakiełków powinny być wykonane tą samą grubością i wysokością oraz tym samym rodzajem pisma, który zastosowano w opisie rysunku.

Podczas wymiarowania graniastosłupów, w których podstawie leży wielokąt foremny, np. kwadrat czy sześciokąt foremny, należy stosować znaki umowne:
– □ (kwadrat), np. □100,
– 6 ⏥ (sześciokąt), np. 6 ⏥ 100.

Należy zwrócić uwagę na różnicę w sposobie umieszczania umownych znaków wymiarowych kwadratu oraz sześciokąta. Ich położenie jest uzależnione od pozycji, w której znajduje się opisywany element. Znak wymiarowy może być podany nad linią wymiarową dotyczącą wymiaru „pod klucz" albo nad linią odniesienia, zakończoną kropką na powierzchni płaskiej graniastosłupa (patrz rys. 1.59).



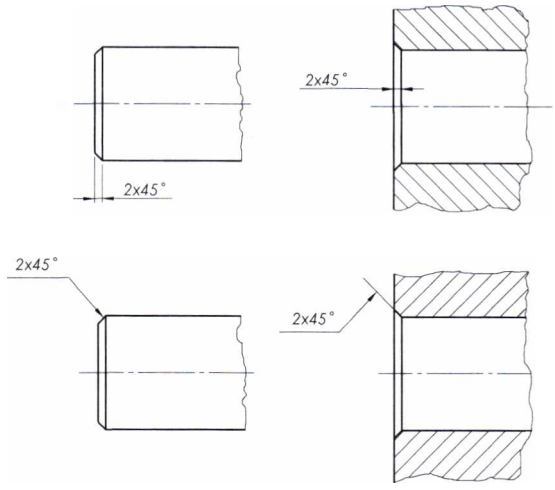
Rys. 1.59. Sposób wymiarowania graniastosłupów foremnych w zależności od ich położenia

1.10.4. Wymiarowanie ścięć, zakończeń wałków i przejść

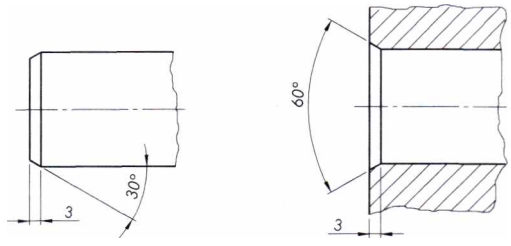
Aby złagodzić ostre krawędzie wałków i otworów oraz ułatwić ewentualny montaż elementów, stosuje się ścięcia krawędzi przedmiotów (tzw. fazy). Długości tych ścięć są bardzo małe i z reguły występują pod kątem 45°. Dlatego też wystąpiła konieczność uproszczenia tego rodzaju wymiarowania do postaci iloczynu wymiaru długości i kąta, pod którym nastąpiło ścięcie ostrej krawędzi (rys. 1.60).

Wymiarując ścięcia pod kątem różnym od 45°, należy podawać dwa wymiary: długości oraz kąta jak na rysunku 1.61.

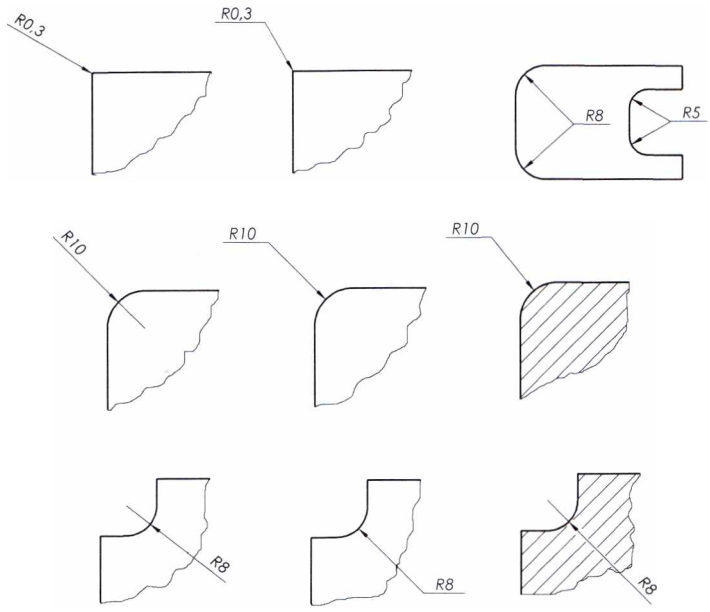
Inną możliwością złagodzenia ostrych krawędzi są zaokrąglenia. Jest wiele sposobów, aby je odpowiednio zwymiarować. Kilka najczęściej spotykanych pokazano na rysunku 1.62.



Rys. 1.60. Przykłady wymiarowania ścięć



Rys. 1.61. Sposób wymiarowania ścięć pod kątem różnym od 45°

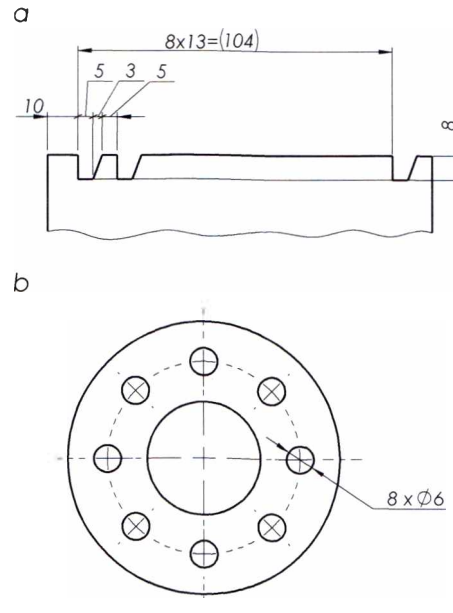


Rys. 1.62. Wymiarowanie zaokrągleń

1.10.5. Wymiarowanie powtarzających się elementów i zarysów krzywoliniowych

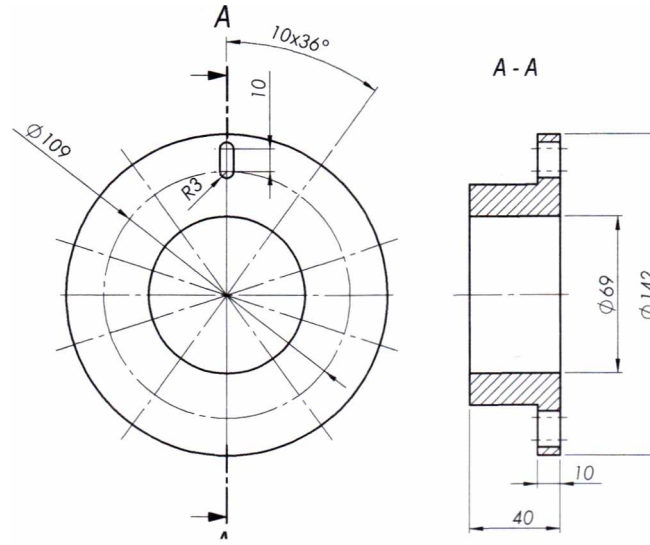
Cechą rysunku technicznego jest skłonność do upraszczania. Jest to szczególnie przydatne przy wymiarowaniu dużej liczby takich samych elementów. Zamiast wymiarować wszystkie elementy, wystarczy dokładnie opisać jeden, a następnie podać iloczyn liczby powtarzających się elementów przez całkowitą długość jednego z nich. W nawiasie okrągłym można podać wartość iloczynu. Nawias oznacza, że wymiar ten nie jest niezbędnie potrzebny do odtworzenia kształtu przedmiotu, ponieważ można go obliczyć, ale osobie wykonującej detal ułatwia wykonanie zadania (rys. 1.63a).

Przy wykonywaniu rysunków przedmiotów mających np. kilka otworów ułożonych symetrycznie, wystarczy zwymiarować jeden z nich, a w opisie nad li-



Rys. 1.63. Wymiarowanie powtarzających się elementów

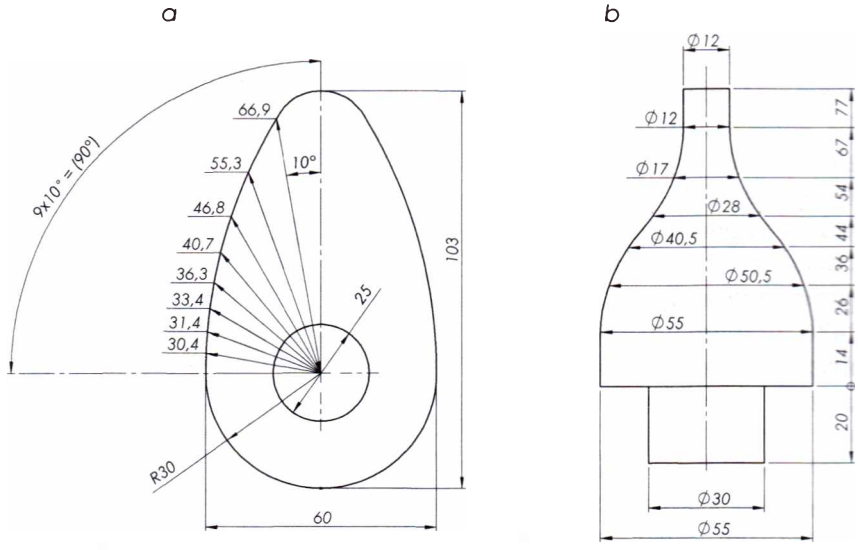
nią odniesienia podać ich liczbę, symbol × oraz ich wymiar (rys. 1.63b). Można także po zwymiarowaniu jednego otworu podać ich liczbę i kąt rozstawienia w stopniach (rys. 1.64).



Rys. 1.64. Wymiarowanie kołnierza z powtarzającymi się otworami

Trudniejszym zagadnieniem jest wymiarowanie zarysów krzywoliniowych (tzw. krzywek). Wrysowanie wszystkich linii wymiarowych i pomocniczych linii wymiarowych znacznie zaciemniłoby rysunek. Tu, z uwagi na przejrzystość rysunku, również należy zastosować pewne uproszczenia. Bardzo przydatne może okazać się wymiarowanie w układzie biegunowym, w którym wymiary podaje się co pewien określony kąt (rys. 1.65a). Ważne jest, aby oznaczyć wartość kąta oraz opisać krotność wymiaru. To wymiarowanie nie musi zawierać wszystkich miar kątów między liniami wymiarowymi, a wymiary mogą, ale nie muszą, leżeć bezpośrednio na liniach wymiarowych lub na odnośnikach od tych linii.

Podczas wymiarowania dowolnego zarysu w prostokątnym układzie współrzędnych początek układu oznacza się niezamalowaną kropką, a liczby wymia-



Rys. 1.65. Wymiarowanie zarysów krzywoliniowych

rowe pisze na przedłużeniu linii wymiarowych. Należy pamiętać, że kropka oznacza początek układu współrzędnych i liczby wymiarowe podawane są od tego właśnie punktu, a linie wymiarowe mają tylko jeden grot. Przykład tego rodzaju wymiarowania pokazano na rysunku 1.65b.

1.10.6. Ogólne zasady wymiarowania

Podczas wykonywania rysunków technicznych należy zwrócić uwagę, aby były one przejrzyste i zrozumiałe dla czytającego. Niewłaściwe wymiarowanie może znacznie zaciemnić rysunek i być przyczyną błędnego wykonania narysowanego przedmiotu. Z tego powodu wprowadzono ogólne zasady wymiarowania, z których najważniejsze to:
– zasada niepowtarzania wymiarów,
– zasada pomijania wymiarów oczywistych,
– zasada wymiarów koniecznych,
– zasada otwartych łańcuchów wymiarowych,
– zasada wymiarowania od baz wymiarowych,
– zasada grupowania wymiarów.

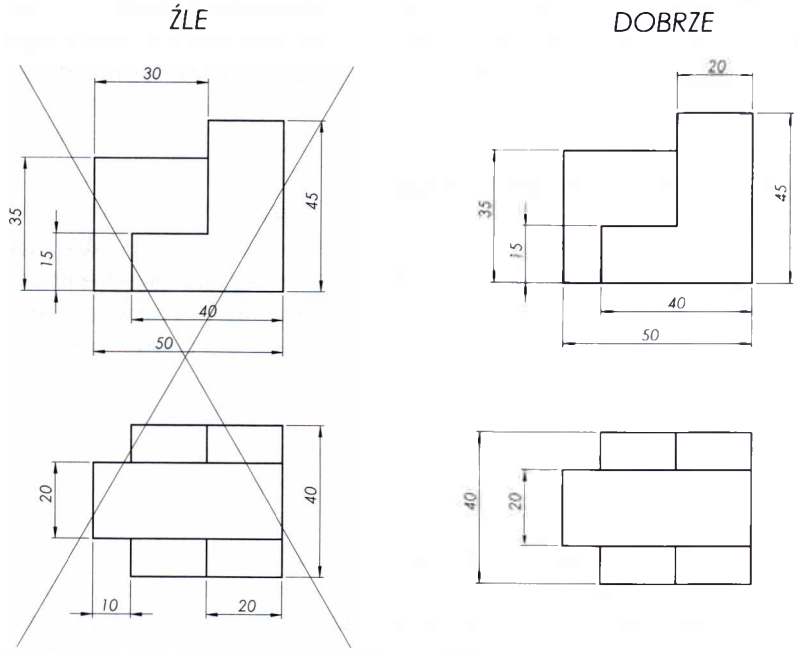
Zasada niepowtarzania wymiarów – zapisano w niej, że każdy detal rysunku bez względu na liczbę rzutów czy przekrojów całego przedmiotu powinien być opisany tylko jeden raz. Nie wolno powtarzać wymiaru w innym miejscu rysunku. Wymiar należy umieścić tak, aby rysunek był najlepiej czytelny i zrozumiały z punktu widzenia konstruktora oraz technologa w zakładzie produkcyjnym. Dlatego trzeba dobrze przemyśleć, czemu dany wymiar ma służyć i podać go na rysunku w miejscu, w którym będzie najbardziej potrzebny ze względu na przebieg obróbki, a także łatwy do odszukania. W lepszym zrozumieniu tej zasady powinien pomóc rysunek 1.66.

Zasada pomijania wymiarów oczywistych dotyczy głównie wymiarów kątowych, wynoszących 0° lub 90°, tj. odnoszących się do linii wzajemnie równoległych lub prostopadłych. Dotyczy również wymiarów związanych z narzędziem skrawającym, np. wiertłem zaostrzonym do obróbki metalu (dla stali kąt wierzchołkowy ostrza wiertła wynosi 118°, czyli w przybliżeniu 120°). Tych wymiarów nie należy podawać (rys. 1.67a, b).

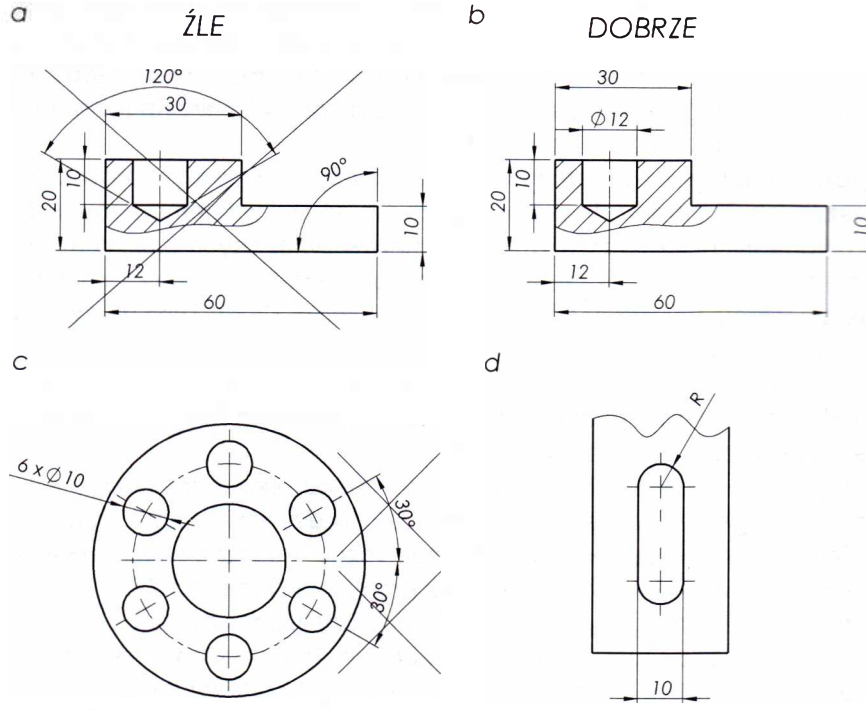
Zasada ta dotyczy również detali rozmieszczonych równomiernie na obwodzie koła, pod warunkiem że podamy ich liczbę. Przykładem mogą być otwory wywiercone na obwodzie kołnierza (rys. 1.67c).

Często spotykanym błędem jest również podawanie wartości promienia łączącego dwie linie równoległe, jeśli podana była odległość między tymi liniami. Typowym przykładem jest kształt rowka pod wpust pryzmatyczny. Podczas wymiarowania pomija się tę wartość, a jedynie wpisuje symbol promienia *R* (rys. 1.67d).

Zasada wymiarów koniecznych (rys. 1.68) dotyczy liczby i rodzaju podawanych wymiarów: tylko tylu i tych, które są niezbędne do jednoznacznego określenia wymiarów przedmiotu. Konieczne są wymiary gabarytowe (zewnętrzne). Dzięki nim można zorientować się jak duży będzie nasz przedmiot, ile będzie

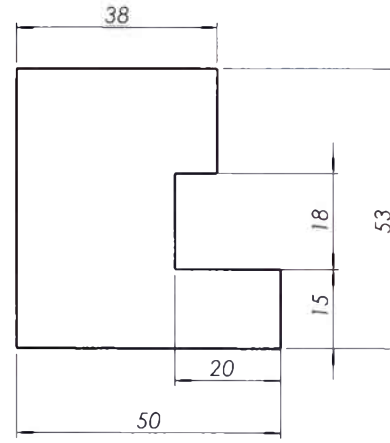


Rys. 1.66. Zasada niepowtarzania wymiarów



Rys. 1.67. Zasada pomijania wymiarów oczywistych

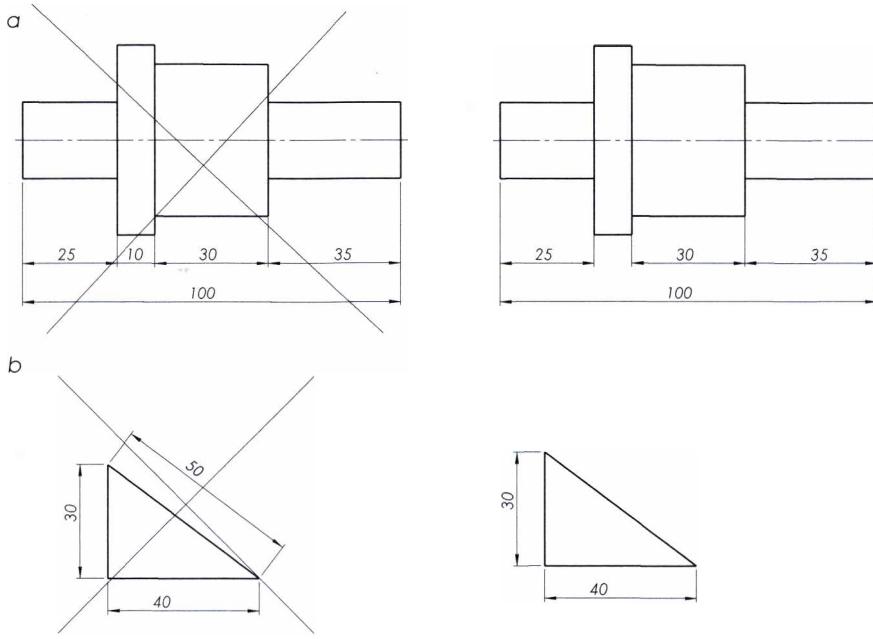
zajmował miejsca, ile tych przedmiotów zmieści się w pojemniku do transportu i, co najważniejsze, jakiej wielkości materiał będzie potrzebny do jego wykonania. Ponadto każdy wymiar z rysunku powinien być możliwy do sprawdzenia na przedmiocie w czasie wykonywania czynności obróbkowych. Również bardzo ważne jest usytuowanie mniejszych wymiarów bliżej przedmiotu a większych dalej, tak aby uniknąć przecinania się linii wymiarowych z pomocniczymi liniami wymiarowymi.



Rys. 1.68. Zasada wymiarów koniecznych

Zasada otwartych łańcuchów wymiarowych. Łańcuchy wymiarowe to szereg kolejnych wymiarów równoległych (tzw. łańcuchy wymiarowe proste – patrz rys. 1.69a) lub dowolnie skierowanych (tzw. łańcuchy wymiarowe złożone – patrz rys. 1.69b). W obu przypadkach łańcuch wymiarowy powinien być otwarty, co oznacza, że nie należy wymiarować wszystkiego, bowiem pewne wymiary są zbędne, gdyż wynikają z innych wymiarów.

W przypadku łańcucha prostego (rys. 1.69a) – liniowego, równoległego układu wymiarów a, *b*, *c*, *d* – można pominąć jeden z nich, jeśli daje się go wyliczyć poprzez odjęcie od wymiaru gabarytowego e sumy pozostałych wymiarów, np.: $b = e - (a + c + d)$. Ze względów praktycznych pomija się wymiar najmniej potrzebny z punktu widzenia obróbki czy pomiarów.



Rys. 1.69. Zasada otwartych łańcuchów wymiarowych

W przypadku łańcucha złożonego (rys. 1.69b) widać, że wymiar przeciwprostokątnej daje się wyliczyć z twierdzenia Pitagorasa $a^2 + b^2 = c^2$. Oznacza to, że podanie wymiaru *c* byłoby przewymiarowaniem przedmiotu. Pamiętamy o zasadzie wymiarów koniecznych. Jeżeli koniecznie musimy wrysować wymiar, który można obliczyć w inny sposób, to wpisujemy go w nawiasach okrągłych (patrz rys. 1.72a).

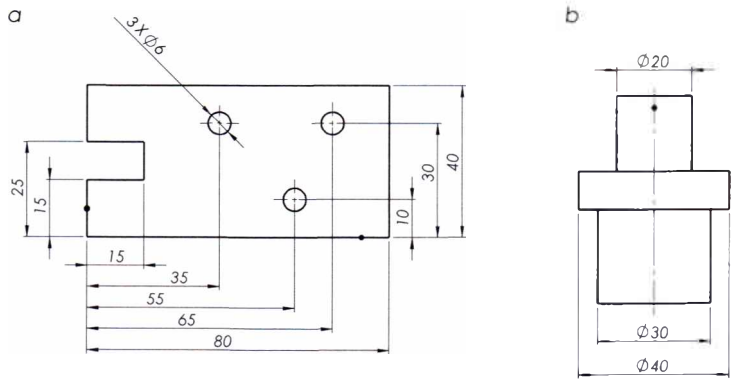
Zasada wymiarowania od baz wymiarowych. Bazą nazywamy element geometryczny przedmiotu (płaszczyznę, linię, punkt), względem którego określa się położenie innych punktów, linii albo płaszczyzn tego przedmiotu. Wyróżnia się bazy konstrukcyjne, obróbkowe i pomiarowe. Zasada wymiarowania od baz konstrukcyjnych uwzględnia przede wszystkim wymiary związane z działaniem i montażem części współpracujących ze sobą, a więc ma bezpośredni wpływ na wzajemne położenie części oraz na ich dopasowanie do siebie. W zasadzie wymiarowania od baz obróbkowych uwzględnia się wymiary związane ze wszystkimi działaniami dotyczącymi wytworzenia przedmiotu.

Bazy pomiarowe służą do sprawdzenia – poprzez pomiary warsztatowe – kształtu bryły przedmiotu. Najlepiej byłoby, aby wszystkie bazy pokrywały się ze sobą. Niestety, nie zawsze jest to możliwe. W naszych rozważaniach wszystkie bazy będą traktowane na równi ze sobą. O wyborze baz wymiarowych decyduje doświadczenie, które zdobywa się w pracy zawodowej. Dla potrzeb edukacyjnych jako bazy głównie będą przyjmowane:

– osie i płaszczyzny symetrii;
– powierzchnie współpracy bądź mocowania do innych przedmiotów;
– duże powierzchnie, najczęściej określające podstawowy kształt przedmiotu.

Przykładowo na rysunku 1.70a za bazę przyjęto płaszczyznę po lewej stronie przedmiotu. Od niej są odmierzane wszystkie odległości, czyli wcięcie, położenie otworów oraz długość przedmiotu.

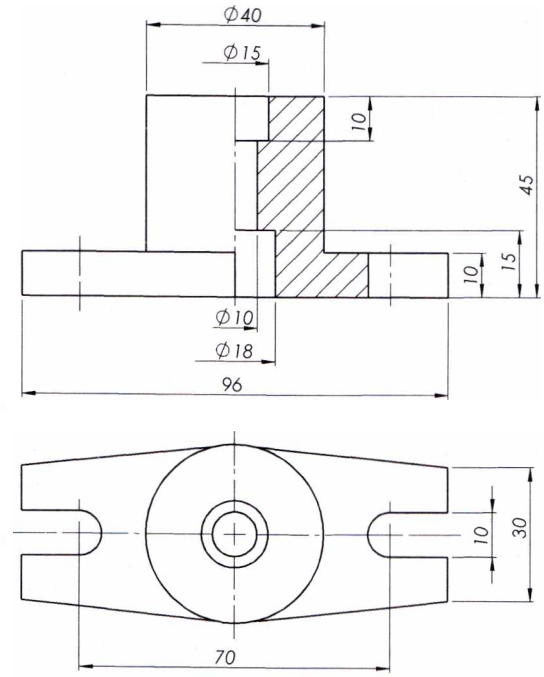
Na rysunku 1.70b pokazano typową bazę dla elementu obrotowego. Jest nią oś symetrii trzpienia. Jak widać, wymiary średnic nie są odmierzane od osi, ale symetrycznie względem niej. Wynika to z faktu, że ten element powstaje w wyniku toczenia, a przy pomiarach najłatwiej jest mierzyć średnice elementu, a nie



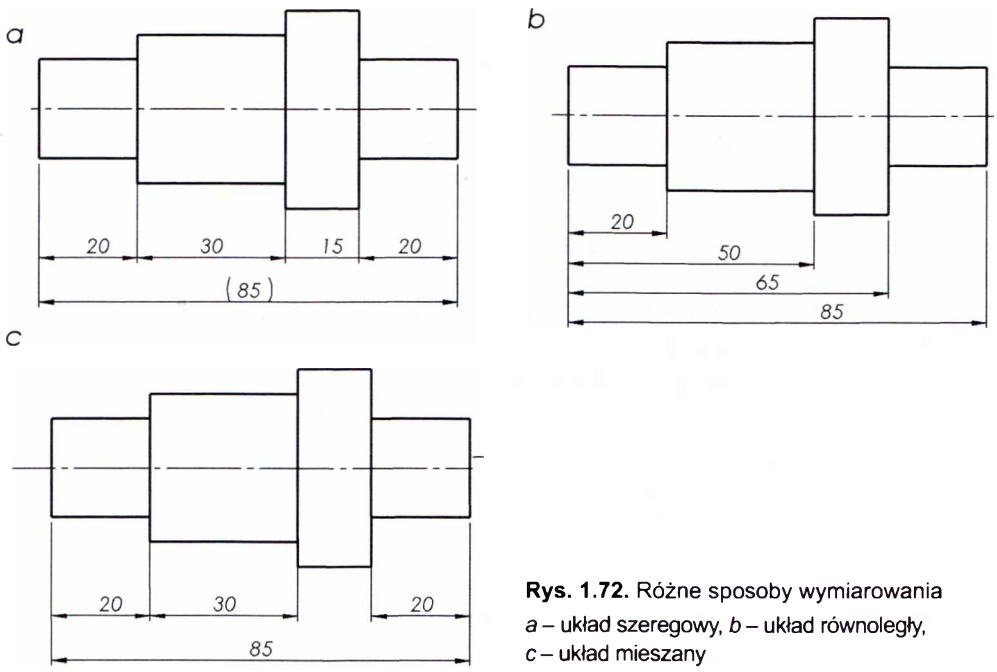
Rys. 1.70. Zasada wymiarowania od baz wymiarowych

promienie, o czym napisano już wcześniej. Przykład poprawnie zwymiarowanego przedmiotu, gdzie bazą są osie i płaszczyzny symetrii, pokazano na rysunku 1.71.

Zasada grupowania wymiarów (rodzaje wymiarowania). Na płaszczyźnie najczęściej stosuje się wymiarowanie wzdłuż układu współrzędnych, czyli linie wymiarowe są rysowane jako pionowe lub poziome. Wymiary położone w jednym kierunku można uporządkować względem siebie różnie. W normie PN-M-01143:1982 zaleca się trzy sposoby rysowania wymiarów – w układzie szeregowym, równoległym lub mieszanym (rys. 1.72).



Rys. 1.71. Przykład poprawnie zwymiarowanego elementu



Rys. 1.72. Różne sposoby wymiarowania
a – układ szeregowy, *b* – układ równoległy, *c* – układ mieszany

1.11. Uproszczenia rysunkowe

Odwzorowanie przedmiotów w sposób bardzo dokładny sprawiałoby duży kłopot, a do tego byłoby bardzo pracochłonne i zmniejszałoby czytelność rysunku. Dlatego dopuszcza się, dla elementów często występujących w technice, możliwość uproszczenia pewnych szczegółów. Uproszczenie polega na zastąpieniu najbardziej skomplikowanych i trudnych do narysowania linii przedmiotu liniami łatwiejszymi do rysowania. Zgodnie z normami stosowane są dwa stopnie uproszczeń:
– I stopień, stosowany głównie w rysunkach wykonawczych,
– II stopień, jeszcze mniej szczegółowy niż I stopień, stosowany na rysunkach złożeniowych.

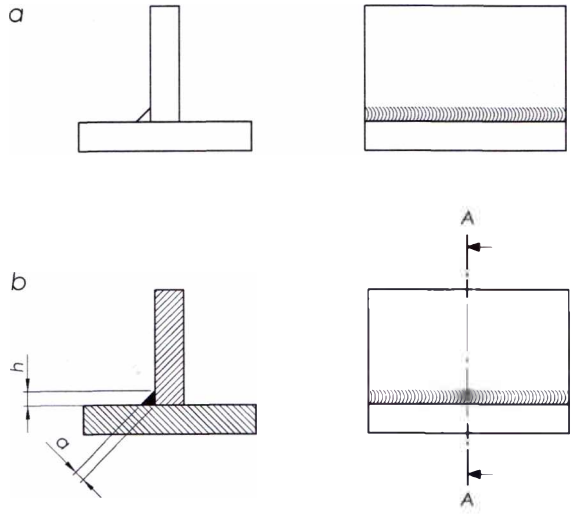
Najczęściej uproszczenia rysunkowe dotyczą połączeń elementów maszyn oraz schematów mechanizmów i maszyn. Ogólnie rzecz biorąc, połączenia można podzielić na **nierozłączne** i **rozłączne**. Połączenia **nierozłączne** podczas próby rozdzielenia elementów ulegają bezpowrotnemu zniszczeniu w przeciwieństwie do rozłącznych, które można wykorzystać ponownie. Do nierozłącznych należą połączenia nitowe, spawane, zgrzewane, lutowane, klejone i zszywane. Do **rozłącznych** zaliczymy połączenia gwintowe, wielowypustowe, wielokarbowe, kołkowe, sworzniowe itp.

1.11.1. Uproszczenia połączeń nierozłącznych

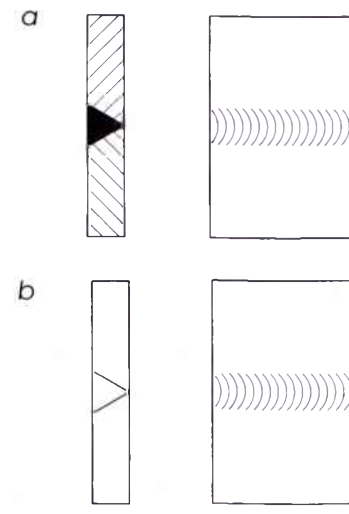
Spawanie polega na łączeniu metalowych części w sposób trwały spoiną otrzymaną w wyniku stopienia dodatkowego spoiwa oraz nadtopienia łączonych materiałów. Zewnętrzna część spoiny, patrząc od strony jej układania, nazywana jest licem, a przeciwległa jej strona granią. Jest wiele rodzajów spoin spotykanych w technice. Podstawowe rodzaje to **spoina czołowa**, **spoina pachwinowa** oraz rzadziej spotykane: **spoina brzeżna**, **otworowa** albo **grzbietowa**. W zasadzie wszystkie te rodzaje spoin na rysunku w uproszczeniu wyglądają tak samo. Różnice zaobserwujemy w oznaczeniach. Widok spoiny od strony lica, tak jak widok od strony grani, jest dla spoin podobny. Różnice będą widoczne w wyglądzie przekroju bądź widoku od przodu. W ten sposób lub poprzez samo oznaczenie można przekazać informację o kształcie i wymiarach spoiny. W rzeczywistości po przetopie spoiny wyglądają podobnie. Wyraźne różnice występują podczas przygotowania elementów łączonych do spawania. Najwięcej różnych rodzajów znajdziemy wśród spoin czołowych.

Widok i przekrój **spoiny pachwinowej** pokazano na rysunku 1.73, a **spoinę czołową** w kształcie litery V na rysunku 1.74. Zarys przekroju lub widoku od przodu rysuje się linią ciągłą grubą. Przy widoku od strony lica używa się łuków rysowanych linią ciągłą cienką. Natomiast grań należy rysować linią ciągłą grubą, a niewidoczne wtedy lico liniami cienkimi kreskowymi w postaci łuków.

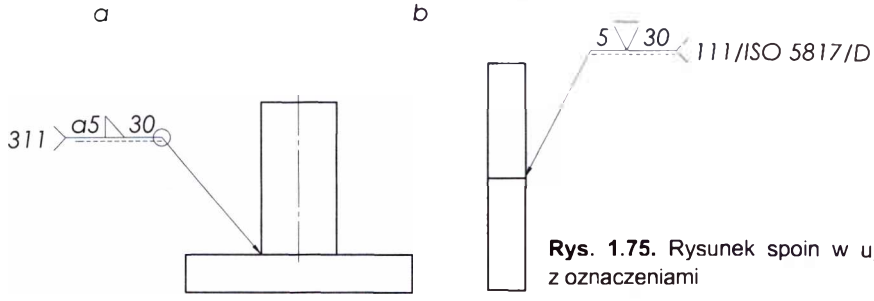
Podstawowe elementy stanowiące oznaczenie spoiny to umieszczone na linii identyfikacyjnej:
– charakterystyczny wymiar przekroju poprzecznego,
– umowny znak spoiny,
– charakterystyczny wymiar przekroju wzdłużnego.



Rys. 1.73. Widok i przekrój spoiny pachwinowej



Rys. 1.74. Przekrój i widok spoiny czołowej



Rys. 1.75. Rysunek spoin w uproszczeniu z oznaczeniami

Przykład oznaczenia dla spoiny pachwinowej i czołowej podano na rysunku 1.75. Wykaz znaków określających rodzaj i kształt poszczególnych spoin opisano w tablicy 1-13.

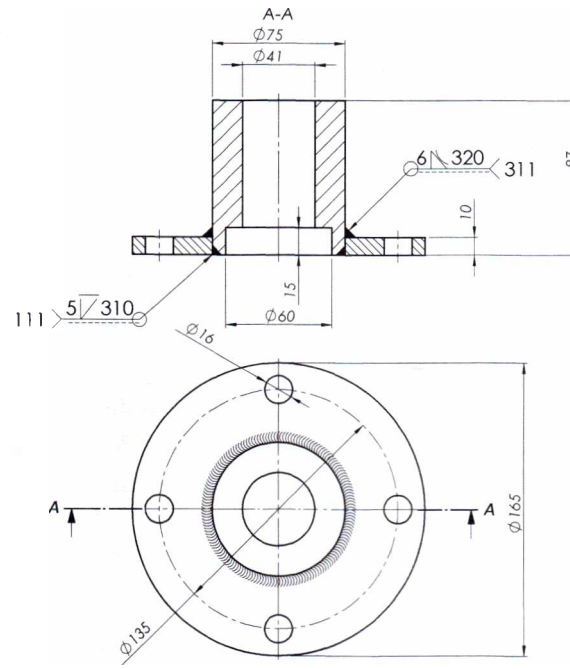
Tablica 1-13

Rodzaje spoin

Nazwa spoiny	Przekrój spoiny	Symbol spoiny	Nazwa spoiny	Przekrój spoiny	Symbol spoiny
Czołowa I			Grzbietowa		
Czołowa V			Otworowa okrągła i podłużna		
Czołowa 1/2 V					
Czołowa Y			Brzeżna z brzegami podwiniętymi przetopionymi		
Czołowa 1/2 Y			Pachwinowa		

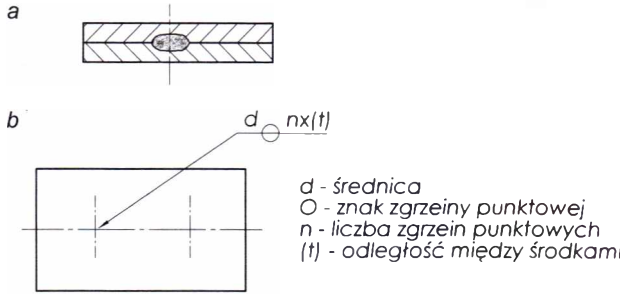
Tego rodzaju oznaczenia są stosowane na rysunku opisującym sposób wykonania przedmiotu spawanego (patrz rys. 1.76).

Podobnym technologicznie do spawania sposobem łączenia elementów jest **zgrzewanie**. W tym przypadku w czasie łączenia nie doprowadza się materiału do stanu ciekłego, ale do stanu plastycznego (tzw. ciastowatości), a połączenie uzyskuje się przez silny docisk elementów do siebie. Podstawowe rodzaje zgrzein to **punktowe** i **liniowe**. W przemyśle samochodowym jest to główna metoda łączenia blach na nadwozia.



Rys. 1.76. Element spawany

Połączenia zgrzewane przedstawia się w sposób umowny. W uproszczeniu zgrzeinę rysuje się tylko wtedy, gdy trzeba w sposób obrazowy przedstawić jej kształt. Zdarza się to niezmiernie rzadko. Na rysunku 1.77a pokazano, w przekroju, takie właśnie rozwiązanie. Najczęściej połączenie przedstawia się w sposób umowny, oznaczając miejsce położenia oraz podając na linii odniesienia umowne symbole dotyczące rodzaju, wielkości, liczby zgrzein i odległości między nimi (rys. 1.77b). Wymiarem charakteryzującym zgrzeinę punktową jest jej średnica, a zgrzeinę liniową – jej szerokość. Te wymiary podaje się przed umownym symbolem, a pozostałe wielkości po nim.



Rys. 1.77. Połączenie zgrzewane
a – uproszczenie w przekroju, *b* – umowne oznaczenie zgrzeiny punktowej

1.11.2. Uproszczenia połączeń rozłącznych

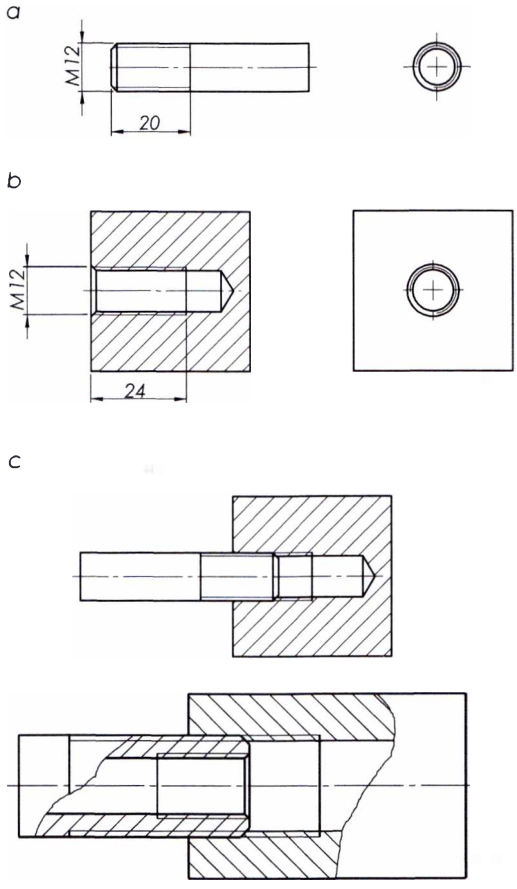
Połączenia gwintowe

Do grupy połączeń rozłącznych należą połączenia gwintowe, które z uwagi na prostotę montażu, łatwość demontażu i możliwość wielokrotnego wykorzysta-

nia są najczęściej stosowane w technice. Niestety, ich kształt jest bardzo trudny do odtworzenia. Pomocna w tym przypadku jest norma PN-EN ISO 6410-1 dotycząca szczegółowych i uproszczonych zasad rysowania gwintów. Zgodnie z tą normą gwinty można rysować w uproszczeniu w następujący sposób:

- powierzchnię wierzchołków rysuje się linią ciągłą grubą, czyli tak jak element wyglądałby przed nagwintowaniem;
- powierzchnię dna bruzd gwintu rysuje się linią ciągłą cienką;
- zakończenie gwintu rysuje się linią ciągłą grubą, poprzeczną do osi gwintu; w przekrojach płaszczyzną przechodzącą przez oś gwintu zakończenie musi kończyć się krótkimi liniami grubymi między zarysem a dnem bruzdy i ewentualnie można dorysować linię cienką przerywaną łączącą te linie grube (patrz rys. 1.79).

Ponadto, stosownie do wymagań normy, odległość między linią grubą (zarysem przedmiotu) i cienką (obrazującą gwint) powinna być w przybliżeniu równa głębokości gwintu, ale nie mniejsza niż 0,7 mm lub podwójnej grubości linii grubej. W rzucie na płaszczyznę prostopadłą do osi gwintu linia cienka powinna mieć długość około 3/4 okręgu (z przerwą w dowolnym miejscu) i nie powinna zaczynać się ani kończyć na osiach symetrii (patrz rys. 1.78).



Rys. 1.78. Uproszczenia rysunkowe gwintów
a – zewnętrznego, *b* – wewnętrznego, *c* – połączenia gwintów wewnętrznego i zewnętrznego

Rys. 1.79. Połączenie gwintowe rur

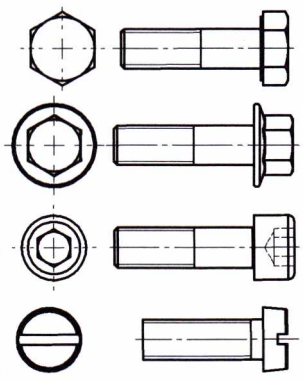
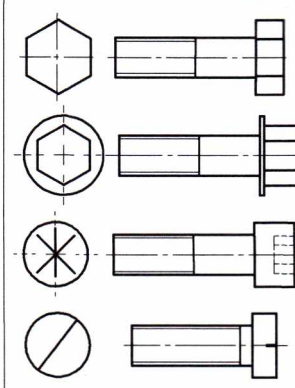
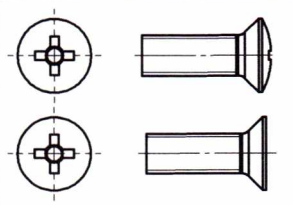
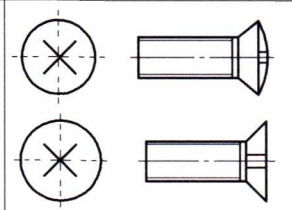
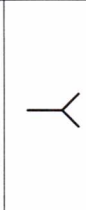
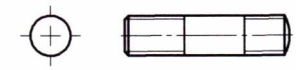
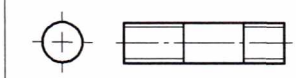
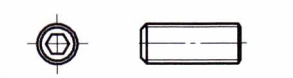
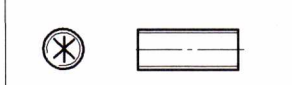
W przypadku rysowania połączenia gwintowego należy pamiętać, że śrub nie przecina się, a w połączeniach element z gwintem zewnętrznym zasłania element z gwintem wewnętrznym. Te podstawowe reguły zilustrowano na rysunkach 1.78a oraz 1.78b.

Wyjątek, ukazujący przekrój śruby, przedstawiono na rysunku 1.79, gdzie nagwintowany element jest wkręcony w rurę, stanowiącą swego rodzaju nakrętkę. Wyrwanie ukazuje szczegóły gwintu zewnętrznego i wewnętrznego oraz linie przejścia pomiędzy nimi.

W rzeczywistości spotyka się wiele odmian i rodzajów elementów gwintowanych z uwagi na wszechstronność zastosowań. Podstawowe rodzaje oraz sposób ich przedstawiania na rysunku podano w tablicach 1-14...1-18.

Tablica 1-14

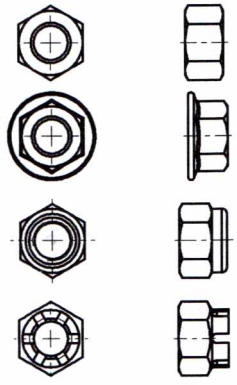
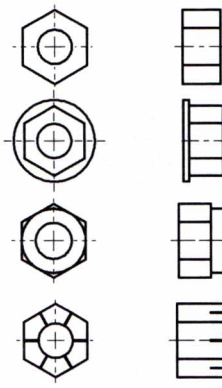
Podstawowe rodzaje śrub

L.p.	Rysunek szczegółowy	Przedstawienie	
		uproszczone	umowne
1			
2			
3			
4			

Oznaczenie gwintu składa się z:
– symbolu rodzaju gwintu;
– średnicy gwintu;
– długości lub głębokości gwintu (jeśli otwór gwintowany jest nieprzelotowy).

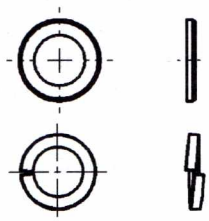
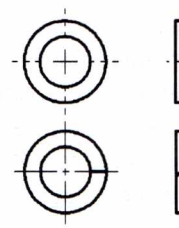
Tablica 1-15

Podstawowe rodzaje nakrętek

L.p.	Rysunek szczegółowy	Przedstawienie	
		uproszczone	umowne
1			

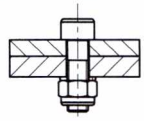
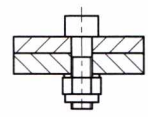
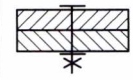
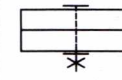
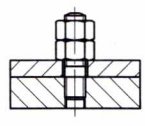
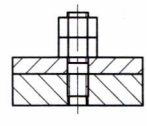
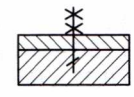
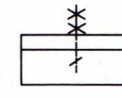
Tablica 1-16

Podstawowe rodzaje podkładek i zawleczka

L.p.	Rysunek szczegółowy	Przedstawienie	
		uproszczone	umowne
1			
2			

Tablica 1-17

Podstawowe sposoby łączenia elementów za pomocą połączeń gwintowych

L.p.	Rysunek szczegółowy	Przedstawienie		
		uproszczone	umowne	
			w przekroju	w widoku
1				
2				

Do trudniejszych elementów rysunkowych należy sześciokątny łeb śruby. Ponieważ jednak ten element jest często odtwarzany, na rysunku 1.80 pokazano zależności geometryczne między poszczególnymi wymiarami łba.

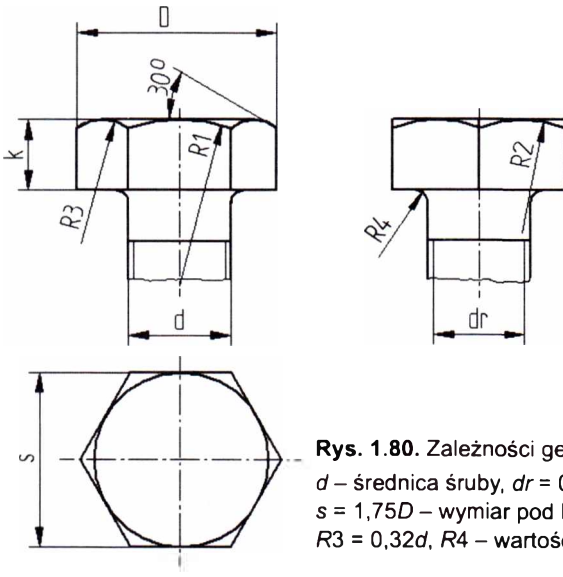
Tablica 1-18

Oznaczenia gwintów

Rodzaj gwintu	Oznaczenie	Przykład
Metryczny zwykły	M	M8
Metryczny drobnozwojny	M	M12x1
Calowy		1/2"
Rurowy walcowy	G	G1/2"
Rurowy stożkowy	R; Rc	Rc>1/2"
Trapezowy symetryczny	Tr	Tr 48x8
Trapezowy niesymetryczny	S	S 48x8
Okrągły	Rd	Rd 40
Stożkowy metryczny	MK	MK 20
Edisona	E	E 27
Do zaworów do dętek	Ven	Ven6
Lewy	LH	M8LH
Wielokrotny	Z-krotny	2-krotny

Połączenia kształtowe

Połączenia rozłączne to nie tylko połączenia śrubowe. Należą do nich również odpowiednio ukształtowane zakończenia osi i wałów współpracujące z innymi częściami. Są to połączenia wielowypustowe równoległe, ewolwentowe i wielokarbowe. Mimo że są podobne, można je rozróżnić po kształcie w przekroju pojedynczego wypustu. Wielowypusty równoległe mają boczne ścianki równoległe do siebie, przez co przypominają prostokąt. Nazwa wielowypustu ewolwentowego wywodzi się od zarysu powierzchni bocznej wypustu, przypominającego kształtem ząb koła zębatego. Przekrój pojedynczego wypustu wielokarbowego swym kształtem przypomina trójkąt równoboczny. Jego ścianki boczne są nachylone względem siebie pod kątem 60°. Można narysować je w sposób rzeczywisty lub uproszczony. Przykłady rysunków złączy wielowypustowych podano na ilustracji (patrz rys. 1.81).

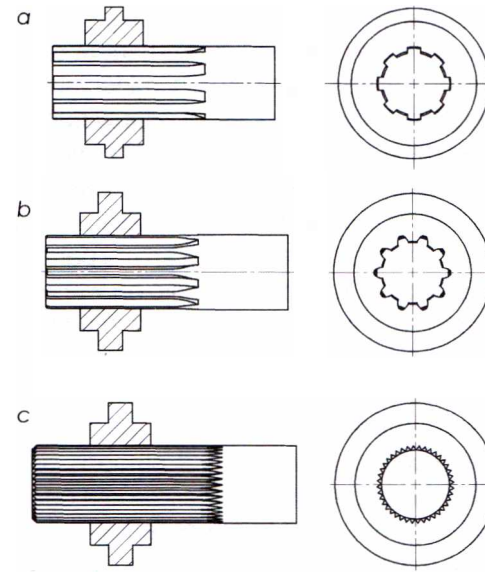


Rys. 1.80. Zależności geometryczne między wymiarami łba śruby d – średnica śruby, $dr = 0{,}8d$ – średnica rdzenia śruby, $D = 2d$, $s = 1{,}75D$ – wymiar pod klucz, $k = 0{,}7d$, $R1 = 1{,}5d$, $R2 = d$, $R3 = 0{,}32d$, $R4$ – wartość z tablic

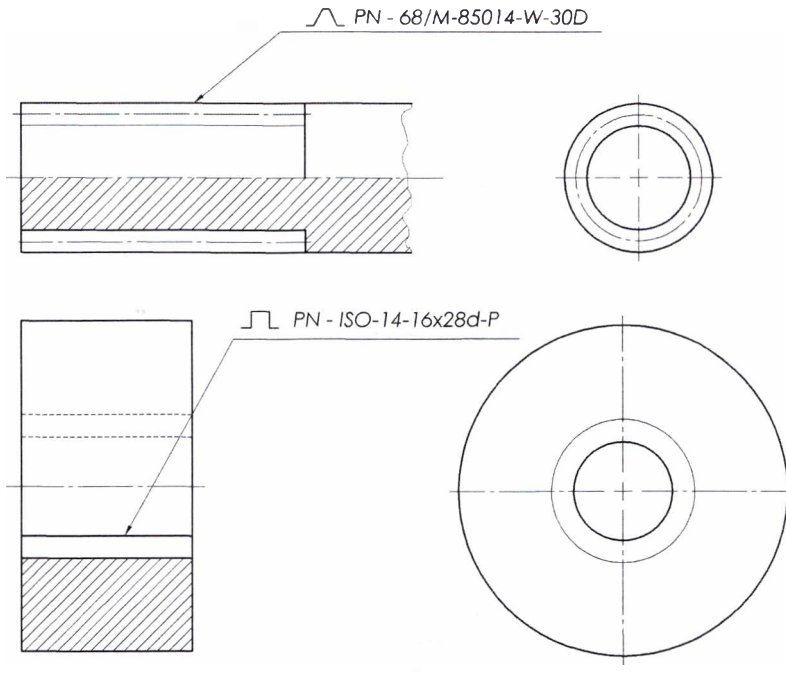
Oczywiście, w tym przypadku także łatwiej jest posługiwać się uproszczeniem rysunkowym, bowiem wymienione rodzaje wielowypustów w uproszczeniu różnią się tylko oznaczeniami. Kształt jest taki sam i przypomina połączenie gwintowe. W przekroju nie zakreskowuje się wypustu, a dno rowka rysuje linią grubą. Wszystkie wielkości połączenia wielowypustowego są znormalizowane i powinny być podawane w następującej kolejności:

- znak graficzny wielowypustu,
- oznaczenie normy,
- poprzedzona myślnikiem liczba wypustów,
- poprzedzone znakiem „x" wymiary charakterystyczne dla danego rodzaju wielowypustu, jak np. wartość średnicy wrębów, tolerancja wykonania wymiaru, rodzaj połączenia (np. P – przesuwne).

Przykłady oznaczeń podano na rysunku 1.82.



Rys. 1.81. Połączenia wielowypustowe
a – równoległe, *b* – ewolwentowe, *c* – wielokarbowe



Rys. 1.82. Oznaczanie połączeń wielowypustowych

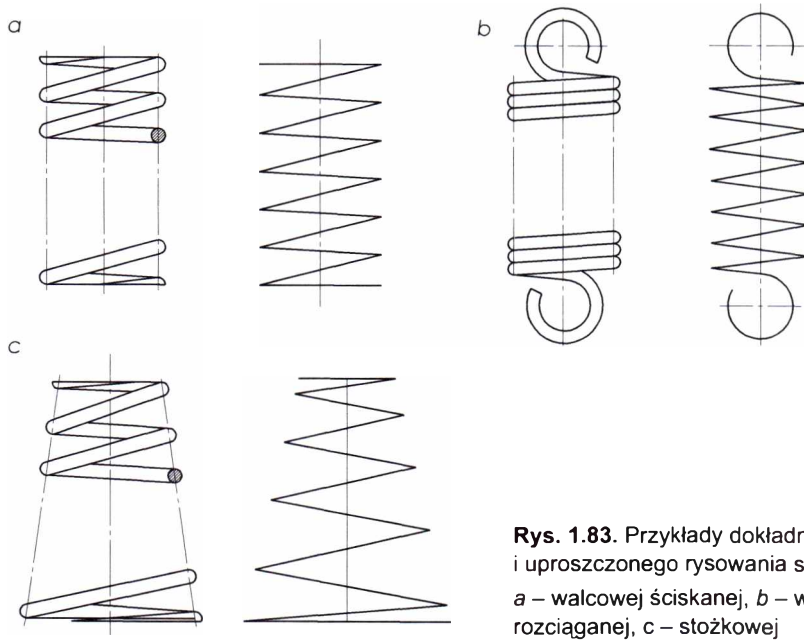
Sprężyny

Sprężyny należą także do elementów o skomplikowanych kształtach, które można narysować w uproszczeniu. Charakterystyczną cechą sprężyn jest zdolność do odkształceń odwracalnych. Dzięki odpowiedniej budowie oraz materiałowi, z którego są wykonane, mogą zmieniać swoje wymiary pod wpływem działającej siły. Te zależności można odzwierciedlić w postaci wykresu. Rysunek sprężyny powinien odwzorowywać jej kształt w widoku lub przekroju, zawierać charakterystykę w postaci wykresu oraz tabelę z charakterystycznymi parametrami i wymaganiami technicznymi.

Sprężyny można podzielić na wiele rodzajów, w zależności od zastosowanych kryteriów. Przykładowo, zależnie od rodzaju dominujących naprężeń, można wyróżnić sprężyny:
- ściskane,
- rozciągane,
- skręcane,
- zginane,
- o złożonym stanie naprężeń.

W zależności od cech konstrukcyjnych, głównie kształtu, wyróżnia się sprężyny:
- śrubowe walcowe, stożkowe, baryłkowe,
- talerzowe,
- spiralne,
- wielopłytkowe,
- inne.

Po przykładowo przedstawionych podziałach widać, jak trudno jest znaleźć uniwersalne rozwiązanie oddające wszystkie cechy sprężyny. Na rysunku 1.83

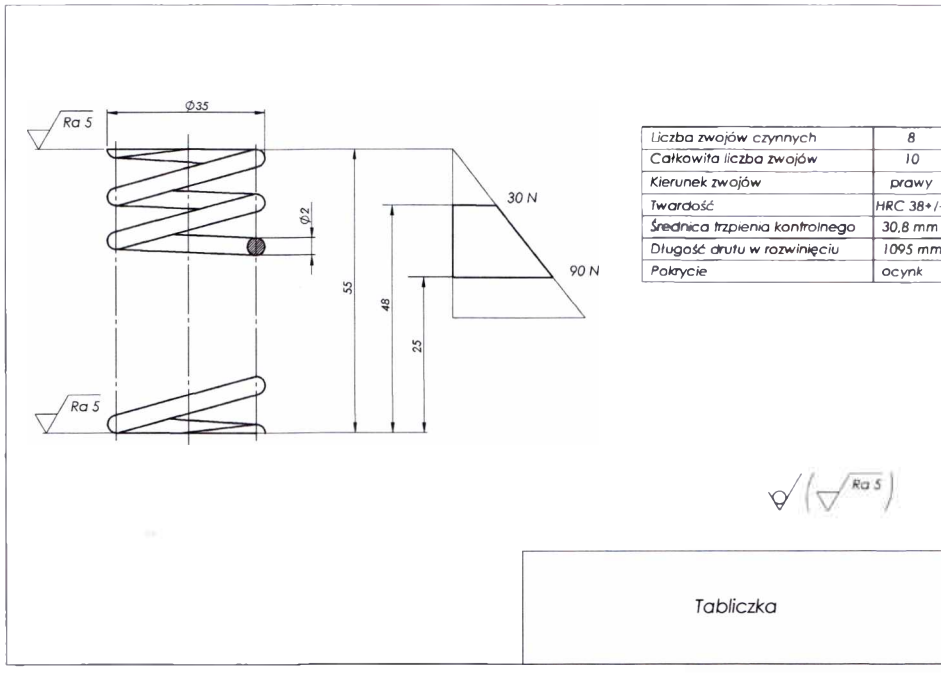


Rys. 1.83. Przykłady dokładnego i uproszczonego rysowania sprężyn *a* – walcowej ściskanej, *b* – walcowej rozciąganej, c – stożkowej

pokazano kształty sprężyny śrubowej walcowej ściskanej, sprężyny rozciąganej i sprężyny stożkowej. W pojazdach samochodowych tego typu elementy występują dość często.

Sam rysunek bez dodatkowych informacji nie jest wystarczający, aby wykonać sprężynę. Dodatkowo należy podać zmianę wymiarów pod wpływem zmiany wartości działającej siły oraz takie wielkości, jak:
– liczba zwojów czynnych,
– całkowita liczba zwojów,
– kierunek zwojów (lewy lub prawy),
– twardość materiału,
– średnica elementu do kontroli sprężyny,
– całkowita długość drutu na sprężynę,
– rodzaj pokrycia ochronnego lub dekoracyjnego.

Sposób zakończenia sprężyn opisuje się zgodnie z ogólnymi zasadami wymiarowania. Przykład rysunku wykonawczego typowej sprężyny pokazano na rysunku 1.84.

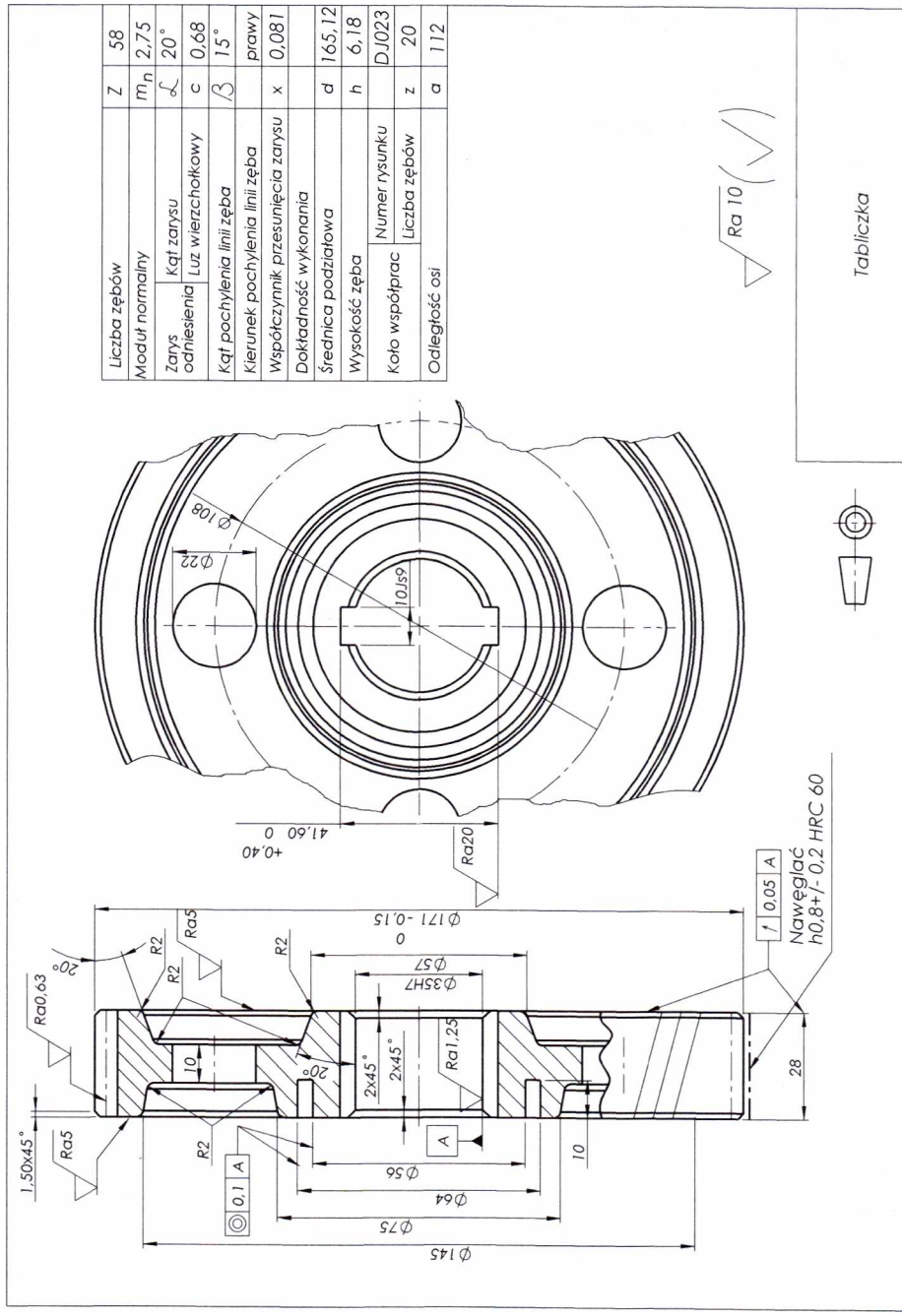


Rys. 1.84. Rysunek wykonawczy sprężyny

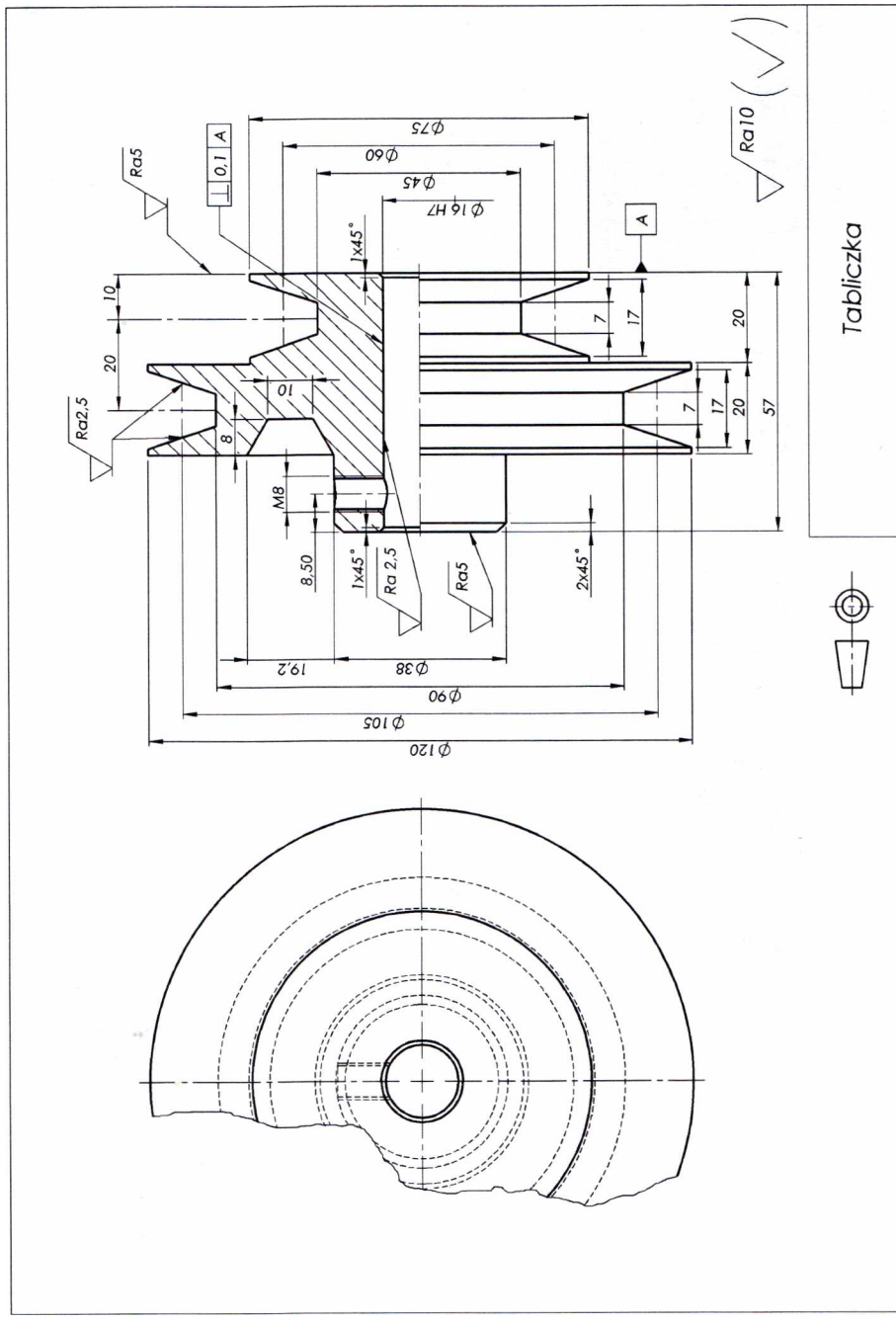
Napędy

Działanie każdej maszyny jest związane z przenoszeniem siły, prędkości obrotowej czy jakiegoś ruchu. Sposobów przenoszenia jest wiele, ale najczęściej odbywa się to za pomocą typowych elementów. Głównie są to osie, wały, koła pasowe i zębate, przekładnie łańcuchowe, zębatki, mechanizmy zapadkowe, śli-

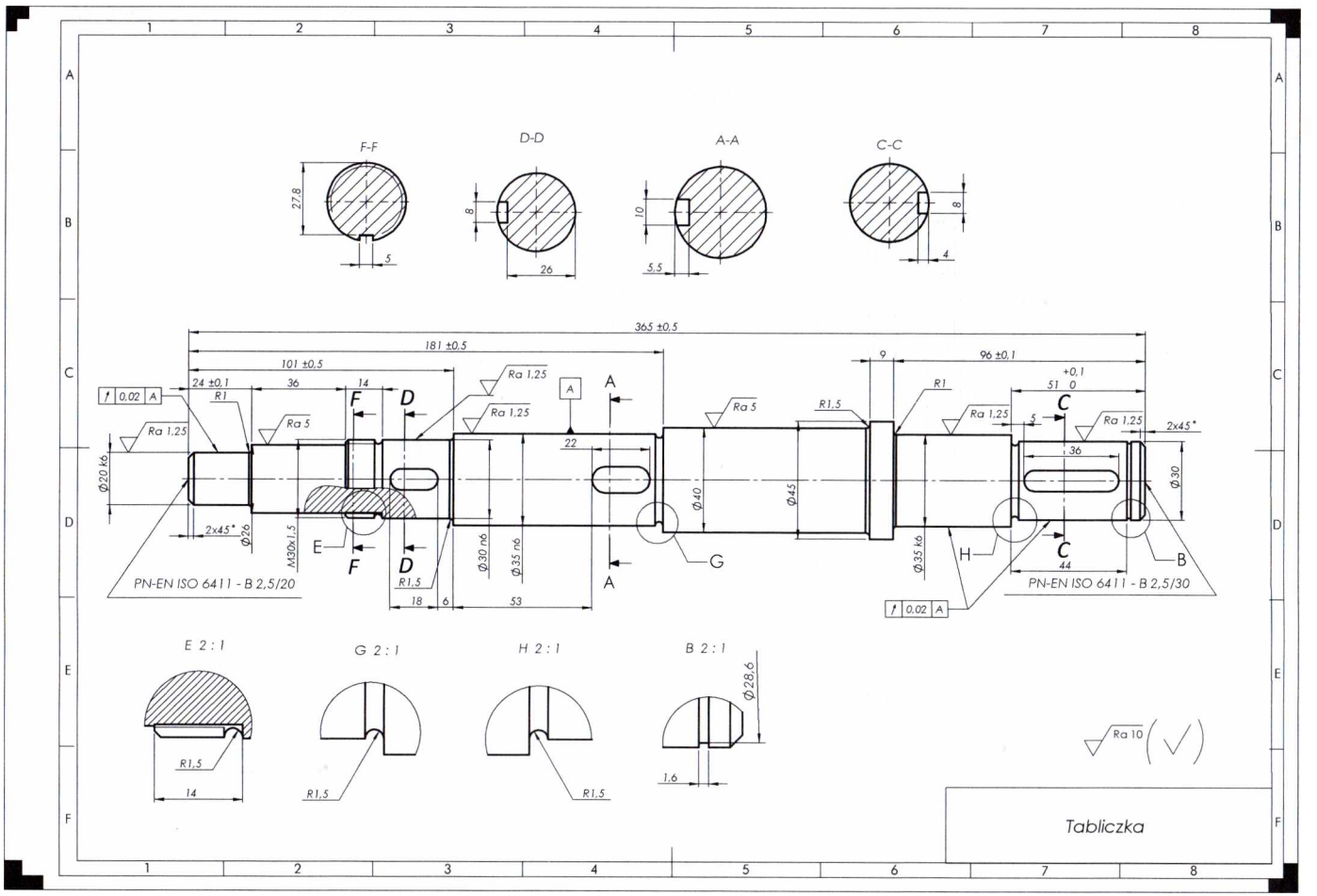
maki i ślimacznice itp. Również dla tych elementów znaleziono sposób na jak najprostsze a zarazem wyczerpujące oddanie ich kształtu i właściwości przy zachowaniu poprzednio podanych zasad (patrz rys. 1.85...1.89).



Rys. 1.85. Rysunek koła zębatego



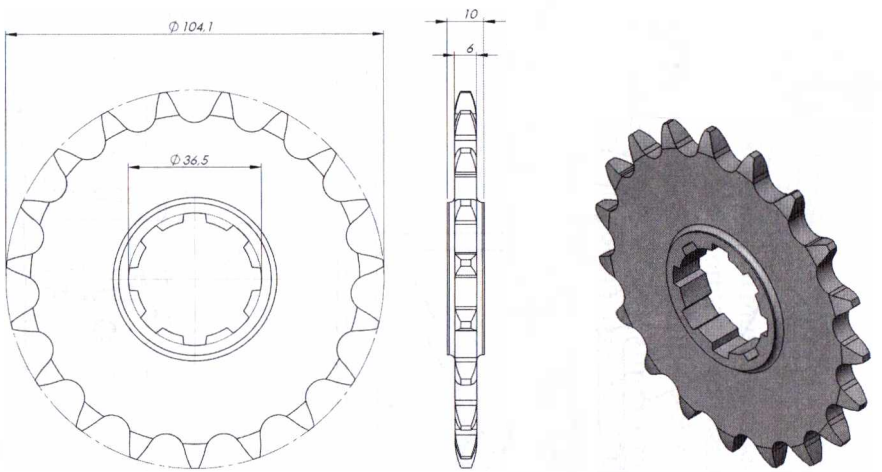
Rys. 1.86. Rysunek koła pasowego



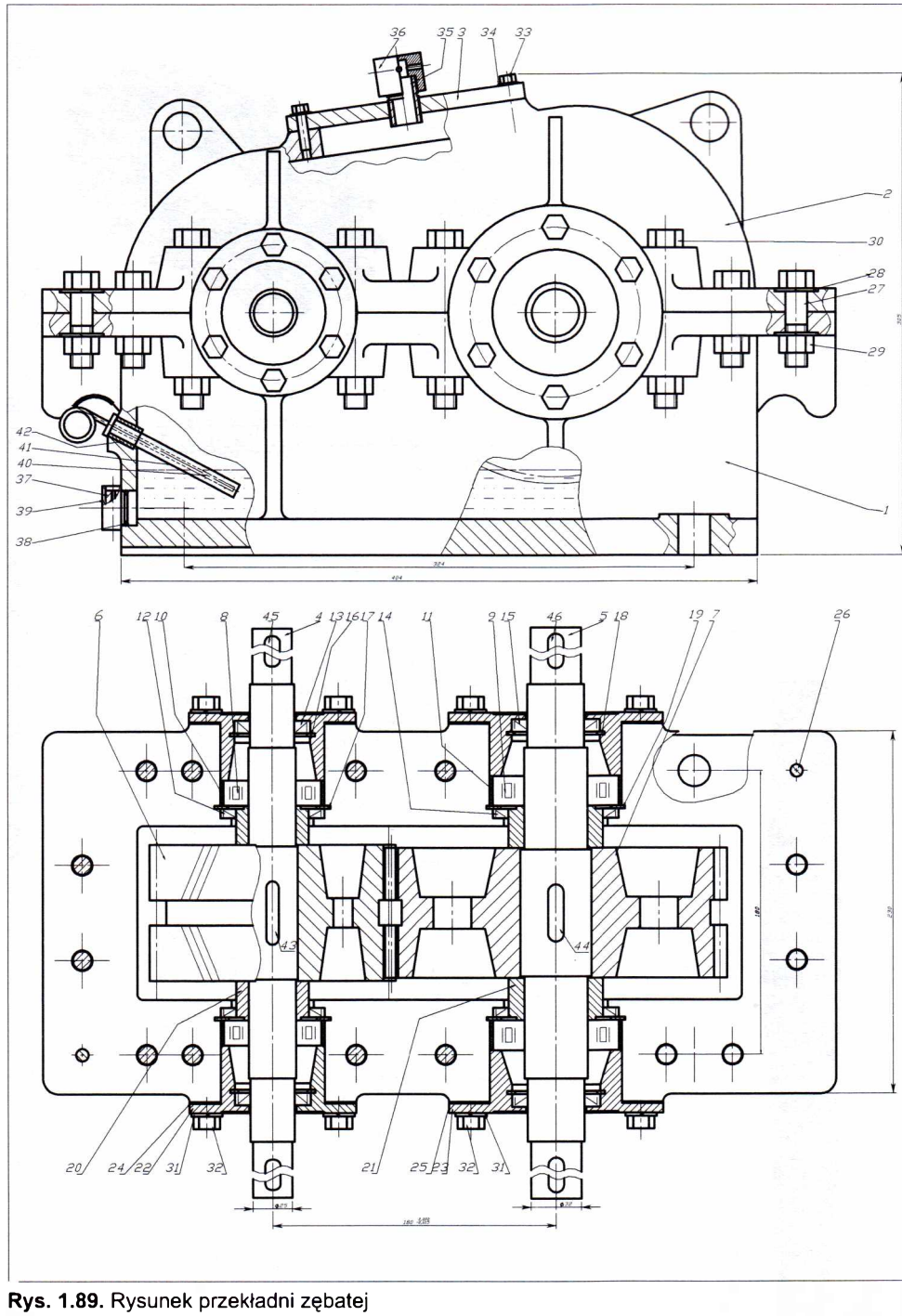
Rys. 1.87. Rysunek wałka



Rys. 1.87 (cd.)



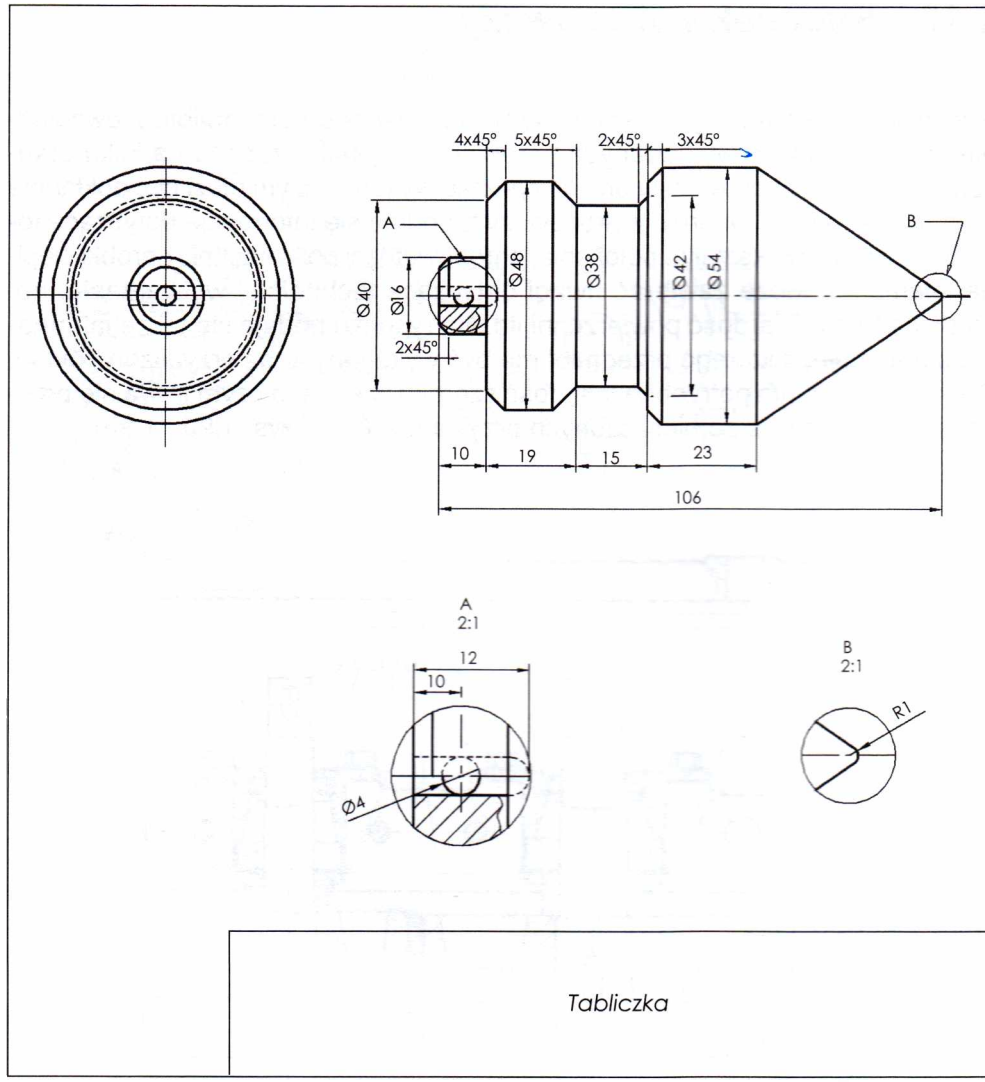
Rys. 1.88. Rysunek koła zębatego łańcuchowego



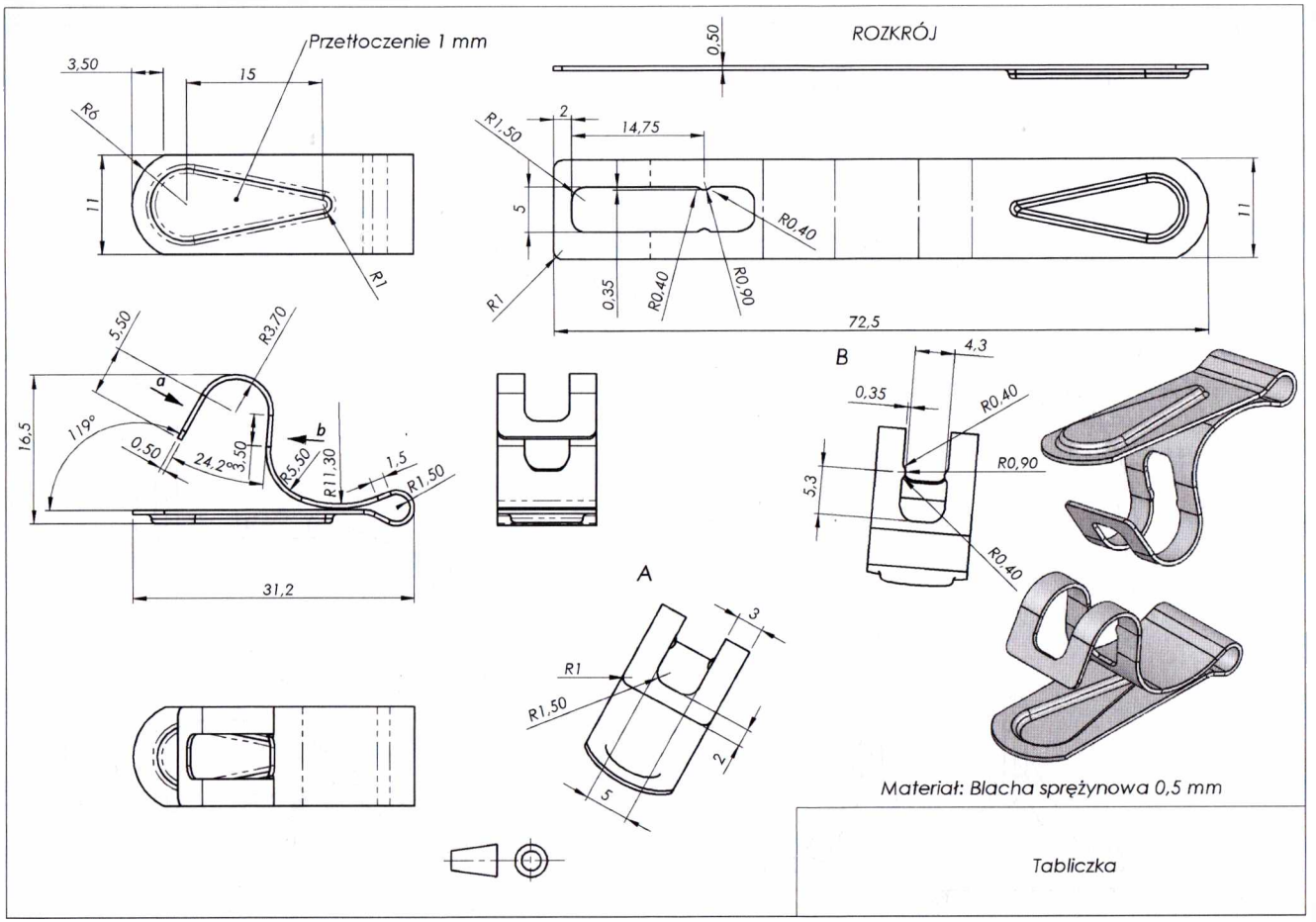
Rys. 1.89. Rysunek przekładni zębatej

1.12. Rysunek wykonawczy

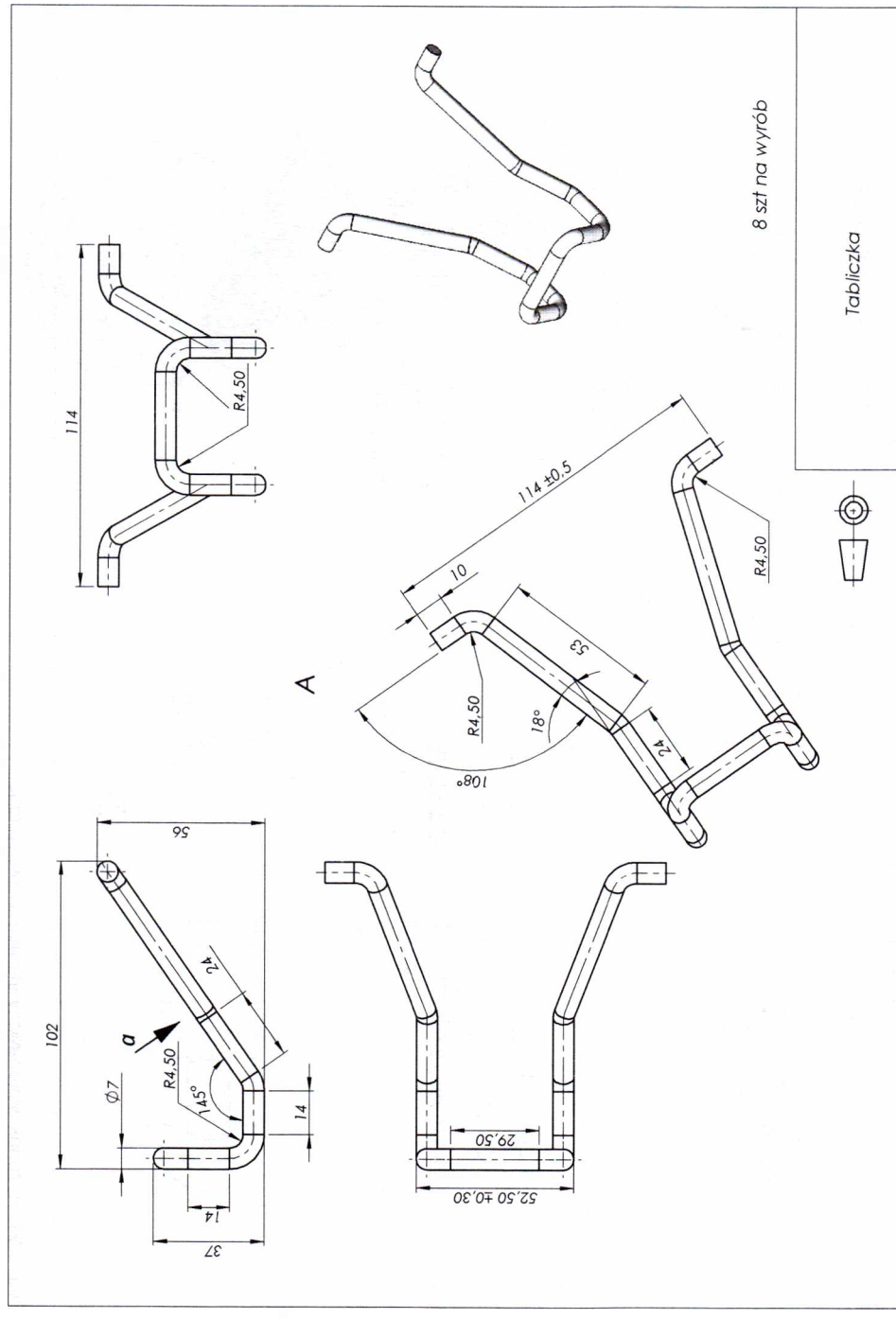
Rysunkiem wykonawczym nazywamy rysunek jednego przedmiotu z uwzględnieniem wszystkich wymaganych przekrojów i detali (czasami na kilku arkuszach). Przedmiot przedstawiony na rysunku wykonawczym musi być dokładnie zwymiarowany. Na rysunku wykonawczym podaje się informacje dotyczące tolerancji wymiarów, kształtu, położenia, chropowatości powierzchni i obróbki cieplnej elementu. Może zawierać uwagi dotyczące technologii wytwarzania, np. średnicę frezu, twardość powierzchni itd. Na rysunku podaje się także informację o materiale, z którego przedmiot ma być wykonany, oraz przybliżoną masę. Do jego wykonania potrzebna jest dość szeroka wiedza, o czym łatwo się przekonać na podstawie zamieszczonych przykładów (patrz rys. 1.90...1.95).



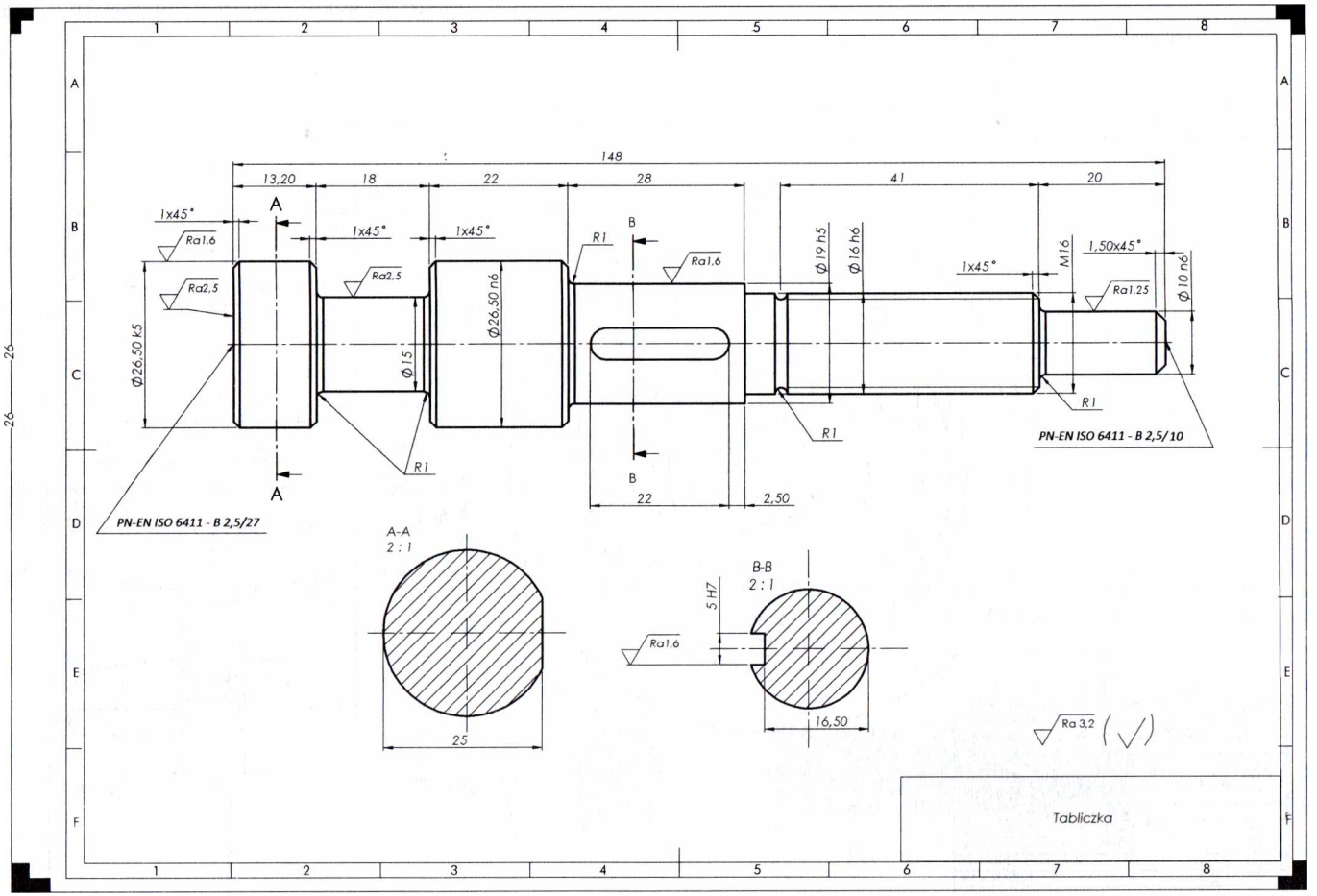
Rys. 1.90. Rysunek wykonawczy trzpienia



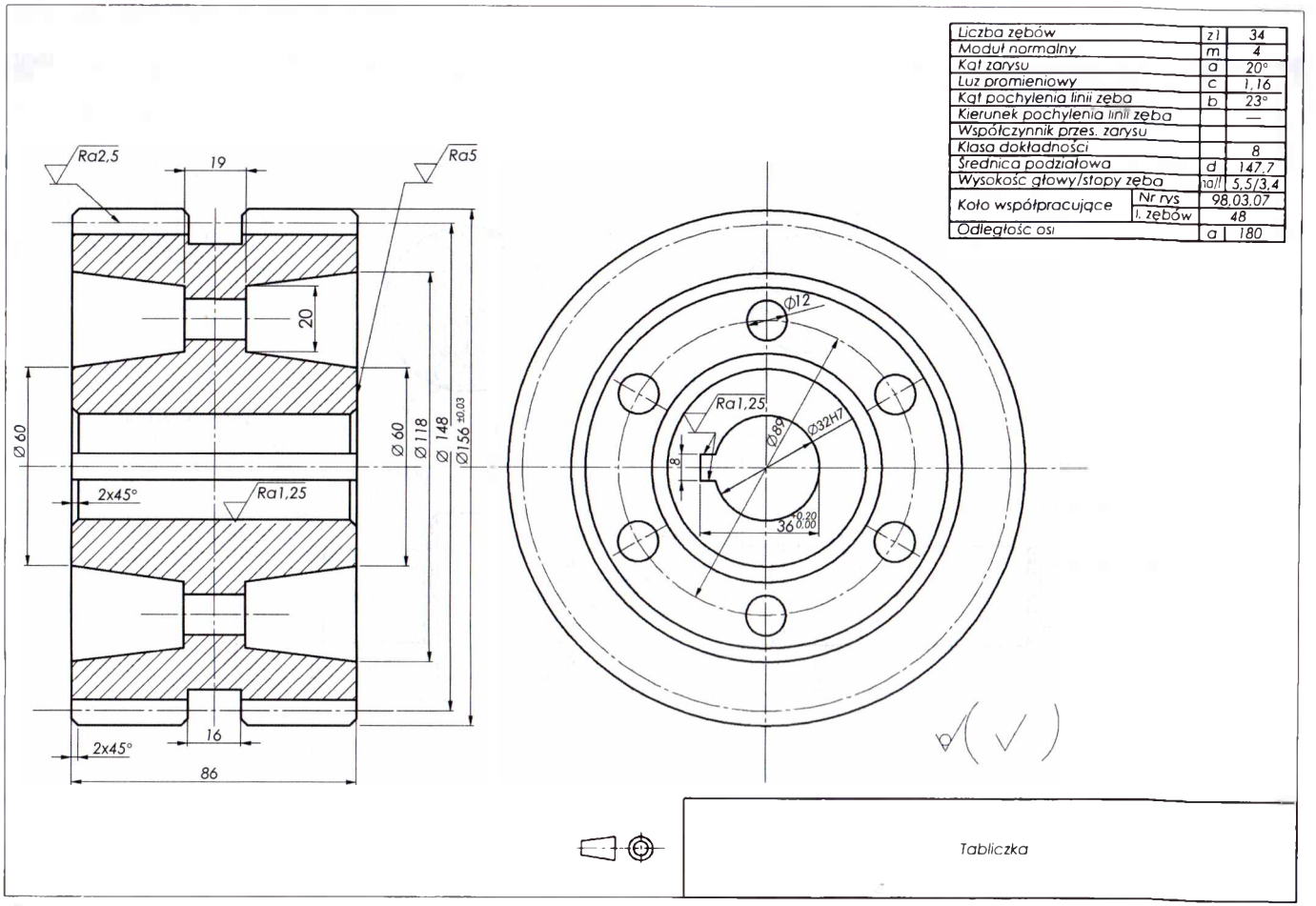
Rys. 1.91. Rysunek wykonawczy elementu sprężystego



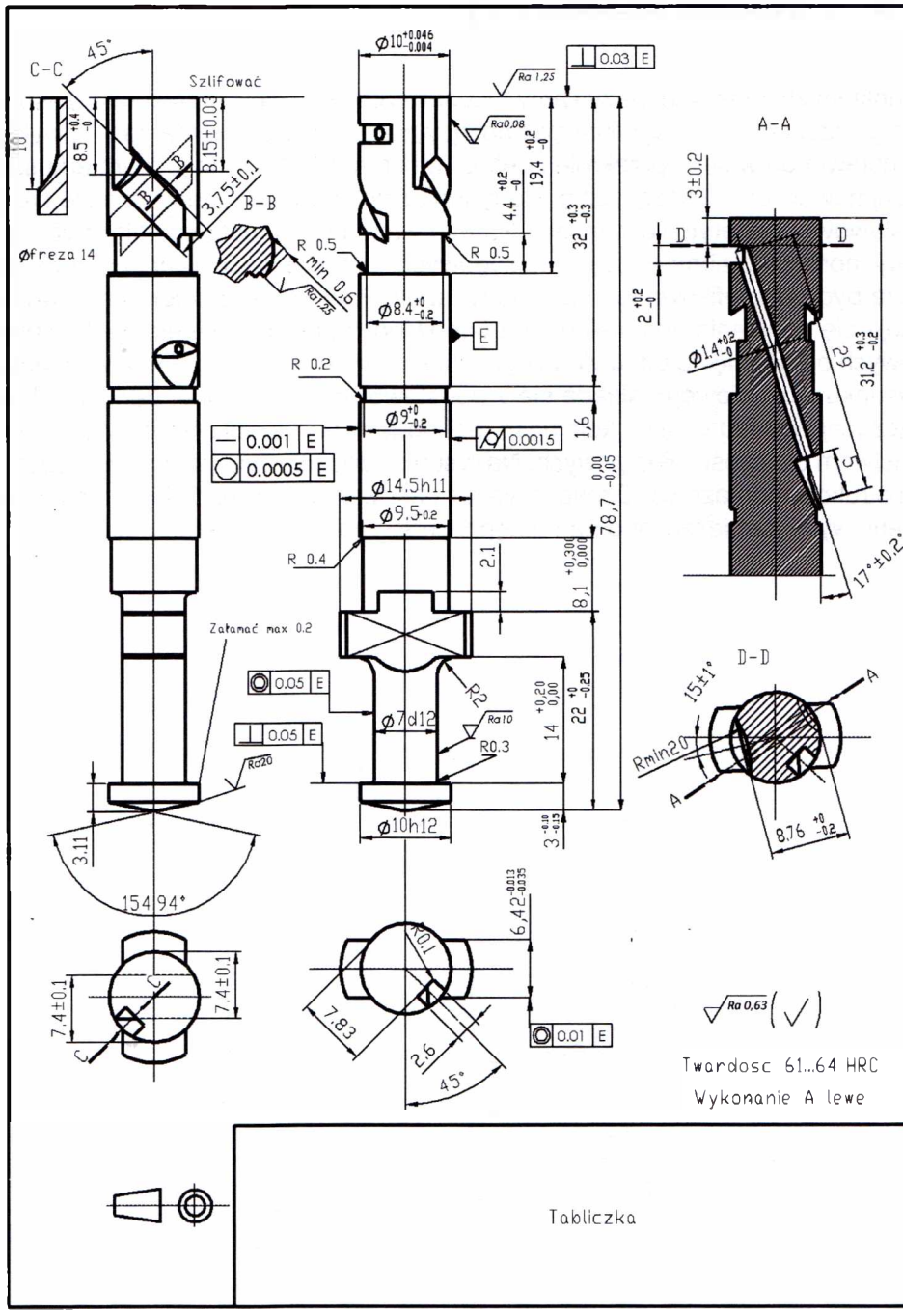
Rys. 1.92. Rysunek wykonawczy zaczepu



Rys. 1.93. Rysunek wykonawczy wałka



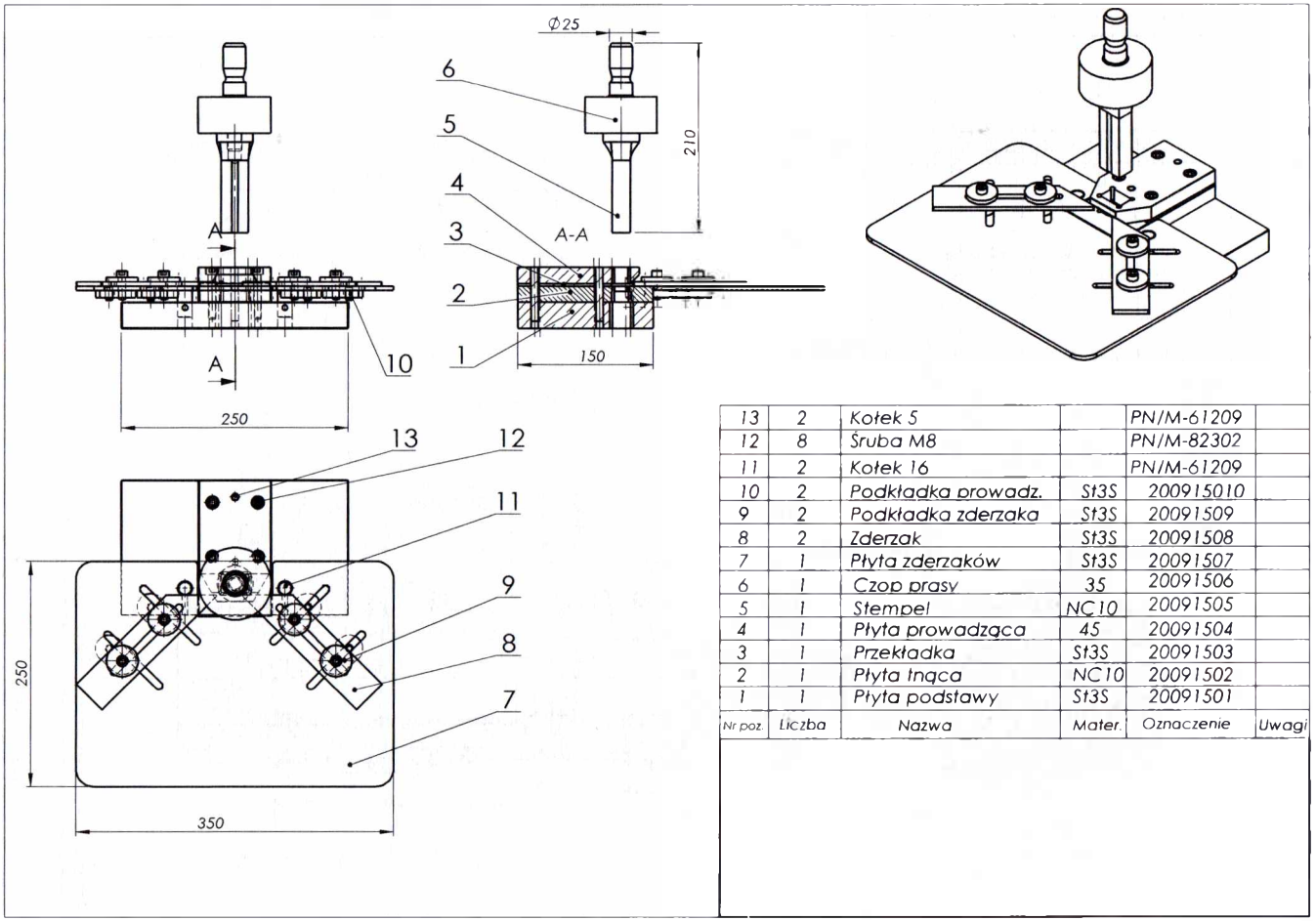
Rys. 1.94. Rysunek wykonawczy koła zębatego



Rys. 1.95. Rysunek wykonawczy tłoczka pompy wtryskowej

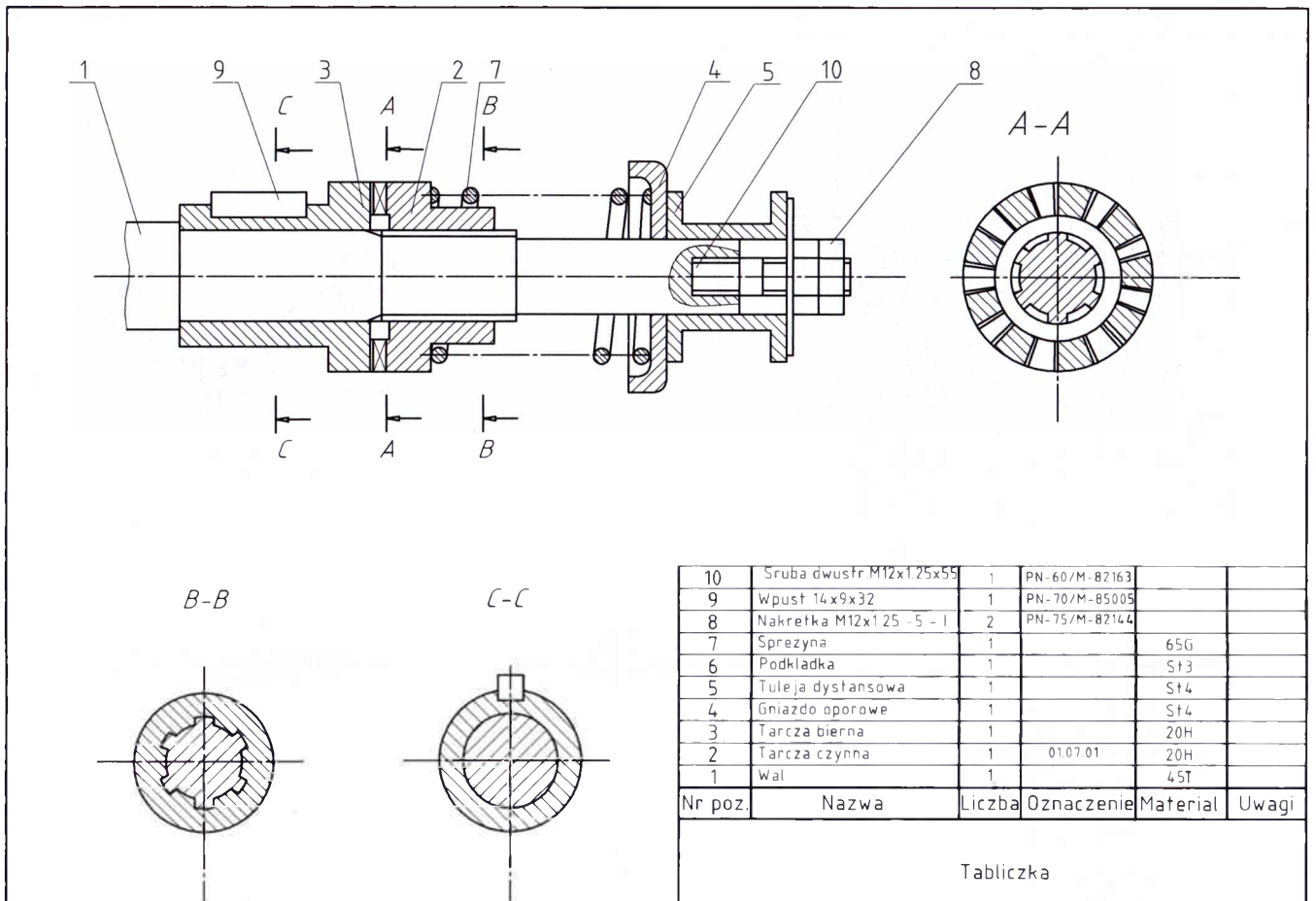
1.13. Rysunek złożeniowy

Rysunkiem złożeniowym nazywamy rysunek całej maszyny, urządzenia, zespołu lub podzespołu ze wszystkimi wchodzącymi w jego skład elementami. Zwykle przedstawia on widoki, przekroje i detale. Może mieścić się na jednym arkuszu lub zajmować ich większą liczbę. Na rysunku złożeniowym umieszcza się tylko podstawowe, gabarytowe wymiary. Bardzo ważna jest tabela opisująca liczbę, nazwy, normy lub numery części nietypowych. Wszystkie elementy urządzenia muszą być zidentyfikowane i opisane w tabeli. Przy opisie elementu typowego stosuje się odesłania do katalogu lub odpowiedniej normy. Dla elementów nietypowych odsyła się do odpowiedniego rysunku wykonawczego. Ponieważ tabela rysunku złożeniowego składa się z podstawowej i nadpisanej nad nią tabeli dotyczącej wykazu części, kolejność jest podawana od dołu do góry z pierwszeństwem dla części nietypowych. Na rysunku złożeniowym podaje się wszystkie instrukcje montażowe. Oznacza się też pasowania. Przykłady kilku rysunków złożeniowych zamieszczono na następnych stronach (rys. 1.96...1.100).



Nr poz.	Liczba	Nazwa	Mater.	Oznaczenie	Uwagi
13	2	Kołek 5		PN/M-61209	
12	8	Śruba M8		PN/M-82302	
11	2	Kołek 16		PN/M-61209	
10	2	Podkładka prowadz.	St3S	200915010	
9	2	Podkładka zderzaka	St3S	20091509	
8	2	Zderzak	St3S	20091508	
7	1	Płyta zderzaków	St3S	20091507	
6	1	Czop prasy	35	20091506	
5	1	Stempel	NC10	20091505	
4	1	Płyta prowadząca	45	20091504	
3	1	Przekładka	St3S	20091503	
2	1	Płyta tnąca	NC10	20091502	
1	1	Płyta podstawy	St3S	20091501	

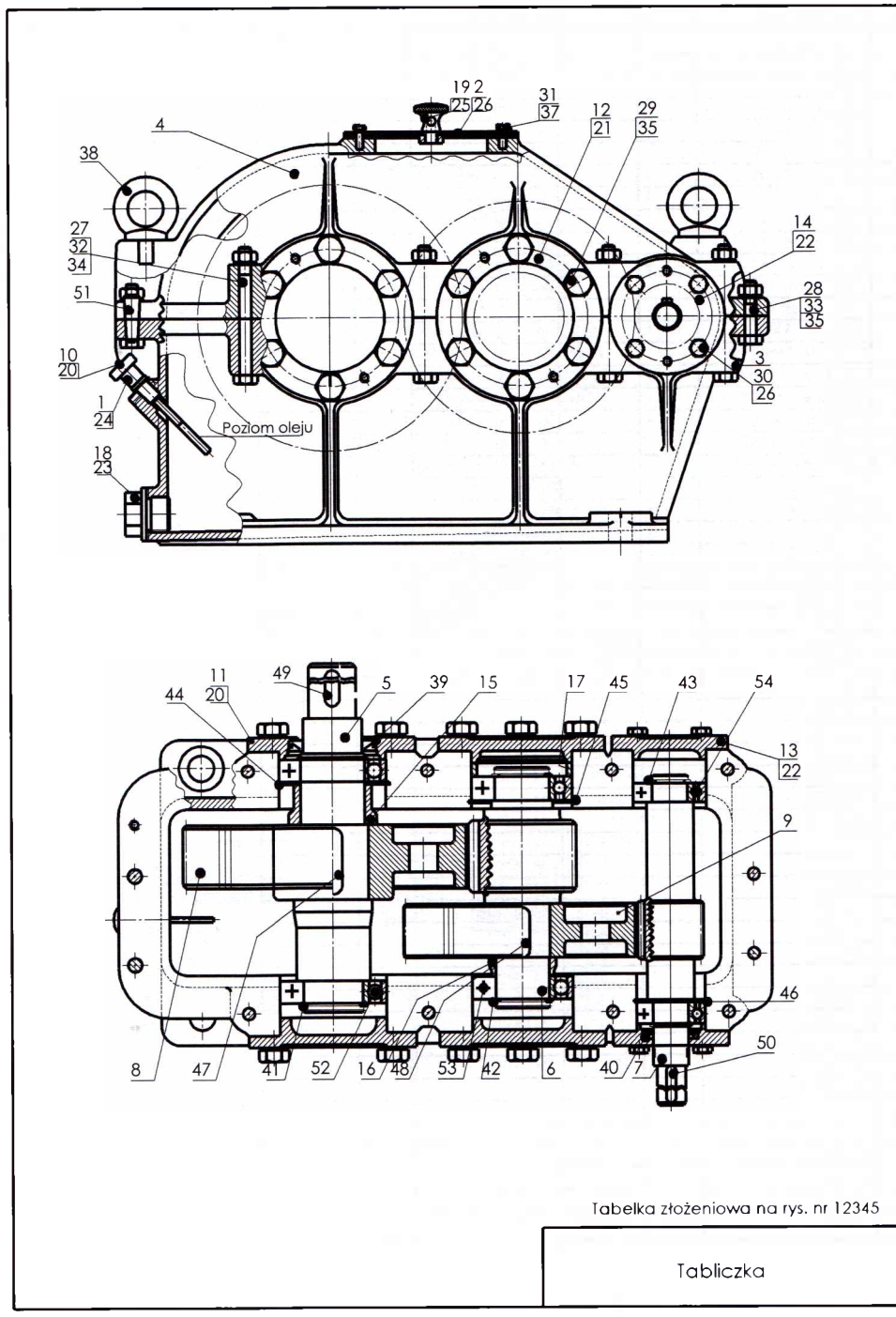
Rys. 1.96. Rysunek złożeniowy przyrządu do wykrawania blach



Nr poz.	Nazwa	Liczba	Oznaczenie	Materiał	Uwagi
10	Śruba dwustr. M12x1.25x55	1	PN-60/M-82163		
9	Wpust 14x9x32	1	PN-70/M-85005		
8	Nakrętka M12x1.25 -5 - I	2	PN-75/M-82144		
7	Sprężyna	1		65G	
6	Podkładka	1		St3	
5	Tuleja dystansowa	1		St4	
4	Gniazdo oporowe	1		St4	
3	Tarcza bierna	1		20H	
2	Tarcza czynna	1	01.07.01	20H	
1	Wał	1		45T	

Tabliczka

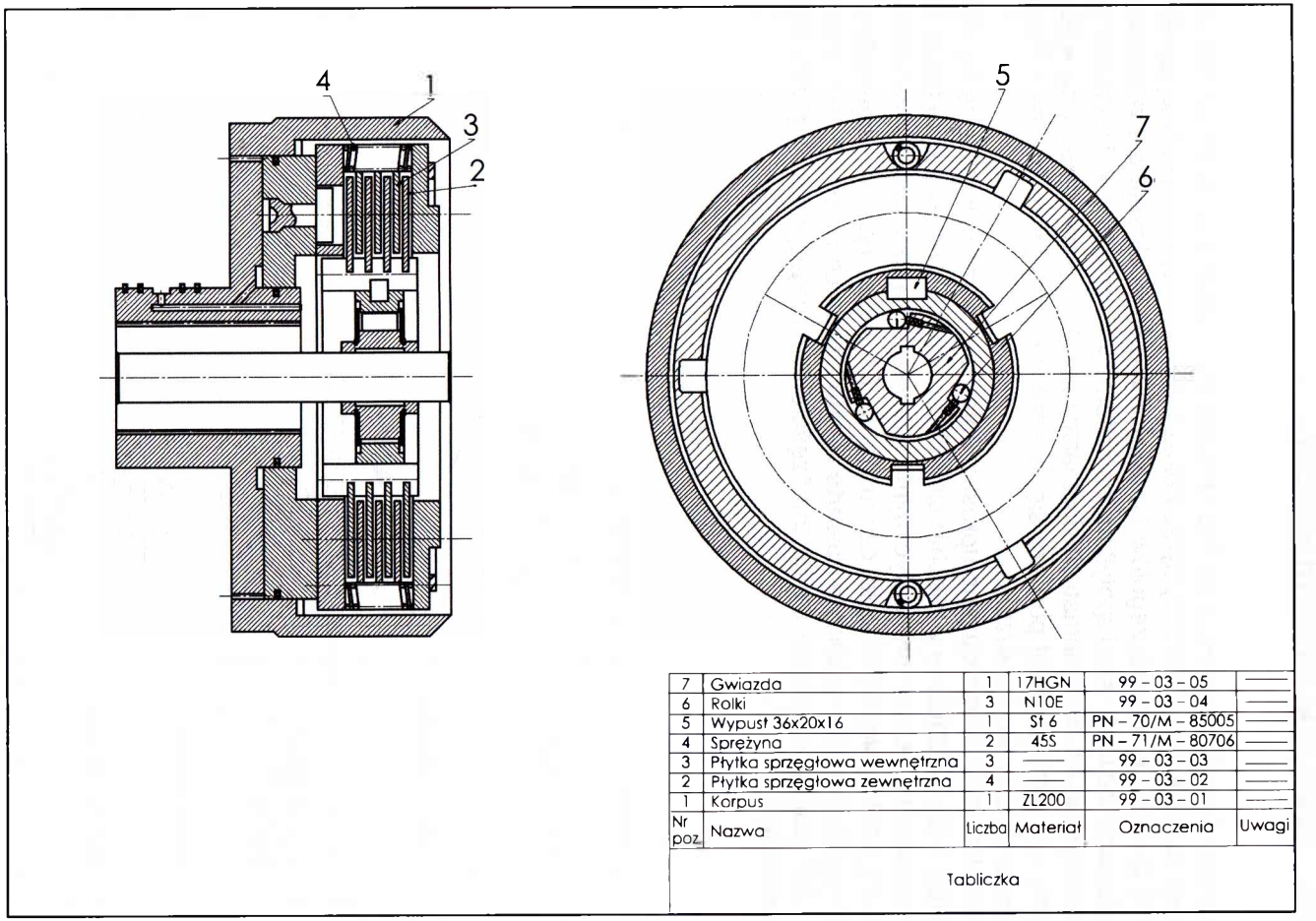
Rys. 1.97. Rysunek złożeniowy sprzęgła kłowego



Rys. 1.98. Rysunek złożeniowy reduktora

54	Łoż. kulk. 6206	2		PN-85/M-86100		
53	Łoż. kulk. 6209	2		PN-85/M-86100		
52	Łoż. kulk. 6210	2		PN-85/M-86100		
51	Koł. st. B-10x35	2		PN-EN 225592000		
50	Wp. pr. A8x7x36	1		PN-70/M-85005		
49	Wp. pr. A12x8x70	1		PN-70/M-85005		
48	Wp. pr. A14x9x40	1		PN-70/M-85005		
47	Wp. pr. A18x11x60	1		PN-70/M-85005		
46	Pier. os. spr. W62	1		PN-81/M-85111		
45	Pier. os. spr. W85	1		PN-81/M-85111		
44	Pier. os. spr. W90	1		PN-81/M-85111		
43	Pier. os. spr. Z30	2		PN-81/M-85111		
42	Pier. os. spr. Z45	2		PN-81/M-85111		
41	Pier. os. spr. Z50	2		PN-81/M-85111		
40	Pier. usz. A30x40x7	1		PN-72/M-86961		
39	Pier. usz. A48x70x10	1		PN-72/M-86961		
38	Śr. z uchem A M12	2		PN-92/M-82472		
37	Podkładka spr. 6,1	4		PN-77/M-82008		
36	Podkładka spr. 8,2	8		PN-77/M-82008		
35	Podkładka spr. 10,2	26		PN-77/M-82008		
34	Podkładka spr. 16,3	8		PN-77/M-82008		
33	Nakretka M10,6	2		PN-DN 150 40522004		
32	Nakretka M16,6	8		PN-DN 150 40522004		
31	Śr.M6x25-5,6	4		PN-DN 150 40172004		
30	Śr.M8x30-5,6	8		PN-DN 150 40142004		
29	Śr.m10x35-5,6	24		PN-DN 150 40142004		
28	Śr.M10x45-5,6	2		PN-DN 150 40142004		
27	Śr.M16x130-5.6	8		PN-DN 150 40142004		
26	Uszczelka	1	pf.suber	14.06.01.26		
25	Uszczelka	1	pf.suber	14.06.01.25		
24	Uszczelka	1	pf.suber	14.06.01.24		
23	Uszczelka	1	pf.suber	14.06.01.23		
22	Uszczelka	2	pf.suber	14.06.01.22		
21	Uszczelka	2	pf.suber	14.06.01.21		
20	Uszczelka	2	pf.suber	14.06.01.20		
19	odpowietrznik	1	S235JR	14.06.01.19		
18	Korek spust	1	S235JR	14.06.01.18		
17	Tuleja	1	S235JR	14.06.01.17		
16	Tuleja	1	S235JR	14.06.01.16		
15	Tuleja	1	S235JR	14.06.01.15		
14	Pokrywa	1	PN-Cd-150	14.06.01.14		
13	Pokrywa	1	PN-Cd-150	14.06.01.13		
12	Pokrywa	2	PN-Cd-150	14.06.01.12		
11	Pokrywa	1	PN-Cd-150	14.06.01.11		
10	Pokrywa	1	PN-Cd-150	14.06.01.10		
9	Koło zębate	1	C40	14.06.01.09		
8	Koło zębate	1	C40	14.06.01.08		
7	Wał-zębnik	1	C45	14.06.01.07		
6	Wał-zębnik	1	C45	14.06.01.06		
5	Wał	1	C45	14.06.01.05		
4	Pokrywa	1	Pn-Sd-200	14.06.01.04		
3	Korpus	1	PN-Cd-200	14.06.01.03		
2	Pokrywa	1		14.06.01.02		
1	wskaźnik poz. ol.	1		14.06.01.01		
Nr poz.	*Nazwa*	*Liczba*	*Materiał*	*Oznaczenie*	*Ciężar*	*Uwagi*
	Tabliczka					

Rys. 1.99. Rysunek tabelki do rysunku złożeniowego reduktora



Nr poz.	Nazwa	Liczba	Materiał	Oznaczenia	Uwagi
7	Gwiazda	1	17HGN	99 – 03 – 05	——
6	Rolki	3	N10E	99 – 03 – 04	——
5	Wypust 36x20x16	1	St 6	PN – 70/M – 85005	——
4	Sprężyna	2	45S	PN – 71/M – 80706	——
3	Płytka sprzęgłowa wewnętrzna	3	——	99 – 03 – 03	——
2	Płytka sprzęgłowa zewnętrzna	4	——	99 – 03 – 02	——
1	Korpus	1	ZL200	99 – 03 – 01	——

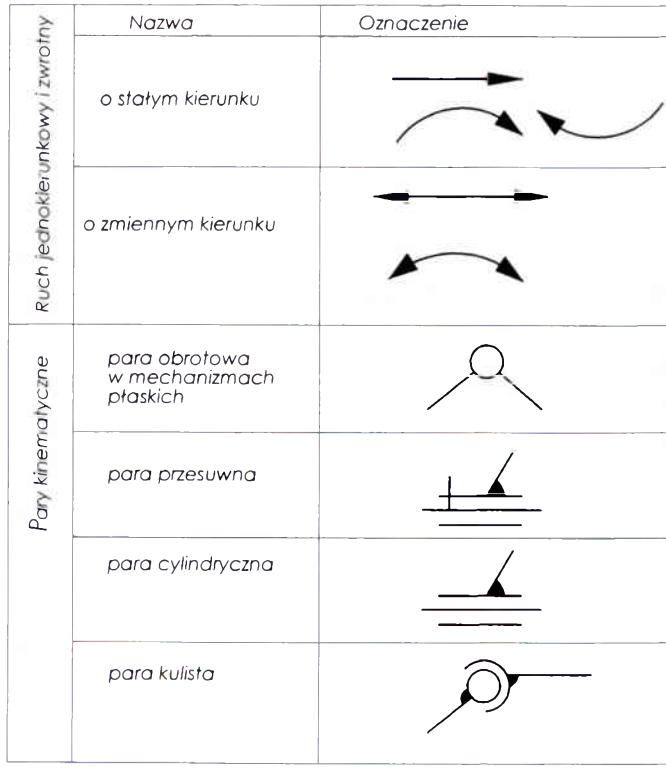
Tabliczka

Rys. 1.100. Rysunek złożeniowy sprzęgła wielopłytkowego

1.14. Rysunki schematyczne

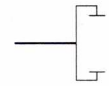
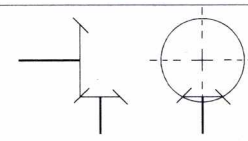
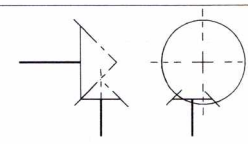
Rysunki schematyczne służą do ilustracji zasady działania urządzenia. Nie zawierają szczegółów konstrukcyjnych. Pokazano na nich tylko najważniejsze elementy z pominięciem szczegółów budowy. Rysunki te stosuje się w różnych dziedzinach techniki – stąd spotykane są schematy kinematyczne, hydrauliczne, pneumatyczne itd. Na schematach kinematycznych podaje się oznaczenia wskazujące, czy dany element porusza się, a jeżeli tak, to w jakim kierunku. Ruch oznacza się za pomocą strzałek.

Na schemacie, mimo dużego uproszczenia, są pokazane istotne cechy elementów oraz ich zadania w mechanizmach złożonych. Określone są także łączenia między parami kinematycznymi. Nieważne są szczegóły połączenia, lecz czy jest to połączenie stałe, czy ruchome. Do zapisu rysunku schematycznego służą symbole graficzne zawarte w odpowiednich normach. Na rysunku 1.101 podano niektóre z nich, najczęściej wykorzystywane w przemyśle motoryzacyjnym.



Rys. 1.101. Symbole graficzne stosowane na schematach

Koła zębate walcowe, stożkowe i mechanizmy zębate

Nazwa	Oznaczenie
walcowe o uzębieniu zewnetrznym	
walcowe o uzębieniu wewnetrznym	
stożkowe	
przekładnia zębata walcowa	
przekładnia zębata stożkowa czołowa	
przekładnia zębata stożkowa hipoidalna	

Ogniwa mechanizmów i ich połączenia

Nazwa	Oznaczenie
ogniwo nieruchome	
wał, oś, trzpień	
połączenie nieruchome części ogniwa	
połączenie nieruchome elementu z wałem, osią	

Rys. 1.101 (cd.)

	Nazwa	Oznaczenie
Łożyska ślizgowe i toczne	poprzeczne (symbol ogólny)	
	wzdłużne (symbol ogólny)	
	ślizgowe poprzeczne	
	toczne poprzeczne	
	toczne wzdłużne jednostronne	

	Nazwa	Oznaczenie
Sprzęgła	nierozłączne (symbol ogólny)	
	nierozłączne sztywne	
	odchylne (Cardana)	
	kłowe włączalne	
	wielopłytkowe mechaniczne	

Rys. 1.101 (cd.)

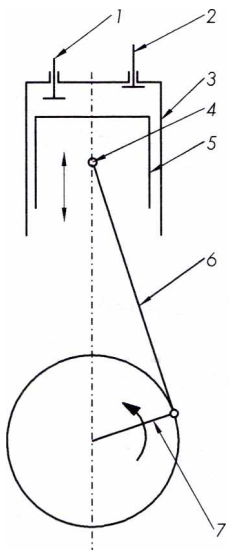
Przykłady zastosowania schematów zostaną przedstawione na rysunkach. Na pierwszym z nich (patrz rys. 1.102) pokazano schemat układu tłokowo-korbowego silnika spalinowego, podając interpretację jego działania.

Z przedstawionego schematu wynika, że ruch posuwisto-zwrotny tłoka *5* w cylindrze *3* zostaje zamieniony na ruch obrotowy wału korbowego *7* dzięki kor-

bowodowi *6*, połączonemu w pary kinematyczne z tłokiem, poprzez sworzeń *4*, oraz z wałem korbowym. Do sterowania dolotem mieszanki paliwowo-powietrznej oraz wylotem spalin służą zawory *1* i *2*, odpowiednio suwliwie zamontowane w komorze spalania silnika.

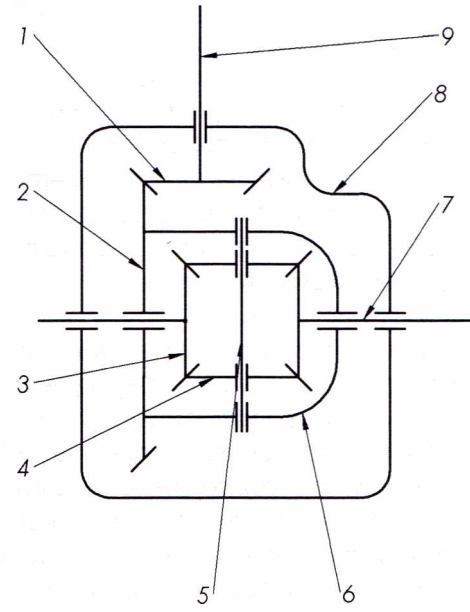
Drugi przykład obrazuje zasadę działania części układu przeniesienia napędu, a dokładniej mostu napędowego z przekładnią główną stożkową i mechanizmem różnicowym (rys. 1.103).

Wałek atakujący *9* zakończony zębnikiem *1* współpracuje z kołem talerzowym *2*, przenosząc na niego napęd poprzez uzębienia przekładni kątowej. Do koła talerzowego jest zamocowana obudowa mechanizmu różnicowego *6* z umieszczonymi w środku: sworzniem *5*, kołami satelitarnymi *4* i kołami koronowymi *3*. Obudowa mechanizmu różnicowego *6*, obracając się wraz z kołem talerzowym, pociąga za sobą sworzeń *5*, na którym są osadzone obrotowo koła satelitarne. Cały mechanizm różnicowy wiruje, przekazując napęd poprzez koła koronowe *3* na półosie napędowe *7* wychodzące z obudowy mostu napędowego *8* do kół pojazdu.



Rys. 1.102. Schemat kinematyczny układu tłokowo-korbowego silnika spalinowego

1, 2 – zawory; 3 – cylinder; 4 – sworzeń; 5 – tłok; 6 – korbowód; 7 – wał korbowy



Rys. 1.103. Schemat mostu napędowego

1 – zębnik, 2 – koło talerzowe, 3 – koło koronowe, 4 – koło satelitarne, 5 – sworzeń, 6 – obudowa mechanizmu różnicowego, 7 – półosie napędowe, 8 – obudowa mostu napędowego, 9 – wałek atakujący

1.15. Wspomaganie projektowania CAD

Programy CAD są programami wspomagającymi projektowanie części pojazdów. Obecnie cały proces produkcji nowoczesnych samochodów wymaga wsparcia również przy wytwarzaniu i konstruowaniu części, dlatego oprogramowanie CAD zostało uzupełnione nowymi typami oprogramowania CAM i CAE.

Omawianie programów wspomagających projektowanie CAD należy rozpocząć od wyjaśnienia kilku pojęć, skrótów związanych z komputerowymi programami wspomagającymi pracę technika i inżyniera.

Skrót CAD (ang. *Computer Aided Design*) oznacza komputerowo wspomagane projektowanie wyrobów i metod wytwarzania. Oprogramowanie z tym skrótem jest wykorzystywane w przygotowaniu technicznym:
- konstrukcji,
- technologii,
- tworzenia rysunku,
- tworzenia wykazu części,
- organizacji pracy.

Skrót CAM (ang. *Computer Aided Manufacturing Control*) oznacza komputerowe sterowanie wytwarzania. Oprogramowanie z tym skrótem jest wykorzystywane do:
- programowania maszyn CNC (maszyny sterowane numerycznie),
- sterowania pracą urządzeń,
- nadzoru nad pracą urządzeń,
- kontroli danych eksploatacyjnych.

Skrót CAE (ang. *Computer Aided Engineering*) tłumaczy się jako komputerowo wspomagane konstruowanie. Oprogramowanie z takim skrótem jest wykorzystywane do:
- obliczeń wytrzymałościowych przy użyciu takich metod obliczeniowych, jak np. MES (metoda elementów skończonych);
- symulacji komputerowych;
- analizy naprężeń.

Pierwsze programy powstawały raczej jako innowacyjne ciekawostki, a nie efektywne programy wspomagające pracę technika i inżyniera. Jednym z prekursorów rynkowego wdrażania oprogramowania CAD była firma Autodesk, która upowszechniła najbardziej obecnie rozpoznawany program o nazwie AutoCAD. Jednakże wraz z rozwojem komputerów narzędzia oprogramowania CAD stawały się coraz efektywniejsze, aż w końcu prawie całkowicie wyparły tradycyjne metody projektowania z użyciem desek kreślarskich. Zastosowanie narzędzi oprogramowania CAD ma bardzo wiele zalet, z których najważniejsze to:
- skrócenie procesu projektowania części i zespołów samochodów;
- skrócenie procesu wdrażania do produkcji nowych samochodów;
- zmniejszenie kosztów projektowania;
- zmniejszenie liczby lub całkowite wyeliminowanie prototypów;
- możliwość sprawdzenia części, zespołów, a nawet całego samochodu wirtualnie, gdy jeszcze nie został wyprodukowany.

Aktualnie są dwa rodzaje oprogramowania CAD: CAD 2D i CAD 3D.

Oprogramowanie CAD 2D służy do tworzenia dokumentacji płaskiej, czyli wykonywanej w sposób podobny do kreślenia na płaskiej desce kreślarskiej z użyciem elektronicznych narzędzi kreślarskich. Było ono pierwszym rodzajem zastosowanego oprogramowania CAD. Programy CAD 2D umożliwiają wykonanie rysunku na płaszczyźnie, zgodnie z zasadami rysunku technicznego. Ponieważ dla osób nie znających języka rysunku technicznego i bez wyobraźni przestrzennej rysunki te były zbyt trudne do odczytu, wprowadzono modelowanie bryłowe CAD 3D. Na rysunku 1.104 (na wklejce) przedstawiono ten sam przedmiot wykreślony za pomocą programu CAD 2D i w programie CAD 3D.

Programy do modelowania bryłowego CAD 3D umożliwiają przedstawienie części, zespołu, a nawet całego pojazdu w taki sposób, jak wyglądają w rzeczywistości, czyli przestrzennie. Wykreślony w ten sposób przedmiot można obejrzeć z każdej strony i nieomal dotknąć. Po wykonaniu modelu bryłowego za pomocą odpowiednich narzędzi wykonuje się z modelu dokumentację płaską.

Dokumentacja nowoczesnego modelowania bryłowego CAD 3D ma wiele zalet i zdawałoby się, że powinna wyprzeć modelowanie CAD 2D, jednak nie wszystkie branże odchodzą od modelowania CAD 2D. Modelowanie CAD 2D jest wykorzystywane obecnie w geodezji, kartografii, instalacjach elektrycznych i budownictwie, poza tym dokumentacja 2D jest podstawowym zapisem informacji również w branży samochodowej.

Szerokie zastosowanie oraz większa liczba producentów spowodowały, że powstało specjalistyczne/branżowe oprogramowanie CAD, np.: dla mechaników, elektryków i elektroników, geodetów, architektów, krawcowych itp.

Obecnie najpopularniejsze na rynku informatycznym oprogramowanie do tworzenia dokumentacji płaskiej CAD 2D to: AutoCAD, InteliCAD, MegaCAD, Bricscad. Najpopularniejsze oprogramowanie do tworzenia obiektów bryłowych CAD 3D to: Autodesk Inventor Professional, Solid Edge, Solid Works.

Istnieją również wielomodułowe systemy wspomagające projektowanie wykorzystujące jednocześnie moduły CAD/CAM/CAE. Przykładem tego rodzaju oprogramowania jest system CATIA. Krótkie omówienie wybranych oprogramowań z każdej grupy przedstawia się następująco.

AutoCAD jest najpopularniejszym w Polsce programem służącym do komputerowego wspomagania projektowania. Liczba osób korzystających z niego stale się powiększa. W trakcie pracy z tym narzędziem projektanci i konstruktorzy zdążyli już dokładnie poznać jego duże możliwości, a każda nowa wersja jest coraz bardziej rozbudowana i wyposażona w coraz więcej funkcji. Swoją popularność AutoCAD zyskał dzięki temu, że był to właściwie pierwszy program komputerowy umożliwiający dość sprawne wykonywanie rysunków technicznych w wielu dziedzinach techniki. Początkowo był to program do tworzenia wyłącznie rysunków płaskich, tzw. 2D. W następnych wersjach został dodany moduł tworzenia obrazów trójwymiarowych 3D. Obecnie jednak AutoCAD jest wykorzystywany prawie wyłącznie do kreślenia rysunków technicznych płaskich 2D.

Moduł 3D prawie nie jest wykorzystywany do tworzenia obrazów ze względu na zbyt skomplikowane użycie, ale także i dlatego, że zostały stworzone konkurencyjne do AutoCAD nowoczesne, łatwe w obsłudze programy do tworzenia graficznych obrazów 3D, np. Inventor, Solid Edge, Solid Works. Ogólnie należy stwierdzić, że przy obecnych wymogach techniki i ciągłym postępie technologicznym AutoCAD jest już programem trochę przestarzałym, jednak ze względu na wymienione wyżej cechy i brak znajomości nowych programów dość często wykorzystywanym w przemyśle i sektorze MŚP (małych i średnich przedsiębiorstw).

Solid Edge to obszerny, zintegrowany zestaw aplikacji projektowych i narzędzi przejściowych 2D, umożliwiających przejście do technologii 3D. Wykorzystywany jest przez współczesne biura projektowo-konstrukcyjne, które stosownie do oczekiwań przemysłu i zgodnie z postępem technologicznym odchodzą od dokumentacji płaskiej 2D, wykorzystują zaś dokumentację 3D jako dającą więcej możliwości prezentacji, symulacji i badań w fazie projektowania. Solid Edge jest doskonałym nowoczesnym narzędziem do tworzenia obiektów bryłowych CAD 3D. Zawiera składniki istotnie wspomagające proces wytwórczy części maszyn, jest wyposażony w wiele wyspecjalizowanych narzędzi przeznaczonych do wykonywania wielu różnych zadań projektowych: rysunki złożeniowe, spawy, bazy danych, elementy rurowe, moduł obliczeniowy MES itp.

CATIA to wielomodułowy system CAD/CAM/CAE wspomagający projektowanie podczas całego cyklu wytwarzania części mechanicznych od szkiców, poprzez rysunki detali, zdefiniowanie zespołów i wygenerowanie dokumentacji wykonawczej. Umożliwia on stworzenie wirtualnych prototypów części, a nawet całych urządzeń, które mogą być poddawane symulacjom, badaniom wytrzymałościowym, trakcyjnym itp. System CATIA od samego początku wykorzystują wielkie korporacje, których biura konstrukcyjne zatrudniają setki inżynierów różnych specjalności. CATIA znalazła więc szerokie zastosowanie w przemyśle lotniczym, samochodowym, maszynowym, elektrotechnicznym, elektronicznym, stoczniowym, zabawkarskim itp., na różnych etapach wytwarzania produktu, począwszy od jego projektowania, poprzez analizę, aż do programowania obrabiarek sterowanych numerycznie.

Mimo wielości oprogramowań w każdym oprogramowaniu CAD są stosowane podobne specyficzne funkcje/narzędzia kreślarskie typu: linia, okrąg, łuk, krzywa, kreskowanie, oraz narzędzia edycyjne typu: lustro, szyk, wydłuż, odsuń, utnij, przesuń, fazuj, zaokrągl itp. Narzędzia te wykorzystuje się tak przy tworzeniu obiektów bryłowych CAD 3D, jak i dokumentacji płaskiej CAD 2D. Omówienie wszystkich funkcji któregokolwiek oprogramowania wymagałoby napisania obszernej, specjalistycznej książki, jako instrukcji do danego programu. Książki tego rodzaju są dostępne jako instrukcje użytkowania/obsługi poszczególnych programów.

1.16. Pytania kontrolne i zadania

1. Jaki jest cel normalizacji rysunków technicznych i jak są normalizowane w Polsce?
2. Jakie znasz podstawowe rodzaje rysunków technicznych i jakie są ich podstawowe cechy?
3. Jakie są podstawowe rozmiary arkuszy rysunkowych?
4. Jakie znasz linie rysunkowe i jakie jest ich zastosowanie?
5. Na czy polegają różnice pomiędzy rzutowaniem metodą europejską i amerykańską?
6. Jakie są podstawowe zasady rysowania przedmiotów w rzutach prostokątnych.
7. Jakie rodzaje widoków stosuje się na rysunkach?
8. Jakie rodzaje przekrojów stosuje się podczas odtwarzania szczegółów budowy wewnętrznej przedmiotów?
9. Jakie znasz ogólne zasady wymiarowania? Podaj przykłady.
10. Jakie są zasady rysowania linii wymiarowych?
11. Co oznacza skrót CAD i jakie jest zastosowanie tego oprogramowania?
12. Do czego służą programy CAE i CAM?
13. Co oznaczają pojęcia CAD 2D i CAD 3D? Omów cechy i zastosowanie tego oprogramowania.
14. Sporządź arkusz rysunkowy z tabliczką, stosując znormalizowane grubości linii.
15. Na arkuszu formatu A4 wykonaj liniaturę dla pisma pochyłego rodzaju *A* oraz napisz fragment tekstu, używając poznanych wzorów pisma o następujących wysokościach:
    h = 14 mm – 4 wiersze,
    h = 7 mm – 5 wierszy,
    h = 5 mm – 5 wierszy,
    h = 3,5 mm – 4 wiersze.
16. Naszkicuj i zwymiaruj kilka typowych elementów samochodu, takich jak tarcza hamulcowa, sprężyna zaworu, zawór, krzywka wału rozrządu itp.
17. Używając schematów rysunkowych, narysuj układ przeniesienia napędu klasyczny lub przedni zblokowany.

2. Pomiary warsztatowe

2.1. Rodzaje pomiarów warsztatowych. Błędy pomiarów

Celem pomiarów warsztatowych jest sprawdzenie prawidłowości wykonania zaprojektowanego przedmiotu, przedstawionego na rysunku technicznym. Sprawdzenie kształtu przedmiotu polega zazwyczaj na pomiarze długości jego krawędzi lub średnic, pomiarze kątów (czyli wzajemnego położenia płaszczyzn i krawędzi względem siebie), na określeniu chropowatości oraz odchyłek kształtu i położenia powierzchni.

Pomiar jest to zespół czynności, które należy wykonać w celu sprawdzenia, z określoną dokładnością, wartości wielkości mierzonej. Tradycyjnie pomiar jest traktowany jako porównywanie mierzonej wartości danej wielkości ze znaną wartością tej wielkości przyjmowaną za jednostkę miary. W zakres czynności pomiarowych wchodzą przykładowo: przygotowanie przedmiotu do mierzenia, polegające na usunięciu zanieczyszczeń z jego powierzchni, wzajemne ustawienie przedmiotu i przyrządu pomiarowego umożliwiające dokonanie pomiaru, właściwy pomiar, odczytanie wyniku pomiaru, zapisanie otrzymanej wielkości i ustalenie błędu dokonanego pomiaru. Każdy pomiar jest obarczony pewnym błędem powstałym wskutek niedokładności przyrządów pomiarowych, niedoskonałości wzroku oraz warunków, w których odbywa się pomiar, np. temperatury. Pomiary zaleca się wykonywać w temperaturze ok. 20°C.

2.1.1. Metody pomiarowe

W zależności od sposobu otrzymywania wartości wielkości mierzonej rozróżnia się bezpośrednią i pośrednią metodę pomiarową.

Metoda pomiarowa bezpośrednia polega na uzyskaniu wartości wielkości mierzonej bezpośrednio ze wskazania narzędzia pomiarowego wywzorcowanego w jednostkach miary mierzonej wielkości, bez konieczności wykonywania obliczeń (np. pomiar długości suwmiarką, kąta – kątomierzem, czy odczyt temperatury na skali termometru). Nie ma przy tym znaczenia, czy w samym narzędziu pomiarowym – zgodnie z zasadą działania – zachodzi przekształcenie wielkości mierzonej na inną wielkość fizyczną związaną z wielkością mierzoną,

jak to ma miejsce np. w termometrze rtęciowym, w którym wzrost temperatury powoduje proporcjonalnie zwiększenie długości słupka rtęci odczytywane na podziałce kreskowej.

Metoda pomiarowa pośrednia polega na tym, że bezpośrednio mierzymy inne wielkości potrzebne nam do późniejszego obliczenia poszukiwanej wartości wielkości mierzonej (np. wyznaczanie objętości cylindra na podstawie pomiarów wysokości i średnicy podstawy). W metrologii warsztatowej najczęściej stosuje się metodę porównawczą. W zależności od sposobu porównywania wartości wielkości mierzonej ze znanymi wartościami tej wielkości rozróżnia się metody: bezpośredniego porównywania oraz różnicową.

Metoda bezpośredniego porównywania występuje wówczas, gdy cała wartość wielkości mierzonej jest porównywana ze znaną wartością tej samej wielkości (np. pomiar długości mikrometrem czy przymiarem kreskowym).

Metoda różnicowa polega na pomiarze niewielkiej różnicy między wartością wielkości mierzonej a znaną wartością tej wielkości (np. pomiar za pomocą czujnika zegarowego lub sprawdzanie transametrem wcześniej ustawionym na wymiar nominalny za pomocą zestawu płytek wzorcowych).

2.1.2. Błędy pomiarowe

Niestety, wszystkie rodzaje pomiarów są obarczone pewnym **błędem**. Źródła tych błędów są najróżniejsze. Mogą być związane w wyborem metody pomiaru czy narzędzia pomiarowego, wpływem warunków atmosferycznych czy samym odczytem lub obliczeniami przy metodzie pośredniej. Bardzo często zdarza się, że mierząc kilkakrotnie tę samą wielkość tym samym narzędziem pomiarowym, otrzymuje się zupełnie inne wyniki. Jest to zjawisko naturalne i należy się z nim liczyć. Błędy pomiaru dzielą się na błędy systematyczne, przypadkowe i grube.

Błędy systematyczne są spowodowane wadliwym wykonaniem przyrządu pomiarowego, nieprawidłowym jego wyregulowaniem bądź wyzerowaniem. Można je redukować, stosując bardziej doskonałe i precyzyjne metody i przyrządy, jednak całkowite wyeliminowanie błędów systematycznych jest niemożliwe. Rozpoznane błędy systematyczne należy uwzględniać poprzez wprowadzenie odpowiednich poprawek do wyniku, np. kiedy ważymy na wadze, której wskazanie bez obciążenia wynosi m_1 zamiast 0, to m_1 jest błędem systematycznym.

Błędy przypadkowe nie dają się łatwo określić, gdyż są spowodowane wieloma zmiennymi czynnikami, na które składają się niedoskonałość przyrządów pomiarowych, niedoskonałość zmysłów człowieka dokonującego pomiarów oraz różne przypadkowe i nie dające się uwzględnić czynniki (np. wahania temperatury lub ruch powietrza w pobliżu przyrządu pomiarowego). O istnieniu błędów przypadkowych świadczy niepowtarzalność wyników pomiaru jednej i tej samej wielkości. Błędy przypadkowe redukuje się poprzez wielokrotne powtarzanie pomiaru – zachodzi wówczas częściowa kompensacja przypadkowych zawyżających i zaniżających odchyłek wyniku.

Błędy grube powstają na skutek niewłaściwego użycia danego narzędzia pomiarowego albo pomyłek przy odczycie lub zapisie wyników. Przykładowo, pomyłka w odczycie jednostki pomiarowej należy do błędów grubych.

Mierząc wielkość fizyczną o rzeczywistym wymiarze X_r, uzyskuje się wartość wskazania przyrządu pomiarowego X_z zwaną wartością zmierzoną ($X_z \neq X_r$). Dzieje się tak choćby dlatego, że każde narzędzie pomiarowe jest obarczone błędem wykonania, co rzutuje na dokładność odczytu. Różnicę $X_z - X_r$ nazywamy błędem bezwzględnym B_b.

Stosunek błędu bezwzględnego do wartości poprawnej nazywa się **błędem względnym** B_w i podaje w procentach.

$$B_w = \frac{B_b}{X_r} \cdot 100\,[\%] \tag{2.1}$$

gdzie:
B_b – błąd bezwzględny,
X_r – wartość poprawna.

2.1.3. Niepewność pomiaru

Ponieważ nigdy nie znamy rzeczywistej wartości wielkości mierzonej, posługiwanie się w praktyce pojęciem błędu pomiaru nie jest wygodne. Obecnie przy opracowywaniu wyników pomiarów należy stosować się do zaleceń międzynarodowej normy oceny niepewności pomiaru. Norma ta, uzgodniona w 1995 r. i przyjęta ustawowo w Polsce w 1999 r., znajduje zastosowanie w wielu różnych dziedzinach nauki i techniki.

Międzynarodowa norma zaleca posługiwanie się terminem **niepewność pomiarowa**, zdefiniowanym jako parametr charakteryzujący wątpliwości dotyczące wartości wyniku pomiarowego. Miarą niepewności pomiarowej jest niepewność standardowa, która może być szacowana na dwa sposoby: **typu *A***, wykorzystując analizę statystyczną serii pomiarów, oraz **typu *B***, opierając się na naukowym osądzie obserwatora. Symbolem niepewności standardowej jest u (od ang. *uncertainty*), co można zapisywać na trzy różne sposoby, np. jako u, $u(x)$ lub u (stężenie NaCl). Zaletą tego zapisu jest to, że informacja o wielkości mierzonej może być wyrażona słownie, co ułatwia tworzenie dokumentacji pomiaru. Należy jednak pamiętać, że u nie jest funkcją, tylko liczbą.

Niepewność standardowa pomiarów bezpośrednich

Przypuśćmy, że wykonaliśmy serię n pomiarów bezpośrednich wielkości fizycznej X, otrzymując wyniki $X_1, X_2, ..., X_n$. Jeśli wyniki pomiarów nie są takie same, wówczas za najbardziej zbliżoną do wartości prawdziwej przyjmujemy średnią arytmetyczną ze wszystkich wyników pomiarów

$$X \approx \overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \tag{2.2}$$

Stwierdzenie to jest tym bardziej słuszne, im większa jest liczba przeprowadzonych pomiarów (dla $n \to \infty$, $\overline{X} \to X$). W celu określenia niepewności standardowej posługujemy się w tym wypadku sposobem typu *A*, czyli korzystamy ze wzoru na odchylenie standardowe średniej.

$$u(X) = \sqrt{S_{\overline{X}}^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[X_i - \overline{X}\right]^2}{n(n-1)}} \tag{2.3}$$

Jeśli natomiast wyniki pomiarów nie wykazują rozrzutu, czyli $X_1 = X_2 = ... = X_n$, lub też gdy istnieje tylko jeden wynik pomiaru, wówczas niepewność standardową szacujemy sposobem typu *B*. Można np. wykorzystać informację o niepewności maksymalnej ΔX, określonej przez producenta przyrządu pomiarowego; jeśli nie mamy innych dodatkowych informacji, wówczas niepewność standardową obliczamy ze wzoru

$$u(X) = \frac{\Delta X}{\sqrt{3}}$$

Dla prostych przyrządów (np. linijka, śruba mikrometryczna, termometr) jako ΔX często można przyjąć działkę elementarną przyrządu (np. ΔX = 1 mm dla pomiaru długości za pomocą linijki). W wielu wypadkach eksperymentator ustala wielkość niepewności maksymalnej, kierując się własnym osądem.

Przykłady

1. Dla pomiaru czasu za pomocą stopera przyjmuje się Δt = 0,2 s, chociaż działka elementarna dla tego przyrządu to 0,01 s. Jest to związane z czasem reakcji człowieka włączającego i wyłączającego stoper.

2. Przy pomiarze długości stołu za pomocą linijki o długości 50 cm niepewność maksymalna będzie z pewnością większa niż 1 mm (elementarna działka przyrządu), ze względu na konieczność kilkakrotnego przykładania miarki.

Gdy występują oba typy niepewności (tzn. zarówno rozrzut wyników, jak i niepewność wzorcowania) i żadna z nich nie może być zaniedbana (tzn. obie są tego samego rzędu), wówczas niepewność standardową (całkowitą) obliczamy ze wzoru

$$u(X) = \sqrt{S_{\overline{X}}^2 + \frac{(\Delta X)^2}{3}} \tag{2.4}$$

Niepewność standardowa pomiarów pośrednich – niepewność złożona (u_c)

W przypadku pomiarów pośrednich wielkość mierzoną *Y* obliczamy, korzystając ze związku funkcyjnego, który można zapisać w ogólnej postaci

$$Y = f(X_1, X_2, ..., X_k) \tag{2.5}$$

gdzie:

$X_1, X_2, ..., X_k$ – *k* wielkości fizycznych mierzonych bezpośrednio.

Przy założeniu, że znane są wyniki pomiarów tych wielkości $\overline{X}_1$, $\overline{X}_2$, ..., $\overline{X}_k$ oraz ich niepewności standardowe $u(X_1)$, $u(X_2)$, ..., $u(X_k)$, wynik (końcowy) pomiaru oblicza się ze wzoru:

$$Y \approx f(\overline{X}_1, \overline{X}_2, ..., \overline{X}_k) \tag{2.6}$$

Niepewność rozszerzona

Niepewność standardowa całkowicie i jednoznacznie określa wartość wyniku, jednak do wnioskowania o zgodności wyniku pomiaru z innymi rezultatami (np. z wartością tabelaryczną) oraz dla celów komercyjnych i do ustalania norm przemysłowych, zdrowia, bezpieczeństwa itp. Międzynarodowa norma wprowadza pojęcie **niepewności rozszerzonej**, oznaczanej symbolem U (dla pomiarów bezpośrednich) lub U_c (dla pomiarów pośrednich). Wartość niepewności rozszerzonej oblicza się ze wzoru

$$U(X) = ku(X) \text{ lub } U_c(X) = ku_c(X) \tag{2.7}$$

Liczba k, zwana **współczynnikiem rozszerzenia**, jest umownie przyjętą liczbą, wybraną tak, aby w przedziale $X \pm U(X)$ znalazła się **większość** wyników pomiaru potrzebna dla danych zastosowań.

2.1.4. Zapis wyników pomiaru

Wyniki pomiaru zapisujemy zawsze łącznie z niepewnością i jednostką. Niepewność podajemy zawsze z dokładnością do **dwóch cyfr**, a liczbę cyfr znaczących wyniku dobieramy tak, aby **ostatnia cyfra rezultatu i niepewności należały do tego samego rzędu**. Dla niepewności standardowych jest zalecany **zapis z użyciem nawiasów**, a dla niepewności rozszerzonej jest stosowany **zapis z użyciem symbolu ±**.

Przykłady zapisu

Dobrze:

Niepewność standardowa:

d = 100,0214 m, $u(d)$ = 3,5 mm

d = 100,0214 (3,5 mm) m

d = 100,0214 (0,0035) m

Niepewność rozszerzona:

d = 100,0214 m, $U(d)$ = 0,0070 m

d = (100,0214 ±0,0070) m

Źle:

d = 100,0214 m – nie podano niepewności,

d = 100,021 (0,0035) m – ostatnie cyfry rezultatu i niepewności nie są tego samego rzędu,

d =100,021 m, $u(d)$ = 3 mm – przy zapisie niepewności podano zbyt mało cyfr,

d =100,02147 (0,00352) mm – przy zapisie niepewności podano zbyt dużo cyfr.

2.2. Klasyfikacja narzędzi pomiarowych

Wszystkie narzędzia potrzebne do wykonania zadań pomiarowych można podzielić na:
– narzędzia pomiarowe,
– przybory pomiarowe, czyli pomocnicze urządzenia pomiarowe.

Narzędzia pomiarowe podzielono na wzorce miar i przyrządy pomiarowe. Do ***wzorców miar*** zalicza się wszystkie narzędzia pomiarowe, które odtwarzają jedną lub wiele znanych wartości danej wielkości z określoną dokładnością. Wzorce mogą odtwarzać jedną miarę (w przypadku długości jeden konkretny wymiar) bądź też więcej niż jedną miarę (np. przymiar kreskowy). Nazywa się je wówczas odpowiednio wzorcami *jednomiarowymi* lub *wielomiarowymi*. Wzorce jednomiarowe ze względów praktycznych często łączy się w komplety, np. komplet płytek wzorcowych, dzięki czemu są bardziej uniwersalne.

Przyrządy pomiarowe odróżniają się od wzorców tym, że zawierają pewien mechanizm, przeznaczony do przetwarzania jednej wielkości w drugą, zwiększenia dokładności odczytu, regulowania wskazań, zerowania przyrządu itp. Mają one różne zasady działania (przyrządy mechaniczne, optyczne, elektryczne) i różny stopień skomplikowania konstrukcyjnego. Ze względu na zakres zastosowania niekiedy określa się przyrządy pomiarowe jako uniwersalne (np. suwmiarka, mikrometr, czujnik zegarowy) bądź też jako specjalne – o węższym, specyficznym przeznaczeniu (np. suwmiarka modułowa do kół zębatych, mikrometr do pomiaru kół zębatych, kątomierz narzędziowy).

Pod względem rodzaju odczytu wskazania przyrządy możemy podzielić na analogowe oraz cyfrowe. W przyrządzie analogowym wartość mierzonej wielkości odczytuje się na skali przyrządu według położenia wskazówki bądź na prostoliniowej podziałce skali. W przyrządzie cyfrowym mamy do czynienia z przetworzeniem wielkości mierzonej na wartość gotową do zapisu, najczęściej na wyświetlaczu cyfrowym. Obserwuje się tendencję do coraz szerszego zastosowania przyrządów z odczytem cyfrowym. Dzięki prostocie odczytu wskazań łatwo jest przyuczyć do obsługi przyrządu cyfrowego pracownika o mniejszych kwalifikacjach, a ponadto skracają one czas pomiaru.

Grupa **przyborów pomiarowych** obejmuje środki techniczne, które bezpośrednio w realizacji pomiaru nie uczestniczą, lecz ułatwiają wykonanie czynności pomiarowych, a niekiedy umożliwiają ten pomiar, zwiększają czułość narzędzia pomiarowego lub służą do utrzymywania właściwych warunków przy pomiarze. Są to więc wszelkiego rodzaju uchwyty, pryzmy i stoły, statywy pomiarowe, urządzenia zapewniające stałość temperatury czy wilgotności (klimatyzatory) bądź też chroniące aparaturę pomiarową przed zniszczeniem lub wstrząsami itp.

2.3. Wzorce miary

Wzorce miary są to przyrządy pomiarowe odwzorowujące jedną lub kilka wielkości. W zależności od rodzaju odwzorowania wyróżnia się:

- wzorce kreskowe, czyli przyrządy z podziałką (np. taśma miernicza);
- wzorce końcowe, czyli przyrządy o możliwościach miary ograniczonych przez powierzchnie końcowe (np. szczelinomierze, płytki wzorcowe itp.);
- wzorce kątowe, czyli wzorce końcowe przeznaczone do pomiarów kątów (np. kątowniki, wzorce kątów, płytki kątowe).

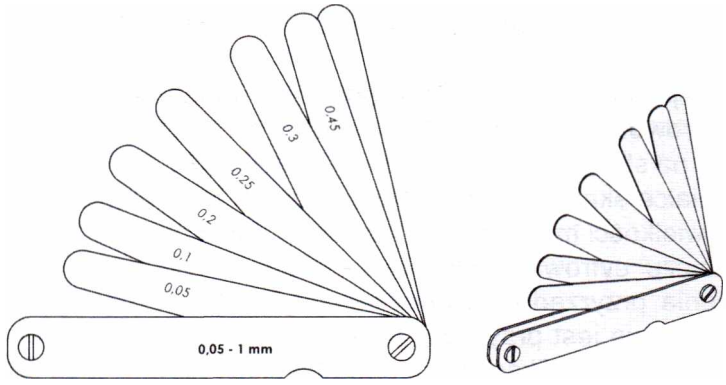
Wzorce miary stosuje się np. do wstępnej oceny stanu technicznego elementów nadwozia i podwozia.

Wzorce kreskowe

Najprostszym i najbardziej popularnym w szkole wzorcem kreskowym jest linijka. Wzorce kreskowe mogą występować w postaci: płaskownika, pręta lub elastycznej zwijanej taśmy, na których znajduje się podziałka.

Szczelinomierz

Jest narzędziem pomiarowym stanowiącym komplet wydłużonych płytek wzorcowych o zróżnicowanej grubości (rys 2.1). Płytki szczelinomierza są stopniowane, najczęściej co 0,05 mm i 0,1 mm.

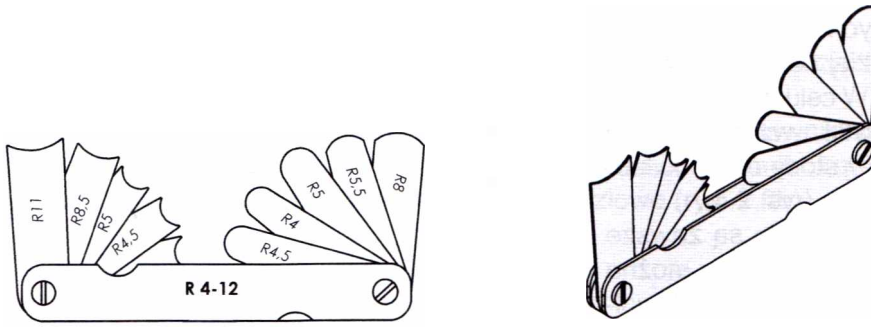


Rys. 2.1. Szczelinomierz

Szczelinomierze są stosowane do sprawdzania szczelin i luzów między częściami samochodu. Najczęściej szczelinomierze wykorzystuje się do pomiaru: luzu w rowkach pierścieniowych, luzów w zamkach pierścieni tłokowych, a w starszych pojazdach do pomiaru luzu zaworów w silniku.

Promieniomierz

Jest narzędziem pomiarowym w postaci zestawu wzorników o różnych promieniach zaokrąglenia. Komplet promieniomierzy o określonym zakresie pomiarowym ma wzorniki do sprawdzania promieni zaokrągleń wypukłych i wklęsłych (rys. 2.2).

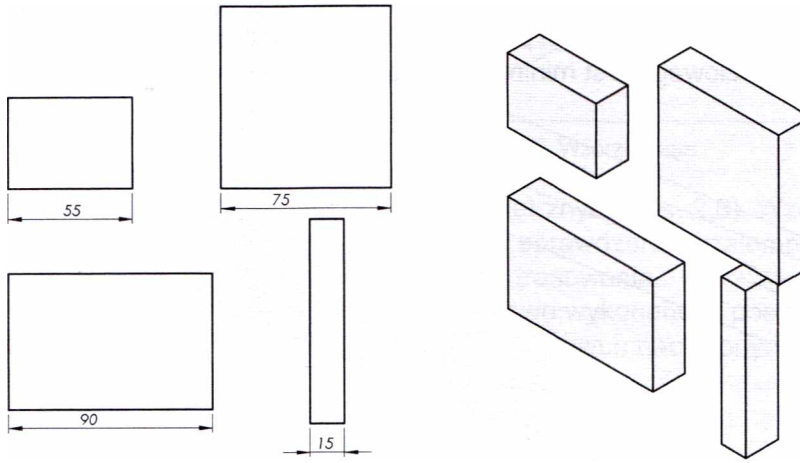


Rys. 2.2. Promieniomierz

Sprawdzanie wielkości zaokrąglenia polega na przymierzaniu kolejnych wzorników, aż do znalezienia takiego, który będzie dokładnie przylegał do mierzonego zaokrąglenia. Odczyt uwidocznionej na wzorniku wartości odpowiada szukanemu promieniowi zaokrąglenia. Promieniomierze stosuje się do pomiaru zaokrągleń na wałkach, promieni przejść itp.

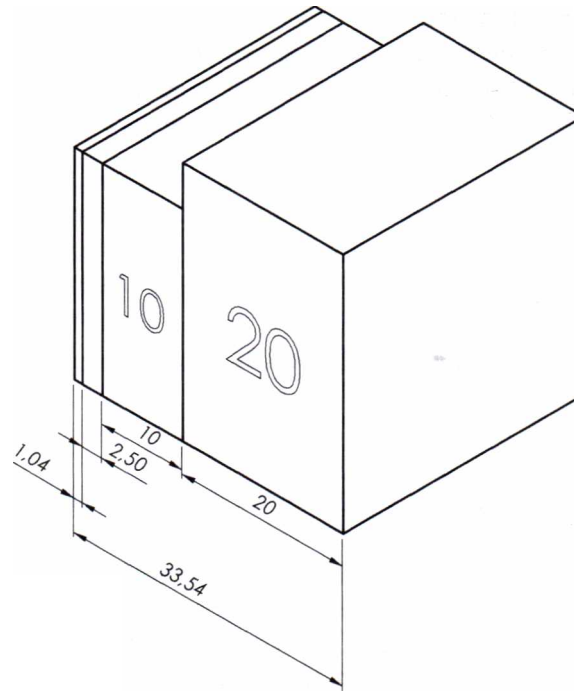
Płytki wzorcowe

Są to narzędzia pomiarowe wykonane ze stali hartowanej, w postaci prostopadłościanów o zróżnicowanej grubości (rys. 2.3). Boki ograniczające grubość wzorcową są szlifowane i docierane z taką dokładnością, że dwie przesuwane po sobie płytki wzorcowe ściśle przywierają do siebie. Każda płytka wzorcowa ma swój wymiar nominalny, którego wartość jest nacechowana na płytce.



Rys. 2.3. Płytki wzorocowe

Płytki wzorcowe są używane do wzorcowania przyrządów pomiarowych stosowanych w pomiarach części samochodowych, nastawiania wymiarów nastawczych sprawdzianów oraz rzadziej do pomiarów dokładnych. W celu dokonania pomiaru płytki wzorcowe są składane w stosy o odpowiednim wymiarze (rys. 2.4).

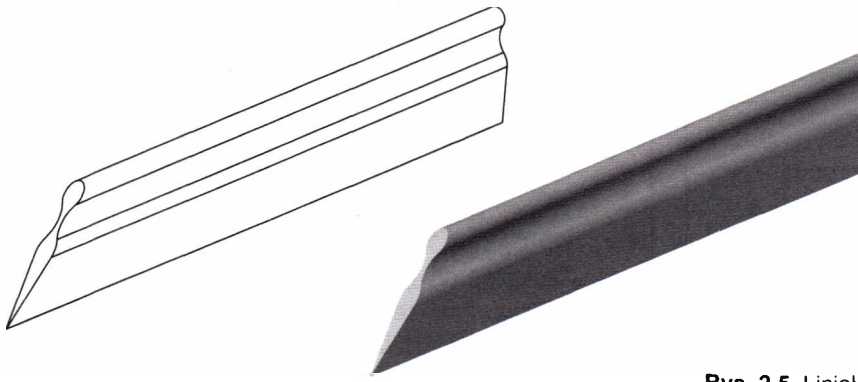


Rys. 2.4. Stos płytek wzorcowych

Płytki wzorcowe są zawsze kompletowane tak, aby można z nich było ułożyć stos o dowolnym wymiarze. Komplety wymiarów nominalnych *L* płytek:
- 1,0000...1,0010 mm, stopniowane co 0,0005 mm;
- 0,990...10,100 mm, stopniowane co 0,001 mm;
- 0,50...10,10 mm, stopniowane co 0,01 mm;
- 0,5...25,0 mm, stopniowane co 0,5 mm;
- 10...100 mm, stopniowane co 10 mm;
- 25...200 mm, stopniowane co 25 mm;
- 50...300 mm, stopniowane co 50 mm;
- 100...1000, stopniowane co 100 mm.

Liniał krawędziowy

Liniał krawędziowy (rys. 2.5) służy do sprawdzania płaskości powierzchni. Jedno czoło liniału jest ścięte pod kątem prostym, a drugie pod kątem 45°. Robocza część liniału krawędziowego jest minimalnie zaokrąglona (R = 0,1...0,2 mm).



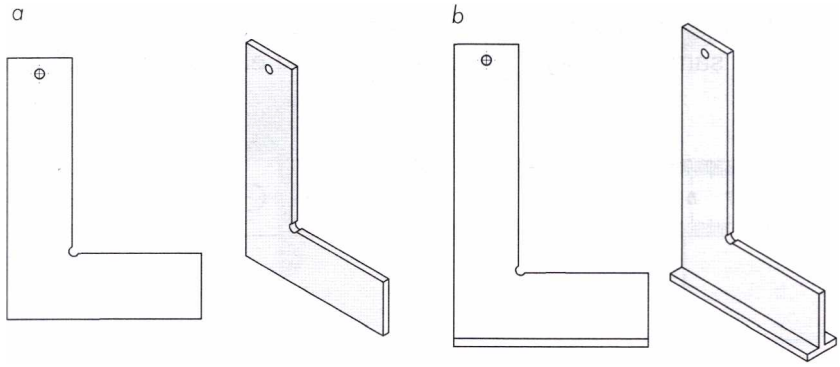
Rys. 2.5. Liniał krawędziowy

W celu sprawdzenia płaskości liniał przykłada się do sprawdzanej powierzchni w różnych kierunkach i miejscach, obserwując, czy występuje szczelina świetlna między krawędzią liniału a sprawdzaną powierzchnią. Podczas pomiaru dla ułatwienia obserwacji szczeliny świetlnej liniał nieznacznie się pochyla.

Wzorce kątowe

Są narzędziami do odwzorowania kątów, w skład których wchodzą: kątowniki, wzorce kątów, płytki kątowe.

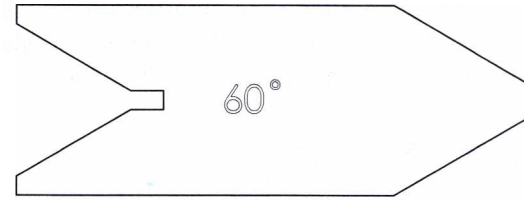
Kątowniki to narzędzia odwzorowujące kąt prosty 90°. Kątowniki stosowane w pojazdach samochodowych występują w dwóch odmianach: kątowniki powierzchniowe (rys. 2.6a) oraz kątowniki krawędziowe (rys. 2.6b).



Rys. 2.6. Kątowniki

Kątowniki są stosowane do sprawdzania prostopadłości części samochodu, a także do trasowania elementów nadwozia podczas napraw.

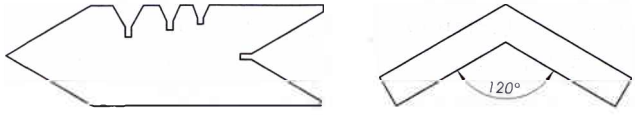
Wzorce kątów są narzędziami odwzorowującymi najczęściej stosowane kąty, np. 30°, 45°, 60° (rys. 2.7). W szkole spotykanymi wzorcami kątów są ekierki o kątach wierzchołkowych 30°, 60°, 90° lub 45°, 45°, 90°.



Rys. 2.7. Wzorzec kąta

Spotyka się wzorce przeznaczone do kątów zewnętrznych i kątów wewnętrznych (rys. 2.8). Wzorce kątów, tak jak kątowniki, znajdują zastosowanie do sprawdzania wzajemnego, kątowego położenia części samochodu, a także do trasowania.

Płytki kątowe są to narzędzia pomiarowe wykonane w postaci płaskich stalowych wieloboków o powierzchniach wzorcowych nachylonych pod określony-



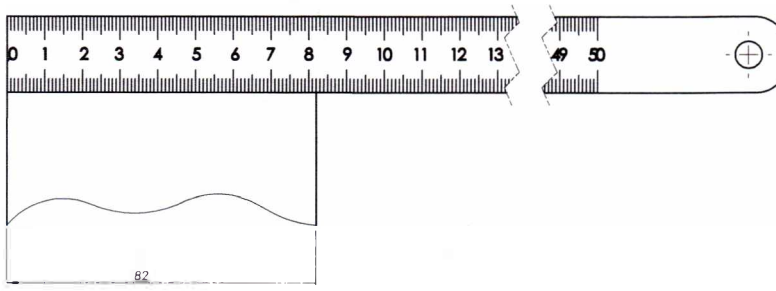
Rys. 2.8. Wzorce kątów

mi kątami. Boki ograniczające wzorcową wielkość kątową są szlifowane i docierane. Każda płytka kątowa ma swój wymiar nominalny, którego wartość jest nacechowana na płytce. Podczas pomiarów płytki kątowe można również kompletować w zestawy.

2.4. Przyrządy pomiarowe

2.4.1. Przymiar kreskowy

Wartość działki elementarnej przymiaru kreskowego (rys. 2.9) wynosi najczęściej jeden milimetr, choć spotyka się przymiary kreskowe, nie stosowane do pomiarów w pojazdach samochodowych, o wartości działki elementarnej 0,5 cm lub 1 cm.

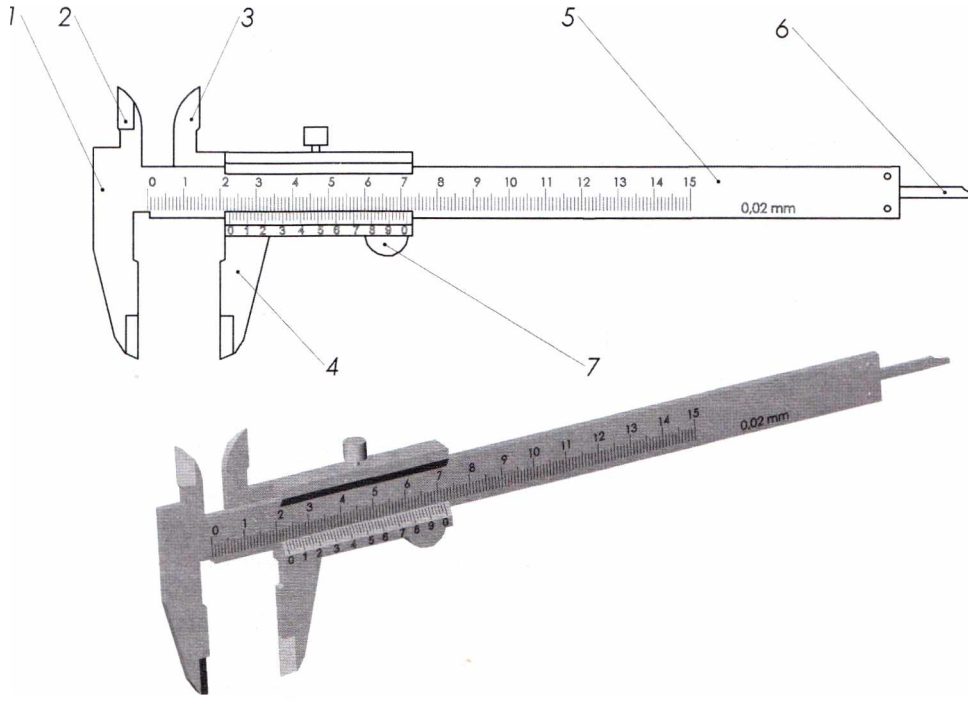


Rys. 2.9. Przymiar kreskowy

Zakres pomiarowy przymiaru kreskowego wynosi najczęściej 0...2 m, jednak można spotkać rzadziej stosowane w pojazdach taśmy zwijane o zakresie pomiarowym 3 m, 5 m, a nawet dłuższym.

2.4.2. Suwmiarka

Suwmiarka jest najpopularniejszym warsztatowym przyrządem pomiarowym. Jest wykorzystywana niemalże w każdej naprawie. Służy zarówno do pomiarów dokładnych, jak i do orientacyjnych pomiarów części samochodu, np. grubości okładzin ciernych „klocków" lub szczęk hamulcowych, grubości tarcz hamulcowych itp. O popularności suwmiarki decyduje prosta budowa, łatwość obsługi, a nade wszystko jej uniwersalność, gdyż suwmiarka pozwala na pomiary wymiarów zewnętrznych, wewnętrznych, a nawet może być wykorzystywana jako głębokościomierz. Suwmiarka (patrz rys. 2.10) składa się z prowadnicy *1* wraz ze szczęką nieruchomą dolną i górną *2*, szczęki ruchomej (przesuwnej) górnej *3* i szczęki przesuwnej dolnej *4* wraz z suwakiem *7*. Do pomiarów wewnętrznych używa się szczęk górnych, zaś do pomiarów zewnętrznych są używane szczęki dolne.



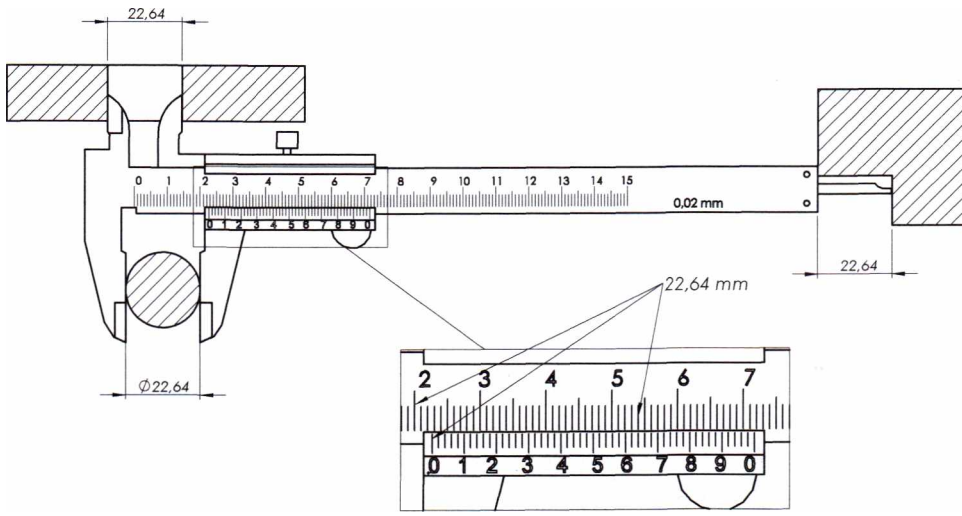
Rys. 2.10. Suwmiarka

1 – prowadnica, *2* – szczęka nieruchoma do pomiarów wewnętrznych i zewnętrznych, *3* – szczęka ruchoma do pomiarów wewnętrznych, *4* – szczęka ruchoma do pomiarów zewnętrznych, *5* – milimetrowa podziałka kreskowa, *6* – wysuwka głębokościomierza, *7* – uchwyt szczęki ruchomej

Na prowadnicy umieszczono milimetrową podziałkę kreskową *5*, na suwaku – podziałkę noniusza. Do pomiarów głębokości służy połączona z suwakiem listwa *6* wysuwana z korpusu prowadnicy. Suwak może być unieruchomiony w dowolnym położeniu prowadnicy za pomocą śruby lub zacisku z dźwignią zwalniającą. Przy dociśnięciu do zetknięcia obu szczęk, zerowa kreska noniusza powinna znaleźć się na przedłużeniu zerowej kreski podziałki milimetrowej prowadnicy. Podziałka noniusza, zależnie od dokładności suwmiarki, składa się z:

– 10 działek naciętych na 9 mm dla dokładności 0,1 mm;
– 20 działek naciętych na 19 mm dla dokładności 0,05 mm;
– 50 działek naciętych na 49 mm dla dokładności 0,02 mm.

Pomiaru powierzchni zewnętrznych dokonuje się przez łagodne zaciśnięcie szczęk suwmiarki na mierzonym przedmiocie, w rezultacie dosunięcia do niego szczęki ruchomej (rys. 2.11). Pomiar powierzchni wewnętrznych polega na możliwie maksymalnym rozwarciu szczęk wewnętrznych. Pomiaru głębokości dokonuje się suwmiarką przez oparcie prowadnicy o powierzchnię przedmiotu i przesunięcie suwaka wraz z listwą głębokościomierza do oporu. Zacisk suwaka ustala jego położenie podczas pomiaru.

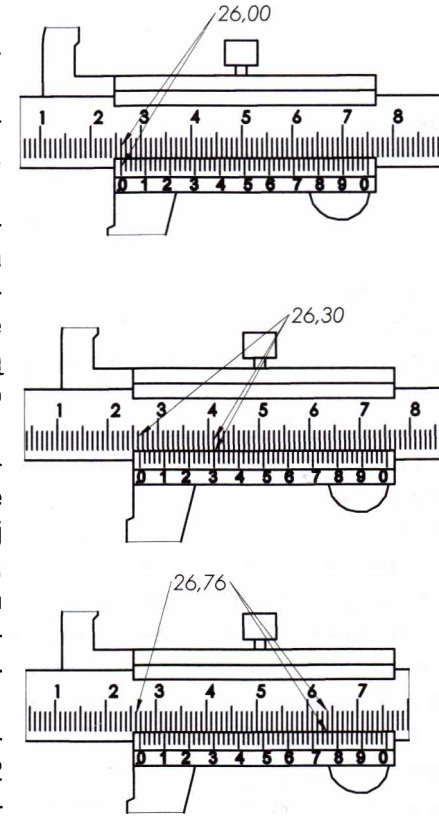


Rys. 2.11. Pomiar zewnętrzny, wewnętrzny i głębokości przy użyciu suwmiarki

Odczytu pomiaru dokonuje się w następujący sposób.

- Na skali prowadnicy (skala główna) należy odczytać całkowitą liczbę milimetrów, odpowiadających danemu wymiarowi. Wskazuje ją zerowa kreska noniusza. Jeśli zerowa kreska noniusza nie pokrywa się dokładnie z żadną kreską skali głównej, do odczytu przyjmuje się liczbę całkowitych milimetrów, odpowiadającą najbliższej podziałce poprzedzającej zero noniusza.
- Następnie należy ustalić, która z kolejnych kresek noniusza pokrywa się dokładnie z kreską skali głównej. Jej miejsce, w kolejności liczonej od zera, wyraża liczbę dziesiętnych (dwudziestych lub pięćdziesiątych) części milimetra, którą należy dodać do odczytanej poprzednio całkowitej liczby milimetrów.

We wszystkich suwmiarkach zasada odczytu jest taka sama. Na rysunku 2.12 przedstawiono przykładowe odczyty wymiarów z suwmiarki przy jej różnym ustawieniu.



Rys. 2.12. Przykładowe odczyty wymiarów z suwmiarki (opis w tekście)

Pomiar wymiarów zewnętrznych za pomocą suwmiarki – sposób postępowania

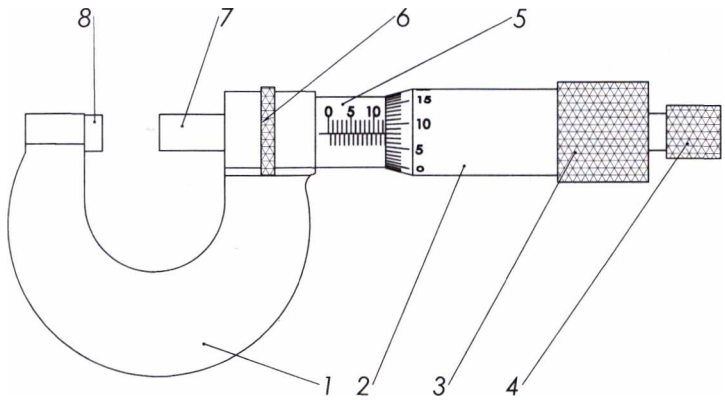
1. Sprawdzić stan techniczny suwmiarki. Po zsunięciu szczęk do siebie wskazanie zerowe noniusza powinno stanowić przedłużenie kreski zerowej głównej podziałki milimetrowej. W sprawnej suwmiarce, przy zsuniętych szczękach oglądanych pod światło, nie powinna występować szczelina świetlna.
2. Poluzować śrubę zaciskową lub nacisnąć dźwignię zacisku i rozsunąć szczęki pomiarowe na wymiar większy od wymiaru przedmiotu. Nałożyć szczęki na mierzony przedmiot.
3. Przesuwając suwak, zacisnąć szczęki na mierzonym przedmiocie, zwracając uwagę, aby szczęki przylegały prostopadle do powierzchni i obejmowały go możliwie głęboko. Zwolnić dźwignię zacisku lub dokręcić śrubę zaciskową, ustalając położenie suwaka.
4. Odczytać wartość wymiaru.

2.4.3. Przyrządy mikrometryczne

Przyrządy mikrometryczne są przyrządami pomiarowymi pozwalającymi na dokonywanie pomiarów z dokładnością do 0,01 mm. Zasadniczym elementem, od którego pochodzi nazwa przyrządów, jest śruba mikrometryczna, nacięta na wrzecionie (7, rys. 2.13). Do przyrządów mikrometrycznych zaliczamy: mikrometry, mikrometry z czujnikiem, średnicówki mikrometryczne i głębokościomierze mikrometryczne.

Mikrometr

Mikrometr jest przyrządem pomiarowym stosowanym do pomiarów dokładnych części pojazdu. Mikrometry wykorzystuje się do weryfikacji i pomiarów sprawdzających czopów wałów korbowych, czopów wałka rozrządu oraz innych osi i wałów, do pomiarów kół zębatych itp.



Rys. 2.13. Mikrometr

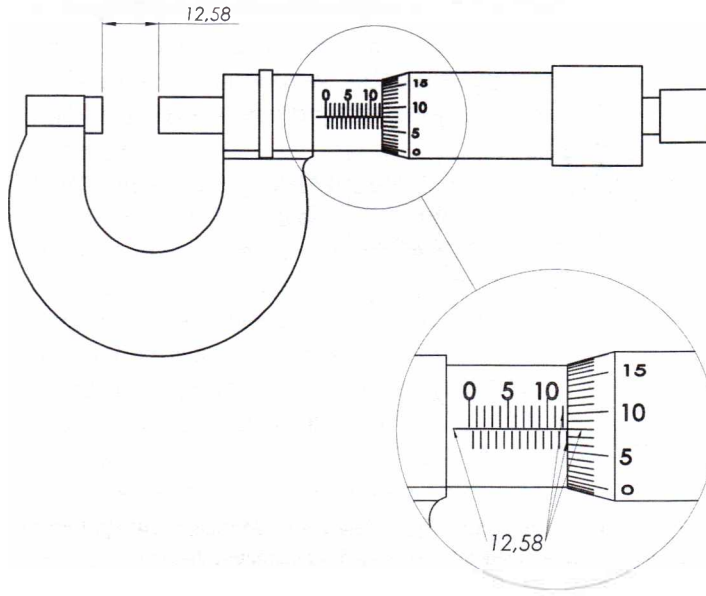
1 – kabłąk, *2* – bęben obrotowy, *3* – pokrętło do zgrubnego przesuwania wrzeciona, *4* – pokrętło sprzęgła ciernego, *5* – nieruchoma tuleja z podziałką wzdłużną, *6* – zacisk ustalający, *7* – wrzeciono, *8* – kowadełko

Ze względu na przeznaczenie rozróżniamy mikrometry:
– ogólnego przeznaczenia – zewnętrzne i wewnętrzne,
– szczególnego przeznaczenia – do kół zębatych, do gwintów itp.

Mikrometry są wykonywane w różnych wielkościach o zakresach pomiarowych 0...25 mm, 25...50 mm, 50...75 mm i dalej, co 25 mm do 1000 mm. Duże mikrometry wykonuje się z czterema wymiennymi kowadełkami o długościach stopniowanych co 25 mm, dzięki czemu jeden mikrometr pokrywa zakres pomiarowy 100 mm.

Mikrometr (rys. 2.13) składa się z kabłąka *1*, którego jeden koniec jest zakończony kowadełkiem *8*, a drugi nieruchomą tuleją z podziałką wzdłużną *5* i obrotowym bębnem 2, z podziałką poprzeczną. Pozostałe elementy mikrometru to: wrzeciono *7*, zacisk ustalający *6*, pokrętło sprzęgła ciernego *4* i pokrętło do zgrubnego przesuwania wrzeciona *3*. Wrzeciono ma nacięty gwint o skoku 0,5 mm i jest wkręcone w nakrętkę zamocowaną wewnątrz nieruchomej tulei z podziałką wzdłużną. Obrót bębna powoduje wysuwanie lub cofanie wrzeciona. Na tulejce mikrometru jest nacięta podziałka w odstępach 0,5 mm. Bęben na swym obwodzie jest podzielony na 50 części, zatem obrócenie go o 1 działkę podziałki poprzecznej powoduje przesunięcie wrzeciona o 0,01 mm. Sprzęgło cierne z pokrętłem pozwala na właściwe wykonanie pomiaru i zabezpiecza przed zbyt silnym dokręceniem czoła wrzeciona mikrometru do powierzchni mierzonego przedmiotu, co mogłoby doprowadzić do zniszczenia lub uszkodzenia gwintu mikrometrycznego.

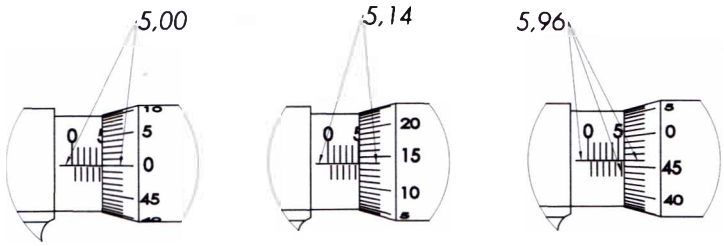
Pomiar powierzchni zewnętrznych mikrometrem polega na łagodnym zaciśnięciu mierzonego przedmiotu między kowadełkiem i wrzecionem przez dokręcenie wrzeciona za pomocą sprzęgła ciernego (rys. 2.14). Następnie dokręca się zacisk ustalający i zsuwa mikrometr z mierzonego przedmiotu. Na zsuniętym mikrometrze należy odczytać wartość mierzoną.



Rys. 2.14. Pomiar przy użyciu mikrometru

Wartość zmierzonej wielkości określa się w następujący sposób.
- Na podziałce wzdłużnej odczytuje się liczbę pełnych milimetrów i połówek milimetrów odsłoniętych przez brzeg bębna.
- Na podziałce bębna należy odczytać setne części milimetra, patrząc, która działka na obwodzie bębna odpowiada wzdłużnej kresce wskaźnikowej tulei.

We wszystkich przyrządach mikrometrycznych zasada odczytu jest taka sama. Na rysunku 2.15 przedstawiono przykładowe odczyty wymiarów z mikrometru przy jego różnym ustawieniu.



Rys. 2.15. Odczyt wymiarów z mikrometru

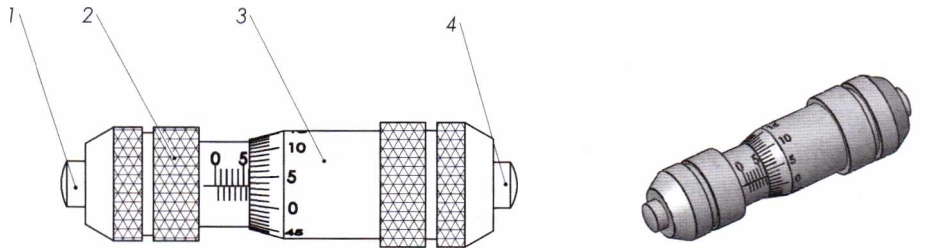
Przebieg pomiaru wymiarów zewnętrznych za pomocą mikrometru

1. Sprawdzić (np. za pomocą suwmiarki), czy zakres pomiarowy mikrometru nie jest mniejszy od największego wymiaru granicznego przedmiotu.
2. Sprawdzić, czy zacisk wrzeciona jest zwolniony, w razie potrzeby zwolnić go przez odkręcenie.
3. Sprawdzić stan techniczny mikrometru.
4. Po dokręceniu wrzeciona do kowadełka (dla mikrometrów o zakresie 0...25 mm) wartość zera podziałki bębna powinna pokrywać się z poziomą kreską podziałki wzdłużnej. Dla mikrometrów o większym zakresie pomiarowym obowiązuje ta sama zasada, jednak przy sprawdzaniu tych mikrometrów należy zacisnąć wzornik długości między wrzecionem a kowadełkiem. Wzornik długości znajduje się w wyposażeniu mikrometru.
5. Pokręcając pokrętłem sprzęgła, doprowadzić do zetknięcia powierzchni pomiarowych kowadełka i wrzeciona z mierzonym przedmiotem, mierząc mikrometrem miejsce największej średnicy (wielkości). W czasie dokręcania należy zwrócić uwagę na prostopadłe ustawienie wrzeciona mikrometru w stosunku do powierzchni mierzonego przedmiotu i trzymać mikrometr za termicznie izolowane uchwyty.
6. Zacisnąć zacisk wrzeciona i zsunąć mikrometr z mierzonego przedmiotu.
7. Odczytać wskazanie mikrometru.
8. Każdy pomiar należy powtórzyć trzykrotnie, a jako wynik ostateczny przyjąć średnią arytmetyczną z wykonanych pomiarów.

Średnicówka mikrometryczna

Średnicówka służy do dokładnych pomiarów średnic wewnętrznych. W warsztatach samochodowych średnicówki są głównie stosowane do pomiaru średnic tulei cylindrów oraz średnic innych otworów w elementach pojazdów.

Średnicówka (rys. 2.16) składa się z tulei *2*, wrzeciona ze śrubą mikrometryczną *1*, bębna *3*, końcówki stałej z trzpieniem pomiarowym *4* i przedłużacza. Na wrzecionie jest zamocowany bęben z podziałką o zakresie pomiarowym 0,5 mm, co umożliwia odczyt z dokładnością do 0,01 mm. W celu zwiększenia zakresu pomiarowego między tuleję a końcówkę stałą wkręca się odpowiedni przedłużacz. Do pomiaru średnicówkę o dobranym do wielkości otworu zakresie pomiarowym skręca się tak, aby weszła do otworu. Następnie, zwracając szczególną uwagę na prostopadłe ułożenie średnicówki względem osi otworu, należy doprowadzić, przy użyciu bębna, do zetknięcia wrzeciona i trzpienia pomiarowego z powierzchnią otworu. Po ostrożnym wyjęciu średnicówki z otworu należy odczytać zmierzony wymiar.



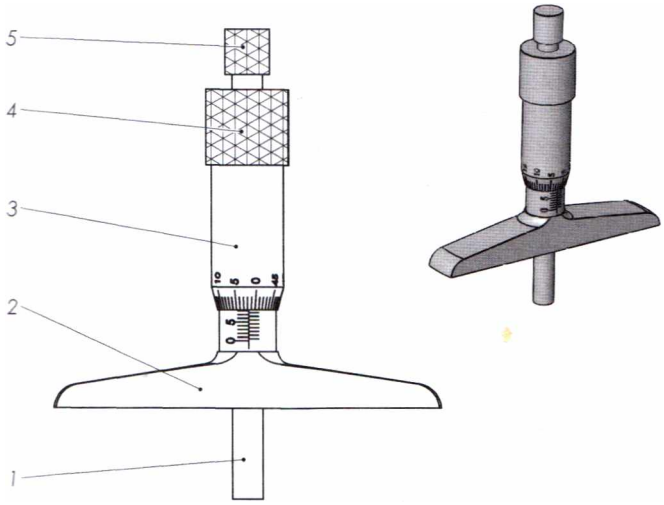
Rys. 2.16. Średnicówka mikrometryczna

1 – wrzeciono ze śrubą mikrometryczną, *2* – nieruchoma tuleja z podziałką wzdłużną, *3* – bęben obrotowy, *4* – trzpień pomiarowy

Głębokościomierz mikrometryczny

Głębokościomierz służy do pomiarów głębokości otworów nieprzelotowych, zagłębień lub uskoków. Elementem pomiarowym głębokościomierza, tak jak innych przyrządów mikrometrycznych, jest śruba mikrometryczna. Umożliwia ona dokonywanie pomiarów z dokładnością 0,01 mm. W celu zwiększenia zakresu pomiarowego głębokościomierze mikrometryczne mogą mieć wymienne przedłużacze. Najczęściej stosowany zakres pomiarowy to 0...100 mm.

Głównym elementem głębokościomierza (patrz rys. 2.17) jest stopa *2* połączona z tuleją mikrometryczną, na której znajduje się gwint prowadzący wrzeciono *1*. Podobnie jak w zwykłym mikrometrze, do wysuwania wrzeciona służą bęben *3* z pokrętłem zgrubnym *4* oraz pokrętło sprzęgła ciernego *5*. Pomiaru dokonuje się po ustawieniu stopy głębokościomierza na krawędzi otworu. Podczas pomiaru należy dociskać stopę przyrządu do krawędzi otworu w taki sposób, aby nie unosiła się nad wykręcane wrzeciono, gdy oprze się ono o dno otworu. Przy dokręcaniu wrzeciona do dna otworu należy posługiwać się pokrętłem ze sprzęgłem, aby nacisk pomiarowy wrzeciona na dno otworu przy każdym pomiarze był jednakowy i by nie doprowadzić do zniszczenia śruby mikrometrycznej.



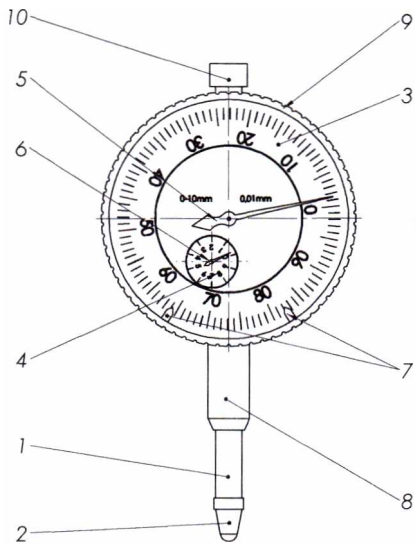
Rys. 2.17. Głębokościomierz

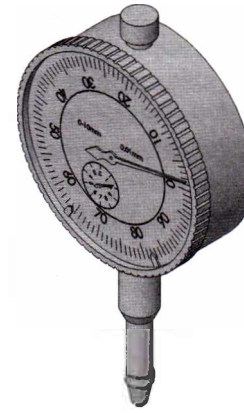
1 – wrzeciono ze śrubą mikrometryczną, *2* – stopa i nieruchoma tuleja z podziałką wzdłużną, *3* – bęben obrotowy, *4* – pokrętło zgrubne, *5* – pokrętło sprzęgła ciernego

2.4.4. Czujniki zegarowe

Czujniki zegarowe to przyrządy pomiarowe, służące najczęściej do określania odchyłek od wymiaru nominalnego. W pomiarach części silnika czujniki zegarowe, zamocowane w odpowiednim uchwycie, wykorzystuje się m.in. do określania błędów kształtu i położenia czopów wału korbowego i wałka rozrządu, pomiaru bicia tarcz hamulcowych, do określania prawidłowości wzajemnego położenia części silnika itp. Zakres pomiaru czujników nie przekracza 1 mm. Czujniki zegarowe, niezależnie od rozwiązania konstrukcyjnego, zamieniają ruch końcówki pomiarowej na ruch wskazówki przyrządu w taki sposób, aby niewielki ruch końcówki pomiarowej powodował znaczne przesunięcie wskazówki czujnika. Czujniki zegarowe podczas pomiarów są montowane w specjalnych uchwytach zapewniających sztywne zamocowanie.

Czujnik zegarowy (rys. 2.18) składa się z wrzeciona *1* zakończonego wymienną końcówką *2*. Na osi czujnika jest umocowana duża wskazówka *5* wskazująca setne części milimetra na skali obrotowej *3*. Na drugiej osi ułożonej niesymetrycznie na tarczy miernika jest zamocowana mała wskazówka *6* wskazująca pełne milimetry na skali *4*. Obrotu skali przesuwnej względem tarczy miernika dokonuje się za pomocą radełkowanego pokrętła *9*. Wskaźniki przesuwne *7* służą do ustawiania wartości odchyłek górnej i dolnej. Radełkowany uchwyt wrzeciona *10* umożliwia ręczne przesuwanie wrzeciona miernika. Czujnik jest montowany do uchwytów pomiarowych w części chwytowej *8*.

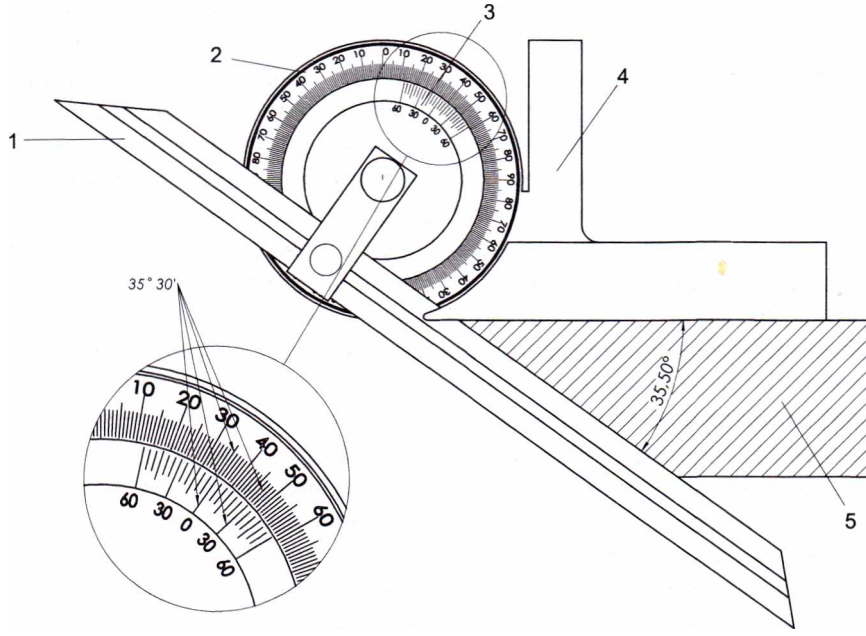




Rys. 2.18. Czujnik zegarowy
1 – wrzeciono, *2* – wymienna końcówka, *3* – skala obrotowa, *4* – skala milimetrowa, *5* – wskazówka wskazująca setne części milimetra, *6* – wskazówka wskazująca pełne milimetry, *7* – wskaźniki przesuwne, *8* – część chwytowa, *9* – radełkowane pokrętło skali obrotowej, *10* – radełkowany uchwyt wrzeciona

2.4.5. Kątomierz uniwersalny

Kątomierz uniwersalny (rys. 2.19) jest przyrządem pomiarowym do pomiarów wzajemnego kątowego ułożenia elementów pojazdu samochodowego.



Rys. 2.19. Kątomierz uniwersalny
1 – ramię ruchome, *2* – tarcza z podziałką, *3* – noniusz kątowy, *4* – ramię stałe, *5* – mierzony przedmiot

Elementami składowymi kątomierza uniwersalnego są: noniusz kątowy, tarcza z podziałką, ramię stałe, ramię ruchome, a także zacisk tarczy i zacisk ramienia ruchomego. Nieruchome ramię kątomierza *4* jest złączone trwale z głowicą w postaci okrągłej tarczy *2* z podziałką noniusza kątowego *3*. Wokół tej tarczy może być obracany, o dowolny kąt, pierścień z podziałką stopniową, do którego jest przymocowane ruchome ramię kątomierza *1* w postaci przesuwnego liniału. Pomiaru kąta dokonuje się poprzez przystawienie obu ramion kątomierza do powierzchni tworzących kąt *5* i unieruchomienie pierścienia w danym położeniu względem tarczy. Dzięki zastosowaniu noniusza mierzony kąt można odczytać z dokładnością 5´.

2.4.6. Przyrządy pomiarowe z odczytem cyfrowym

Rozwój elektroniki oraz ciągłe obniżanie kosztów produkcji czujników elektronicznych pozwoliły na szerokie zastosowanie przyrządów pomiarowych z odczytem cyfrowym. Podstawowym elementem przyrządów pomiarowych z czytnikami elektronicznymi jest taśma pomiarowa – liniał indukcyjny, naklejana wzdłuż zakresu pomiarowego przyrządu, pozwalająca na odczyt wielkości długościowych w postaci impulsów za pomocą czujników elektronicznych z bardzo dużą dokładnością. Następnie odczytana informacja jest przetwarzana na sygnał cyfrowy wyświetlany na wyświetlaczu przyrządu. W zależności od systemu pomiarowego określenie wymiaru odbywa się poprzez:

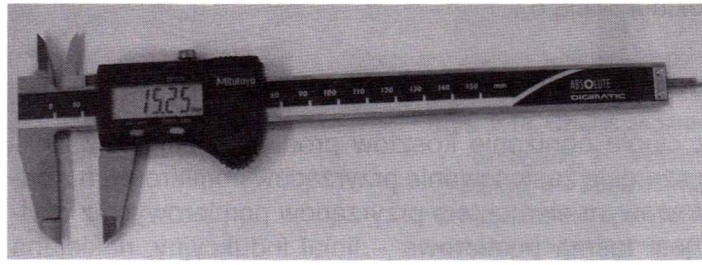
- obliczenie odległości od punktu referencyjnego – w systemie z liniałem indukcyjnym;
- jednoznaczne określenie odległości w każdym miejscu – w systemie odczytu wymiaru bezpośredniego Absolute, opracowanym przez firmę Mitutoyo.

Wszystkie przyrządy z odczytem pomiarowym cechuje bardzo łatwa obsługa, z wykorzystaniem jednego lub dwóch przycisków. Obsługa przyrządów z odczytem cyfrowym sprowadza się do włączenia przyrządu i określenia zerowego punktu referencyjnego, czyli miejsca, od którego będą liczone wymiary długościowe, zarówno w kierunku dodatnim, jak i ujemnym. Dodatkowo przyrządy umożliwiają wybór jednostek pomiarowych (milimetrów lub cali – mm/inch) oraz wybór dokładności pomiaru. W przyrządach pomiarowych z odczytem cyfrowym można ustawić dokładność pomiarową, a właściwie sposób wyświetlania wymiaru z czterema, a nawet dziesięcioma zerami po przecinku. Należy jednak pamiętać, że sposób wyświetlania wymiaru z dużą liczbą zer po przecinku nie świadczy o dokładności pomiaru, gdyż ze względu na konstrukcję przyrządy pomiarowe nie dają możliwości uzyskania takiej dokładności. Przykładowo, zastosowanie suwmiarki z odczytem cyfrowym do pomiarów pozwala na uzyskanie maksymalnej dokładności pomiaru do 0,02 mm. Poniżej przedstawiono kilka przyrządów z odczytem cyfrowym. Zastosowanie odczytu cyfrowego nie zmienia zakresu wykorzystania przyrządów, jednak wzbogaca je o dodatkowe funkcje pomiarowe. Bardzo ważnym aspektem zastosowania przyrządów pomiarowych jest możliwość podłączenia przyrządu do komputera, rejestracji wyników pomiarów oraz obróbki danych.

Suwmiarka z odczytem cyfrowym

Przykładowy sposób użycia suwmiarki z odczytem cyfrowym (rys. 2.20) jest następujący.

- Suwmiarkę włącza się, przytrzymując przez kilka sekund przycisk C/ON.
- Kolejne przyciśnięcie przycisku C/ON, przez ok. 3 s, przy włączonej suwmiarce, pozwala na zmianę jednostki, w której dokonujemy pomiaru (milimetry/cale).
- Krótkotrwałe przyciśnięcie przycisku C/ON zeruje suwmiarkę, tzn. pozwala na określenie nowego punktu referencyjnego, czyli miejsca, od którego będą liczone wymiary długościowe, zarówno w kierunku dodatnim, jak i ujemnym.



Rys. 2.20. Suwmiarka z odczytem cyfrowym typu Mitutoyo CD-15DC

Wysokościomierz z odczytem cyfrowym

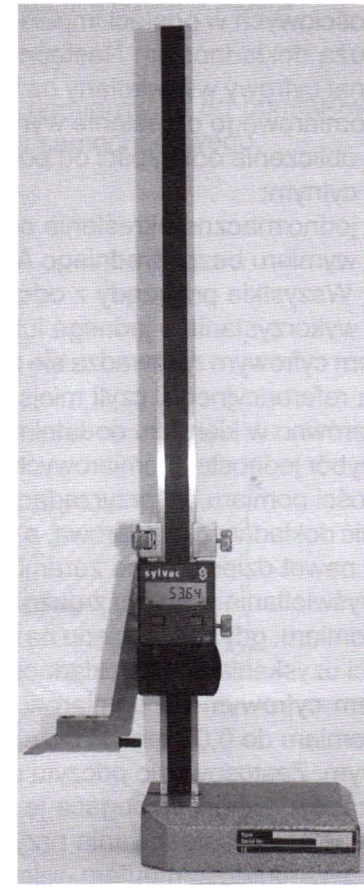
Sposób posługiwania się wysokościomierzem z odczytem cyfrowym (rys. 2.21) jest następujący.

- Przyciśnięcie przycisku (OFF/ON) powoduje włączenie i wyłączenie licznika.
- Krótkotrwałe przyciśnięcie przycisku (ZERO) zeruje wysokościomierz, tzn. pozwala na określenie nowego punktu referencyjnego, czyli miejsca, od którego będą liczone wymiary długościowe, zarówno w kierunku dodatnim, jak i ujemnym.
- Przyciśnięcie przycisku (inch/mm) zmienia jednostkę, w której dokonujemy pomiaru (milimetry/cale).

Mikrometr z odczytem cyfrowym

Mikrometr z odczytem cyfrowym (patrz rys. 2.22) ma następujące funkcje.

- Włączenie/wyłączenie przyrządu następuje po naciśnięciu i przytrzymaniu przez kilka sekund czerwonego przycisku po prawej stronie kabłąka.



Rys. 2.21. Wysokościomierz z odczytem cyfrowym typu Sylvac S228



Rys. 2.22. Mikrometr z odczytem cyfrowym typu Mitutoyo 293 521 30

- Zerowanie skali pomiarowej, czyli wyznaczanie nowego punktu referencyjnego, uzyskuje się przez krótkotrwałe przyciśnięcie przycisku ZERO/ABS.
- Przyciśnięcie przycisku ORIGIN powoduje przeniesienie/powrót punktu referencyjnego do zerowych ustawień mikrometru.

2.4.7. Inne urządzenia pomiarowe stosowane do pomiarów związanych z pojazdami samochodowymi

W metrologii warsztatowej pojazdów samochodowych są stosowane urządzenia pomiarowe z czytnikami elektronicznymi wykorzystujące nowoczesne czujniki, lasery, ultradźwięki, zjawiska magnetyzmu i rezonansu. Bliżej omówione zostaną dwa przykłady urządzeń wykorzystujących wiązkę lasera.

Urządzenie GTO Laser do kontroli geometrii ustawienia kół w samochodach
Jest to urządzenie laserowo-mechaniczne, za pomocą którego kąty poziome (zbieżność kół, przesunięcie kół osi przedniej i odchylenie geometrycznej osi jazdy od osi symetrii) są mierzone na drodze optycznej z wykorzystaniem niskoenergetycznych laserów półprzewodnikowych, a kąty pionowe (kąty pochylenia kół oraz kąty wyprzedzenia i pochylenia osi sworzni zwrotnic) w sposób mechaniczny. Urządzenie to jest stosowane w odniesieniu do samochodów osobowych, minivanów, a także samochodów dostawczych (rys. 2.23).



Rys. 2.23. Pomiar ustawienia kół samochodu za pomocą wiązki laserowej [14]

Posłużenie się wiązkami światła laserowego umożliwia pomiar nawet przy bardzo intensywnym nasłonecznieniu. Użyte lasery są w pełni bezpieczne. Zespoły pomiarowe są zasilane bateriami akumulatorów nowej generacji. Komunikacja bezprzewodowa przyspiesza obsługę i komfort pracy.

Elektroniczny system pomiarowy Chief do pomiarów punktów bazowych płyty podłogowej

Elektroniczny wielopunktowy system pomiarowy Chief Genesis® umożliwia jednoczesny pomiar kilkunastu punktów w tym samym czasie, zapewniając prawidłowe zdiagnozowanie położenia punktów bazowych płyty podłogowej pojazdu.

W tym wielopunktowym systemie (rys. 2.24), dzięki wykorzystaniu wiązek laserowych, przez cały czas pomiaru mamy możliwość podglądu wszystkich sond umieszczonych na płycie podłogowej pojazdu. Zasada działania jest następująca. Główne urządzenie tego systemu stanowi skaner umieszczony pod podwoziem pojazdu. Wysyła on dwie wiązki promieni laserowych, które są odbijane przez sondy pomiarowe umieszczone w charakterystycznych miejscach na płycie podłogowej pojazdu bądź na elementach nadwozia. Wiązka laserowa, wracając do skanera, jest przetwarzana przez specjalistyczny program komputerowy. Efekt końcowy to wyświetlenie na ekranie monitora rzeczywistych wymiarów płyty podłogowej. Wymiary fabryczne, służące do porównania wyników pomiarów, są zawarte w bogatej bazie danych.



Rys. 2.24. Wykorzystanie wiązek laserowych do pomiarów płyty podłogowej [14]

2.5. Pytania kontrolne i zadania

1. Jakie znasz rodzaje pomiarów warsztatowych?
2. Z czego wynikają błędy pomiarowe i jakie są ich rodzaje?
3. Jak są klasyfikowane narzędzia pomiarowe?
4. Jakie znasz rodzaje wzorców miary? Scharakteryzuj ich przeznaczenie.
5. Jakie znasz rodzaje przyrządów pomiarowych? Scharakteryzuj je.

6. Jakie wymiary można zmierzyć za pomocą suwmiarki? Jakie są dokładności suwmiarek?
7. Jakie znasz przyrządy mikrometryczne? Do czego służą?
8. Do czego służą czujniki zegarowe? Jaki jest zakres ich pomiaru?
9. Podaj przykładowe funkcje suwmiarki z odczytem cyfrowym.
10. Podaj przykładowe funkcje wysokościomierza z odczytem cyfrowym.
11. Podaj przykładowe funkcje mikrometru z odczytem cyfrowym.
12. Dobierz właściwy przyrząd do pomiaru:
    – wałka o średnicy 25,5 mm;
    – wałka o średnicy 68,25 mm;
    – otworu o średnicy 15 mm;
    – otworu o średnicy 50,74 mm;
    – otworu o głębokości 30 mm;
    – otworu o głębokości 45,32 mm.

    Opisz sposób przeprowadzenia pomiaru.

3. Tolerancje i pasowania

3.1. Podstawowe pojęcia i określenia

Podczas projektowania konstruktor określa wymiary rysowanych przedmiotów. Sposób umieszczenia wymiarów na rysunku technicznym został omówiony w rozdziale 1.9. W czasie wykonywania tych przedmiotów na obrabiarkach oraz przy pomiarach występują błędy, które w efekcie powodują, że rzeczywiste wymiary odbiegają od wymiarów określonych przez konstruktora. W związku z tym konstruktor, przewidując występowanie błędów, musi podać dwa graniczne wymiary, między którymi powinien zmieścić się rzeczywisty wymiar wykonanego przedmiotu. W języku technicznym oznacza to, że należy założyć **wymiar nominalny** (wyjściowy, wstępnie określony przez konstruktora) oraz **odchyłki** od tego wymiaru, **czyli górny i dolny wymiar graniczny**. Różnicę między nimi nazywamy tolerancją:

$$T = B - A \tag{3.1}$$

gdzie:
B – górny wymiar graniczny,
A – dolny wymiar graniczny.

Górny wymiar graniczny B jest największym dopuszczalnym wymiarem przedmiotu. Przekroczenie tego wymiaru oznacza, że wykonany przedmiot będzie wadliwy. Dolny wymiar graniczny A jest najmniejszym dopuszczalnym wymiarem przedmiotu. Jeżeli wykonany przedmiot ma wymiar mniejszy od dopuszczalnego, to będzie on również wadliwy. Jak stąd wynika, wymiary A i B tworzą przedział zamknięty, w którym muszą się zmieścić wszystkie poprawne wymiary przedmiotu. Tolerancja jest zawsze dodatnia, ponieważ górny wymiar graniczny jest zawsze większy od dolnego wymiaru granicznego.

Nie dla każdego wymiaru obowiązuje tolerancja jego wykonania. Są wymiary, które nie mają istotnego znaczenia dla funkcji danego elementu. Nazywa się je swobodnymi i na rysunku nie podaje dla nich pola tolerancji. Jednak w warunkach ścisłego współdziałania dwóch elementów muszą być zachowane takie wymiary, które umożliwią prawidłową współpracę. Stąd wynikają zasady tolerowania. Zwykle przy współpracy dwóch elementów jeden z nich pracuje powierzchnią zewnętrzną (nazywa się go wałkiem, a przy oznaczeniach jego wymiarów używa symbolu *w*), a drugi powierzchnią wewnętrzną (ten jest nazywany otworem, a w oznaczeniach jego wymiarów używa się symbolu o).

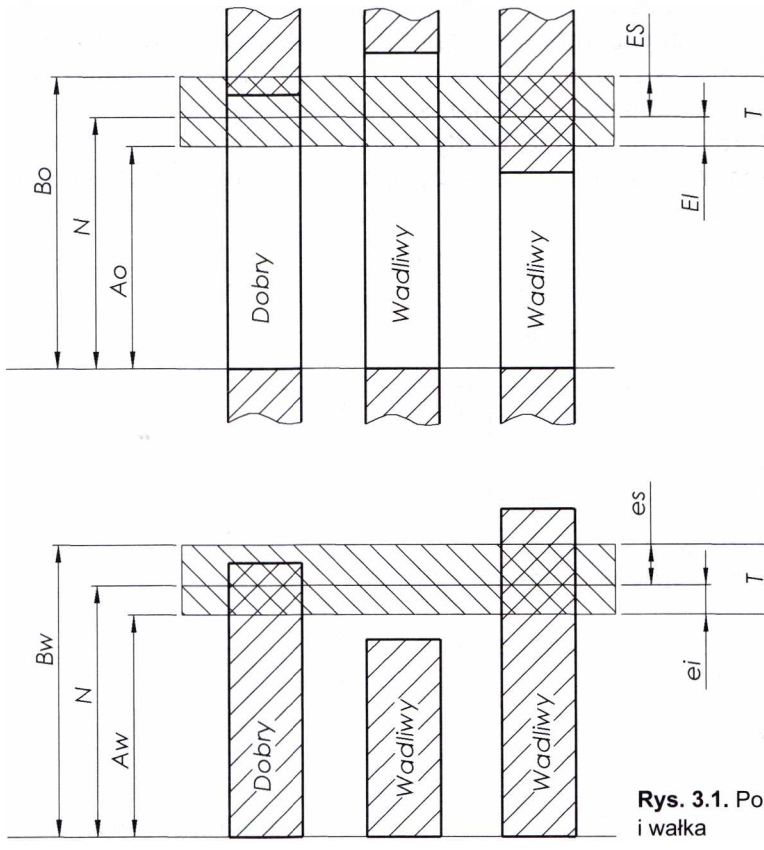
Podczas wymiarowania elementów na rysunku nie posługujemy się wymiarami granicznymi, ale wymiarem nominalnym i odchyłkami od tego wymiaru. Różnicę algebraiczną między wymiarem górnym i odpowiadającym mu wymiarem nominalnym nazywamy odchyłką górną *es*, *ES*. Różnicę algebraiczną między wymiarem dolnym a odpowiadającym mu wymiarem nominalnym nazywamy odchyłką dolną *ei*, *EI*.

Odchyłki górne są określone wzorami:
$es = B_w - N$ dla wałka,
$ES = B_o - N$ dla otworu.

Odchyłki dolne określa się odpowiednio:
$ei = A_w - N$ dla wałka,
$EI = A_o - N$ dla otworu.

Jak z wynika z tych wzorów, w opisach charakteryzujących wałek stosuje się małe litery, a dla otworów duże litery. Wymiar nominalny dla współpracujących elementów jest zawsze ten sam i oznaczany dużą literą alfabetu *N*. Podane zależności, dotyczące tolerancji, przedstawiono na rysunku 3.1.

Prawdziwe są również zależności:
$T = es - ei$ oraz $T = ES - EI$



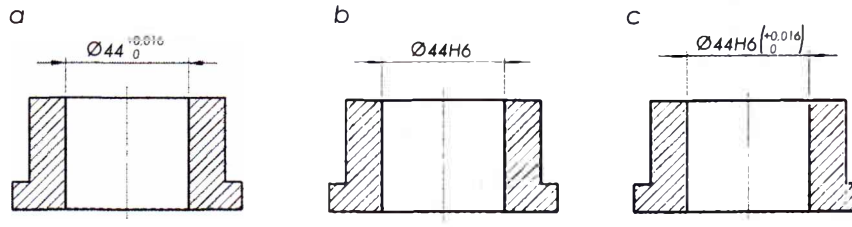
Rys. 3.1. Pole tolerancji dla otworu i wałka

3.2. Rodzaje tolerancji

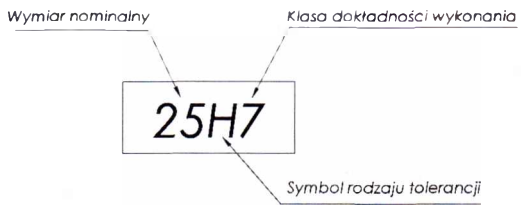
Położenie pola tolerancji względem wymiaru nominalnego może być:
- symetryczne, gdy odchyłki dolna i górna są jednakowe, a ich znaki są różne, np. 21 ±0,02;
- asymetryczne jednograniczne, gdy jedna z odchyłek jest równa 0, np. $21^{+0,01}$;
- asymetryczne dwustronne, gdy zarówno wartości, jak i znaki odchyłek są różne, np. $21^{+0,01}_{-0,03}$;
- jednostronne, gdy odchyłki mają różne wartości, ale jednakowe znaki, np. $21^{+0,05}_{+0,01}$.

Użyty w przykładach sposób opisu pola tolerancji wyraźnie określa odchyłki, a więc i pole tolerancji. Używa się go najczęściej przy tzw. tolerowaniu swobodnym. Konstruktor sam narzuca sposób tolerowania wymiaru. Najczęściej jednak korzysta z gotowych wartości tolerancji, zebranych w normach PN-EN 20286-2:1996 (dla wymiarów od 3 do 3150 mm) oraz PN-M-02106:1991 (dla wymiarów powyżej 3150 mm). W tym przypadku zapis będzie wyglądał nieco inaczej, np. 21k5.

Dla wymiaru 21k5 w tabeli znormalizowanych odchyłek odczytuje się wartości. Są to wartości odchyłek podane w µm (dla przypomnienia 1 mm = 1000 µm). W przeliczeniu na milimetry odchyłka wyniesie $^{+0,011}_{+0,002}$. Wykonywany wałek będzie więc musiał mieć wymiar w zakresie 21,002 mm do 21,011 mm. Aby ułatwić pracownikowi poprawne wykonanie elementu, stosuje się zapis łączący dwa poprzednie, czyli: $21k5(^{+0,011}_{+0,002})$. Nie ma wtedy potrzeby wyszukiwania wartości odchyłek w tablicach. Wszystkie trzy sposoby opisu wymiaru tolerowanego pokazano na rysunku 3.2.



Rys. 3.2. Sposoby opisu tolerancji
a – swobodny, *b* – za pomocą symbolu, *c* – mieszany

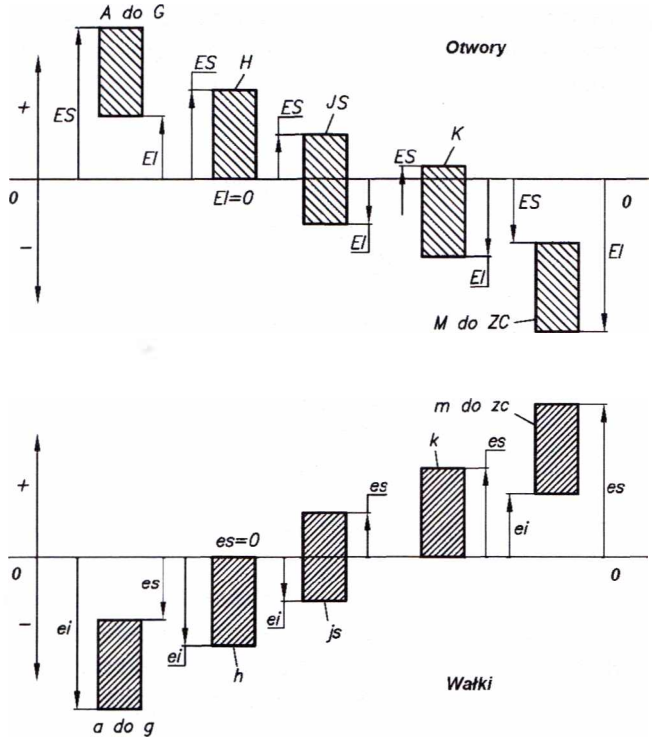


Rys. 3.3. Opis symbolu tolerancji

Norma PN-EN 20286-2 przewiduje 20 klas dokładności: od IT1 do IT18 oraz klasy dokładności IT0, IT01 (ISO-286-1). Mają one następujące zastosowanie:
– klasy IT0, IT01, IT1... IT5, jako najdokładniejsze, są stosowane dla narzędzi pomiarowych, urządzeń precyzyjnych itp.;
– klasy IT6... IT11, jako średnio dokładne, są stosowane dla części maszyn;
– klasy IT12... IT18 są najmniej dokładne.

Jak łatwo zauważyć, im wyższa liczba, tym większa tolerancja wykonania wyrobu, a więc mniejsza jego dokładność. Przy doborze klasy wykonania należy wziąć pod uwagę przeznaczenie danego elementu, warunki jego pracy oraz koszt wykonania (rosnący przy zwiększeniu dokładności). Konstruktor powinien uwzględnić wszystkie te aspekty, aby wybrać optymalne rozwiązanie. Nie należy zbyt mocno zacieśniać pola tolerancji.

Symbol literowy (np. *H*) określa położenie pola tolerancji względem wymiaru nominalnego. Jako podstawowe przyjęto położenie, w którym jedna z odchyłek ma wartość zero, a druga określa wymiar wchodzący w głąb materiału. Tak więc dla wałka wymiar maksymalny będzie równy nominalnemu, a minimalny będzie mniejszy od nominalnego. W przypadku otworu wymiar minimalny będzie równy nominalnemu, a maksymalny będzie większy. Do oznaczenia położenia podstawowego używamy litery *H* dla otworów i *h* dla wałków. Litery od początku alfabetu do *H* oznaczają, że w przypadku otworu obydwie odchyłki będą dodatnie, czyli otwór będzie zawsze większy od nominalnego. Litery po *H* do końca alfabetu



Rys. 3.4. Rozkład pól tolerancji

określają położenie odchyłek na zewnątrz materiału. W takim przypadku otwór zawsze będzie mniejszy od nominalnego. Litera *h* rozdziela litery z przodu alfabetu, oznaczające położenie pól tolerancji w głąb materiału dla wałka, od tych z końca, które oznaczają pola tolerancji leżące na zewnątrz materiału (rys. 3.4).

Z rysunku przedstawiającego rozkład pól tolerancji można wyciągnąć następujące wnioski dotyczące sposobu oznaczania.

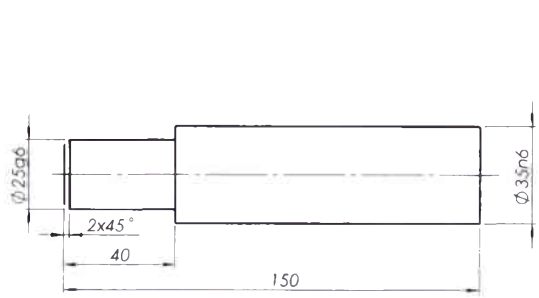
Tolerancje dla otworów:

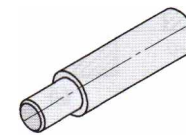
- od *A* do *G*, gdy oba wymiary graniczne są większe od nominalnego;
- *H*, gdy wymiar graniczny górny jest większy od wymiaru nominalnego, a dolny jemu równy;
- *J*, gdy wymiar nominalny leży pomiędzy wymiarami granicznymi dolnym i górnym;
- *K*, gdy wymiar graniczny dolny jest mniejszy od wymiaru nominalnego, a górny jemu równy;
- tolerancje od *M* do *Z*, gdy oba wymiary graniczne są mniejsze od nominalnego.

Tolerancje dla wałków:

- *a* do *g*, gdy oba wymiary graniczne są mniejsze od nominalnego;
- *h*, gdy wymiar graniczny dolny jest mniejszy od wymiaru nominalnego, a górny jemu równy;
- *j*, gdy wymiar nominalny leży pomiędzy wymiarami granicznymi dolnym i górnym;
- *k*, gdy wymiar graniczny górny jest większy od wymiaru nominalnego, a dolny jemu równy;
- *m* do *z*, gdy oba wymiary graniczne są większe od nominalnego.

Wartości odchyłek dla różnych wymiarów odpowiadające stosowanym symbolom są zamieszczone w tablicach zawartych w normach PN-EN 20286-2:1996 oraz PN-M-02106:1991.





Rys. 3.5. Przykład wałka z wymiarami tolerowanymi

3.3. Pasowania

Skojarzenie dwóch elementów, np. tulei z wałkiem, tworzące połączenie, w którym wymiary nominalne współpracujących średnic wałka oraz otworu są jednakowe i tolerowane, nazywamy **pasowaniem**. Istnieją następujące rodzaje pasowań.

Pasowanie luźne (ruchowe) jest to połączenie, w którym występuje luz, elementy pasowane mogą się przemieszczać względem siebie.

Pasowanie mieszane to połączenie, w którym może wystąpić niewielki luz lub niewielki wcisk (luz ujemny).

Pasowanie ciasne jest to połączenie, w którym występuje wcisk, elementy po zmontowaniu nie mogą się względem siebie poruszać.

Z pasowaniem elementów wiążą się luzy: luz minimalny L_{min} i luz maksymalny L_{max}. Możemy je wyliczyć z wzorów:

$$L_{min} = A_o - B_w = EI - es \tag{3.2}$$

gdzie:
A_o – dolny wymiar graniczny otworu,
B_w – górny wymiar graniczny wałka,
EI – odchyłka dolna otworu,
es – odchyłka górna wałka.

$$L_{max} = B_o - A_w = ES - ei \tag{3.3}$$

gdzie:
B_o – górny wymiar graniczny otworu,
A_w – dolny wymiar graniczny wałka,
ES – odchyłka górna otworu,
ei – odchyłka dolna wałka.

Luz graniczny minimalny (najmniejszy) L_{min} (wzór 3.2) powstanie wtedy, gdy otwór ma wymiar graniczny dolny A_o, a wałek wymiar graniczny górny B_w.

Luz graniczny maksymalny (największy) L_{max} (wzór 3.3) powstanie, jeżeli otwór ma wymiar graniczny górny B_o, a wałek wymiar graniczny dolny A_w.

Jeżeli wartość luzu jest ujemna, to mamy do czynienia z wciskiem. Dla połączeń ciasnych luz minimalny stanie się maksymalnym wciskiem, a luz maksymalny wciskiem minimalnym.

Pasowanie oznacza się przez podanie tolerancji otworu łamanej przez tolerancję wałka, np. 25H6/g7, co oznacza skojarzenie wałka 25g7 i otworu 25H6.

Suma tolerancji wałka i otworu tworzących połączenie stanowi tolerancję pasowania

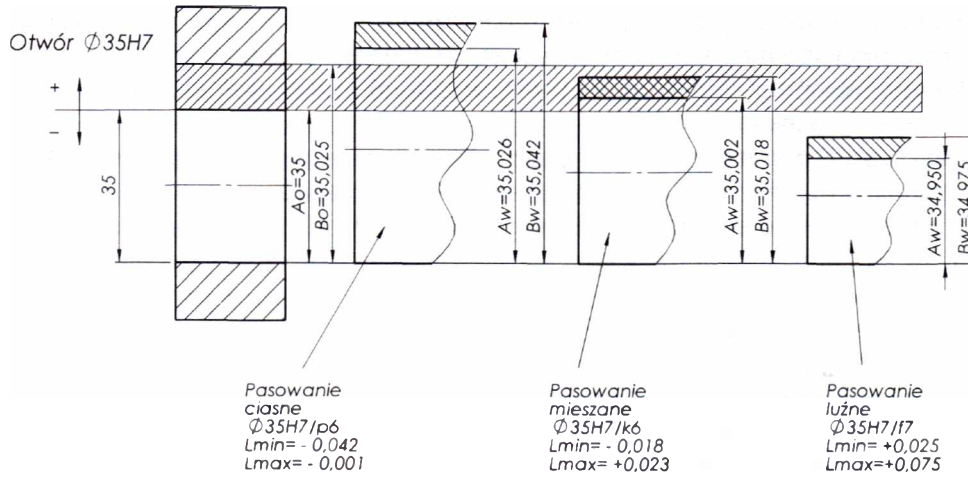
$$T_p = T_o + T_w \tag{3.4}$$

gdzie:
T_o – tolerancja otworu,
T_w – tolerancja wałka.

Jest ona jednocześnie równa różnicy luzów granicznych.

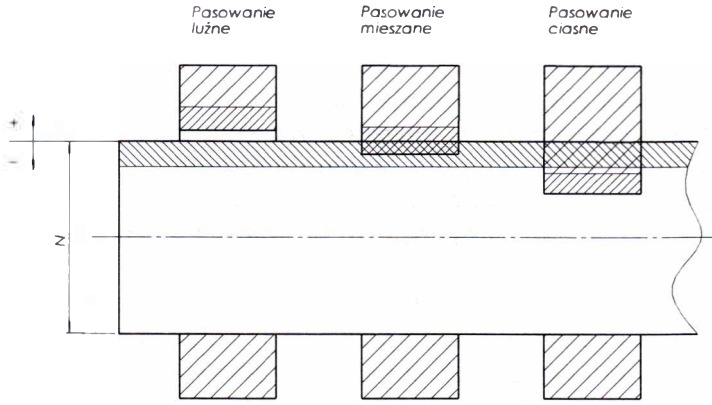
Podstawowe zasady pasowania części

Zasada stałego otworu – średnicę otworu toleruje się zawsze w głąb materiału, $EI = 0$ (tolerowanie asymetryczne H); żądane pasowanie uzyskuje się poprzez dobranie odchyłek wałka. Przykłady: 16H7/e8 – pasowanie luźne, 16H8/h8 – pasowanie mieszane, 16H7/r6 – pasowanie ciasne.



Rys. 3.6. Położenie pól tolerancji przy pasowaniu według zasady stałego otworu

Zasada stałego wałka – średnicę wałka toleruje się zawsze w głąb materiału, es = 0 (tolerowanie asymetryczne *h*); żądane pasowanie uzyskuje się poprzez dobranie odchyłek otworu. Przykłady: 16F8/h6 – pasowanie luźne, 16M7/h6 – pasowanie mieszane, 16S7/h6 – pasowanie ciasne.



Rys. 3.7. Położenie pól tolerancji przy pasowaniu według zasady stałego wałka

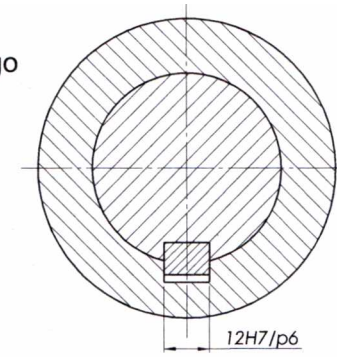
Symbole tolerancji:
(A – H), (a – h) – dotyczą pasowań luźnych,
(J – N), (j – n) – dotyczą pasowań mieszanych,
(P – U), (p – u) – dotyczą pasowań ciasnych.

W budowie maszyn częściej stosuje się zasadę stałego otworu niż zasadę stałego wałka. Ponieważ łatwiej jest skorygować wymiar zewnętrzny niż wewnętrzny, zasada stałego otworu umożliwia zmniejszenie liczby rozmiarów narzędzi (np. wierteł, rozwiertaków i sprawdzianów do pomiaru otworów). Jej zaletą jest możliwość stosowania uniwersalnych narzędzi obróbkowych, zwłaszcza

przy produkcji jednostkowej i małoseryjnej. Dopiero produkcja masowa i wielkoseryjna daje możliwość zastosowania specjalistycznych narzędzi, przy których nie będzie problemu z dopasowaniem otworów do istniejącego wałka. Zarazem tworzy to producentowi szansę na zachowanie wyłączności w produkcji części zamiennych. Zachowanie odpowiedniego pasowania umożliwi długotrwałą, poprawną pracę skojarzenia wałka z otworem, czyli właściwą jakość części zamiennych. Zasadę stałego wałka stosuje się w przypadku potrzeby osadzenia wielu elementów na wałku, którego średnica na pewnej długości jest stała.

Pasowania normalne

Przykłady pasowań normalnych wg zasady stałego otworu podano w tablicy 3-1.



Rys. 3.8. Przykład pasowania według zasady stałego otworu

Tablica 3-1

Pasowania normalne wg zasady stałego otworu

Rodzaj pasowania	H5	H6	H7	H8	H9	H10	H11	H12
Luźne	H5/g6	H6/f6	H7/c8	H8/c8	**H9/d9**	H10/d10	H11/a11	H12/b12
	H5/h4	H6/g5	H7/d8	H8/d8	H9/e8	H10/h9	H11/b11	H12/h12
		H6/h5	**H7/e8**	H8/d9	H9/e9	H10/h10	H11/c11	
			H7/f7	H8/e8	H9/f8		**H11/d11**	
			H7/g6	H8/e9	H9/f9		**H11/h11**	
			H7/h6	H8/f8	H9/h8			
				H8/f9	H9/h9			
				H8/h7				
				H8/h8				
				H8/h9				
Mieszane	H5/js4	H6/js5	**H7/js6**	H8/js7				
	H5/k4	H6/k5	H7/k6	**H8/k7**				
	H5/m4	H6/m5	H7/m6	H8/m7				
	H5/n4	H6/n5	**H7/n6**	H8/n7				
Ciasne		H6/p5	**H7/p6**	H8/s7				
		H6/r5	**H7/r6**	H8/u8				
		H6/s5	**H7/s6**	H8/x8				
			H7/s7	H8/z8				
			H7/t6					
			H7/u7					

Przykłady pasowań normalnych wg zasady stałego wałka podano w tablicy 3-2.

Tablica 3-2

Pasowania normalne wg zasady stałego wałka

Rodzaj pasowania	h4	h5	h6	h7	h8	h9	h10	h11	h12
Luźne	G5/h4	F7/h5	D8/h6	D8/h7	D8/h8	D9/h9	D10/h10	A11/h11	B12/h12
	H5/h4	G6/h5	E8/h6	E8/h7	D9/h8	D10/h9	H10/h10	B11/h11	H12/h12
		H7/h5	F7/h6	F8/h7	E8/h8	E9/h9		C11/h11	
			F8/h6	**H8/h7**	**E9/h8**	F9/h9		D11/h11	
			G7/h6		F8/h8	H8/h9		**H11/h11**	
			H7/h6		F9/h8	H9/h9			
					H8/h8	H10/h9			
					H9/h8				
Mieszane	Js5/h4	Js6/h5	Js7/h6	Js8/h7					
	K5/h4	K6/h5	**K7/h6**	K8/h7					
	M5/h4	M6/h5	**M7/h6**	M8/h7					
	N5/h4	N6/h5	**N7/h6**	N8/h7					
Ciasne		P6/h5	**P7/h6**	U8/h7					
			R7/h6						
			S7/h6						

Literami pogrubionymi oznaczono pasowania uprzywilejowane.

Pasowania należy dobierać tak, aby pola tolerancji wałków i otworów w tablicach zgodnie z PN-ISO 1829 były obwiedzione grubą linią.

Tablica 3-3

Własności i dobór pasowań

Symbol pasowania	Właściwości połączenia	Przykłady zastosowania
U8/h7 **H8/s7** **S7/h6** **H7/r6** **R7/h6**	Części są mocno połączone z dużym wciskiem. Ich montaż wymaga dużych nacisków lub nagrzewania albo oziębiania części w celu uzyskania połączenia skurczowego. Połączenie jest trwałe nawet w przypadku dużych sił i nie wymaga dodatkowych zabezpieczeń.	Łączenie kół zębatych, tarcz sprzęgieł, wieńców kół z tarczami, tulei z piastami itp.
H7/p6 **P7/h6**	Części są mocno połączone, ich montaż wymaga dużych nacisków, demontaż jest przewidziany tylko podczas głównych remontów. Stosowane jest dodatkowe zabezpieczenie przed przemieszczeniem części pod wpływem dużych sił.	Koła zębate napędowe na wałach ciężkich maszyn (wstrząsarki, łamacze kamieni), tuleje łożyskowe, kołki, pierścienie ustalające, wpusty itp.
H7/n6 **N7/h6**	Montaż części oraz ich rozdzielenie wymaga dużego nacisku. Ponieważ może wystąpić luz, należy części zabezpieczyć przed przemieszczeniem.	Tuleje łożyskowe w narzędziach, wieńce kół z kołami, dźwignie i korby na wałach, tuleje w korpusach maszyn, koła i sprzęgła na wałach.

Tablica 3-3 (cd.)

Symbol pasowania	Właściwości połączenia	Przykłady zastosowania
H7/m6 M7/h6	Części są mocno osadzone. Łączenie i rozłączanie wykonywane jest poprzez mocne uderzenia ręcznym młotkiem. Części należy zabezpieczyć przed przemieszczeniem.	Wewnętrzne pierścienie łożysk tocznych, koła pasowe, koła zębate, tuleje, dźwignie, osadzane na wałach, korby, sworznie tłokowe, sworznie łączące, kołki ustalające itp.
H7/k6	Części przywierają do siebie, montaż i demontaż nie wymaga dużej siły. Części należy zabezpieczyć przed przemieszczeniem.	Wewnętrzne pierścienie łożysk tocznych, części sprzęgieł, koła pasowe, koła zamachowe, dźwignie ręczne na wałach, kołki śruby, sworznie ustalające itp.
H7/j6 J7/h6	Montaż części wymaga lekkich uderzeń młotka lub można go wykonać ręką. Pasowanie przeznaczone dla części o częstym montażu i demontażu. Konieczne jest zabezpieczenie łączonych części przed przemieszczeniem.	Zewnętrzne pierścienie łożysk tocznych osadzane w osłonach, koła zębate wymienne i koła pasowe na wałach, często wymieniane tuleje łożyskowe, panewki itp.
H7/h6	Części po nasmarowaniu można ręcznie przesuwać względem siebie. Pasowanie nadaje się do tych połączeń, które powinny umożliwiać wolne przesuwanie części względem siebie.	Zewnętrzne pierścienie łożysk tocznych, pierścienie uszczelniające, prowadzenia różnego rodzaju, łożyska ślizgowe z bardzo małym luzem, narzędzia na trzpieniach itp.

3.4. Tolerowanie kształtu, kierunku, położenia i bicia

Podczas produkcji nie tylko wymiary są wykonywane z określoną tolerancją. Kształt powierzchni rzeczywistego wyrobu jest także tylko w przybliżeniu zgodny z założonym przez konstruktora. Biorąc pod uwagę niedokładności wynikające z luzów w maszynach produkcyjnych, czy niedokładności związane z samą obróbką skrawaniem, otrzymujemy wyrób o kształcie, który tylko wizualnie przypomina oczekiwany. Jeżeli zaczniemy go mierzyć za pomocą dokładnych narzędzi, otrzymamy wyniki potwierdzające przypuszczenia. Przykładowo, koło może okazać się elipsą, a walec stożkiem ściętym. Ponieważ bardzo trudne, a nawet mało prawdopodobne jest uzyskanie projektowanych kształtów, stąd wynika konieczność określenia możliwych odchyłek kształtu, kierunku, położenia i bicia.

W tablicy 3-4 przedstawiono wybrane symbole tolerancji kształtu.

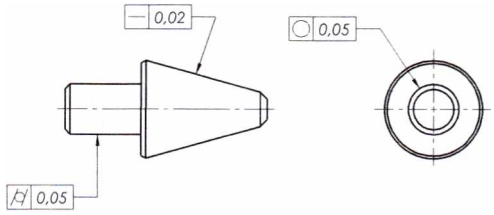
Tolerancję kształtu podaje się na rysunkach umownie w postaci ramki prostokątnej, wykonanej linią ciągłą cienką, która jest podzielona na dwa pola.

W pierwszym polu umieszcza się znak (symbol) rodzaju tolerancji, w drugim wartość liczbową odchyłki w milimetrach. Ramkę tolerancji łączy się z przedmiotem linią pomocniczą za pomocą linii odniesienia zakończonej strzałką. Linia odniesienia jest doprowadzona do elementu tolerowanego zawsze pod kątem prostym i zawsze dotyczy tylko jednego elementu. Linia odniesienia jest przedłużeniem jednego z boków pierwszego pola ramki lub może być doprowadzona do środka jednego z boków (lewego lub prawego) ramki (rys. 3.9)

Tablica 3-4

Symbole tolerancji kształtu

Tolerancje kształtu	
—	prostoliniowości
▱	płaskości
○	okrągłości
⌭	walcowości
⌒	kształtu wyznaczonego zarysu
⌓	kształtu wyznaczonej powierzchni



Rys. 3.9. Przykłady zastosowania tolerancji kształtu

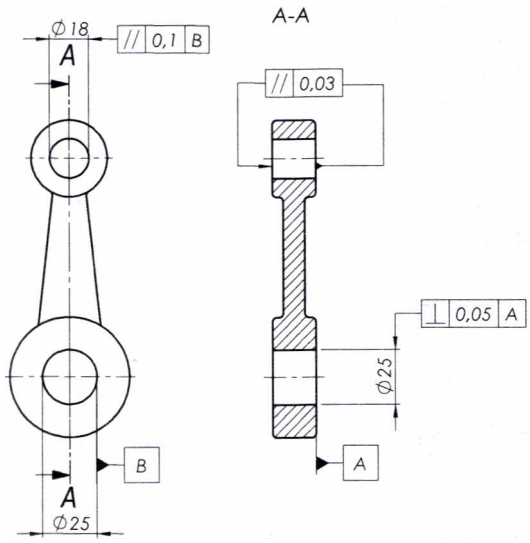
Tolerancję kierunku oznacza się tak, jak w przypadku tolerowania kształtu przez podanie w ramce znaku tolerancji i jej wartości liczbowej. Jednak wiąże się ją z dwoma elementami: elementem odniesienia (bazą pomiarową) i elementem tolerowanym. Bazę pomiarową oznacza się za pomocą trójkąta równobocznego zamalowanego na czarno. Stosuje się natomiast kilka sposobów łączenia ramki z elementami tolerowanymi. Można stosować łączenie cienką linią, podobnie jak przy błędach kształtu, lub gdy połączenie jest niedogodne, można zastosować na rysunku oddzielne oznaczenie bazy, a w ramce dorysowuje się jedno pole z oznaczeniem takim samym jak baza (patrz rys. 3.10). Symbole tolerancji kierunku przedstawiono w tablicy 3-5.

Tablica 3-5

Symbole tolerancji kierunku

Tolerancje kierunku	
//	równoległości
⊥	prostopadłości
∠	nachylenia
⌒	kształtu wyznaczonego zarysu
⌓	kształtu wyznaczonej powierzchni

Tolerancję położenia oznacza się tak jak tolerancję kierunku (rys. 3.11; tabl. 3-6).

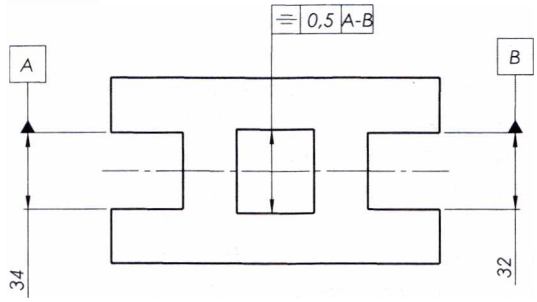


Rys. 3.10. Przykłady zastosowania tolerancji kierunku

Tablica 3-6

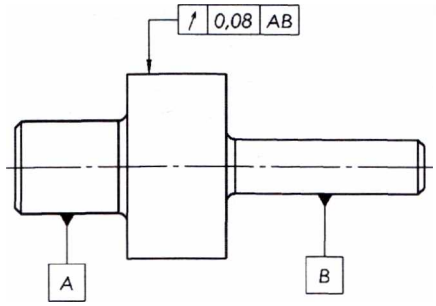
Symbole tolerancji położenia

Tolerancje położenia	
⌖	pozycji
◎	współśrodkowości
◎	współosiowości
⌯	symetrii
⌒	kształtu wyznaczonego zarysu
⌓	kształtu wyznaczonej powierzchni



Rys. 3.11. Przykład zastosowania tolerancji położenia

Tolerancję bicia oznacza się tak jak tolerancję położenia (patrz rys. 3.12; tabl. 3-7). Czasem zdarza się, że trzeba użyć dwóch znaków tolerancji, wtedy wpisuje się je w pierwsze pole obok siebie. Pozostałe oznaczenia się nie zmieniają.



Rys. 3.12. Przykład zastosowania tolerancji bicia

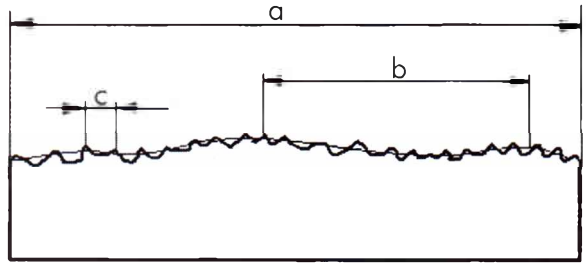
Tablica 3-7

Symbole tolerancji bicia

Tolerancje bicia	
↗	bicia promieniowego bicia osiowego bicia w wyznaczonym kierunku
⌰	bicia promieniowego całkowitego bicia osiowego całkowitego

3.5. Geometryczna struktura powierzchni (GSP)

Nawet najbardziej dokładnie obrobione powierzchnie mają nierówności w postaci wgłębień i wzniesień. Zbiór wszystkich nierówności powierzchni rzeczywistej nazywa się **geometryczną strukturą powierzchni**. Za pomocą odpowiednich przyrządów pomiarowych te nierówności można odwzorować, otrzymując tzw. pierwotny profil powierzchni. Na otrzymanym profilu wyodrębnia się trzy klasy nieregularności, którymi są: chropowatość, falistość i błędy kształtu (rys. 3.13).



Rys. 3.13. Obraz nierówności powierzchni w dużym powiększeniu
a – błąd kształtu, *b* – falistość, *c* – chropowatość

Jak widać na rysunku profile chropowatości i falistości różnią się przede wszystkim długością fali, czyli odstępami między nierównościami.

Chropowatość powierzchni, oznaczana literą *R*, jest zbiorem bardzo drobnych wzniesień i zagłębień (mikronierówności) występujących na niej. Chropowatość powierzchni jest ściśle związana ze sposobem wytwarzania przedmiotów, a zwłaszcza z rodzajem obróbki ich powierzchni. Wysokość nierówności mierzy się w mikrometrach (μm), ale czasem może ona osiągać nawet milimetry, np. na powierzchni części odlewanych.

Parametrem określającym nieco większe nierówności jest **falistość** oznaczana literą *W*. Nierówności mierzalne warsztatowymi przyrządami pomiarowymi, związane z błędem profilu pierwotnego, opisuje się za pomocą błędów kształtu. Ponieważ trudno opisać coś tak zmiennego jak powierzchnia, ustalono dwa podstawowe parametry, które ją charakteryzują. Są to:
– średnia arytmetyczna rzędnych profilu chropowatości, falistości i pierwotnego – *Ra*, *Wa*, Pa,
– największa wysokość profilu chropowatości, falistości i pierwotnego – *Rz*, *Wz*, *Pz*.

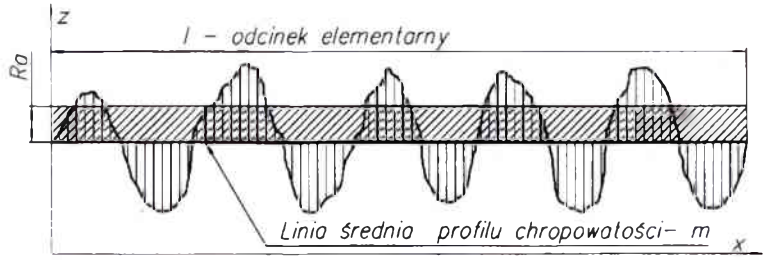
W praktyce warsztatowej najczęściej wykorzystuje się parametry chropowatości *Ra* i *Rz* oraz błędy kształtu, kierunku, położenia i bicia opisane w podrozdziale 3.4.

Do określenia chropowatości powierzchni najczęściej wykorzystuje się parametr *Ra*, czyli średnie arytmetyczne odchylenie profilu chropowatości od linii średniej w zakresie odcinka elementarnego.

$$Ra = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|z_i| \tag{3.5}$$

gdzie:
n – liczba punktów pomiarowych,
z_i – odchylenie i-tego punktu profilu.

W dużym powiększeniu powierzchnię przedmiotu wraz z graficzną interpretacją parametru *Ra* pokazano na rysunku 3.14. Można tu zaobserwować linię średnią profilu, czyli linię dzielącą profil na dwie równe części oraz odcinek elementarny, na długości którego dokonujemy pomiaru.



Rys. 3.14. Szkic profilu chropowatości powierzchni – określenie parametru *Ra*

Wzór (3.5) można również zapisać inaczej, w sposób przypominający obliczenie średniej ocen na świadectwie szkolnym.

$$Ra = \frac{1}{n}|z_1 + z_2 + z_3 + ... + z_n| \tag{3.6}$$

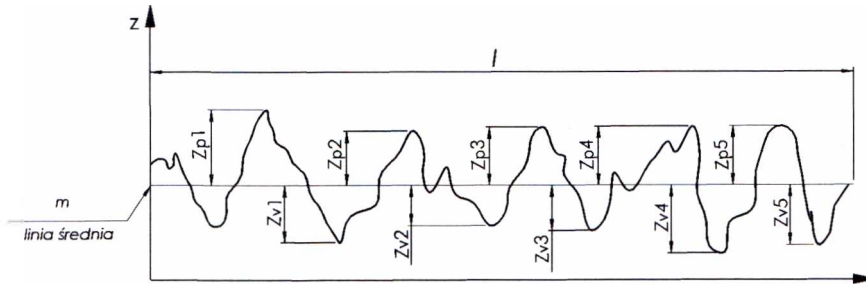
Linia średnia dzieli profil chropowatości na dwie równe części: górną i dolną tak, że w przedziale odcinka elementarnego suma kwadratów odchyleń z od tej linii jest minimalna. Długość odcinka pomiarowego jest znormalizowana i wynosi 0,08; 0,25; 0,8; 2,5; 8; 25 mm.

Do określania chropowatości służy także parametr *Rz* – jest to suma dwóch wielkości: największego wzniesienia profilu *Zp* oraz najniższego wgłębienia profilu *Zv* w przedziale odcinka elementarnego *l*.

$$Rz = Zp + Zv \tag{3.7}$$

Przykładowe wielkości niezbędne do obliczenia parametru *Rz* pokazano na rysunku 3.15. Na długości odcinka elementarnego widać największe wzniesienie *Zp1* oraz największe wgłębienie *Zv4*, czyli dla tego przykładu

$$Rz = Zp1 + Zv4$$



Rys. 3.15. Szkic profilu chropowatości powierzchni – określenie parametru *Rz*

Parametr *Rz* oblicza się na podstawie największych odchyleń od linii średniej. Można się spodziewać, że jego wartości będą kilkakrotnie większe od wartości parametru *Ra* uwzględniającego wszystkie nierówności. Wartości parametrów nie są dowolne, ale ściśle określone wg normy. Szereg najczęściej spotykanych wartości oraz ich porównanie podano w tablicy 3-8.

Tablica 3-8

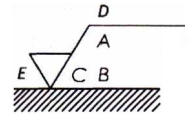
Najczęściej spotykane wartości parametrów *Ra i Rz*

Parametr	Wartości liczbowe											
Ra [μm]	20	10	5	2,5	1,25	0,63	0,32	0,16	0,08	0,04	0,02	0,01
Rz [μm]	80	40	20	10	6,3	3,2	1,6	0,8	0,4	0,2	0,1	0,05

Jak wynika z zestawienia, wartości parametru *Ra* są 4 do 5 razy mniejsze od wartości parametru *Rz*. Przy ustalaniu wymaganej chropowatości bierze się pod uwagę m.in. wartości tolerancji wykonania oraz koszty obróbki.

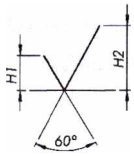
Oznaczenia rysunkowe chropowatości powierzchni

Podstawowy symbol graficzny chropowatości składa się z dwóch linii – lewej krótszej i prawej dłuższej – nachylonych pod kątem 60° do poziomu i przypominających literę *V*. Istnieje kilka odmian graficznych tego znaku (patrz rys. 3.16) z uwagi na narzucony sposób otrzymywania określonej powierzchni. Informacje podane przy znaku chropowatości należy interpretować następująco:
A – górna odchyłka GSP (np. *Rz* 6,6...),
B – dolna odchyłka GSP – rzadko stosowana (np. *Ra* 1,6...),

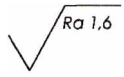


Przykład zapisu GSP

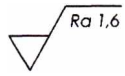
H1=1,4h gdzie: h - wysokość pisma na rysunku
H2=(2,1-2,2)H1



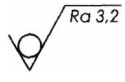
Symbol podstawowy - jest stosowany bez żadnych opisów w zbiorczych oznaczeniach chropowatości



Symbol otwarty oznacza, że obojetne jest czy uzyskanie żądanej chropowatości będzie związane ze zdjęciem materiału czy też nie.



Symbol zamknięty oznacza, że uzyskanie żądanej chropowatości musi być związane ze zdjęciem warstwy materiału.

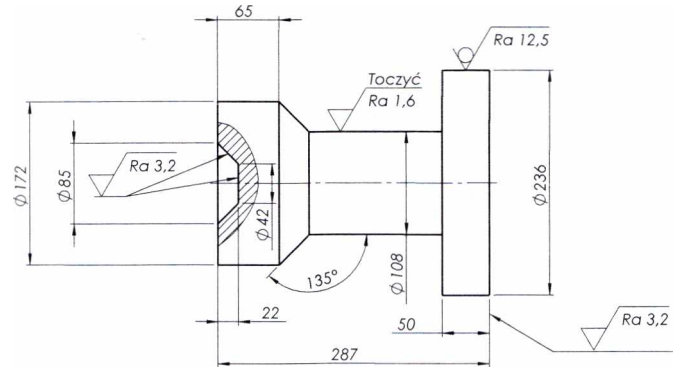


Symbol z okręgiem oznacza, że uzyskanie żądanej chropowatości odbędzie się bez zdjęcia warstwy materiału.

Rys. 3.16. Symbole graficzne chropowatości

C – kierunek nierówności powierzchni, inaczej struktura jaką tworzą linie na powierzchni przedmiotu pozostałe po obróbce (np. M, X, C),
D – sposób zdjęcia warstwy materiału (np. frezować, toczyć),
E – naddatek obróbkowy (w mm) nie mniejszy niż podana wartość (np. 0,4).

Przykład użycia znaków chropowatości pokazano na rysunku 3.17. W prawej dolnej części rysunku podano chropowatość wszystkich powierzchni, których nie oznaczono bezpośrednio na rysunku. Podany w nawiasie okrągłym ogólny znak chropowatości informuje o występowaniu na rysunku innych parametrów niż *Ra* 2,5. Należy zapoznać się z nimi, czytając rysunek.



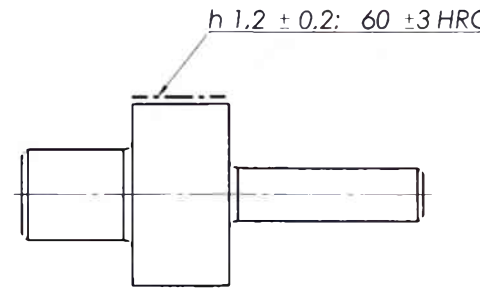
Rys. 3.17. Przykłady oznaczeń chropowatości

Znaki chropowatości nie dotyczą wszystkich powierzchni. Oznacza się nimi głównie te, które współpracują z innymi elementami lub są ważne pod względem estetycznym. Zmniejszanie chropowatości powierzchni pociąga za sobą wzrost kosztów wytwarzania.

W razie konieczności rysunek techniczny powinien również zawierać zapis parametrów obróbki cieplnej oraz oznaczenia powłok nałożonych na powierzchnie przedmiotów.

Oznaczenia dotyczące obróbki cieplnej (patrz rys. 3.18) powinny uwzględniać głębokość warstwy poddanej obróbce w milimetrach oraz twardość podaną wg skali Rockwella, Brinella lub Vickersa (np. 58 HRC).

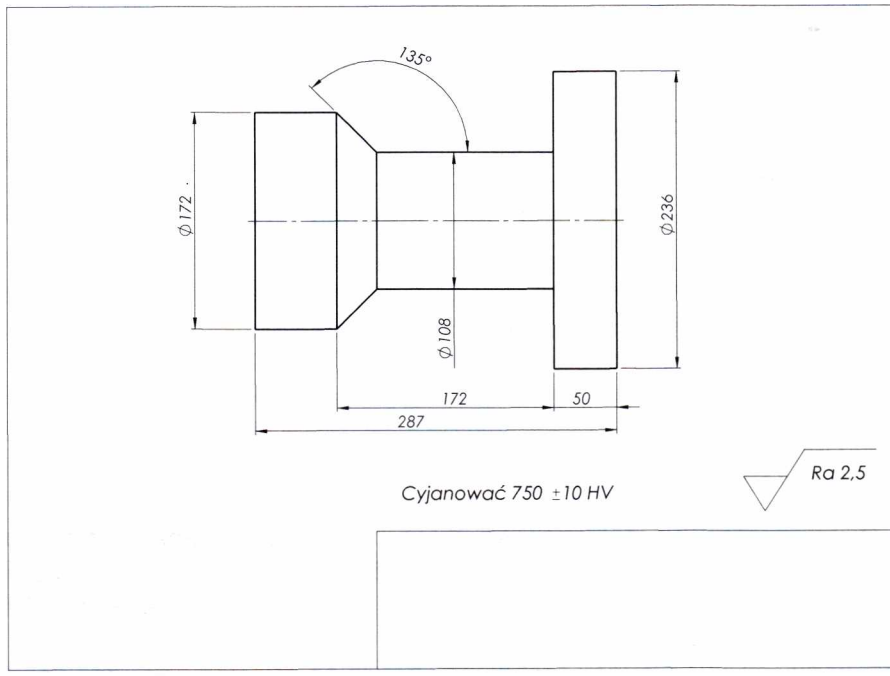
Jeśli ważny jest sposób uzyskania określonej warstwy, to dodatkowo można zapisać rodzaj obróbki (np. „Cyjanować 750 ±10 HV"). Można wnioskować, że konstruktor narzuca technologię wytworzenia elementu, gdyż ma ku temu jakieś ważne powody.



Rys. 3.18. Przykład oznaczenia obróbki cieplnej

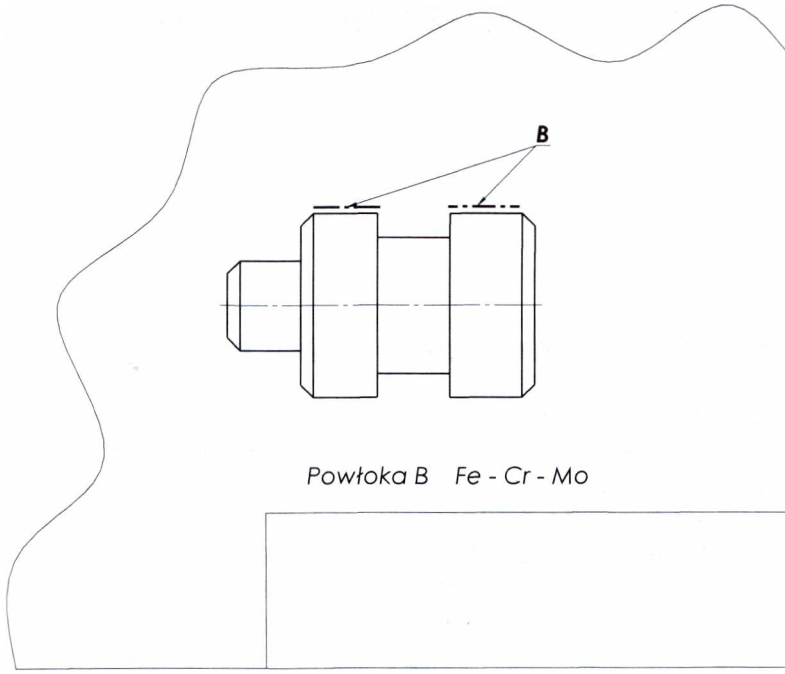
Parametry dotyczące całości przedmiotu zapisujemy na rysunku nad tabelką (rys. 3.19). Nie trzeba zaznaczać oddzielnie powierzchni przedmiotu. W sytuacji, gdy obróbka cieplna dotyczyć ma określonej powierzchni, stosuje się zapis nad linią odniesienia. Odnośnik wyprowadza się z linii punktowej grubej narysowanej w odległości ok. 1 mm nad powierzchnią, której ta informacja dotyczy. W celu uproszczenia zapisu w przedmiotach obrotowych i symetrycznych linię punktową grubą zaznacza się tylko po jednej stronie.

Ze względów zarówno estetycznych, jak i praktycznych często stosuje się pokrycia ochronne oraz ochronno-dekoracyjne. Bywa również, że dokonuje się na-



Rys. 3.19. Przykład przedmiotu, w którym twardość na całej powierzchni uzyskuje się przez cyjanowanie

praw poprzez nałożenie warstwy materiału. W obydwu przypadkach istnieje konieczność przekazania informacji dotyczących powłoki. Można to zapisać w formie podobnej, jak przy obróbce cieplnej. Powłokę zaznaczamy linią grubą punktową, natomiast opis, o ile nie mieści się na odnośniku, można umieścić nad tabelką (rys. 3.20).



Rys. 3.20. Przykład powłoki ochronnej chromowo-molibdenowej

3.6. Pytania kontrolne i ćwiczenia

1. Jak wyjaśnisz pojęcia tolerancji, odchyłek i wymiarów granicznych?
2. Jakie są sposoby opisu tolerancji wymiaru?
3. Co i jak definiuje zasada rozkładu pól tolerancji?
4. Jakie wyróżniamy rodzaje pasowań?
5. Na czym polega zasada stałego wałka i stałego otworu?
6. Podaj przykładowy dobór pasowania luźnego, mieszanego i ciasnego wg zasady stałego otworu oraz wg zasady stałego wałka.
7. Podaj przykład zastosowania tolerancji kształtu.
8. Podaj przykład zastosowania tolerancji położenia.
9. Jakie znasz parametry chropowatości?
10. Oblicz dla wymiaru $21^{+0.05}_{+0.01}$ wartości wymiarów granicznych, odchyłek i tolerancję.
11. Na podstawie tabeli odchyłek określ wymiary graniczne, odchyłki i tolerancję dla wymiarów 45h6, 123g6, 35H6, 14H8.
12. Oblicz parametry pasowania dla: Ø54 H7/n6, Ø17 H7/h6, Ø44 H7/s6.
13. Dla wymiaru otworu Ø21 H7 dobierz taką tolerancję wałka, aby otrzymać pasowanie luźne, ciasne i mieszane.
14. Dla wymiaru 65H7 dobierz tolerancję wałka, aby otrzymać pasowanie ciasne lub mieszane.
15. Wykonaj rysunek wykonawczy wałka z uwzględnieniem (np. walcowości) i położenia (np. prostopadłości) oraz chro[illegible]

4. Podstawy mechaniki technicznej

4.1. Podstawowe wiadomości o siłach

Siłą nazywamy mechaniczne oddziaływanie jednego ciała na drugie. Oddziaływanie to może być bezpośrednie, zachodzące przy zetknięciu się ciał, lub pośrednie, czyli na odległość. Oddziaływaniem pośrednim jest np. ciężar ciała, czyli siła, z którą Ziemia przyciąga masę danego ciała.

Siła jest wektorową wielkością mechaniczną, oznaczaną wielką literą, np. $\vec{F}$ lub $\vec{P}$ ze znakiem strzałki nad tą literą, co oznacza, że jest to wielkość wektorowa. Do pełnego określenia siły należy podać jej następujące cechy:
– wartość,
– kierunek, czyli linię działania,
– zwrot działania,
– punkt zaczepienia.

Jednostką siły jest niuton (N). **Jeden (1) niuton** jest to siła, która ciału o masie 1 kg nadaje przyspieszenie 1 m/s^2.

Siła ciężkości jest iloczynem masy ciała i przyspieszenia ziemskiego, będącego wielkością wektorową:

$$\vec{G} = m\,\vec{g} \tag{4.1}$$

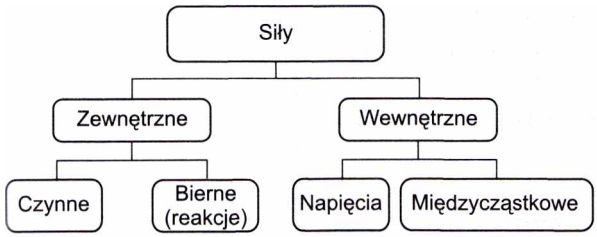
gdzie:
$\vec{G}$ – siła ciężkości w N,
m – masa ciała w kg,
$\vec{g}$ – przyspieszenie ziemskie, którego wartość przyjmuje się za stałą, równą 9,81 m/s^2.

4.1.1. Podział sił

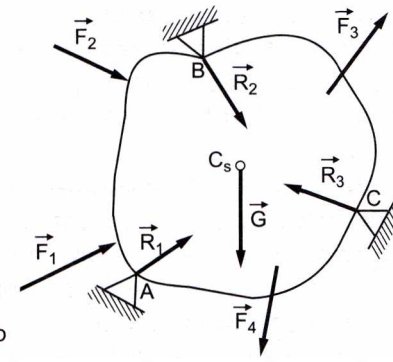
Podział (rodzaje) występujących sił przedstawiono na rysunku 4.1.

Do pełniejszego zrozumienia tego podziału posłuży nam układ sił przedstawiony na rysunku 4.2.

Na rysunku 4.2 pokazano ciało o ciężarze G (zaczepionym w środku ciężkości C_s), podparte w trzech punktach: A, B i C. Na ciało działają siły F_1, F_2, F_3, F_4, G, a w punktach podparcia działają siły R_1, R_2, R_3, które nazywamy reakcjami. Wszystkie siły zaznaczone na rysunku są działaniami pochodzącymi z zewnątrz (od innych ciał), dlatego nazywają się **siłami zewnętrznymi**. Siły zewnętrzne dzielą się na **czynne** F_1, F_2, F_3, F_4, G, dążące do wywołania ruchu lub jego zmiany, oraz



Rys. 4.1. Rodzaje sił

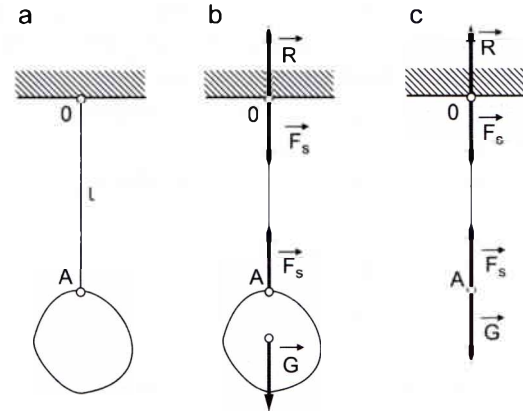


Rys. 4.2. Siły zewnętrzne działające na ciało

bierne R_1, R_2, R_3 zwane reakcjami, działające przeciw ruchowi i występujące w punktach podparcia. Reakcje pojawiają się w miejscach podparcia w chwili pojawienia się sił zewnętrznych i znikają, gdy siły zewnętrzne przestają działać.

We wnętrzu każdego ciała działają **siły wewnętrzne**. Są nimi siły **międzycząsteczkowe**, czyli wzajemnego oddziaływania pomiędzy poszczególnymi cząsteczkami jego materii, a także siły **napięcia** powstające wewnątrz ciała na skutek wywierania na nie sił zewnętrznych.

Wyobraźmy sobie układ składający się z nici swobodnie zwisającej o długości *l*. Pomijając ciężar nici, jedynymi siłami w tym układzie są siły międzycząsteczkowe, działające wewnątrz nici. Gdy na wolnym końcu nici zostanie zawieszone ciało o ciężarze *G* (rys. 4.3a), to pod wpływem siły *G* powstanie siła wewnątrz nici, zwana siłą napięcia. W miejscu zamocowania nici (punkt *O*) wystąpi reakcja *R*. Siły zewnętrzne *G* i *R* wzajemnie się równoważą, nić pozostaje w spoczynku. W punktach *A* i *O* pojawią się siły F_s równe co do wartości, lecz o przeciwnych zwrotach. Siły F_s są siłami napięcia (rys. 4.3b, c).



Rys. 4.3. Siły wewnętrzne

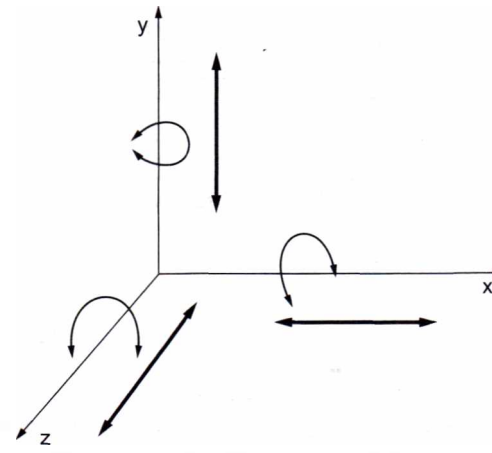
4.1.2. Więzy i reakcje więzów

Każde ciało mogłoby się swobodnie przemieszczać w przestrzeni, jednak najczęściej ruch ciał ograniczają pewne przeszkody. Przeszkody ograniczające ruch swobodny ciała nazywamy **więzami**. Ciało, które nie może się swobodnie poruszać w przestrzeni, nazywa się **ciałem nieswobodnym**. Ciało mogące swobodnie poruszać się w przestrzeni nazywa się **ciałem swobodnym**.

Każde ciało swobodne ma w przestrzeni sześć stopni swobody. **Stopnie swobody** są to ruchy, które ciało może wykonywać bez ograniczeń w prze-

strzennym układzie współrzędnych. Ciało swobodne może dowolnie przesuwać się wzdłuż osi *x*, *y*, *z* oraz obracać się swobodnie wokół tych osi (rys. 4.4).

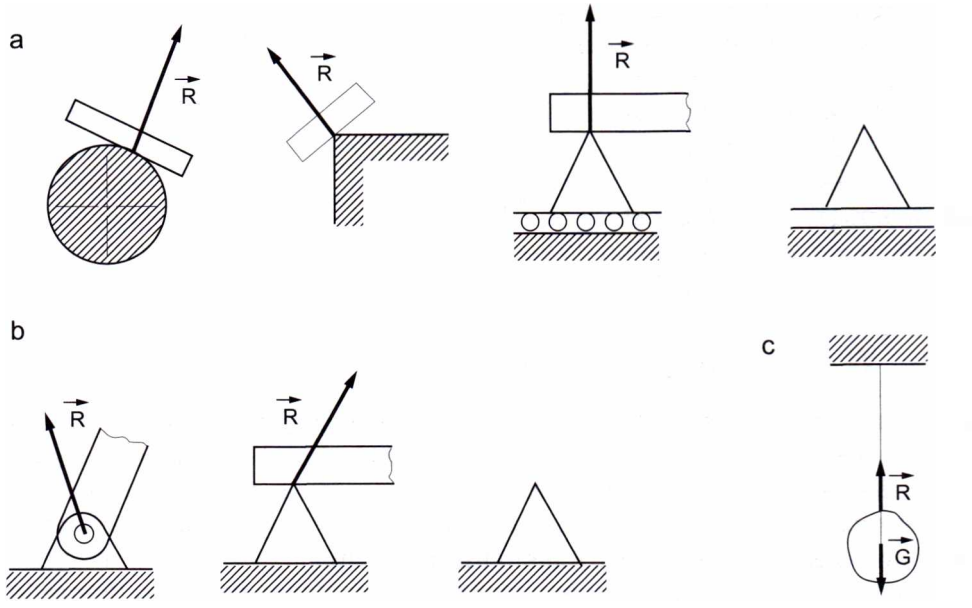
Więzy odbierają ciału swobodę ruchu, czyli ograniczają stopnie swobody. Książka leżąca na ławce ma trzy stopnie swobody i działają na nią więzy. Nie odrywając jej od powierzchni ławki, można ją przesuwać na płaszczyźnie, tzn. wzdłuż dwóch osi i swobodnie obracać wokół jednej osi. Koło tylnej osi samochodu ma jeden stopień swobody, może się obracać tylko wokół jednej osi.



Rys. 4.4. Stopnie swobody ciała (możliwości przesuwu i obrotu w trójwymiarowej przestrzeni)

Więzy, ograniczając swobodę ciała, działają na nie pewnymi siłami. Równocześnie ciało, zgodnie z zasadą akcji i reakcji, oddziałuje na więzy takimi samymi siłami, jakimi więzy działają na ciało. Siły, którymi więzy oddziałują na ciało, nazywamy reakcjami więzów. Ogólnie więzy można podzielić na trzy grupy.

– **Podpory ruchome,** umożliwiające przesunięcie ciała (rys. 4.5a). Do tego rodzaju więzów należą m.in. podparcie na idealnie gładkiej powierzchni, podparcie na ostrzu, podparcie na łożysku. Cechą wspólną tych więzów jest to, że reakcja podpory ruchomej jest zawsze zaczepiona w punkcie styczności pod-



Rys. 4.5. Rodzaje więzów

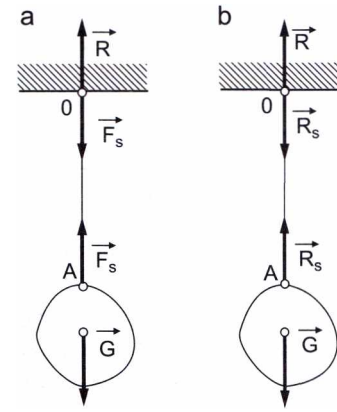
pory z ciałem i prostopadła do powierzchni podparcia. Podpory te oznacza się za pomocą równobocznego trójkąta podkreślonego dodatkową linią (patrz rysunek).

- **Podpory stałe**, czyli podpory które uniemożliwiają przesunięcie ciał, jednak umożliwiają obrót ciała wokół punktu podparcia (patrz rys. 4.5b). Należą do nich: przegub, łożysko stałe. Cechą wspólną tych więzów jest to, że reakcja podpory ruchomej jest zawsze zaczepiona w punkcie styczności podpory z ciałem i najczęściej nie jest prostopadła do powierzchni podparcia. Podpora ta jest oznaczana za pomocą równobocznego trójkąta, jak na rysunku.
- **Więzy wiotkie** są to podpory takie, jak liny, sznury, łańcuchy. Reakcja w tego rodzaju więzach jest zawsze skierowana wzdłuż osi tych więzów (patrz rys. 4.5c).

Podpory ruchome i więzy wiotkie charakteryzują się jedną niewiadomą reakcją podporową, zaś podpory ruchome, ze względu na nieznany kierunek działania siły reakcji, charakteryzują się dwiema niewiadomymi reakcjami podporowymi.

4.1.3. Uwalnianie ciała od więzów

Każde ciało nieswobodne można uczynić swobodnym poprzez uwolnienie go od więzów. Sposób uwalniania ciał od więzów zostanie przedstawiony na poznanym w poprzednim rozdziale przykładzie ciała zawieszonego na nici (rys. 4.6). Uwalnianie ciała od więzów polega na zastąpieniu więzów siłami – reakcjami więzów. Jeżeli zamiast trzymającej ciało nici zostanie wstawiona siła reakcji R_s, to na ciało będą działały tylko równoważne siły – siła ciężkości G i reakcji podpory R_s. W ten sposób ciało staje się ciałem swobodnym, które może swobodnie przemieszczać się w przestrzeni pod wpływem dodatkowej siły zewnętrznej. Jest to możliwe, gdyż podporę w postaci nici zastąpiła siła reakcji więzów R_s. Od więzów został również uwolniony element, na którym wisiała nić.



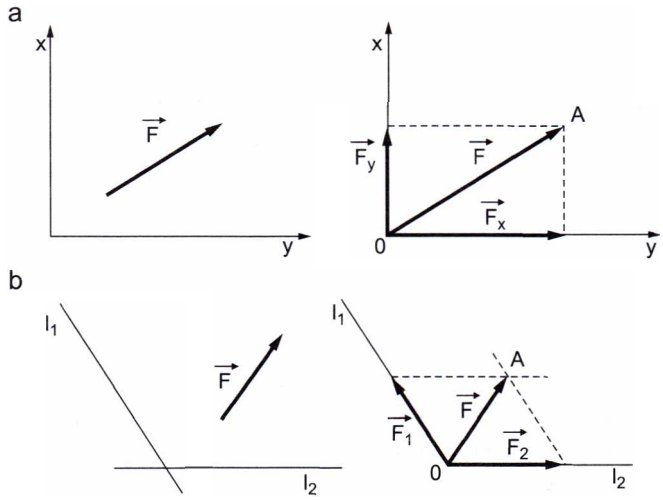
Rys. 4.6. Uwalnianie ciała od więzów

4.1.4. Rozkładanie siły na dwie składowe

Na początku zadajmy sobie pytanie, czy jedną siłę zewnętrzną można zastąpić innymi siłami w taki sposób, żeby nie zmienić skutku działania tej pojedynczej siły na ciało? Jest to możliwe i bardzo często stosowane w mechanice technicznej, jednak pod pewnymi warunkami – siły zastępujące jedną działającą siłę muszą być jej składowymi. Zastępowanie siły składowymi nazywamy **rozkładaniem siły na składowe**. W zależności od tego, czy siła jest ułożona na płaszczyźnie czy w przestrzeni, składowe siły rozkładanej mogą być odpowiednio dwie lub trzy.

Każdą siłę leżącą na płaszczyźnie można zastąpić dwiema siłami zwanymi siłami składowymi.

Zastąpienie jednej siły działającej na ciało dwiema siłami składowymi nie zmienia skutku oddziaływania tej siły na ciało, tzn. dwie składowe oddziałują na ciało tak samo jak pojedyncza siła, która została rozłożona. Rozkładanie sił na składowe ma szczególne znaczenie przy wyznaczaniu reakcji w podporach nieruchomych. Na rysunku 4.7a przedstawiono sposób rozkładania siły na dwie składowe, leżące na dwóch osiach układu współrzędnych, a na rysunku 4.7b rozkład siły na dwie składowe leżące na kierunkach l_1 i l_2.



Rys. 4.7. Rozkład siły na składowe w dwóch kierunkach

Rozkładanie dowolnej siły na dwie składowe przeprowadza się w następujący sposób.

- Początek siły rozkładanej należy przesunąć do punktu przecięcia się osi (kierunków), na które siła zostanie rozłożona (punkt *O*).
- Przez koniec siły rozkładanej (punkt *A*) kreśli się dwie proste równoległe do osi (kierunków), na które siła zostanie rozłożona.
- Od punktów przecięcia osi (kierunków) z wykreślonymi prostymi równoległymi rysuje się składowe siły rozkładanej tak, że początki sił składowych są zaczepione w punkcie *O*, czyli przecięcia osi (kierunków), a końce sił składowych znajdują się w punkcie przecięcia osi (kierunków) z wcześniej nakreślonymi liniami równoległymi.

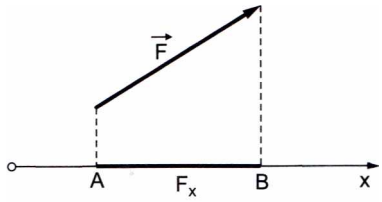
Składowe siły rozkładanej oznacza się tą samą dużą literą, którą została oznaczona siła rozkładana, dodając indeks osi lub kierunku, na której znajduje się ta składowa.

4.1.5. Rzuty sił na osie układu współrzędnych

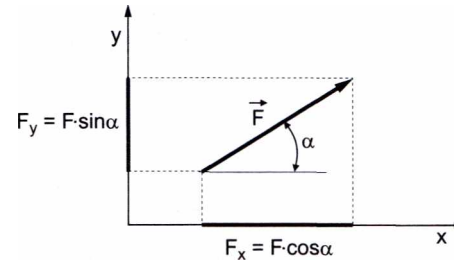
W obliczeniach mechanicznych, zwłaszcza podczas wyznaczania reakcji w podporach za pomocą równań równowagi, stosuje się rzuty sił na osie. **Rzutem si-**

ły na oś określa się odcinek na osi łączący rzut początku i końca danej siły na oś. Rzutem siły F na oś x (F_x) jest odcinek AB pokazany na rysunku 4.8.

W mechanice rzuty sił na osie układu współrzędnych występują dość często. Sposób rzutowania siły na osie układu współrzędnych pokazano na rysunku 4.9.



Rys. 4.8. Rzut siły na oś



Rys. 4.9. Rzut siły na osie współrzędnych

Korzystając z zależności geometrycznych przedstawionych na rysunku, można także obliczyć wartości rzutów sił na osie. Rzut siły F na oś x jest równy iloczynowi wartości tej siły i cosinusa kąta α zawartego między linią działania siły F oraz osią x.

$$F_x = F \cos \alpha \tag{4.2}$$

gdzie:

F_x – rzut siły F na oś x,

F – rzutowana siła,

α – kąt zawarty między linią działania siły F oraz osią x.

Rzut siły F na oś y jest równy iloczynowi wartości tej siły i sinusa kąta α zawartego między linią działania siły F oraz osią x.

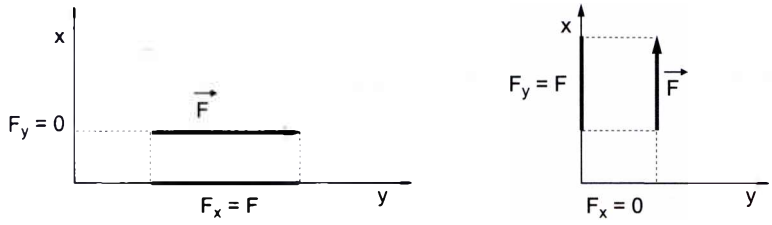
$$F_y = F \sin \alpha \tag{4.3}$$

gdzie:

F_y – rzut siły F na oś y,

F – rzutowana siła,

α – kąt zawarty między linią działania siły F oraz osią x.



Rys. 4.10. Przypadki szczególne rzutów sił na osie

W rzutach sił na oś x występują dwa **przypadki szczególne**, gdy siła F jest równoległa do osi x i gdy siła F jest prostopadła do tej osi (rys. 4.10).

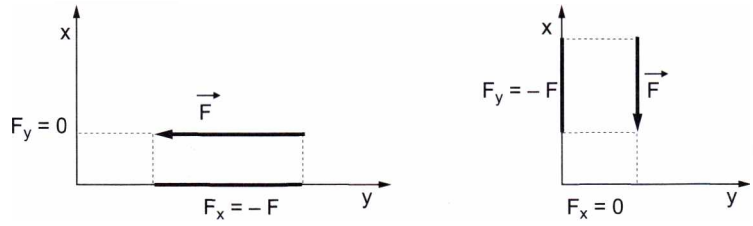
Rzut siły na dowolną oś do niej równoległą równa się wartości rzutowanej siły.

$$\begin{aligned} &F_x = F, \text{ gdyż: } F_x = F \cos 0° = F \cdot 1 = F \text{ dla osi } x, \\ &F_y = F, \text{ gdyż: } F_y = F \sin 90° = F \cdot 1 = F \text{ dla osi } y. \end{aligned} \tag{4.4}$$

Rzut siły na dowolną oś do niej prostopadłą jest równy zero.

$$F_x = 0, \text{ gdyż: } F_x = F \cos 90° = F \cdot 0 = 0 \text{ dla osi } x,$$
$$F_y = 0, \text{ gdyż: } F_y = F \sin 0° = F \cdot 0 = 0 \text{ dla osi } y. \quad (4.5)$$

Wartości rzutów sił przyjmują wartość ujemną $F_x < 0$ ($F_y < 0$) wtedy, gdy zwrot siły jest niezgodny z kierunkiem osi i odwrotnie, wartości rzutów sił są dodatnie $F_x > 0$ ($F_y > 0$), gdy zwroty sił są zgodne z kierunkiem osi (rys. 4.11).



Rys. 4.11. Wartości rzutów sił na osie

Uwaga. Powyższe **prawa rzutowania** sił są bardzo ważne, bez ich znajomości nie jest możliwe obliczanie mechaniczne jakichkolwiek elementów samochodu. Powyższe prawa należy jeszcze uzupełnić twierdzeniem o sumie rzutów, stosowanym w odniesieniu do układów sił, które możemy sumować. Twierdzenie to ma następujące brzmienie: **suma rzutów** dowolnej liczby sił na oś jest równa rzutowi sumy tych sił na oś.

4.2. Układy sił

Elementy pojazdów samochodowych są zwykle jednocześnie obciążone nie jedną, a wieloma siłami. W związku z różnymi przypadkami obciążenia elementów pojazdu zbiorem sił przypadki obciążeń podzielono na grupy, zwane układami sił. W mechanice technicznej wyróżnia się następujące układy sił.

Układy płaskie (leżące na płaszczyźnie):
- zbieżne,
- równoległe,
- dowolne.

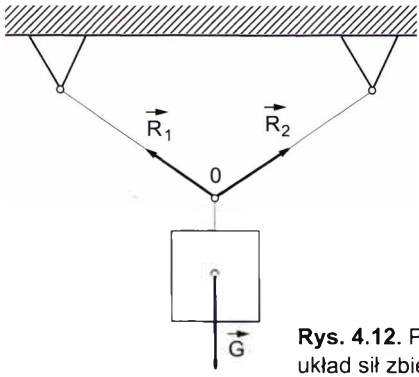
Układy przestrzenne (siły ułożone w przestrzeni):
- zbieżne,
- równoległe,
- dowolne.

4.3. Płaski oraz przestrzenny układ sił zbieżnych

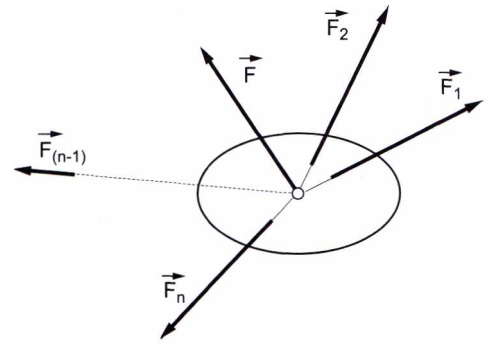
Układy sił, w których linie działania przecinają się w jednym punkcie, nazywa się **układami sił zbieżnych**. Takie układy sił mogą być **płaskie** lub **przestrzenne**. W płaskich układach linie działania sił leżą w jednej płaszczyźnie. Przestrzenne układy to te, w których linie działania sił mają dowolne kierunki w przestrzeni.

4.3.1. Płaski układ sił zbieżnych

Płaski układ sił zbieżnych przedstawiono na rysunku 4.12. Linie działania wszystkich sił znajdujących się w tym układzie leżą w jednej płaszczyźnie (płaszczyźnie kartki) i przecinają się w jednym punkcie (O).



Rys. 4.12. Płaski układ sił zbieżnych



Rys. 4.13. Siła wypadkowa

Płaski układ sił zbieżnych (rys. 4.13) F_1, F_2,..., F_n przyłożonych do punktu O można zastąpić **siłą wypadkową** F równą sumie geometrycznej tych sił, przyłożoną również w punkcie O.

$$F = F_1 + F_2 + F_3 + ... + F_n = \sum_{i=1}^{n} F_i \tag{4.6}$$

Siłę wypadkową można wyznaczyć na dwa sposoby – w sposób analityczny (rachunkowy) i w sposób wykreślny. Postępowanie związane z wyznaczaniem siły wypadkowej nazywa się **składaniem sił**.

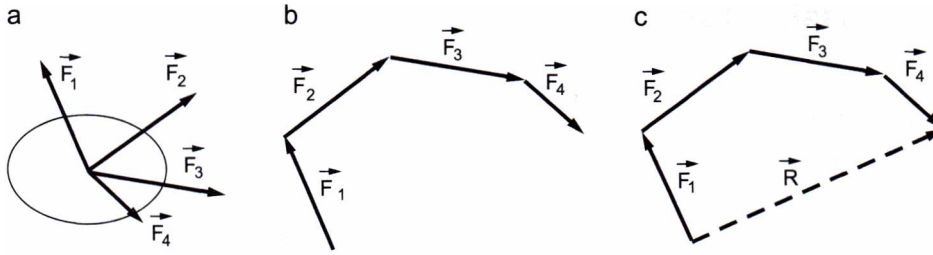
4.3.2. Wykreślny sposób składania sił zbieżnych w płaskim układzie sił

Wykreślny sposób wyznaczania wypadkowej sił zbieżnych zostanie omówiony na przykładzie ciała, na które oddziałuje kilka sił zewnętrznych F przechodzących przez środek jego ciężkości. Jest to układ sił zbieżnych w punkcie O (rys. 4.14a).

Wykreślny sposób wyznaczania sił zbieżnych polega na zbudowaniu wieloboku sił, przez geometryczne sumowanie wektorów sił. W tym celu należy:

- przesunąć siłę F_1 do dowolnego punktu w przestrzeni z zachowaniem jej kierunku, zwrotu i wartości,
- przesunąć (uwzględniając zasadę przyjętą przy przesuwaniu siły F_1) i zaczepić do końca siły F_1 siłę F_2, a następnie w ten sam sposób przesunąć i zaczepić do końca F_2 siłę F_3, aż do zbudowania wieloboku złożonego ze wszystkich sił działających na ciało (rys. 4.14b),
- połączyć początek pierwszej siły F_1 z końcem ostatniej składanej siły F_4 (rys. 4.14c).

Składową sił zbieżnych jest wektor siły R, którego początek znajduje się w początku pierwszej składanej siły F_1, a koniec na końcu ostatniej składanej siły.



Rys. 4.14. Składanie sił zbieżnych

4.3.3. Analityczny sposób składania sił zbieżnych w płaskim układzie sił

Przy analitycznym składaniu sił zbieżnych (rys. 4.15) korzysta się z twierdzenia o rzucie sumy sił, według którego rzut sumy geometrycznej sił na dowolną oś jest równy sumie rzutów tych sił na tę samą oś. Przyjmując układ współrzędnych *Oxy*, należy oznaczyć odpowiednio przez α_1, α_2,..., α_n kąty nachylenia poszczególnych sił do osi *Ox*. Wypadkowa tych sił działa wzdłuż prostej *l* przechodzącej przez punkt *O* i nachylonej do osi *Ox* pod kątem α.

Składowe siły wypadkowej *F*, czyli jej rzuty na oś *x* i oś *y* (F_x, F_y), można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} F_x &= F_1 \cos\alpha_1 + F_2 \cos\alpha_2 + \ldots + F_n \cos\alpha_n = \Sigma F_{ix} \\ F_y &= F_1 \sin\alpha_1 + F_2 \sin\alpha_2 + \ldots + F_n \sin\alpha_n = \Sigma F_{iy} \end{aligned} \tag{4.7}$$

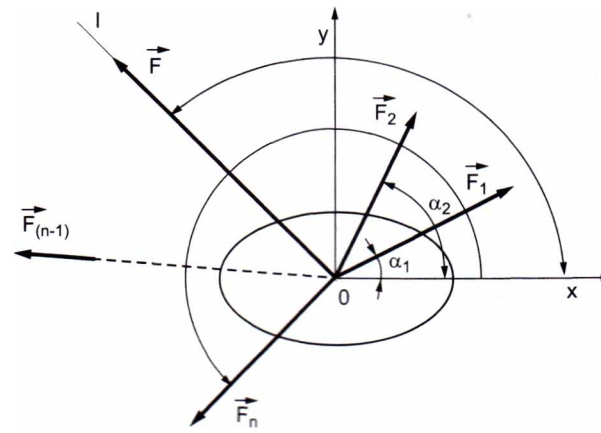
Wartość liczbową wypadkowej *F* i kąt α, który tworzy ona z osią *Ox*, wyznacza się ze wzorów:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \tag{4.8}$$

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}} \tag{4.9}$$

gdzie:
F_x, F_y – składowe siły wypadkowej *F*,
α – kąt zawarty między siłą wypadkową *F* a osią *x*.

Z tych wzorów można analitycznie wyznaczyć wartość składowej sił płaskiego układu sił zbieżnych oraz jej kierunek działania.



Rys. 4.15. Analityczne składanie sił zbieżnych

4.3.4. Analityczny sposób składania sił zbieżnych w przestrzennym układzie sił

Na rysunku 4.16 przedstawiono przestrzenny układ sił zbieżnych w punkcie A. Układ ten tworzy ciężarek zawieszony na wsporniku składającym się z trzech prętów przytwierdzonych do ściany.

Podobnie jak w płaskim układzie sił, tak i w przestrzennym układzie sił zbieżnych korzysta się z twierdzenia o rzucie sumy sił. W tym przypadku równania składowych sił zostaną powiększone o składową działającą wzdłuż osi *z*. Składowe F_x, F_y i F_z siły wypadkowej F przyjmą postać:

$$\begin{aligned} F_x &= F_1 \cos\alpha_1 + F_2 \cos\alpha_2 + F_3 \cos\alpha_3 = \Sigma F_{ix} \\ F_y &= F_1 \cos\beta_1 + F_2 \cos\beta_2 + F_3 \cos\beta_3 = \Sigma F_{iy} \\ F_z &= F_1 \cos\gamma_1 + F_2 \cos\gamma_2 + F_3 \cos\gamma_3 = \Sigma F_{iz}, \end{aligned} \qquad (4.10)$$

gdzie:

α – kąt zawarty między odpowiednimi siłami a osią *x*,

β – kąt zawarty między odpowiednimi siłami a osią *y*,

γ – kąt zawarty między odpowiednimi siłami a osią z.

Wartość liczbową wypadkowej F oraz kąty α, β, γ, które tworzy ona z odpowiednimi osiami (x, y, z), można wyznaczyć ze wzorów:

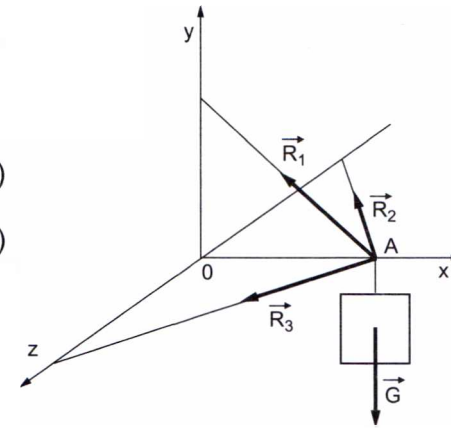
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \qquad (4.11)$$

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F}, \cos\beta = \frac{F_x}{F}, \cos\gamma = \frac{F_x}{F} \qquad (4.12)$$

gdzie:

F_x, F_y i F_z – składowe siły wypadkowej F.

Z tych wzorów można analitycznie obliczyć wartość składowej sił przestrzennego układu sił zbieżnych oraz jej kierunek działania.



Rys. 4.16. Przestrzenny układ sił zbieżnych działających na wspornik

4.3.5. Warunki równowagi płaskiego układu sił zbieżnych

Warunki równowagi układów sił pozwalają na wyznaczenie niewiadomych sił w tych układach, czyli sił reakcji więzów. Z równań równowagi można obliczyć obciążenia występujące w elementach samochodów, np. w łożyskach wałów.

Istnieją wykreślne i analityczne warunki równowagi płaskiego układu sił zbieżnych.

4.3.6. Analityczne warunki równowagi płaskiego układu sił zbieżnych. Wyznaczanie reakcji

Układ sił pozostaje w równowadze wtedy, gdy siły działające w danym układzie równoważą się, czyli nie wywołują ruchu ciała. Płaski układ sił zbieżnych znaj-

duje się w równowadze wtedy, gdy są spełnione dwa analityczne warunki równowagi:
– suma rzutów sił na oś x jest równa zero,
– suma rzutów sił na oś y jest równa zero.

Warunki te można zapisać przy użyciu wzorów w następujący sposób:

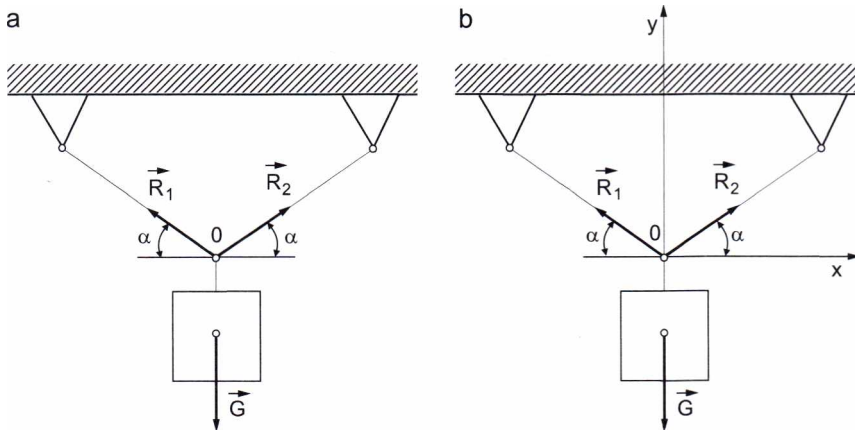
$$\Sigma F_{ix} = 0$$
$$\Sigma F_{iy} = 0 \qquad (4.13)$$

lub

$$\Sigma F_{iy} = 0 \rightarrow F_1 \cos\alpha_1 + F_2 \cos\alpha_2 + \ldots + F_n \cos\alpha_n = 0$$
$$\Sigma F_{iy} = 0 \rightarrow F_1 \sin\alpha_1 + F_2 \sin\alpha_2 + \ldots + F_n \sin\alpha_n = 0$$

gdzie:
$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ – kąty zawarte między odpowiednimi siłami a osią x.

Dzięki znajomości równań równowagi można wyznaczyć reakcje w płaskich układach sił zbieżnych. Do wyznaczania reakcji więzów posłuży nam układ przedstawiony na rysunku 4.17a.



Rys. 4.17. Wyznaczanie reakcji

W celu wyznaczenia reakcji w prętach obciążonych ciężarem G wprowadza się na przedstawionym rysunku układ współrzędnych x, y (rys. 4.17b).

Równania równowagi dla przedstawionego układu sił będą wyglądały następująco.
– Pierwsze równanie równowagi:

$$\Sigma F_{ix} = 0 \rightarrow -R_1 \cos\alpha + R_2 \cos\alpha + G \cos 90^\circ = 0$$

Wartość rzutu siły reakcji R_1 ma wartość ujemną, gdyż zwrot siły R_1 jest przeciwny do zwrotu osi x, siła G jest prostopadła do osi x, więc wartość jej rzutu wynosi zero ($G \cos 90^\circ = 0$), stąd równanie równowagi przyjmuje postać:

$$-R_1 \cos\alpha + R_2 \cos\alpha + 0 = 0$$
$$-R_1 \cos\alpha + R_2 \cos\alpha = 0$$

– Drugie równanie równowagi:

$$\Sigma F_{iy} = 0 \rightarrow R_1 \sin\alpha + R_2 \sin\alpha - G = 0$$

Siła G jest równoległa do osi y, lecz ma przeciwny do niej zwrot, stąd wartość jej rzutu na oś y równa się wartości siły G o znaku ujemnym. Równanie równowagi przyjmuje postać:

$$R_1 \sin\alpha + R_2 \sin\alpha - G = 0$$

W wyniku powyższych ustaleń otrzymuje się dwa równania

$$-R_1 \cos\alpha + R_2 \cos\alpha = 0$$
$$R_1 \sin\alpha + R_2 \sin\alpha - G = 0$$

z dwiema niewiadomymi reakcjami R_1 i R_2, które można wyliczyć w następujący sposób:
– z pierwszego równania wyznacza się wartość reakcji R_1:

$$R_1 = R_2 \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha} \quad \text{stąd } R_1 = R_2$$

i następnie podstawia się ją do drugiego równania

$$R_2 \sin\alpha + R_2 \sin\alpha - G = 0$$

z którego wyznacza się wartość reakcji R_2:

$$2R_2 \sin\alpha = G$$

$$R_2 = \frac{G}{2\sin\alpha}$$

Następnie należy podstawić tę wartość do wzoru na reakcję R_1 wyznaczonego z równania pierwszego i wyznaczyć reakcję R_1:

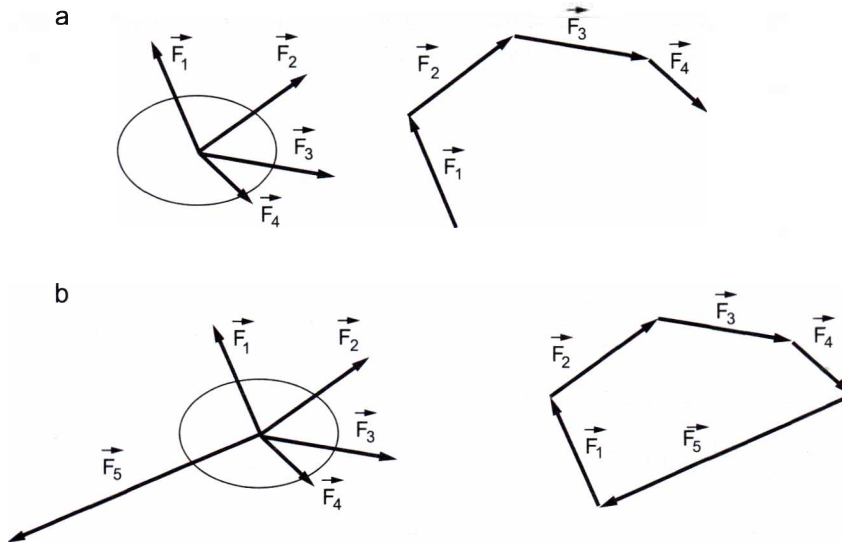
$$R_1 = R_2 = \frac{G}{2\sin\alpha}$$

Podstawiając do otrzymanych wzorów wartości liczbowe, otrzymuje się wartości reakcji w prętach pod działaniem ciężaru G.

4.3.7. Wykreślny warunek równowagi płaskiego układu sił zbieżnych

Układ sił pozostaje w równowadze wtedy, gdy siły działające w danym układzie równoważą się i nie wywołują ruchu ciała. Wykreślny warunek równowagi płaskiego układu sił zbieżnych stanowi, że płaski zbieżny układ sił jest w równowadze wtedy, gdy wielobok sił tego układu jest zamknięty.

Na rysunku 4.18a przedstawiono płaski układ sił zbieżnych, który nie jest w równowadze, wielobok jego sił nie jest wielobokiem zamkniętym. Dla zrównoważenia powyższego układu sił należy wprowadzić dodatkową siłę F_5, która jest równa co do wartości sile wypadkowej, lecz przeciwnie zwrócona. Płaski układ sił zbieżnych w równowadze, po dodaniu siły F_5 (rys. 4.18b), stał się wielobokiem zamkniętym.



Rys. 4.18. Wykreślne warunki równowagi płaskiego układu sił zbieżnych

4.3.8. Warunki równowagi przestrzennego układu sił zbieżnych

Przestrzenny układ sił zbieżnych znajduje się w równowadze wtedy, gdy spełnione są trzy analityczne warunki równowagi:
– suma rzutów sił na oś x jest równa zero,
– suma rzutów sił na oś y jest równa zero,
– suma rzutów sił na oś z jest równa zero.

Warunki te można zapisać przy użyciu wzorów w następujący sposób:

$$\begin{aligned} \Sigma F_{ix} &= 0 \\ \Sigma F_{iy} &= 0 \\ \Sigma F_{iz} &= 0 \end{aligned} \tag{4.14}$$

lub

$$\Sigma F_{iy} = 0 \rightarrow F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + \ldots + F_n \cos \alpha_n = 0$$

$$\Sigma F_{iy} = 0 \rightarrow F_1 \cos \beta_1 + F_2 \cos \beta_2 + \ldots + F_n \cos \beta_n = 0$$

$$\Sigma F_{iz} = 0 \rightarrow F_1 \cos \gamma_1 + F_2 \cos \gamma_2 + \ldots + F_n \cos \gamma_n = 0$$

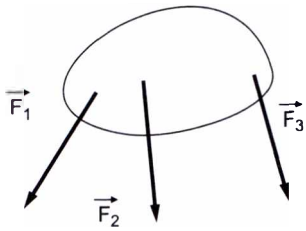
gdzie:
α_i – kąt zawarty między odpowiednimi siłami a osią x,
β_i – kąt zawarty między odpowiednimi siłami a osią y,
γ_i – kąt zawarty między odpowiednimi siłami a osią z.

4.4. Dowolny płaski układ sił

Dowolny płaski układ sił to układ, w którym linie działania wszystkich sił działających w tym układzie leżą w jednej płaszczyźnie (płaszczyźnie kartki).

4.4.1. Wykreślne składanie płaskiego dowolnego układu sił

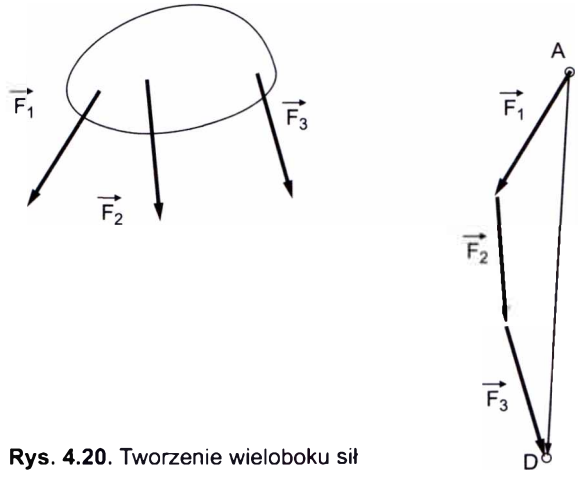
Podobnie jak układ zbieżny, dowolny płaski układ sił można składać wykreślnie lub analitycznie. Wykreślne składanie zostanie przeprowadzone na przykładzie ciała obciążonego trzema siłami (rys. 4.19).



Rys. 4.19. Ciało obciążone trzema siłami, jako dowolny płaski układ sił

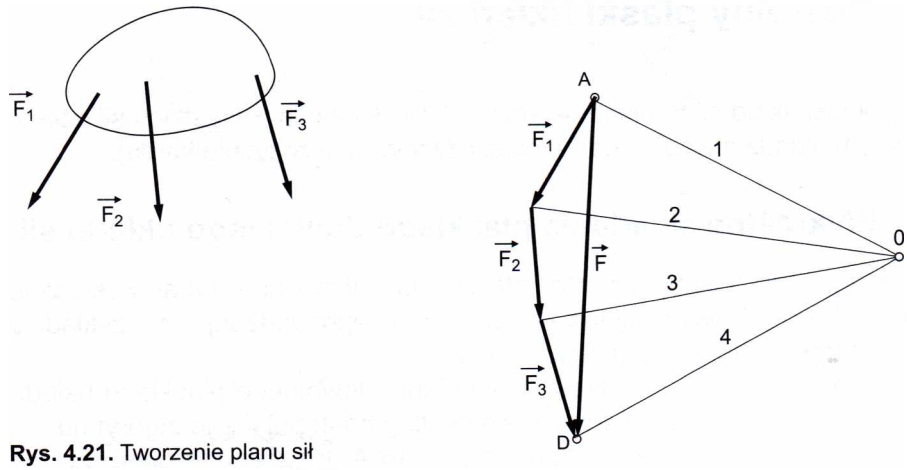
Wykreślne składanie dowolnego płaskiego układu sił wykonuje się według następującego algorytmu.

1. Z dowolnego punktu *A*, leżącego w płaszczyźnie układu, wykreśla się wielobok sił (rys. 4.20).
2. Łącząc początek pierwszej siły (punkt *A*) z końcem ostatniej siły na tym wieloboku (punkt *D*), tworzy się sumę sił, która określa wartość, kierunek i zwrot szukanej wypadkowej *F* (rys. 4.20).

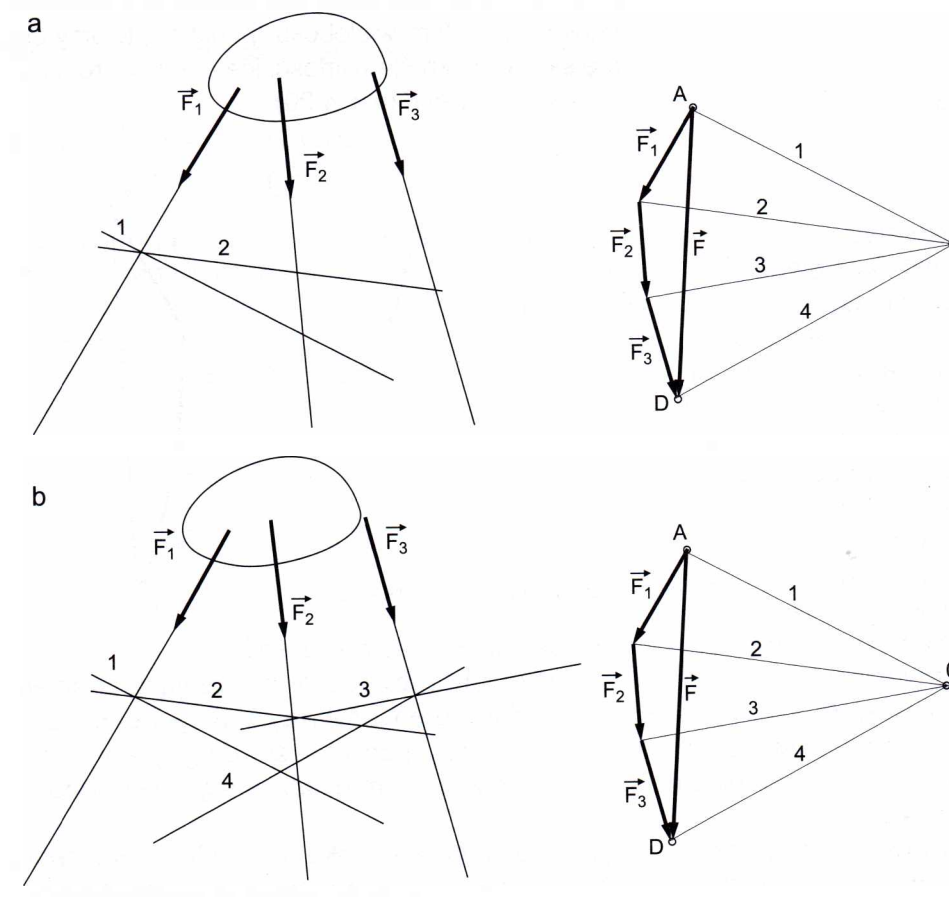


Rys. 4.20. Tworzenie wieloboku sił

3. Obierając dowolny punkt *O* za biegun, łączy się go z początkiem i końcem każdej siły na wieloboku sił (rys. 4.21). Linie łączące punkt *O* z początkiem i końcem każdej siły na wieloboku sił nazywają się promieniami wieloboku sił. Wielobok sił wraz z biegunem i promieniami wieloboku sił zwą się planem sił.
4. Promienie wieloboku sił numeruje się tak, żeby liczba oznaczająca promień odpowiadała sile, której początek dany promień łączy z biegunem. Czyli początek siły pierwszej to promień pierwszy, początek siły drugiej – promień drugi itd. Promień ostatni łączy biegun z końcem ostatniej siły na wieloboku (rys. 4.21).
5. Równolegle do poszczególnych promieni wieloboku sił kreśli się wielobok sznurowy. Bok pierwszy do przecięcia się z linią działania pierwszej siły, z otrzymanego punktu przecięcia bok drugi do przecięcia się z linią działania drugiej siły itd. (rys. 4.22a).



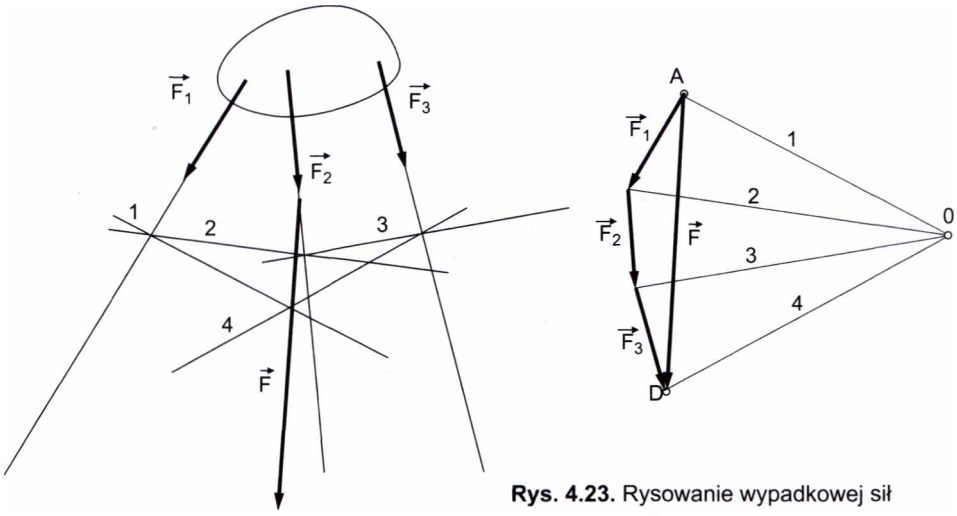
Rys. 4.21. Tworzenie planu sił



Rys. 4.22. Wykreślanie wieloboku sznurowego

6. Pierwszy i ostatni bok wieloboku sznurowego należy przedłużyć aż do ich przecięcia się (patrz rys. 4.22b).
7. Przez ten punkt należy narysować wypadkową, która będzie równa co do wartości, kierunku i zwrotu sumie F (rys 4.23).

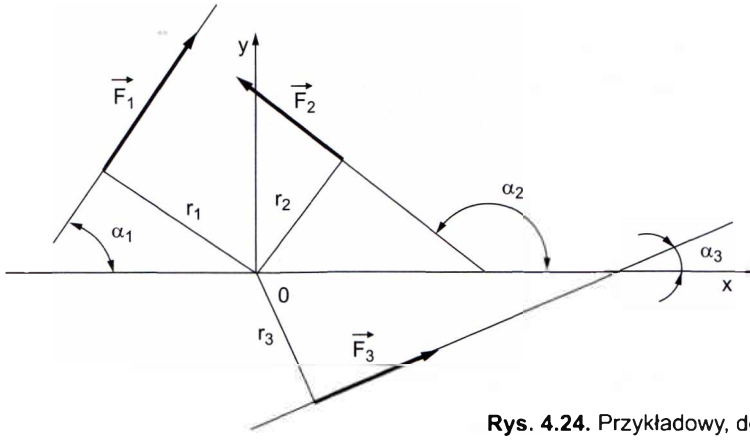
Jak stąd wynika, konstrukcja wieloboku sił umożliwia określenie wartości, kierunku i zwrotu wypadkowej. Konstrukcja wieloboku sznurowego służy tylko do określania położenia wypadkowej w układzie sił.



Rys. 4.23. Rysowanie wypadkowej sił

4.4.2. Analityczne składanie płaskiego dowolnego układu sił

Do analitycznego składania dowolnego układu sił należy również skorzystać z twierdzenia o rzucie sumy sił, według którego rzut sumy geometrycznej sił na dowolną oś jest równy sumie rzutów tych sił na tę oś. Zostanie rozpatrzony układ trzech sił F_1, F_2, F_3 w układzie współrzędnych Oxy, nachylonych w stosunku do osi Ox odpowiednio pod kątami α_1, α_2, ..., α_n (rys. 4.24).



Rys. 4.24. Przykładowy, dowolny układ trzech sił

Składowe wypadkowej sił zostaną wyznaczone z poznanych wcześniej wzorów:

$$F_x = F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + \ldots + F_n \cos \alpha_n = \Sigma F_{ix}$$
$$F_y = F_1 \sin \alpha_1 + F_2 \sin \alpha_2 + \ldots + F_n \sin \alpha_n = \Sigma F_{iy} \quad (4.15)$$

gdzie α_i – kąty zawarte między odpowiednimi siłami a osią x.

Wartość liczbową wypadkowej F i kąt α, który tworzy ona z osią Ox, można wyliczyć ze wzorów:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad (4.16)$$

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}} \quad (4.17)$$

gdzie:

F_x, F_y – składowe siły wypadkowej F

α – kąt zawarty między siłą wypadkową F a osią x.

Dodatkowo w dowolnym układzie sił zostanie wyznaczony moment główny sił względem dowolnie wybranego układu sił.

$$M_0 = F_1 r_1 + F_2 r_2 + \ldots + F_n r_n = \Sigma M_{io} \quad (4.18)$$

Wartość promienia r momentu głównego oblicza się ze wzoru:

$$r = \frac{M_o}{F} \quad (4.19)$$

Dzięki podanym wzorom można analitycznie wyznaczyć wartości składowych i wypadkowej sił płaskiego dowolnego układu sił oraz ich kierunki działania, a także wartość promienia momentu głównego.

4.4.3. Analityczne warunki równowagi płaskiego dowolnego układu sił. Wyznaczanie reakcji

Podobnie jak w układach zbieżnych istnieją wykreślne i analityczne warunki równowagi płaskiego dowolnego układu sił. Płaski dowolny **układ sił znajduje się w równowadze** wtedy, gdy są spełnione następujące analityczne warunki równowagi:

– suma rzutów sił na oś x jest równa zero,
– suma rzutów sił na oś y jest równa zero,
– suma momentów sił względem dowolnego bieguna jest równa zero.

Warunki te można, przy użyciu wzorów, zapisać w następujący sposób:

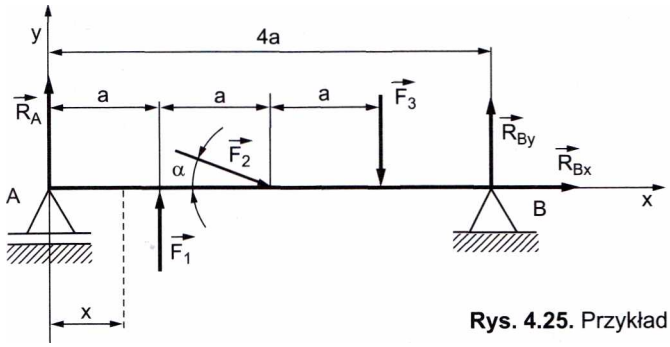
$$\Sigma F_{ix} = 0$$
$$\Sigma F_{iy} = 0 \quad (4.20)$$
$$\Sigma M_{io} = 0$$

lub

$$\Sigma F_{ix} = 0 \rightarrow F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + \ldots + F_n \cos \alpha_n = 0$$
$$\Sigma F_{iy} = 0 \rightarrow F_1 \sin \alpha_1 + F_2 \sin \alpha_2 + \ldots + F_n \sin \alpha_n = 0$$
$$\Sigma M_{io} = 0 \rightarrow F_1 r_1 + F_2 r_2 + \ldots + F_n r_n = 0$$

gdzie α_i – kąty zawarte między odpowiednimi siłami a osią x.

Dzięki znajomości równań równowagi można wyznaczyć reakcje w płaskich dowolnych układach sił. Sposób wyznaczania reakcji zostanie wyjaśniony na przykładzie belki, przedstawionej na rysunku 4.25.



Rys. 4.25. Przykład wyznaczania reakcji

Belka z rysunku 4.25 jest obciążona siłami: F_1, F_2, F_3. Siła F_2 jest nachylona do osi x pod kątem α. Belka taka może stanowić wałek pośredni skrzyni biegów, na którym są osadzone koła zębate. Reakcje podpór belki zostaną wyznaczone po obraniu układu współrzędnych, którego początek znajduje się w punkcie A.

Określa się warunki równowagi dla układu sił belki:

– pierwsze równanie równowagi – suma rzutów sił na oś x:

$$\sum F_{ix} = 0 \rightarrow R_{Bx} + F_2 \cos\alpha = 0$$

– drugie równanie równowagi – suma rzutów sił na oś y:

$$\sum F_{iy} = 0 \rightarrow R_A + F_1 - F_2 \sin\alpha - F_3 + R_{By} = 0$$

– trzecie równanie równowagi – suma momentów względem punktu A:

$$\sum M_{iA} = 0 \rightarrow F_1 a - F_2 \cdot 2a \sin\alpha - F_3 \cdot 3a + R_{By} 4 \cdot a = 0$$

Z pierwszego równania można obliczyć R_{Bx}:

$$R_{Bx} = - F_2 \cos\alpha.$$

Z trzeciego równania R_{By}:

$$R_{By} = \frac{-F_1 a + F_2 \cdot 2a \sin\alpha + F_3 \cdot 3a}{4a}$$

a następnie z drugiego równania R_A:

$$R_A = - F_1 + F_2 \sin\alpha + F_3 - R_{By}$$

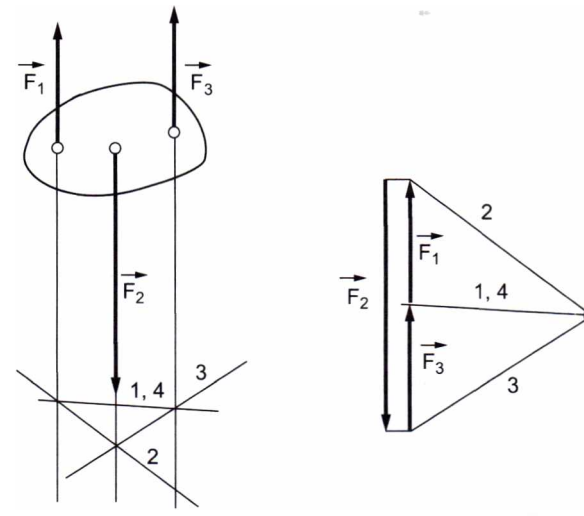
4.4.4. Wykreślne warunki równowagi płaskiego dowolnego układu sił

Wielobokiem sznurowym otwartym nazywamy taki wielobok, którego skrajne boki przecinają się w jednym punkcie lub są do siebie równoległe (ale nie leżą na wspólnej prostej). Jeżeli układ sił tworzy wielobok otwarty, to układ nie znajduje się w równowadze.

Ciało obciążone dowolnym układem sił może być w równowadze. Wielobok sił musi być wówczas zamknięty (siła wypadkowa $F = 0$), natomiast skrajne boki wieloboku sznurowego muszą leżeć na jednej prostej (w przeciwnym razie siły działające wzdłuż tych boków utworzą parę). Wielobok sznurowy, którego pierwszy i ostatni bok leżą na jednej prostej, nazywamy **wielobokiem sznurowym zamkniętym**.

Wykreślne warunki równowagi płaskiego dowolnego układu sił zostaną omówione na przykładzie ciała obciążonego trzema siłami (rys 4.26). Do tej pory analizowano układy sił, których wielobok sznurowy był wielobokiem otwartym.

W celu omówienia tematu przyjęto więc układ trzech sił równoległych: F_1 = 100 N, F_2 = 200 N, F_3 = 100 N, których linie działania są jednakowo oddalone od siebie (rys. 4.26).



Rys. 4.26. Płaski dowolny układ sił spełniający wykreślne warunki równowagi

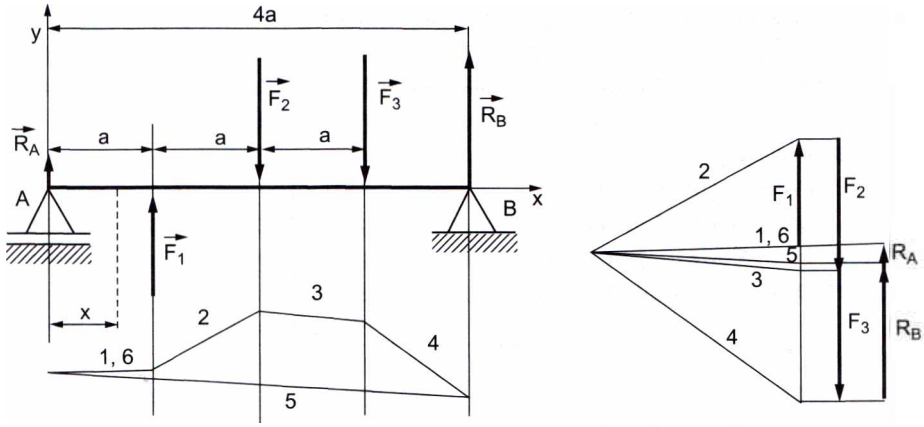
Siły w układzie znajdują się w równowadze, gdyż wielobok sił jest zamknięty. Początek pierwszej i koniec ostatniej siły znajdują się w tym samym punkcie *A* na wieloboku. Pierwszy i ostatni promień wieloboku sił (*1* i *4*) pokrywają się. Wielobok sznurowy wykreślony na podstawie poprzednio podanych zasad odznacza się tym, że jego pierwszy i ostatni bok (*1* i *4*) leżą na jednej prostej. Wielobok sznurowy jest więc również zamknięty.

Dowolny płaski układ sił ma dwa **wykreślne warunki równowagi**.

1. Wielobok sił musi być zamknięty.
2. Wielobok sznurowy musi być zamknięty.

Przykład drugi dotyczy belki obciążonej jak na rysunku 4.27. Belka taka może stanowić element nośny nadwozia samochodu. Z rysunku wynika, że belka jest w równowadze, gdyż spełnia obydwa wykreślne warunki równowagi.

Wielobok sił jest wielobokiem zamkniętym, a siła wypadkowa w układzie jest równa zero. Początek pierwszej i koniec ostatniej siły znajdują się w tym samym punkcie na wieloboku. Pierwszy i ostatni promień wieloboku sił (1 i 6) pokrywają się. Wielobok sznurowy został wykreślony na podstawie poprzednio podanych zasad, z tym że biegun umieszczono z lewej strony wieloboku sił. Pierwszy i ostatni bok (1 i 6) wieloboku sznurowego leżą na jednej prostej. Wielobok sznurowy jest więc również zamknięty.



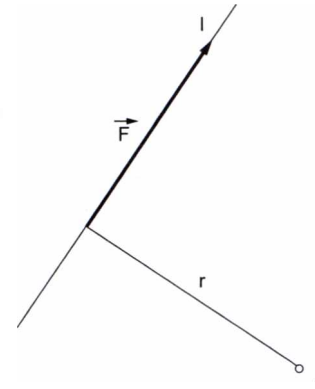
Rys. 4.27. Płaski dowolny układ sił spełniający wykreślne warunki równowagi

4.5. Moment siły względem punktu i jego wyznaczanie

Moment siły w mechanice samochodowej jest spotykany niezwykle często, np. przy dokręcaniu i odkręcaniu śrub. Gdy śruba jest mocno dokręcona, nakłada się na nią klucz nasadowy z pokrętłem. Siła ręki przyłożona na pewnej odległości (równej długości pokrętła) tworzy moment siły, konieczny do odkręcenia mocno dokręconej śruby. Jeśli śruba nadal nie daje się odkręcić, wystarczy w większości przypadków przedłużyć pokrętło klucza (np. za pomocą rurki), aby nie zwiększając siły, zwiększyć moment konieczny do odkręcenia śruby.

W przypadku dokręcania śrub w nowoczesnych samochodach sytuacja jest trochę inna, bowiem aby nie zniszczyć łączonych elementów, należy je dokręcać odpowiednim momentem, podawanym w instrukcjach naprawy. Do tego celu służą specjalne klucze dynamometryczne umożliwiające kontrolę momentu dokręcania. Jak wynika z tych opisów, pojęcie momentu siły w mechanice samochodowej jest bardzo ważnym zagadnieniem.

Momentem siły *F* względem punktu *A* **jest iloczyn wartości tej siły i ramienia** *r* **jej działania** (rys. 4.28). Moment siły oznacza się najczęściej dużą literą *M* z indeksem siły i punktu, względem którego ten moment jest rozpatrywany, np. M_{FA}. Jednostką momentu siły względem punktu jest niutonometr [N·m].



Rys. 4.28. Moment siły *F* względem punktu *A*

$$M_{FA} = F \cdot r \qquad (4.21)$$

gdzie:

F – siła,

r – ramię siły, czyli odległość linii jej działania od przyjętego punktu (bieguna) *A*.

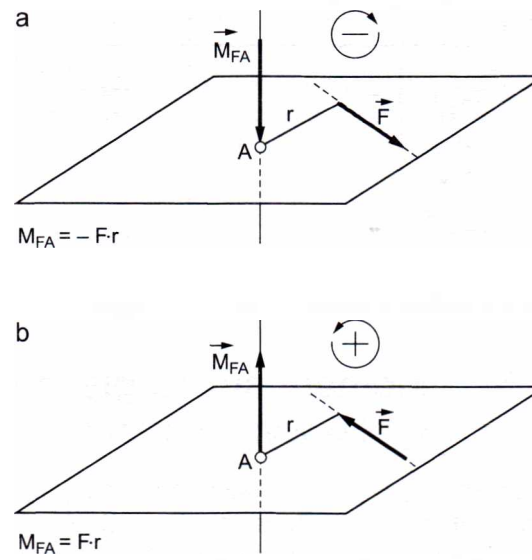
Moment siły względem punktu przyjmuje się za **dodatni** wtedy, gdy siła dąży do obrócenia swego ramienia przeciwnie do kierunku ruchu wskazówek zegara (rys. 4.29b), natomiast za ujemny, gdy siła dąży do obrócenia swego ramienia zgodnie z kierunkiem ruchu wskazówek zegara (rys. 4.29a).

Moment siły względem punktu jest równy zero wtedy, gdy punkt leży na linii działania siły (rys. 4.30).

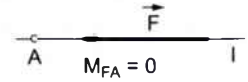
Moment siły względem punktu jest wektorem o następujących cechach.

1. Wartość $M = F \cdot r$.
2. Kierunek jest prostopadły do płaszczyzny utworzonej przez linię działania siły i bieguna.
3. Zwrot określamy zgodnie z regułą śruby prawoskrętnej.

Moment siły względem punktu wykorzystuje się powszechnie podczas napraw samochodów do odkręcania i dokręcania śrub. Długość pokrętła klucza stanowi ramię momentu r, a siła naszej ręki F jest siłą zaczepioną na tym ramieniu. Jeżeli mocno zaciśniętej śruby nie można odkręcić ręcznie, przy użyciu krótkiego pokrętła, dobiera się dłuższe pokrętło, czyli wydłuża ramię r, do którego przykładamy siłę naszej ręki F. W ten sposób, zwiększając długość ramienia r zwiększamy wartość momentu M siły naszej ręki względem punktu leżącego na osi odkręcanej śruby. Większy moment (większa jego wartość) pozwala odkręcić zaciśniętą śrubę.



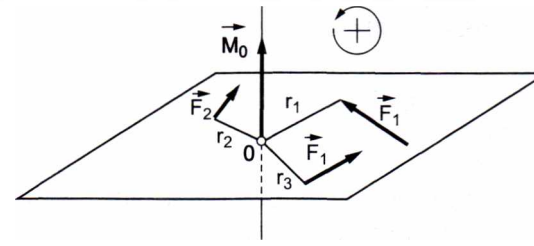
Rys. 4.29. Moment siły o wartości ujemnej (*a*) oraz o wartości dodatniej (*b*)



Rys. 4.30. Wartość zerowa momentu siły względem punktu *A*

4.5.1. Moment główny układu sił

W przypadku działania kilku momentów sił względem jednego bieguna (rys. 4.31) można, podobnie jak przy składaniu sił, zastąpić te momenty jednym momentem wypadkowym, zwanym momentem głównym.



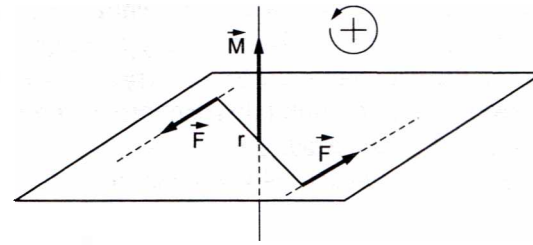
Rys. 4.31. Układ kilku momentów sił względem bieguna *O*

Momentem głównym dowolnego układu sił na płaszczyźnie względem przyjętego bieguna *O* nazywa się algebraiczną sumę momentów wszystkich sił tego układu względem tego bieguna.

4.5.2. Para sił i jej właściwości

W mechanice często spotykany jest szczególny układ dwóch sił równoległych, równych co do wartości, lecz przeciwnie zwróconych, nie leżących na jednej linii. Układ ten nazywa się parą sił (rys. 4.32).

Para sił jest to układ złożony z dwóch sił *F* o jednakowych wartościach i kierunkach, ale przeciwnych zwrotach.



Rys. 4.32. Para sił

Momentem siły pary sił określa się iloczyn wartości jednej z nich i ramienia tej pary *r*.

$$M = F\,r \qquad (4.22)$$

gdzie *r* – ramię pary sił, czyli odległość między liniami działania pary sił.

Moment pary sił jest **dodatni**, gdy para sił dąży do obrócenia swojego ramienia w kierunku przeciwnym do kierunku ruchu wskazówek zegara – rys. 4.33a.

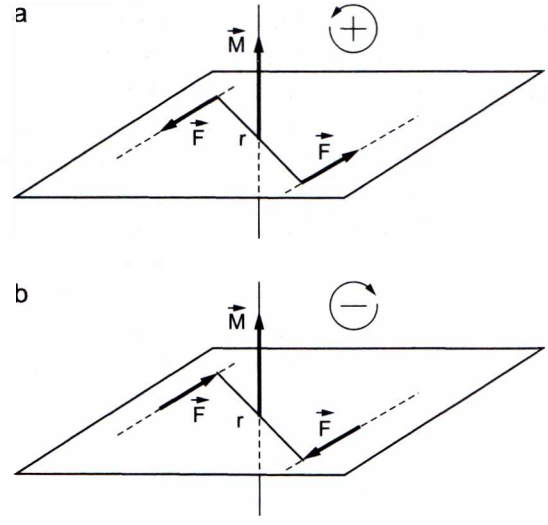
Moment pary sił jest **ujemny**, gdy para sił dąży do obrócenia swojego ramienia zgodnie z kierunkiem ruchu wskazówek zegara – rys. 4.33b.

Moment pary sił jest wektorem o następujących cechach.

1. Wartość momentu pary sił $M = F\,r$.
2. Kierunek – prostopadły do płaszczyzny utworzonej przez linię działania sił.
3. Zwrot – zgodny z regułą śruby prawoskrętnej.

Właściwości pary sił

1. Parę sił można przenosić w dowolne położenie na płaszczyźnie jej działania (moment nie ulegnie zmianie).
2. Moment pary sił nie ulegnie zmianie, jeśli zwiększeniu sił pary towarzyszy proporcjonalne zmniejszenie ramienia.
3. Parę sił można zrównoważyć tylko inną parą sił o przeciwnym momencie.
4. Każdą parę sił można zastąpić momentem i odwrotnie, każdy moment można zastąpić parą sił.



Rys. 4.33. Moment pary siły o wartości dodatniej (*a*) oraz o wartości ujemnej (*b*)

5. Układ złożony z par sił jest w równowadze wtedy, gdy algebraiczna suma ich momentów jest równa zero.

$$\Sigma M = 0$$

4.6. Środek masy ciała

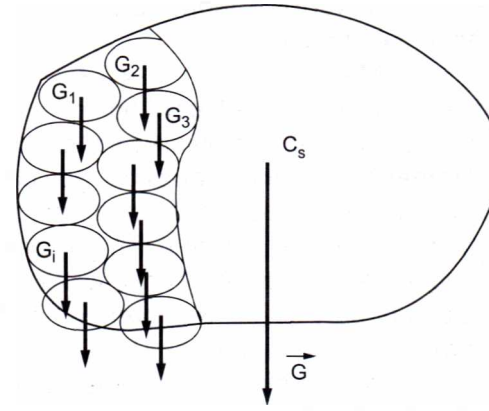
Każde ciało jest poddane działaniu siły ciężkości. Siła ta jest wywołana przez przyciąganie ziemskie i skierowana do środka Ziemi. Dowolne ciało sztywne składa się z bardzo dużej liczby drobnych cząstek. Cząstki te są przyciągane przez Ziemię siłami G_1, G_2, G_3 (rys. 4.34). Uznając, że rozmiary ciała są pomijalnie małe w stosunku do rozmiarów Ziemi, można przyjąć, iż wszystkie siły tworzą układ równoległy.

Suma wszystkich sił wyrażająca się równaniem

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + \ldots + G_n = \Sigma G_i \qquad (4.23)$$

gdzie:

G_1, G_2, G_3, ... G_n – siły grawitacji zaczepione w środkach ciężkości cząstek nazywa się ciężarem ciała, a środek C_s tych sił – środkiem ciężkości tego ciała.

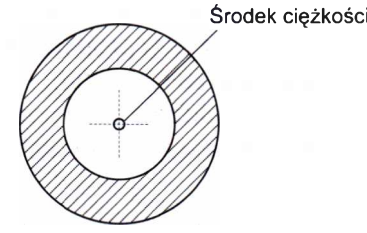


Rys. 4.34. Równoległy układ sił ciężkości

Na podstawie tych założeń można przyjąć, że **środek ciężkości** jest to punkt, w którym jest zaczepiona siła odpowiadająca ciężarowi danego ciała. Pokrywa się on ze środkiem sił równoległych reprezentujących elementarne siły ciężkości. Środek ciężkości znajduje się w ściśle określonym punkcie i nie zmienia swojego położenia podczas ruchu ciała. Położenie środka ciężkości zależy od kształtu ciała oraz rozłożenia w nim poszczególnych cząstek materialnych. Środek ciężkości jest punktem, który nie musi pokrywać się z punktem materialnym ciała. Przykładem jest pierścień, którego środek ciężkości leży w miejscu, gdzie nie ma materialnego punktu (rys. 4.35).

Dla ciał jednorodnych, czyli takich w których dowolne równe co do objętości części mają jednakowe ciężary, można sformułować kilka stwierdzeń dotyczących położenia środka ciężkości:

- ciało, które ma tylko jedną oś symetrii, ma środek ciężkości położony właśnie na tej osi;
- ciało o dwóch lub więcej osiach symetrii ma środek ciężkości położony na przecięciu tych osi;



Rys. 4.35. Środek ciężkości pierścienia

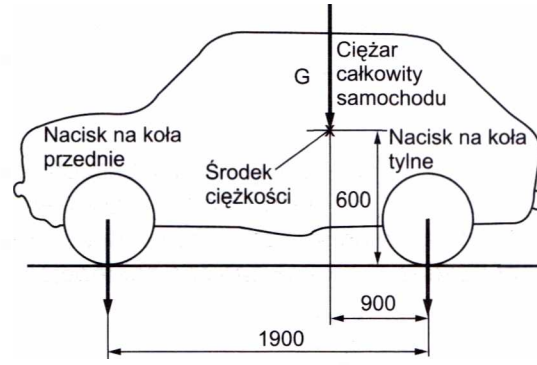
– ciało, które ma środek symetrii, ma środek ciężkości położony właśnie w tym punkcie (np. koło).

Środek ciężkości samochodu

Środek ciężkości samochodu, zwany również środkiem masy, wyznacza się doświadczalnie za pomocą odpowiedniego urządzenia (pochylnia). Proces ten polega na dokładnym określeniu nacisków na poszczególne koła samochodu stojącego poziomo i pochylonego, bez ładunku i pasażerów. Określenie środka ciężkości jest bardzo ważne, ponieważ jego położenie ma bardzo duży wpływ na własności trakcyjne samochodu. W samochodach wyczynowych obniża się położenie środka ciężkości, co korzystnie wpływa na prowadzenie samochodu. Obniżenie to można uzyskać poprzez zastosowanie niższego zawieszenia, zamontowanie niskich foteli załogi lub zastosowanie lekkich materiałów na elementy usytuowane wysoko (aluminiowy dach, pokrywy silnika i bagażnika z tworzyw sztucznych, lekkie szyby z poliwęglanu).

Wyznaczanie środka ciężkości

Przyjmując, że mamy n części o środkach ciężkości A, B, C,..., N, gdzie są zaczepione siły grawitacji G_1, G_2, G_3, ... G_n zwrócone w tę samą stronę i leżące w jednej płaszczyźnie oraz oznaczając współrzędne środka C_s (w którym jest zaczepiona wypadkowa R całego układu sił, równa sumie algebraicznej wszystkich sił składowych) przez x_0 i y_0 (rys. 4.37), można ułożyć równanie:



Rys. 4.36. Środek ciężkości samochodu

$$R = G_1 + G_2 + G_3 + \ldots + G_n \tag{4.24}$$

czyli

$$R = \Sigma G_i \tag{4.25}$$

gdzie G_1, G_2, G_3, ..., G_n – siły grawitacji zaczepione w środkach ciężkości.

Moment siły wypadkowej względem dowolnego punktu musi się równać sumie momentów wszystkich sił składowych względem tego samego punktu. Przyjmując początek układu współrzędnych za punkt, względem którego oblicza się moment, można napisać:

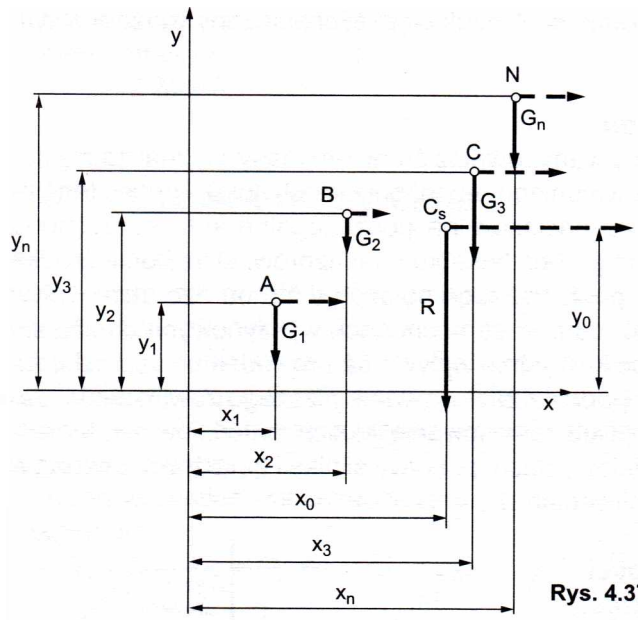
$$Rx_0 = G_1x_1 + G_2x_2 + G_3x_3 + \ldots + G_nx_n \tag{4.26}$$

lub

$$(G_1 + G_2 + G_3 + \ldots + G_n)\, x_0 = G_1x_1 + G_2x_2 + G_3x_3 + \ldots + G_nx_n \tag{4.27}$$

stąd

$$x_0 = \frac{G_1 x_1 + G_2 x_2 + G_3 x_3 + \ldots + G_n x_n}{G_1 + G_2 + G_3 + \ldots + G_n} \tag{4.28}$$



Rys. 4.37. Wyznaczanie środka ciężkości

gdzie:
$G_1, G_2, G_3, \ldots G_n$ – siły grawitacji zaczepione w środkach ciężkości,
$x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ – współrzędne x położenia środków ciężkości.

Wprowadzając symbol sumowania Σ powyższe wyrażenie, przedstawiające współrzędną x, można zapisać następująco:

$$x_0 = \frac{\sum G_i x_i}{\sum G_i} \tag{4.29}$$

W celu znalezienia rzędnej y_0 tegoż środka należy obrócić wszystkie siły układu o kąt 90° (na rysunku siły te przedstawiono liniami kreskowymi), wykorzystując twierdzenie, że środek sił równoległych nie zależy od kierunku działania sił. Równanie momentów względem początku układu

$$Ry_0 = G_1y_1 + G_2y_2 + G_3y_3 + \ldots + G_ny_n \tag{4.30}$$

$$y_0 = \frac{G_1 y_1 + G_2 y_2 + G_3 y_3 + \ldots + G_n y_n}{R} \tag{4.31}$$

więc

$$y_0 = \frac{\sum G_i y_i}{\sum G_i} \tag{4.32}$$

gdzie:
$G_1, G_2, G_3, \ldots G_n$ – siły grawitacji zaczepione w środkach ciężkości,
$y_1, y_2, y_3, \ldots y_n$ – współrzędne y położenia środków ciężkości.

Jeżeli przyjęty układ sił równoległych byłby układem przestrzennym, to do określenia środka ciężkości C_s jest niezbędna współrzędna z_0. Współrzędną tę wyznaczamy podobnie jak dwie poprzednie, a zatem:

$$Rz_0 = G_1z_1 + G_2z_2 + G_3z_3 + \ldots + G_nz_n \tag{4.33}$$

$$z_0 = \frac{G_1z_1 + G_2z_2 + G_3z_3 + \ldots + G_nz_n}{R} \tag{4.34}$$

więc

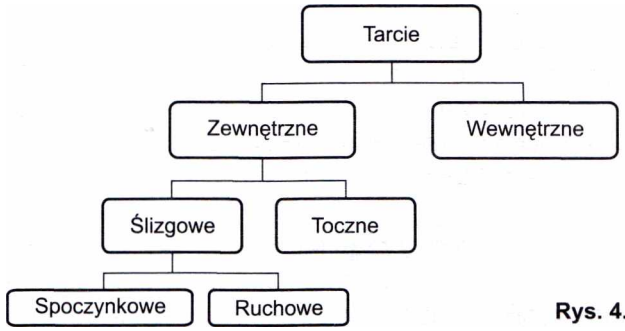
$$z_0 = \frac{\sum G_i z_i}{\sum G_i} \tag{4.35}$$

gdzie:
$G_1, G_2, G_3, \ldots, G_n$ – siły grawitacji zaczepione w środkach ciężkości,
$z_1, z_2, z_3, \ldots, z_n$ – współrzędne z położenia środków ciężkości.

4.7. Tarcie

Tarcie (pojęcie fizyczne, inaczej opory ruchu) to całość zjawisk fizycznych towarzyszących przemieszczaniu się względem siebie dwóch ciał fizycznych (**tarcie zewnętrzne**) lub cząstek tego samego ciała (**tarcie wewnętrzne**) powodujących rozpraszanie energii podczas ruchu. Tarcie zewnętrzne występuje na granicy dwóch ciał stałych. Tarcie wewnętrzne występuje przy przepływie płynów, jak i deformacji ciał stałych, pomiędzy obszarami przemieszczającymi się względem siebie. Siła występująca w zjawiskach tarcia nazywana jest siłą tarcia.

Podstawowe rodzaje tarcia przedstawiono na rysunku 4.38.



Rys. 4.38. Rodzaje tarcia

Choć zjawiska wywołujące tarcie mają skomplikowaną naturę – od czysto mechanicznej po molekularną, matematyczny opis zjawiska jest bardzo prosty.

Jeżeli ciało nie porusza się, to siła tarcia statycznego T_s równoważy siłę wypadkową pozostałych sił działających na ciało, ma jej kierunek, ale zwrot przeciwny. Maksymalną wartość siły tarcia, która może wystąpić, określa wzór:

$$T_s = \mu_s N \tag{4.36}$$

gdzie:

μ_s – współczynnik tarcia statycznego zależny od rodzaju powierzchni stykających się ciał,

N – siła nacisku, prostopadła do powierzchni styku ciał.

Jeżeli ciało porusza się, to siła tarcia kinetycznego (ruchowego) T_k ma kierunek ruchu ciała, zwrot przeciwny do kierunku ruchu, a jej wartość wynosi:

$$T_k = \mu_k N \tag{4.37}$$

gdzie:

μ_k – współczynnik tarcia kinetycznego zależny od rodzaju powierzchni stykających się ciał,

N – siła nacisku, prostopadła do powierzchni styku ciał.

W tarciu zewnętrznym suchym zazwyczaj siła tarcia spoczynkowego jest większa lub równa sile tarcia ruchowego: $T_s \geq T_k$.

Gdy ciało porusza się tak, że jego elementy stykające się z powierzchnią mają różne kierunki ruchu (np. złożenie ruchu postępowego i obrotowego), to siły tarcia pochodzące od poszczególnych punktów styku ciała z podłożem mają różne kierunki.

Tarcie zewnętrzne występuje na styku dwóch ciał stałych będących w ruchu lub w spoczynku, gdy działająca siła jest zbyt mała, by pokonać siły tarcia. Tarcie zewnętrzne dzieli się na:

– tarcie ślizgowe, gdy ciała przesuwają się względem siebie,

– tarcie toczne, gdy jedno z ciał toczy się po powierzchni drugiego.

Wielkość siły tarcia zależy od siły nacisku, rodzaju materiału, ich gładkości i wielu innych czynników.

Tarcie spoczynkowe (statyczne) występuje między dwoma ciałami, gdy nie przemieszczają się względem siebie, np. jest to tarcie pomiędzy stojącym samochodem i jezdnią. Siła tarcia równoważy siłę działającą na ciało. Maksymalna siła tarcia jest proporcjonalna do siły, z którą ciało naciska na podłoże. Siła inicjująca ruch musi przekroczyć wartość T_s, aby wprawić ciało w ruch.

Tarciem ruchowym nazywa się tarcie zewnętrzne, gdy dwa ciała ślizgają się lub toczą po sobie. Siła tarcia przeciwstawia się wówczas ruchowi. Takie tarcie występuje m.in. podczas ruchu samochodu między kołami i jezdnią oraz przy hamowaniu na śliskiej nawierzchni, gdy zablokowane koła ślizgają się po śliskiej jezdni (brak układu ABS).

Tarcie wewnętrzne to opór istniejący między cząstkami ciała. W ciele stałym tarcie jest uzależnione od właściwości tłumiących, natomiast w płynach od lepkości. Opory tarcia wewnętrznego wynikają z istnienia sił kohezji i zależą od swobody przemieszczania się cząsteczek.

Ze względu na występowanie/zastosowanie środka smarnego można rozróżnić następujące rodzaje tarcia.

Tarcie suche występuje wtedy, gdy między współpracującymi powierzchniami nie ma żadnych ciał obcych, np. środka smarnego lub wody. Jest ono intensywne podczas ślizgania się materiałów chropowatych. Podczas tarcia suchego

wydziela się duża ilość ciepła, co powoduje spadek wytrzymałości oraz wzrost zużywania się części. Tarcie takie jest spotykane w hamulcach i suchych sprzęgłach ciernych.

Tarcie płynne występuje na powierzchniach rozdzielonych warstwą środka smarnego w postaci smaru, cieczy lub gazu. W tych przypadkach tarcie zewnętrzne jest zamieniane na tarcie wewnętrzne czynnika smarnego. Siła tarcia płynnego zależy wyłącznie od właściwości środka smarnego, a nie od właściwości powierzchni współpracujących. Wartość współczynnika tarcia płynnego jest mała i zależy od grubości warstwy cieczy smarującej, jej lepkości oraz od prędkości względnej elementów trących. Zużycie elementów maszyn podczas tarcia płynnego jest małe. Tarcie tego rodzaju występuje np. przy współpracy czopa głównego wału korbowego i panwi łożyska ślizgowego.

Tarcie graniczne występuje w sytuacji, gdy powierzchnie trące są pokryte środkami smarnymi zawierającymi substancje powierzchniowo czynne, które tworzą na powierzchniach elementów warstwy graniczne, wyjątkowo odporne na duże naciski i są trwale z tymi powierzchniami połączone. Zapobiega to powstawaniu tarcia suchego, nawet przy nieciągłym dopływie środka smarnego.

Tarciem mieszanym nazywa się zjawisko występowania różnych rodzajów tarcia w strefie styku elementów trących z wyodrębnionymi mikroobszarami styku. Tarcie w mikroobszarze jest wypadkową różnych rodzajów tarcia.

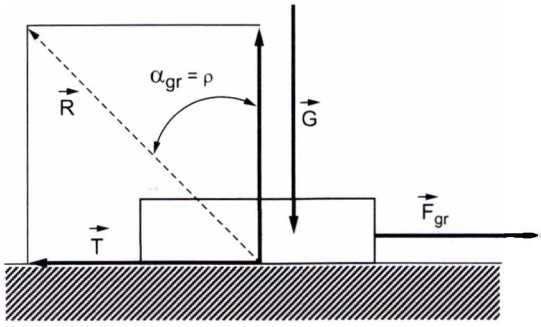
W przypadku ciała pozostającego w spoczynku na chropowatej powierzchni zależność między siłą tarcia T a naciskiem normalnym N zachodzi zależność:

$$T_s \leq \mu_s N \tag{4.38}$$

gdzie:

μ_s – współczynnik tarcia statycznego,

N – siła nacisku, prostopadła do powierzchni styku ciał.



Rys. 4.39. Tarcie ślizgowe

Kierunek siły tarcia T, działającej na ciało znajdujące się w spoczynku jest przeciwny do kierunku ruchu, który zaistniałby, gdyby tarcia nie było. Graniczny kąt tarcia jest to maksymalny kąt α_{gr} (rys. 4.39), o który może się odchylić linia działania całkowitej reakcji R od kierunku normalnej do powierzchni styku wg następującej zależności:

$$\mu = tg\, \alpha_{gr} \tag{4.39}$$

gdzie α_{gr} – graniczny kąt tarcia.

W przypadku ciała ślizgającego się po chropowatej powierzchni siła tarcia jest skierowana przeciwnie do kierunku ruchu, a jej wartość jest określona zależnością

$$T_k = \mu_k N \tag{4.40}$$

gdzie:
μ_k – współczynnik tarcia ślizgowego (kinetycznego),
N – siła nacisku, prostopadła do powierzchni styku ciał.

Przykładowe wartości współczynnika tarcia μ zamieszczono w tablicy 4-1.

Tablica 4-1

Wybrane wartości współczynnika tarcia

Trące się materiały (powierzchnie)	Współczynnik μ_s		Współczynnik μ_k	
	na sucho	smarowane olejem	na sucho	smarowane olejem
Stal po stali	0,15...0,22	0,07...0,1	0,1	0,009
Stal po żeliwie lub brązie	0,18	0,1	0,18	0,01
Żeliwo po żeliwie	0,45	0,25	0,2	0,05
Metal po drewnie	0,5...0,6	0,1	0,2...0,5	0,2...0,08
Drewno po drewnie	0,65	0,2	0,2...0,4	0,04...0,16
Stal po lodzie	0,027	–	0,014	–

Jak wynika z zestawienia $\mu_s > \mu_k$, co oznacza, że siła tarcia statycznego T jest większa od siły tarcia kinetycznego T_k.

Współczynnik tarcia ślizgowego zależy od:
– właściwości powierzchni pozostających w zetknięciu (chropowatość),
– rodzaju materiałów, które się ze sobą stykają,
– rodzaju tarcia (statyczne czy kinetyczne),
– smarowania lub jego braku,
– jakości środka smarnego,
– wartości siły wzajemnego docisku powierzchni.

4.8. Klasyfikacja i ogólna charakterystyka ruchu ciała

Ruch jest to zmiana położenia ciała materialnego względem układu odniesienia, tj. względem innego ciała lub zbioru ciał uważanych za pozostające w spoczynku. Zawsze należy określić, względem jakiego układu odniesienia porusza się rozważane ciało.

Ruchem bezwzględnym jest ruch odniesiony względem układu stałego (czyli pozostającego w bezwzględnym spoczynku).

Ruchem względnym nazywamy ruch rozpatrywany względem ruchomego układu odniesienia.

Wszechświat jest w ruchu, bardzo trudno jest zatem wybrać jakiś rzeczywisty, stały układ odniesienia. Ruch bezwzględny jest więc pojęciem umownym, zależnym od tego, który układ przyjmiemy za nieruchomy.

W technice wszelkie ruchy są najczęściej odnoszone do kuli ziemskiej lub trwale z nią związanych rzeczy (budynki, drzewa). Upraszczając rozważania, pomija się fakt, że przyjęty przez nas układ jest w ruchu. Czasami jednak obiera się inny układ odniesienia. Na przykład wał korbowy obraca się względem kadłuba silnika i nie trzeba brać pod uwagę faktu, że porusza się ruchem złożonym względem jezdni, podczas ruchu samochodu. Innym przykładem jest pasażer autobusu, który przemieszcza się wewnątrz podczas jazdy. Jego ruch łatwiej opisać, gdy układem odniesienia jest tylko podłoga autobusu.

W zależności od rozmiarów przestrzeni i ruchu różnego rodzaju ciała rzeczywiste będą w naszych rozważaniach zastępowane punktem materialnym lub ciałem sztywnym. W związku z tym kinematyka zostanie podzielona na dwa działy:
– kinematykę punktu materialnego,
– kinematykę ciała sztywnego.

Torem punktu nazywamy linię utworzoną przez kolejne położenia poruszającego się punktu. Przykładowo, samolot odrzutowy zaznacza swój tor ruchu (lotu), zostawiając smugę spalin z silników w powietrzu. Tor poruszającego się punktu może być linią prostą lub dowolną krzywą. W ruchu **prostoliniowym** torem ruchu jest linia prosta, a w **krzywoliniowym** linia krzywa.

Ruchem jednostajnym nazywamy ruch, w którym wartość prędkości się nie zmienia i jest taka sama w czasie jego trwania. Taki ruch występuje, gdy ciało porusza się ze stałą prędkością, jak np. jadący samochód z włączonym tempomatem ustawionym na określoną wartość prędkości.

W **ruchu zmiennym** wartość prędkości zmienia się (maleje lub rośnie) w każdej chwili ruchu.

Na podstawie tych określeń można wyselekcjonować następujące rodzaje ruchu punktu materialnego:
– ruch prostoliniowy jednostajny,
– ruch prostoliniowy zmienny,
– ruch krzywoliniowy jednostajny,
– ruch krzywoliniowy zmienny.

4.8.1. Ruch prostoliniowy jednostajny

W ruchu prostoliniowym jednostajnym punkt poruszający się po torze prostoliniowym w jednakowych, dowolnie małych, przedziałach czasu przebywa takie same odcinki drogi. Takim ruchem może poruszać się samochód po równej, poziomej nawierzchni, gdy kierowca utrzymuje stałe, jednakowe uchylenie przepustnicy (nie zmienia położenia pedału gazu) lub gdy jest włączony regulator prędkości jazdy (tempomat).

Stosunek drogi s do czasu t, w którym ta droga została przebyta, nazywa się prędkością poruszającego się punktu. Przez cały czas trwania omawianego ruchu prędkość ma wartość stałą określoną wzorem:

$$v = \frac{s}{t} = \text{const} \tag{4.41}$$

gdzie:
s – droga,
t – czas.

Z tej zależności wynika, że droga jest równa:

$$s = v\,t \tag{4.42}$$

gdzie:
v – prędkość,
t – czas.

To ostatnie równanie nazywamy równaniem ruchu **prostoliniowego jednostajnego**. Wynika z niego, że wartość drogi przebytej w ruchu jednostajnym jest wprost proporcjonalna do czasu trwania ruchu.

Prędkość jest wektorem, którego kierunek jest styczny do toru, a zwrot zgodny z ruchem. Jej wartość określa się w m/s (układ SI) lub jednostkach pochodnych, np. m/min, km/h itp.

4.8.2. Ruch prostoliniowy zmienny

W życiu codziennym, niemal na każdym kroku, można zaobserwować ruch, którego prędkość zmienia się w czasie, np. w ruchu miejskim od skrzyżowania do skrzyżowania czy od jednej sygnalizacji świetlnej do następnej sygnalizacji widać, jak pojazdy zwiększają stopniowo swą prędkość, następnie – po nabraniu prędkości (w mieście obowiązuje ograniczenie do 50 km/h) przez pewien czas poruszają się ruchem jednostajnym, by przed kolejnym skrzyżowaniem hamować, zmniejszając powoli swą prędkość do zera. Innym przykładem ruchu zmiennego może być ruch tłoka silnika spalinowego w czasie zwiększania i zmniejszania obrotów wału korbowego.

Ruchem przyspieszonym nazywa się ruch ciała, w czasie którego prędkość rośnie. Taki rodzaj ruchu występuje np. gdy samochód przyspiesza po ruszeniu z miejsca, lub podczas manewru wyprzedzania.

Ruch ciała, w czasie którego prędkość maleje, nazywa się **ruchem opóźnionym**. Taki rodzaj ruchu występuje, gdy samochód hamuje.

Stosunek przyrostu drogi Δs do przedziału czasu Δt jest wartością **średniej prędkości** punktu.

$$v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{4.43}$$

gdzie:
Δs – przyrost (odcinka) drogi,
Δt – przedział czasu.

Zmniejszając przedział czasu Δt, czyli zbliżając chwilę t_2 do t_1, uzyskuje się zmniejszenie przyrostu (odcinka) drogi Δs. Iloraz $\Delta s/\Delta t$ dla tych, coraz to mniejszych przedziałów czasu Δt dąży do pewnej granicy. Granicę ilorazu $\Delta s/\Delta t$, gdy przedział czasu Δt dąży do zera, nazywamy **prędkością chwilową** w rozważanym położeniu punktu na torze.

$$v = \lim \frac{\Delta s}{\Delta t} \text{ gdy } \Delta t \to 0 \tag{4.44}$$

gdzie:
Δs – przyrost (odcinka) drogi,
Δt – przedział czasu.

Stosunek przyrostu prędkości Δv do przedziału czasu Δt, w którym ten przyrost nastąpił, nazywamy **przyspieszeniem** średnim a.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{4.45}$$

gdzie:
Δv – przyrost prędkości,
Δt – przedział czasu.

Przyspieszenie w ruchu prostoliniowym jest wektorem mającym wartość określoną powyższym wzorem, kierunek tego wektora jest taki, jak wektora prędkości, a zwrot zgodny ze zwrotem prędkości, gdy ruch jest przyspieszony oraz przeciwny zwrotowi wektora prędkości, gdy ruch jest opóźniony.

W ruchu zmiennym przyspieszenie może wzrastać, maleć lub może być wielkością stałą.

Ruch jednostajnie zmienny to taki ruch, w którym przyspieszenie jest wartością stałą, natomiast w **ruchu niejednostajnie zmiennym** przyspieszenie w czasie ruchu rośnie lub maleje.

W **ruchu jednostajnie przyspieszonym** przyspieszenie jest dodatnie (ma zwrot zgodny ze zwrotem prędkości) i prędkość wzrasta, podczas gdy w **ruchu jednostajnie opóźnionym** przyspieszenie jest ujemne (ma zwrot przeciwny do zwrotu prędkości) – prędkość maleje.

Jeżeli ciało poruszające się ruchem jednostajnie zmiennym ma prędkość v_0 w punkcie A_0, a prędkość v w dowolnym punkcie A, to wzór na przyspieszenie przyjmie postać:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \tag{4.46}$$

gdzie:
t – całkowity czas trwania ruchu od położenia A_0 do A,
v_0 – **prędkość początkowa**, którą ciało ma w punkcie A_0,
v – prędkość w dowolnym punkcie A.

Po przekształceniach otrzymuje się równanie prędkości w ruchu jednostajnie zmiennym, przedstawiające zależność między prędkością v a czasem t:

$$v = v_0 + a\,t \tag{4.47}$$

gdzie:
t – całkowity czas trwania ruchu od położenia A_0 do A,
v_0 – **prędkość początkowa**, którą ciało ma w punkcie A_0,
a – przyspieszenie w ruchu jednostajnie zmiennym.

Drogę całkowitą s w ruchu jednostajnie zmiennym można obliczyć ze wzoru:

$$s = s_0 + \frac{a\,t^2}{2} \tag{4.48}$$

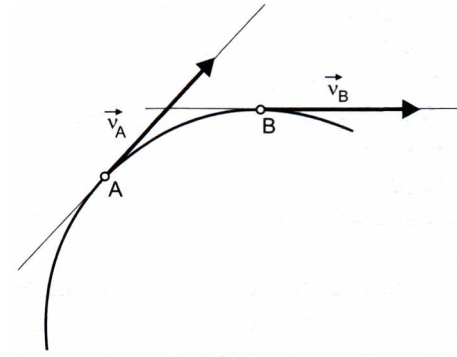
gdzie:
s_0 – droga początkowa,
a – przyspieszenie w ruchu jednostajnie zmiennym,
t – czas trwania ruchu.

4.8.3. Ruch krzywoliniowy

Wektor prędkości w ruchu prostoliniowym jest skierowany wzdłuż toru ruchu, a jego kierunek zgodny z kierunkiem ruchu. W ruchu krzywoliniowym wektor prędkości jest styczny do toru w każdej chwili. Jeżeli wartość wektora nie zmienia się, a zmienia się kierunek i nachylenie, to punkt porusza się ruchem **krzywoliniowym jednostajnym** (rys. 4.40).

Ruch **krzywoliniowy zmienny**, oprócz zmiany kierunku i nachylenia wektora prędkości, charakteryzuje również zmiana wartości prędkości.

Pozostawiając dalsze rozważania dotyczące ogólnego matematycznego opisu ruchu krzywoliniowego, skierujemy naszą uwagę na ruch po okręgu i ruch obrotowy ciała, zjawiska często spotykane w pracy mechanika samochodowego.



Rys. 4. 40. Ruch krzywoliniowy jednostajny

4.8.4. Ruch jednostajny po okręgu

Ruch po okręgu jest szczególnym i najczęściej spotykanym przypadkiem ruchu krzywoliniowego. Przykładowo, takim ruchem porusza się pojazd na łuku o stałym promieniu (np. na rondzie).

Punkt materialny, poruszając się ruchem jednostajnym po okręgu o promieniu r, przebywa jednakowe odcinki drogi w jednostce czasu. Wektor prędkości $\vec{v}$ jest styczny do toru ruchu, a jego wartość jest stała. Prędkość w ruchu jednostajnym wyraża się wzorem:

$$v = \frac{s}{t} \tag{4.49}$$

gdzie:
s – droga,
t – czas trwania ruchu.

Ponieważ drogą w tym przypadku jest nie linia prosta, jak w ruchu prostoliniowym, ale długość łuku s o promieniu r, czyli

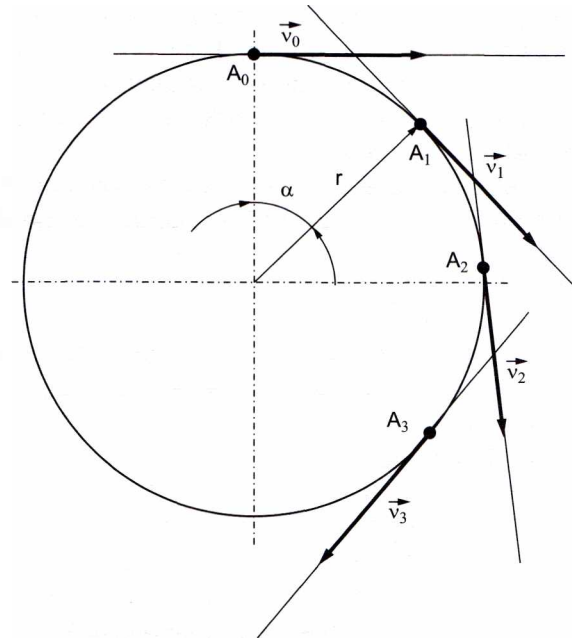
$$s = r\alpha \qquad (4.50)$$

gdzie:
r – promień łuku,
α – kąt α (w radianach), który przebył punkt,
t – czas trwania ruchu,

to

$$v = r\frac{\alpha}{t} \qquad (4.51)$$

gdzie:
r – promień łuku,
α – kąt α (w radianach), który przebył punkt,
t – czas trwania ruchu.



Rys. 4.41. Ruch po okręgu

Prędkość kątowa ω jest to stosunek kąta α (w radianach), który przebył punkt w czasie t, do wartości tego czasu.

$$\omega = \frac{\alpha}{t}\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right] \qquad (4.52)$$

gdzie:
α – kąt α (w radianach), który przebył punkt,
t – czas trwania ruchu.

Prędkość w ruchu obrotowym przyjmie zatem postać

$$v = r\omega \qquad (4.53)$$

gdzie:
r – promień łuku,
ω – prędkość kątowa.

4.8.5. Ruch obrotowy jednostajny ciała sztywnego dookoła stałej osi

Prędkość kątowa ω w ruchu jednostajnym jest stała.

$$\omega = \frac{\alpha}{t} = \text{const} \qquad (4.54)$$

gdzie:
α – kąt α (w radianach), który przebył punkt,
t – czas trwania ruchu.

Najczęściej spotyka się inne określenie prędkości kątowej, czyli **prędkość obrotową** wyrażaną w obr/min, dzięki czemu łatwo jest stwierdzić, ile razy dane ciało (np. wał korbowy, półoś napędowa) wykonało pełen obrót (tzn. o kąt 360°) w czasie jednej minuty. Obrotomierze na tablicach rozdzielczych samochodu są wyskalowane w obr/min.

Jeżeli ciało obraca się jednostajnie, wykonując w ciągu jednej minuty jeden obrót o kąt $\alpha = 360^\circ = 2\pi$ rad (radianów), to prędkość kątowa tego ruchu będzie równa

$$\omega = \frac{\alpha}{t} \tag{4.55}$$

gdzie:
$\alpha = 2\pi$ rad,
$t = 1$ min $= 60$ s.

Stąd:

$$\omega = \frac{2\pi}{60}\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right] \tag{4.56}$$

Jeżeli ciało wykonuje n obrotów w czasie minuty, to jego prędkość kątowa wynosi

$$\omega = \frac{2\pi n}{60}\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right] \tag{4.57}$$

czyli

$$\omega = \frac{\pi n}{30}\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right] \tag{4.58}$$

Prędkość dowolnego punktu nie leżącego na osi obrotu można zapisać równaniem:

$$v = r\,\omega$$

Podstawiając do podanego wzoru

$$\omega = \frac{2\pi n}{60}$$

otrzymuje się

$$v = r\frac{2\pi n}{60} \tag{4.59}$$

Ponieważ $2r = d$, więc

$$v = \frac{\pi\, n\, d}{60} \tag{4.60}$$

4.9. Zasady dynamiki

Dynamika jest to wiedza z zakresu mechaniki, która odnosi się do ruchu ciała i przyczyn wywołujących ten ruch. Z doświadczenia wiadomo, że ciężkie rzeczy trudniej wprawić w ruch niż lżejsze. Przykładowo, ciężarówka, która przewozi ciężki ładunek, przyspiesza bardzo powoli i powoli wytraca prędkość. Dlatego w zawodach Formuły 1 masa bolidu odgrywa tak ważną rolę, a konstruktorzy walczą o każdy kilogram, nawet ilość paliwa jest dokładnie określona, aby nie wozić niepotrzebnego balastu i nie tracić dynamiki pojazdu. Podstawowe **trzy zasady dynamiki** sformułował Newton.

Zasada 1. Ciało pozostaje w spoczynku lub w ruchu jednostajnym prostoliniowym, jeżeli na ciało nie działa żadna siła lub działające siły się równoważą.

W praktyce jest trudno znaleźć takie ciało, na które nie działa żadna siła. Siła grawitacji oddziałuje na wszystkie ciała. Jeżeli znajdują się w spoczynku, to siła grawitacji jest równoważona siłą reakcji (np. od podłoża, na którym znajduje się ciało lub reakcji w linie, jeśli to ciało jest zawieszone nad podłożem). Z zasady tej można wnioskować, że ciało raz wprawione w ruch powinno ten ruch utrzymywać w nieskończoność. W praktyce jest jednak inaczej ze względu na występowanie sił tarcia czy sił oporu powietrza. Za przykład może posłużyć ciało poruszające się ruchem jednostajnym prostoliniowym, gdzie siły się równoważą. I tak, spadochroniarz po wyskoku z samolotu porusza się początkowo ruchem przyspieszonym, ponieważ działa na niego siła grawitacji. Wraz ze wzrostem prędkości jego spadania rośnie siła oporu powietrza, do chwili zrównoważenia się z wciąż działającą siłą grawitacji. Ta równowaga następuje przy prędkości około 200 km/h, utrzymywanej do czasu otwarcia spadochronu.

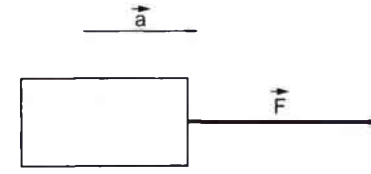
Na podstawie pierwszej zasady dynamiki możemy stwierdzić, że:
- ciało w spoczynku nie może rozpocząć ruchu bez zadziałania na niego siły,
- jeżeli na poruszające się ciało nie działa żadna siła lub siły równoważą się, to może się ono poruszać ruchem prostoliniowym jednostajnym,
- ruch niejednostajny lub krzywoliniowy ciało może wykonywać tylko na skutek działania nań siły.

Zasada 2. Każda siła przyłożona do ciała nadaje temu ciału przyspieszenie (rys. 4.42). **Przyspieszenie jest skierowane wzdłuż linii działania przyłożonej siły, a jego wartość jest wprost proporcjonalna do wartości siły.**

$$\vec{F} = m\vec{a} \tag{4.61}$$

gdzie:
$\vec{F}$ – siła działająca,
$\vec{a}$ – przyspieszenie ruchu,
m – masa poruszającego się ciała.

Różne ciała mają różne masy. Im większa masa, tym większą siłę $\vec{F}$ trzeba przyłożyć, aby nadać danemu ciału przyspieszenie $\vec{a}$.



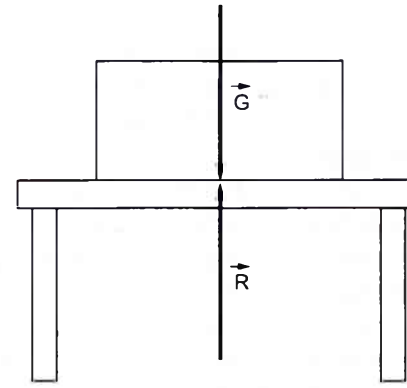
Rys. 4.42. Druga zasada dynamiki

Siłę wyraża się w niutonach (N), masę w kilogramach (kg). Jeden niuton jest to siła, która nadaje masie 1 kg przyspieszenie 1 m/s^2.

Przykładem tej zasady może być ciągnięta przez samochód przyczepa, która pod wpływem siły ciągnącej zaczepionej do zaczepu przyspiesza wraz z poruszającym się pojazdem.

Zasada 3. Każdemu działaniu towarzyszy równe, lecz przeciwnie zwrócone przeciwdziałanie.

Zasadę tę można przedstawić na podstawie prostego przykładu. Na stole leży ciało o masie m. Działa na nie siła grawitacji, lecz nie porusza się ono żadnym ruchem. Aby to ciało pozostawało w spoczynku, siła grawitacji $\vec{G}$ musi być równoważona oddziaływaniem stołu na to ciało – taką samą siłą co do wartości $\vec{R}$, leżącą na tej samej linii, lecz o przeciwnym zwrocie (rys. 4.43).



Rys. 4.43. Trzecia zasada dynamiki

Siła bezwładności

Działanie siły bezwładności można rozpatrzeć na przykładzie pasażera stojącego w autobusie. Gdy autobus rusza i nabiera prędkości, na pasażera działa siła spychająca go do tyłu i musi on przytrzymać się poręczy. Jeżeli autobus w czasie jazdy nie przyspiesza i nie zwalnia, pasażer może stać swobodnie. Podczas hamowania ponownie pojawia się siła popychająca pasażera do przodu, przez co jest on ponownie zmuszony do uchwycenia poręczy. Występujące siły są tym większe, im większa jest masa pasażera i większe przyspieszenia lub opóźnienia (podczas hamowania) pojazdu. Siła pchająca pasażera – to siła bezwładności.

$$\vec{F}_b = -m\vec{a} \tag{4.62}$$

gdzie:

F_b – siła bezwładności,

m – masa ciała,

a – przyspieszenie (opóźnienie) działające na ciało.

Z rozważań na temat siły bezwładności można wyciągnąć następujące wnioski:

- siła bezwładności jest równa iloczynowi masy i przyspieszenia poruszającego się ciała,
- siła bezwładności jest zawsze zwrócona przeciwnie do przyspieszenia ruchu,
- w ruchu jednostajnym prostoliniowym siła bezwładności jest równa zeru (ponieważ całkowite przyspieszenie jest równe zeru).

4.10. Drgania swobodne i wymuszone. Rezonans drgań

Drgania najłatwiej zaobserwować, wieszając masę o ciężarze G na sprężynie. Pod wpływem zawieszonego ciężaru sprężyna ulega wydłużeniu o wartość Δl (rys. 4.44). Siła powstająca w sprężynie F_s, równoważąca ciężar G, będzie (zgodnie z prawem Hooke'a) także proporcjonalna do wydłużenia Δl.

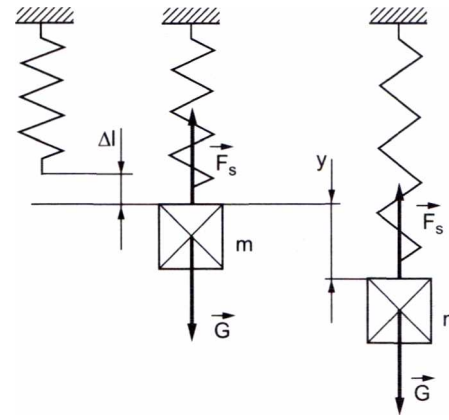
W związku z tym dla tego układu można zapisać następujące równanie:

$$F_s = G = c\,\Delta l \tag{4.63}$$

gdzie:
c – stała sprężyny,
Δl – wydłużenie sprężyny pod wpływem zawieszonego ciężaru.

Każda sprężyna ma charakterystyczną stałą, zależną od materiału, z którego sprężyna jest zrobiona, od średnicy drutu, średnicy nawinięcia i innych czynników, np. obróbki cieplnej. Wartość stałej c podaje producent sprężyny. Innym spotykanym określeniem stałej c jest współczynnik proporcjonalności. Określany doświadczalnie współczynnik jest podawany w N/m. Sprężyna o stałej c = 30 000 N/m = 300 N/cm pod wpływem siły 300 N wydłuży się (lub skróci) o 1 cm.

W przypadku przykładu pokazanego na rysunku 4.44 masa po zawieszeniu na sprężynie opada w dół do chwilowego zatrzymania się, następnie wędruje w górę itd., aż do uzyskania równowagi. Przemieszczając się z położenia najwyższego do najniższego i z powrotem masa wykonuje pełny cykl.



Rys. 4.44. Obciążenie sprężyny masą o ciężarze G

Jeżeli masę zawieszoną na sprężynie wychylimy z położenia równowagi o odcinek y, siła w sprężynie F_s ulegnie zwiększeniu, gdyż większe jest wydłużenie sprężyny (rys. 4.44). Równanie sił przybierze postać:

$$F_s = c\,(\Delta l + y) \tag{4.64}$$

gdzie:
c – stała sprężyny,
Δl – wydłużenie sprężyny pod wpływem zawieszonego ciężaru,
y – wartość wychylenia sprężyny z położenia równowagi.

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki stanowiącą, że iloczyn masy m i przyspieszenia a ruchu jest równy sumie sił działających na ciało o danej masie można zapisać:

$$m\,a = G - F_s \tag{4.65}$$

ponieważ

$$G = c\,\Delta l \tag{4.66}$$

$$F_s = c\,(\Delta l + y) \tag{4.67}$$

więc

$$m\,a = c\,\Delta l - c\,\Delta l - c\,y \tag{4.68}$$

stąd

$$m\,a = -c\,y \tag{4.69}$$

i ostatecznie

$$a = -\frac{c}{m}y \tag{4.70}$$

gdzie:
c – stała sprężyny,
Δl – wydłużenie sprężyny pod wpływem zawieszonego ciężaru,
y – wartość wychylenia sprężyny z położenia równowagi,
m – masa,
a – przyspieszenie,
G – obciążenie sprężyny.

Parametrami charakteryzującymi drgania swobodne są: częstość kątowa i okres drgań. Częstość kątowa ω drgań swobodnych przyjmie postać:

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} \tag{4.71}$$

gdzie:
c – stała sprężyny,
m – masa.

Okres drgań będzie równy

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}} \tag{4.72}$$

gdzie:
c – stała sprężyny,
m – masa,
ω – częstość kątowa,
G – obciążenie sprężyny.
T – okres drgań, czyli czas, w którym masa wykona pełny cykl drgania.

Odwrotnością okresu jest częstotliwość drgań ν, podawana w hercach [Hz]

$$\nu = \frac{1}{T} \tag{4.73}$$

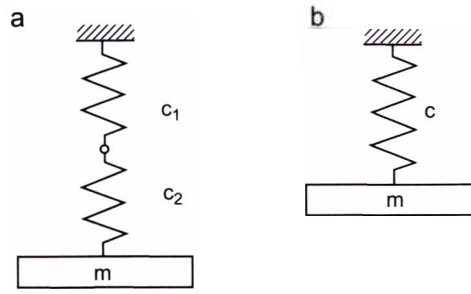
Częstotliwość 1 Hz odpowiada jednemu pełnemu cyklowi ruchu w ciągu sekundy

$$1\,\mathrm{Hz} = 1\,\mathrm{s}^{-1}$$

Z powyższych wzorów wynika, że większa masa drga wolniej, czyli ma dłuższy okres drgań. Zwiększając sztywność c sprężyny, uzyskuje się skrócenie okresu drgań.

Stała *c* dla układu sprężyn

W rzeczywistych konstrukcjach często spotyka się układ sprężyn połączonych równolegle lub szeregowo. Na rysunku 4.45a przedstawiono układ z dwiema sprężynami o stałych c_1 i c_2 połączonymi szeregowo.



Rys. 4.45. Układ szeregowy sprężyn

Układ ten można zastąpić jedną sprężyną zastępczą o stałej c (rys. 4.45b), na której ciężar *G* będzie wykonywał takie same drgania jak na dwóch sprężynach. Siły sprężystości w każdej ze sprężyn są równe:

$$F_s = c_1 \Delta l_1 \qquad (4.74)$$

$$F_s = c_2 \Delta l_2$$

gdzie:

Δl_1, Δl_2 – wydłużenia sprężyn,

c_1 i c_2 – stałe sprężyn.

Relacja między wydłużeniami sprężyn będzie następująca

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 \qquad (4.75)$$

więc

$$F_s = c \Delta l \qquad (4.76)$$

Stąd

$$\frac{F_s}{c} = \frac{F_s}{c_1} + \frac{F_s}{c_2} \qquad (4.77)$$

czyli

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} \qquad (4.78)$$

lub inaczej

$$c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \qquad (4.79)$$

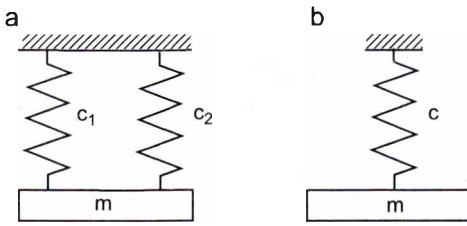
Przy *n* sprężynach połączonych szeregowo stałą zastępczą wyznacza się ze wzoru

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \ldots + \frac{1}{c_n} \qquad (4.80)$$

W kolejnym przykładzie (rys. 4.46a) sprężyny o stałych c_1 i c_2 są połączone równolegle. Wydłużenie sprężyn jest jednakowe, siły w sprężynach będą różne.

Siła w sprężynie zastępczej (rys. 4.46b) będzie sumą sił w sprężynach równoległych

$$F_{s1} = c_1 \Delta l \qquad (4.81)$$
$$F_{s2} = c_2 \Delta l$$
$$F_s = c \Delta l$$



Rys. 4.46. Układ równoległy sprężyn

gdzie:

Δl – wydłużenia sprężyn,

c_1 i c_2 – stałe sprężyn.

Z warunku $F_s = F_{s1} + F_{s2}$ wynika, że:

$$c \Delta l = c_1 \Delta l + c_2 \Delta l \qquad (4.82)$$

czyli

$$c = c_1 + c_2 \qquad (4.83)$$

Jeżeli sprężyn połączonych równolegle będzie n, to stała zastępcza

$$c = c_1 + c_2 + c_3 + \ldots + c_n \qquad (4.84)$$

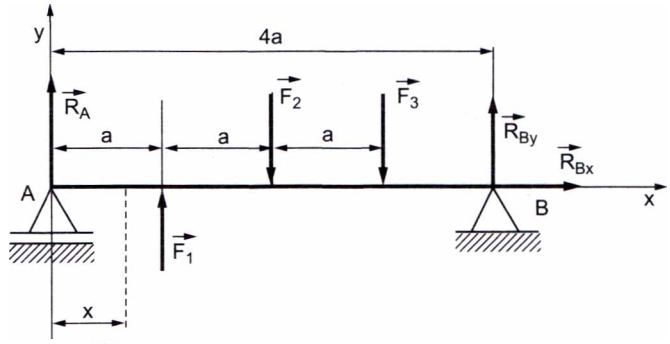
Drgania wymuszone powstają na skutek działania siły okresowo zmiennej, zwanej siłą wymuszającą. Na przykład człowiek siedzący na huśtawce, aby rozpocząć zabawę, musi wychylić ją z położenia spoczynkowego. Jeżeli będzie siedział nieruchomo, drgania huśtawki zanikną (siła oporu powietrza). Do podtrzymania drgań potrzeba zewnętrznej siły, która okresowo będzie działać na huśtawkę (np. druga osoba popychająca ją co pewien czas), lub wychylenia jej.

Rezonans jest to zjawisko zachodzące wtedy, gdy częstość drgań własnych jest równa częstości pojawiania się siły zewnętrznej. Zjawisko to jest bardzo niebezpieczne, bowiem może spowodować zniszczenie układu drgającego wskutek nakładania się drgań. W maszynach, których części wykonują ruch obrotowy przy prędkościach rezonansowych, konstruktorzy wyznaczają prędkości rezonansowe i tak dobierają parametry maszyny, aby maszyna pracowała poza zakresem prędkości rezonansowych, zwanych również prędkościami krytycznymi. Zgodnie z zaleceniami ujętymi w normach przyjmuje się, że dla maszyn z wirnikami giętkimi (tj. pracującymi w prędkościach nadkrytycznych) prędkość rezonansowa musi być co najmniej 15% niższa od nominalnej prędkości obrotowej. Dla maszyn z wirnikami sztywnymi (tj. pracującymi w prędkościach podkrytycznych) przyjmuje się z kolei, że prędkość rezonansowa musi być co najmniej 20% większa od nominalnej prędkości obrotowej.

4.11. Pytania kontrolne i zadania

1. Jakie cechy są niezbędne do określenia siły?
2. Jakie znasz rodzaje sił?
3. Co to jest ciało swobodne?
4. Ile stopni swobody ma ciało swobodne?
5. Co to są więzy?

6. Jakie znasz rodzaje więzów?
7. Jaki cel ma uwalnianie ciał od więzów?
8. Jakie znasz układy sił?
9. Jakie są warunki równowagi płaskiego układu sił zbieżnych?
10. Jakie są warunki równowagi przestrzennego układu sił zbieżnych?
12. Co to jest moment siły F względem dowolnego punktu A?
13. Jakie są cechy momentu siły?
14. Co nazywamy parą sił?
15. Jakie właściwości ma para sił?
16. Co nazywamy środkiem ciężkości ciała?
17. Jakie znasz rodzaje tarcia?
18. Jak scharakteryzować ruch jednostajny prostoliniowy?
19. Jakie są podstawowe cechy ruchu przyspieszonego i ruchu opóźnionego?
20. Co to jest prędkość kątowa?
21. Jakie znasz zasady dynamiki? Podaj definicje.
22. Od czego zależy siła bezwładności?
23. Co to są drgania swobodne?
24. Co to są drgania wymuszone?
25. Na czym polega zjawisko rezonansu?
26. Wyznacz reakcje w podporach belki przedstawionej na rysunku, obciążonej siłami F_1 = 6 kN, $F_2 = F_3$ = 8 kN. Odległość a = 8 cm. Wyznacz reakcje metodą analityczną i wykreślną.



27. Wyznacz położenie środka ciężkości figury płaskiej złożonej z dwóch prostokątów ułożonych w kształcie litery L. Wymiary prostokąta dolnego wynoszą b x h = 70 x 30 mm, zaś wymiary prostokąta górnego wynoszą odpowiednio b x h = 30 x 90 mm.
28. Oblicz siłę tarcia występującą podczas przesuwania stalowej kostki po żeliwnym blacie. Ciężar kostki 200 N. Współczynnik tarcia między stalą a żeliwem μ_k = 0,18.
29. Oblicz siłę bezwładności działająca na kierowcę samochodu podczas ruszania z miejsca, gdy samochód porusza się z przyspieszeniem 2,5 m/s^2. Masa kierowcy wynosi 85 kg.
30. Oblicz siłę bezwładności działającą na kierowcę samochodu podczas hamowania, gdy hamowanie występuje z opóźnieniem 6 m/s^2. Masa kierowcy wynosi 80 kg.

5. Podstawy wytrzymałości materiałów

5.1. Odkształcenia

Wszystkie ciała rzeczywiste pod wpływem działania sił zewnętrznych odkształcają się, tzn. zmieniają swój kształt lub wymiary. Przykładami potwierdzającymi to zjawisko mogą być np.: belka trampoliny uginająca się pod ciężarem skoczka lub guma wydłużająca się pod wpływem siły rozciągającej. Niejednokrotnie zmiany kształtu lub wymiarów są znikome i niezauważalne gołym okiem.

Jeżeli pod wpływem obciążenia ciało odkształca się, a po odciążeniu wraca do swojej pierwotnej postaci, to takie odkształcenie nazywa się **odkształceniem sprężystym**. Ciało zaś, które ma zdolność do powrotu do swoich pierwotnych kształtów, nazywa się **ciałem sprężystym**.

Ciała rzeczywiste są **ciałami plastycznymi**, gdyż po odciążeniu zwykle pozostają w nich pewne odkształcenia, zwane **odkształceniami trwałymi**. Każde ciało rzeczywiste ma jednak taki zakres obciążenia, w którym po odciążeniu odkształcenia są tak małe, że można je pominąć. W tym zakresie ciało rzeczywiste można traktować jako sprężyste. Przykładem może być tu wyginana linijka, która w pewnym zakresie obciążenia powraca do swojej pierwotnej postaci, a po przekroczeniu tego zakresu pozostaje odkształcona trwale lub ulega zniszczeniu.

Podział obciążeń

W zależności od sposobu działania na ciało obciążenia można podzielić na:
- rozciągające,
- ściskające,
- ścinające,
- skręcające,
- zginające.

Każde z podanych obciążeń wywołuje inny rodzaj odkształcenia ciała, na które oddziałuje.

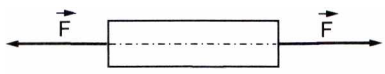
Rozciąganie. Przykład rozciągania pręta obciążonego dwiema równymi siłami leżącymi w jednej linii a przeciwnie zwróconymi do siebie przedstawiono na rysunku 5.1. Pręt pod wpływem tych obciążeń wydłuża się, zmniejszając swoje wymiary poprzeczne – czyli rozciąga się. Elementy pracujące na rozciąganie to zwykle pręty i cięgna, np.: cięgna i linki sterujące pracą zespołów pojazdu, łańcuchy, niektóre pręty kratownic itp.

Ściskanie. Przykład ściskania został zaprezentowany na rysunku 5.2 (ściskanie jest jakby odwrotnością rozciągania). Pręt jest obciążony dwiema równymi siłami leżącymi w jednej linii i zwróconymi do siebie. Pręt pod wpływem tych obciążeń skraca się, przy czym zwiększają się jego wymiary poprzeczne, czyli spęcza się. Elementy pracujące na ściskanie to np.: ściskane tłoczysko pompy hamulcowej, niektóre pręty kratownic.

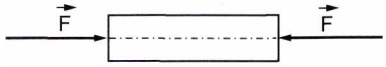
Ścinanie. Układ sił przy ścinaniu pokazano na rysunku 5.3. Pręt jest obciążony dwiema równymi siłami przeciwnie zwróconymi do siebie, lecz nie leżącymi w jednej linii. Odległość między liniami działania sił jest bardzo mała. Można powiedzieć, że na przedstawiony pręt działa para sił o małym ramieniu. Siły działające na pręt próbują przesunąć jedną część pręta względem drugiej, czyli ścinają pręt. Elementami pracującymi na ścinanie są m.in.: nity, śruby, sworznie, spoiny pachwinowe, zgrzeiny blachownic.

Skręcanie. Układ sił powodujących skręcanie przedstawiono na rysunku 5.4. Do końców pręta zostały przyłożone dwie pary sił o przeciwnych znakach leżące w płaszczyznach prostopadłych do osi pręta. Pary sił obracają elementy przekroju pręta względem siebie wokół osi pręta, czyli skręcają pręt. Elementami pracującymi na skręcanie są głównie wały maszynowe oraz wałki napędowe w pojazdach potocznie nazywane półosiami napędowymi.

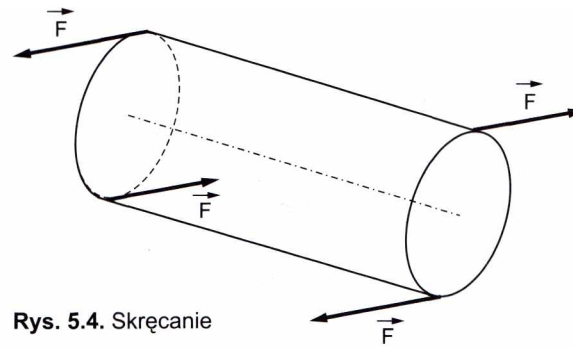
Zginanie. Przykłady zginania przedstawiono na rysunku 5.5. Na rysunku 5.5a do końców podpartego na jednej podporze pręta zostały przyłożone dwie siły. Na rysunku 5.5b do końca utwierdzonej belki została przyłożona siła. W obydwu przypadkach pod wpływem sił osie pręta i belki zostaną zakrzywione, czyli pręt



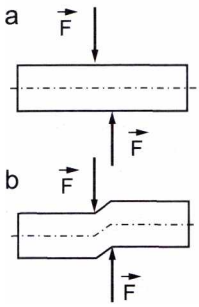
Rys. 5.1. Rozciąganie



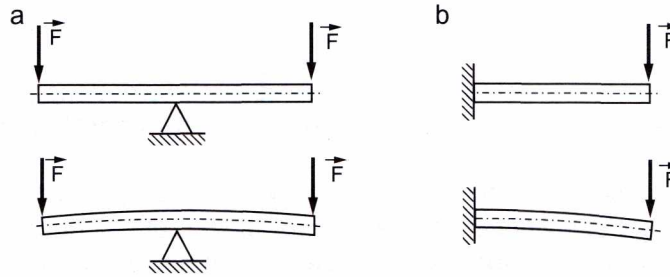
Rys. 5.2. Ściskanie



Rys. 5.4. Skręcanie



Rys. 5.3. Ścinanie



Rys. 5.5. Zginanie

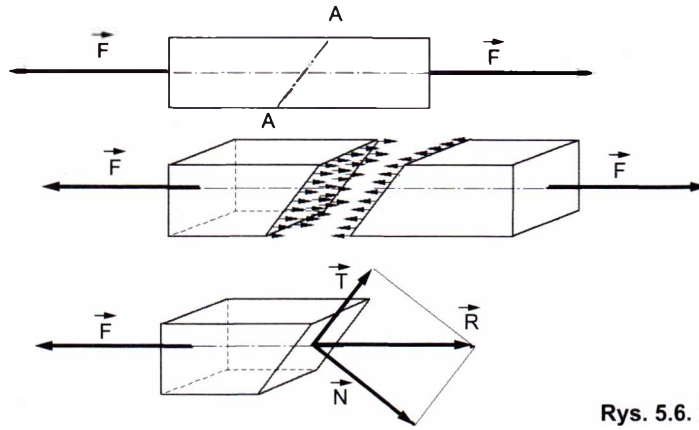
i belka wygną się. Elementami pracującymi na zginanie są głównie: osie i wały maszynowe, elementy konstrukcyjne nadwozi i podwozi, belki stropowe i mostowe.

Odkształcenia złożone. Wszystkie przedstawione poprzednio odkształcenia są zaliczane do odkształceń prostych, tzn. że w danym elemencie występuje tylko jeden rodzaj odkształcenia. Rzeczywiste elementy maszyn i pojazdów są poddane jednocześnie wielu obciążeniom, powodującym w nich wielorakie odkształcenia, np.: jednoczesne zginanie, skręcanie i rozciąganie. Występowanie jednocześnie w jednym elemencie kilku rodzajów odkształceń to tzw. **złożony stan odkształceń**. Odkształcenia występujące w tym elemencie określa się mianem **odkształceń złożonych**. Elementami poddanymi złożonym odkształceniom w silniku samochodowym są np.: korbowód i wał korbowy.

5.2. Naprężenia

Po przyłożeniu do ciała obciążenia, wewnątrz tego ciała pojawiają się dodatkowe siły przeciwstawiające się siłom zewnętrznym, zwane siłami napięcia lub naprężeniami. Jeżeli ciało nie jest obciążone, występują w nim tylko wewnętrzne siły spójności międzycząsteczkowej.

Do analizy występujących sił wewnętrznych, czyli napięć, zostanie wykorzystany dowolny przekrój *A-A* rozciąganego pręta o przekroju kwadratowym (rys. 5.6).



Rys. 5.6. Naprężenia

W tym przekroju muszą działać siły wewnętrzne przeciwdziałające swobodnemu oddzieleniu dwóch części. Siły te rozłożone są na całej powierzchni przekroju obu części.

W celu wyznaczenia wypadkowej sił wewnętrznych zostanie rozpatrzona równowaga lewej części pręta. Z warunku rzutu sił na oś pręta wynika, że wypadkowa sił wewnętrznych R działających na rozpatrywany przekrój jest równa co do wartości sile zewnętrznej F i przeciwnie do niej zwrócona.

$$R = -F$$

Siła wypadkowa zostanie rozłożona na dwie składowe:
– siłę N zwaną normalną, prostopadłą do rozpatrywanego przekroju,
– siłę T zwaną styczną, która jest równoległa do rozpatrywanego przekroju.

Naprężenia są skutkiem działania obciążeń zewnętrznych, są jakby odpowiedzią materiału na obciążenia zewnętrzne. W rozważanym przekroju występują naprężenia:
– normalne,
– styczne.

Naprężeniem normalnym nazywa się stosunek siły normalnej N do pola przekroju S i oznacza literą σ (sigma)

$$\sigma = \frac{N}{S} \tag{5.1}$$

gdzie:
N – siła normalna,
S – pole przekroju poprzecznego.

Naprężeniem stycznym nazywa się stosunek siły stycznej T do pola przekroju S i oznacza literą τ (tau)

$$\tau = \frac{T}{S} \tag{5.2}$$

gdzie:
T – siła styczna,
S – pole przekroju poprzecznego.

Jednostką naprężenia w układzie SI jest paskal (Pa), choć częściej używa się do obliczeń jego wielokrotności, czyli megapaskala (MPa).

$$1\ \text{Pa} = 1\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

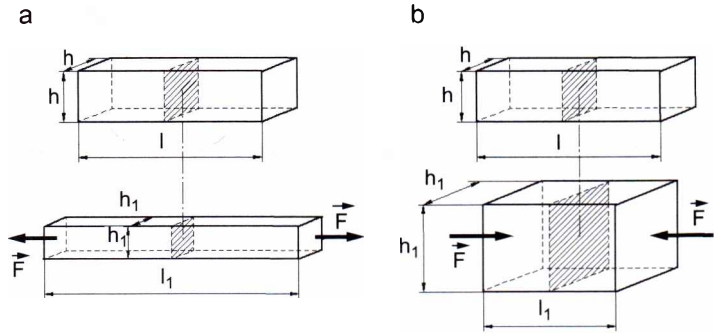
$$1\ \text{MPa} = 10^6\ \text{Pa}$$

5.3. Rozciąganie i ściskanie

5.3.1. Podstawowe pojęcia związane z rozciąganiem i ściskaniem. Prawo Hooke'a

Przy rozpatrywaniu rozciągania i ściskania niezbędne będą pojęcia, dzięki którym będzie możliwe pełne poznanie zjawisk zachodzących w ciałach poddanych tym odkształceniom. Do pojęć tych należą: wydłużenie, zwężenie, liczba Poissona. W celu wyjaśnienia powyższych pojęć należy rozpatrzyć jeszcze raz zja-

wiska zachodzące w trakcie rozciągania i ściskania. Na rysunku 5.7 pokazano, jak zmieniają swoje wymiary metalowe pręty o przekroju kwadratowym poddane rozciąganiu i ściskaniu. Przyjęto, że wymiary prętów w obu przypadkach odkształceń pod obciążeniem zostaną oznaczone indeksem 1, np. l_1, h_1.



Rys. 5.7. Rozciąganie i ściskanie

Pręt rozciągany (rys. 5.7a) pod działaniem obciążenia wyraźnie się wydłuża od długości początkowej l do długości pod obciążeniem l_1, zmniejszają się zaś jego wymiary poprzeczne z h na h_1. Odwrotna sytuacja ma miejsce w przypadku pręta ściskanego (rys. 5.7b), który pod działaniem obciążenia wyraźnie się skraca od długości początkowej l do długości pod obciążeniem l_1, zwiększają się zaś jego wymiary poprzeczne z h na h_1.

Odkształcenia wzdłużne

Wydłużeniem całkowitym Δl nazywa się różnicę długości końcowej i początkowej:

$$\Delta l = l_1 - l, \tag{5.3}$$

gdzie:
l – długość początkowa,
l_1 – długość końcowa;
– przy rozciąganiu wydłużenie całkowite Δl jest dodatnie,
– przy ściskaniu wydłużenie całkowite Δl jest ujemne i nazywa się skróceniem całkowitym.

Wydłużeniem względnym lub jednostkowym ε nazywa się stosunek wydłużenia (skrócenia) całkowitego Δl do długości początkowej l.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{l_1 - l}{l} \tag{5.4}$$

gdzie:
l – długość początkowa,
l_1 – długość końcowa,
Δl – wydłużenie (skrócenie) całkowite.

Wydłużenie jednostkowe jest liczbą bezwymiarową i często korzystając z następującego wzoru, podaje się je w procentach

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \cdot 100 = \frac{l_1 - l}{l} \cdot 100 \ [\%] \tag{5.5}$$

gdzie:
l – długość początkowa,
l_1 – długość końcowa,
Δl – wydłużenie (skrócenie) całkowite.

Odkształcenia poprzeczne

Zwężeniem całkowitym Δh nazywa się różnicę grubości końcowej i początkowej:

$$\Delta h = h_1 - h \tag{5.6}$$

gdzie:
h – grubość początkowa,
h_1 – grubość końcowa;
– przy rozciąganiu zwężenie całkowite Δh jest ujemne,
– przy ściskaniu zwężenie całkowite Δh jest dodatnie.

Zwężeniem jednostkowym ε_1 nazywa się stosunek zwężenia całkowitego Δh do grubości początkowej h.

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta h}{h} = \frac{h_1 - h}{h} \tag{5.7}$$

gdzie:
h – grubość początkowa,
h_1 – grubość końcowa,
Δh – zwężenie całkowite.

Zwężenie jednostkowe jest liczbą bezwymiarową i również często podaje się je w procentach.

Liczba Poissona

Liczba Poissona jest wielkością stałą dla danego materiału konstrukcyjnego. Charakteryzuje materiał wytrzymałościowo, nie zależy od wymiarów i kształtu elementu rozciąganego lub ściskanego. Oznacza to, że gdy jakikolwiek nieznany materiał o dowolnych wymiarach zostanie poddany rozciąganiu i ściskaniu, a zostały zmierzone jego wymiary początkowe oraz po obciążeniu dowolną siłą to, znając liczbę Poissona, można określić rodzaj tego materiału.

Liczbę Poissona ν oblicza się jako stosunek zwężenia jednostkowego ε_1 do wydłużenia jednostkowego ε wg wzoru:

$$\nu = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} \tag{5.8}$$

gdzie:
ε_1 – zwężenie jednostkowe,
ε – wydłużenie jednostkowe.

Wartości tej liczby dla różnych materiałów mieszczą się w granicach od 0 do 0,5 (tabl. 5-1).

Tablica 5-1
Wartości liczby Poissona dla wybranych materiałów konstrukcyjnych

Materiał	Liczba Poissona ν
Stal	0,25 do 0,33
Żeliwo	0,24 do 0,28
Miedź	0,30 do 0,34
Aluminium	0,31 do 0,42
Ołów	0,46
Szkło	0,20 do 0,26
Beton	0,27 do 0,20

Prawo Hooke'a

W celu wyjaśnienia jednego z ważniejszych praw wytrzymałości materiałów warto przeanalizować, jaką wartość ma składowa normalna N wypadkowej sił wewnętrznych R w przekroju prostopadłym do linii działania sił zewnętrznych podczas rozciągania i ściskania. Wiadomo, że wypadkowa sił wewnętrznych R jest równa co do wartości sile zewnętrznej F i przeciwnie do niej zwrócona.

Czyli

$$R = -F$$

W przekroju prostopadłym (poprzecznym) do osi działania sił składowa normalna N jest równa wypadkowej sił wewnętrznych R, gdyż składowa styczna T jest równa zero. Możemy więc zapisać, że co do wartości

$$N = F$$

Na tej podstawie można zapisać, że: **w przekrojach poprzecznych do osi rozciągania i ściskania występują tylko naprężenia normalne**.

$$\sigma = \frac{N}{S} \tag{5.9a}$$

gdzie:
N – siła normalna,
S – pole przekroju poprzecznego.

Naprężenia normalne w przekrojach poprzecznych do osi rozciągania i ściskania można zapisać jako stosunek siły zewnętrznej F (ściskającej lub rozciągającej) do pola przekroju S prostopadłego do osi obciążenia.

$$\sigma = \frac{F}{S} \tag{5.9b}$$

gdzie:
F – siła zewnętrzna,
S – pole przekroju poprzecznego.

Robert Hooke zajmował się badaniami nad sprężystością elementów obciążanych. Po wielu doświadczeniach doszedł do wniosku, że w pewnych przedziałach obciążeń ciało może być uważane za sprężyste. Można tu powrócić do przykładu wyginanej linijki, która w pewnym zakresie obciążenia po odciążeniu powraca do swojej pierwotnej postaci, zaś po przekroczeniu tego zakresu

pozostaje odkształcona trwale lub ulega zniszczeniu. W zakresie obciążeń, w którym linijka po odciążeniu powraca do swojej pierwotnej postaci, obowiązuje sformułowane przez Hooke'a prawo proporcjonalności zwane **prawem Hooke'a**:

wydłużenie Δl jest wprost proporcjonalne do wartości siły F działającej na dany element **oraz do długości l elementu, odwrotnie proporcjonalne zaś do pola przekroju poprzecznego tego elementu S.**

Prawo to można zapisać wzorem

$$\Delta l = \frac{F l}{E S} \tag{5.10}$$

gdzie:
l – długość elementu,
F – siła zewnętrzna,
S – pole przekroju,
E – moduł sprężystości wzdłużnej, zwany modułem Younga.

Po prostych przekształceniach można uzyskać następujący zapis:

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l} \tag{5.11}$$

a po podstawieniu $\sigma = \frac{F}{S}$ oraz $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ wzór przyjmie postać:

$$\sigma = E\,\varepsilon \tag{5.12}$$

gdzie:
ε – wydłużenie jednostkowe,
E – moduł Younga.

Definiując prawo Hooke'a na bazie tego wzoru, można stwierdzić, że:
naprężenie normalne jest proporcjonalne do wydłużenia jednostkowego.

Moduł Younga, podobnie jak liczba Poissona, jest wielkością, która pozwala na scharakteryzowanie każdego materiału konstrukcyjnego. Moduł ten charakteryzuje odporność materiału na odkształcenia przy rozciąganiu i ściskaniu. Im większy moduł Younga, tym materiał jest mniej podatny na odkształcenia. Jednostka modułu Younga jest taka sama jak jednostka naprężenia, najczęściej podaje się go w MPa. W tablicy 5-2 przedstawiono wartości modułu dla wybranych materiałów.

Tablica 5-2
Wartości modułu Younga dla wybranych materiałów konstrukcyjnych

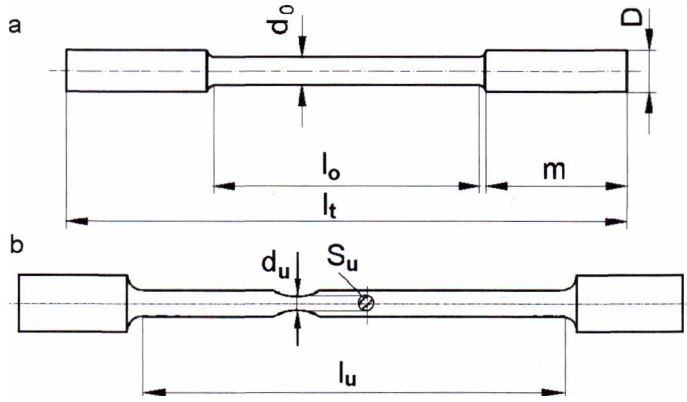
Materiał	Moduł Younga E [MPa]
Stal	200 000 do 210 000
Żeliwo	120 000 do 160 000
Miedź	100 000 do 130 000
Aluminium	80 000 do 100 000
Ołów	17 000
Szkło	50 000
Beton	15 000 do 25 000

5.3.2. Próba rozciągania

Próba statycznego rozciągania jest podstawową próbą badań własności mechanicznych metali, ujętą w normie PN-EN 10002-1:2004. Dzięki tej próbie uzyskuje się podstawowe informacje o własnościach wytrzymałościowych i plastycznych danych metali. Pozwala ona na określenie podstawowych wielkości wytrzymałościowych charakteryzujących dany materiał, do których należą:
– granica proporcjonalności R_H,
– granica sprężystości $R_{0.05}$,
– granica plastyczności R_e,
– wytrzymałość na rozciąganie R_m,
– naprężenie rozrywające R_u.

Dzięki próbie można również określić własności plastyczne materiału, takie jak:
– wydłużenie względne A,
– przewężenie względne Z.

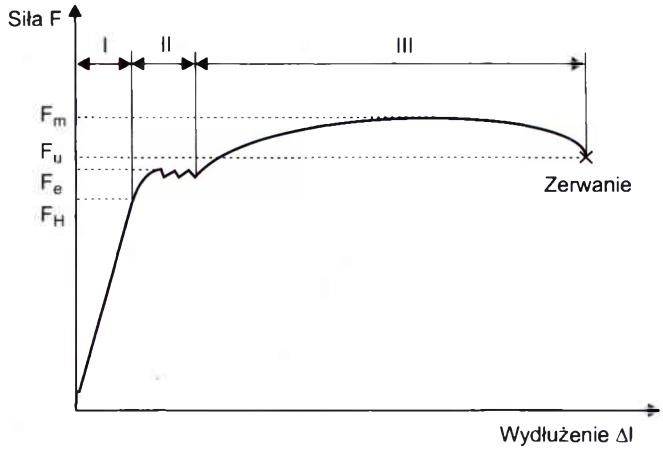
Próbę statycznego rozciągania przeprowadza się na maszynach uniwersalnych lub na maszynach specjalnych, zwanych zrywarkami. Maszyny te mogą mieć napęd mechaniczny, elektryczny lub hydrauliczny. Badaniu są poddawane znormalizowane próbki (rys. 5.8) o przekroju kolistym lub prostokątnym. Próbka składa się z części pomiarowej l_o oraz dwóch główek m o większym przekroju, służących do mocowania próbki w maszynie. Przejścia między główką a częścią pomiarową są zaokrąglone w celu uniknięcia koncentracji naprężeń.



Rys. 5.8. Próbka materiału do statycznego rozciągania
a – przed rozciąganiem,
b – poddana rozciąganiu

W czasie próby (za pomocą siłomierza) mierzy się i rejestruje siły występujące w próbce. Pomiar wydłużenia jest realizowany za pomocą tensometrów. Są to czujniki do pomiaru małych wydłużeń. Najczęściej wielkością mierzoną przez tensometry jest średnie wydłużenie Δl na odcinku o długości początkowej l_o.

Na podstawie zapisanych wyników pomiarów opracowuje się wykres rozciągania. Pionowa oś wykresu odpowiada wartościom siły F, oś pozioma wydłużeniu Δl. Wykres rozciągania dla materiałów plastycznych przedstawiono na rysunku 5.9.



Rys. 5.9. Wykres rozciągania materiałów plastycznych
I – zakres liniowej zależności F-Δl, II – zakres nieliniowej zależności F-Δl (plastyczne płynięcie materiału), III – zakres umocnienia plastycznego

W początkowym okresie (I) zależność między dwoma wielkościami – obciążeniem i wydłużeniem – można opisać prawem Hooke'a, czyli obciążenie F jest proporcjonalne do wydłużenia Δl. Proporcjonalność ta kończy się w punkcie odpowiadającym sile F_H. W tym miejscu można określić pierwszą własność wytrzymałościową badanego materiału – granicę proporcjonalności R_H. Wyznacza się ją z następującego wzoru:

$$R_H = \frac{F_H}{S_0} \text{ [MPa]} \tag{5.13}$$

gdzie:
F_H – największe obciążenie, gdy F jest proporcjonalne do wydłużenia Δl,
S_0 – pierwotne pole przekroju próbki (przed obciążeniem).

Granica proporcjonalności jest to naprężenie, po przekroczeniu którego materiał nie podlega prawu Hooke'a.

Do punktu osiągnięcia granicy proporcjonalności materiał po odciążeniu powraca do swojej pierwotnej postaci. Po przekroczeniu punktu siły F_H (etap II) widać na wykresie szybszy wzrost wydłużenia w stosunku do obciążenia, aż do punktu odpowiadającego sile F_e. W tym punkcie obserwuje się znaczne wydłużenie próbki bez widocznego wzrostu siły rozciągającej – określa się to terminem: próbka „płynie". W tym momencie można sprawdzić drugą własność wytrzymałościową badanego materiału – granicę plastyczności R_e. Wyznacza się ją z następującego wzoru:

$$R_e = \frac{F_e}{S_0} \text{ [MPa]} \tag{5.14}$$

gdzie S_0 – pierwotne pole przekroju próbki (przed obciążeniem).

Granica plastyczności jest to naprężenie, po przekroczeniu którego występuje znaczny wzrost wydłużenia rozciąganej próbki bez wzrostu lub nawet przy spadku obciążenia.

Po przekroczeniu granicy plastyczności w materiale powstają odkształcenia trwałe, zmieniające strukturę materiału, materiał umacnia się wewnętrznie po etapie „płynięcia", stając się odporniejszym na odkształcanie – etap III. Dalsze wydłużanie rozciąganej próbki następuje już przy wzrastającym obciążeniu. Proces ten trwa do aż do punktu odpowiadającego sile F_m. Jest to największa siła, którą przenosi próbka w czasie całej próby rozciągania. W tym momencie można określić własność wytrzymałościową badanego materiału zwaną **wytrzymałością na rozciąganie** R_m. Wyznacza się ją z następującego wzoru:

$$R_m = \frac{F_m}{S_0} \text{ [MPa]} \tag{5.15}$$

gdzie:
F_m – największe obciążenie podczas próby rozciągania,
S_0 – pierwotne pole przekroju próbki (przed obciążeniem).

Wytrzymałość materiału R_m na rozciąganie jest to stosunek największej siły F_m przeniesionej przez próbkę do pierwotnego pola przekroju próbki S_0.

Po przekroczeniu punktu odpowiadającego sile F_m zmienia się całkowicie charakter odkształcenia próbki. Próbka, która do tej pory wydłużała się w całości, wyraźnie przewęża się w jednym miejscu, tworzy się tzw. „szyjka". Od tej chwili obserwuje się wydłużenie przy zmniejszającej się sile obciążającej, aż do punktu odpowiadającego sile F_u, w którym następuje zerwanie próbki. W tym punkcie określa się własność wytrzymałościową badanego materiału zwaną naprężeniem rozrywającym R_u. Wyznacza się go z ilorazu:

$$R_u = \frac{F_u}{S_u} \text{ [MPa]} \tag{5.16}$$

gdzie: S_u – pole przekroju próbki w miejscu zerwania.

Naprężenie rozrywające R_u jest to stosunek największej siły F_u, przy której następuje zerwanie próbki do pola przekroju próbki w miejscu zerwania S_u.

Ostatnią własnością wytrzymałościową badanego materiału jest umowna granica sprężystości $R_{0,05}$. Określenie granicy sprężystości jest trudne do ustalenia na podstawie wykresu, gdyż trudno znaleźć graniczne obciążenie siłą, przy którym pojawiają się pierwsze oznaki trwałego wydłużenia plastycznego i nie ma już odkształcenia sprężystego. Punkt odpowiadający takiej sile leży nieco powyżej punktu odpowiadającego sile F_H. Zdarza się często, że trudno jest też odczytać na wykresie punkt odpowiadający sile F_e. W tym celu wprowadzono umowną granicę sprężystości i umowną granicę plastyczności. Umowną granicę sprężystości wyznacza się z następującego wzoru:

$$R_{0,05} = \frac{F_{0,05}}{S_0} \text{ [MPa]} \tag{5.17}$$

gdzie S_0 – pierwotne pole przekroju próbki (przed obciążeniem).

Umowną granicą sprężystości $R_{0,05}$ nazywa się naprężenie wywołujące w próbce wydłużenie trwałe, równe 0,05% długości pomiarowej.

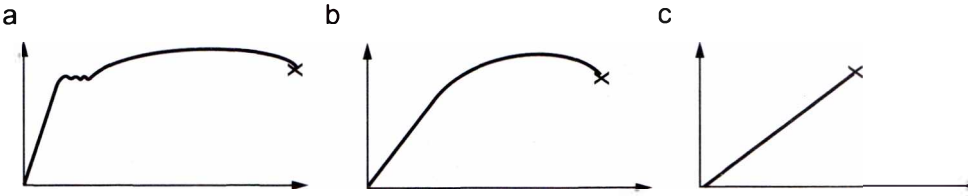
Umowną granicę plastyczności można wyznaczyć z następującego wzoru:

$$R_{0,2} = \frac{F_{0,2}}{S_0} \text{ [MPa]} \tag{5.18}$$

gdzie: S_0 – pierwotne pole przekroju próbki (przed obciążeniem).

Umowna granica plastyczności $R_{0,2}$ odpowiada wartości naprężenia wywołującego w próbce wydłużenie trwałe równe 0,2% długości pomiarowej.

Przedstawiony na rysunku 5.9 wykres próby rozciągania dotyczył materiału plastycznego. Jednak dla innych materiałów wykresy te przyjmują różne kształty (rys. 5.10).



Rys. 5.10. Wykresy próby rozciągania dla wybranych materiałów

a – materiały o wyraźnej granicy plastyczności (metale kolorowe, stal miękka, stale wyżarzone),
b – materiały bez wyraźnej granicy plastyczności (stopy, stale twarde),
c – materiały kruche (stale wysokowęglowe, żeliwo, materiały ceramiczne)

Własności plastyczne. Oprócz poznanych dzięki próbie rozciągania własności wytrzymałościowych można również określić następujące własności plastyczne badanego materiału.

– ***Wydłużenie jednostkowe*** *A* po zerwaniu, określane wzorem:

$$A = \left(\frac{l_u - l_0}{l_0} \right) 100 \text{ [\%]} \tag{5.19}$$

gdzie:
l_0 – pierwotna długość pomiarowa próbki przed obciążeniem,
l_u – długość próbki po zerwaniu.

Wydłużenie jednostkowe *A* jest zależne od kształtu próbki, a szczególnie od stosunku jej długości do przekroju porzecznego, dlatego pomiaru wydłużenia dokonuje się na znormalizowanych próbkach na wyznaczonej długości pomiarowej.

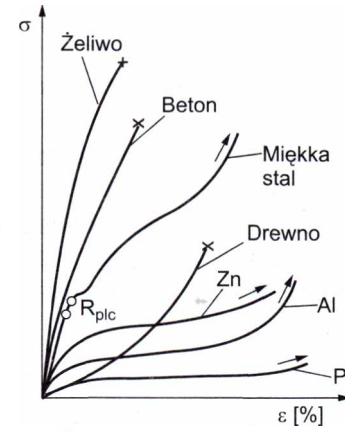
– ***Przewężenie względne*** *Z* przy zerwaniu określane wzorem:

$$Z = \left(\frac{S_0 - S_u}{S_0} \right) 100 \text{ [\%]} \tag{5.20}$$

gdzie:
S_0 – pierwotne pole przekroju próbki przed obciążeniem,
S_u – pole przekroju próbki w miejscu zerwania.

5.3.3. Próba ściskania

Próbę statycznego ściskania przeprowadza się podobnie jak próbę rozciągania na maszynach uniwersalnych. Badania przeprowadza się na znormalizowanych próbkach w kształcie sześcianu lub walca. Wielkości wytrzymałościowe charakteryzujące dany materiał, takie jak granica proporcjonalności R_H, granica sprężystości $R_{0,05}$, granica plastyczności R_e, są dla materiałów plastycznych praktycznie jednakowe przy rozciąganiu i ściskaniu. Wykres ściskania dla wybranych materiałów przedstawiono na rysunku 5.11.



Rys. 5.11. Wykres ściskania dla wybranych materiałów [4]

Materiały plastyczne podczas próby ściskania do granicy plastyczności R_e zachowują się tak samo jak podczas próby rozciągania. Po przekroczeniu granicy plastyczności pojawiają się odkształcenia trwałe objawiające się spęczeniem próbki, występuje baryłkowatość, a następnie przy dalszym wzroście obciążenia próbka spłaszcza się. Próbę ściskania kończy się zazwyczaj w chwili wystąpienia w niej wyraźnych odkształceń plastycznych. Podczas próby ściskania nie można wyznaczyć wytrzymałości na ściskanie, jak to miało miejsce podczas próby rozciągania. Wytrzymałość na ściskanie wyznacza się na bazie największej siły F_c zanotowanej podczas próby wg poniższego wzoru:

$$R_c = \frac{F_c}{S_0} \text{ [MPa]} \tag{5.21}$$

gdzie:
F_c – największa siła zanotowana podczas próby ściskania,
S_0 – pierwotne pole przekroju próbki przed obciążeniem.

Jak już wcześniej wspomniano, własności wytrzymałościowe są charakterystyczne dla danego materiału, pozwalają na ich rozróżnienie i wzajemne porównanie. W tablicy 5-3 przedstawiono charakterystyczne własności wytrzymałościowe dla wybranych typów materiałów (w nawiasie podano stare oznaczenia stali).

Należy jeszcze wspomnieć, że istnieją materiały, które mają różne własności wytrzymałościowe w różnych kierunkach. Przykładem tego rodzaju materiału jest drewno, które bardzo łatwo daje się przeciąć wzdłuż słojów, a już dużo trudniej w poprzek słojów – co oznacza, że drewno w kierunku prostopadłym do słojów ma dużo większą wytrzymałość na ścinanie niż w kierunku równoległym do słojów.

Materiały, które mają zróżnicowane własności wytrzymałościowe w różnych kierunkach, nazywamy **materiałami anizotropowymi**, natomiast materiały

Tablica 5-3

Charakterystyczne własności wytrzymałościowe dla wybranych materiałów

Materiał	Oznaczenie wg PN-EN (PN)	Granica wytrzymałości R_m [MPa]	Granica plastyczności $R_{0,2}$ [MPa]	Wydłużenie $A_{0,5}$ [%]	Przewężenie Z [%]
Stal węglowa	E295 (St 5)	500–620	270	19–21	
Stal węglowa	E360 (St 7)	700–850	340	10–11	
Stal węglowa	C10 (10)	320–450	190	33	60
Stal węglowa	C65 (65)	710–880	420	10	30
Stal stopowa	15H4 (15 H)	700	450	10	45
Stal stopowa	18HGT4-4-10 (18 HGT)	1100	900	10	50
Stal sprężynowa	55GS4-4 (55 GS)	1000	800	8	30
Mosiądz	CuZn 10	300–500		8–15	
Stop aluminium	AlSi 11	150–160		2–4	
Żeliwo szare	EN-GJL-180 (Zl 180)	150–200			
Żeliwo ciągliwe	EN-GJMB-350-6 (ZcB 3506)	350		6	
Tworzywa sztuczne		20–200			
Kamienie naturalne (przy ściskaniu)		30–160			
Drewno (przy rozciąganiu wzdłuż włókien)		80–120			
Drewno (przy ściskaniu wzdłuż włókien)		30–60			

o jednakowych własnościach wytrzymałościowych we wszystkich kierunkach nazywamy **materiałami izotropowymi**.

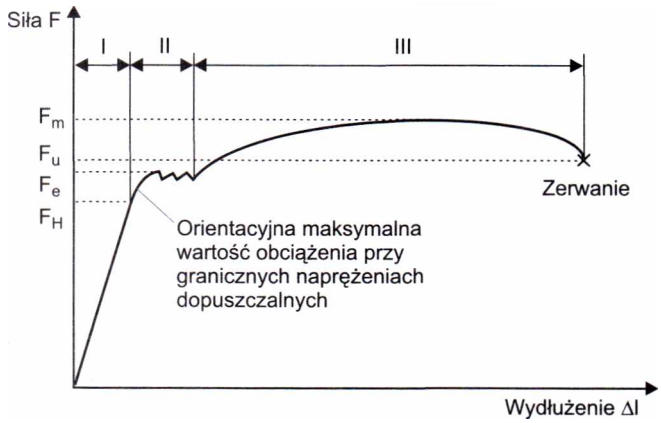
Do materiałów izotropowych można przykładowo zaliczyć: odlewy metalowe, beton, tworzywa sztuczne itp.

Przed rozpoczęciem obliczeń elementów rozciąganych i ściskanych, które są stosowane w pojazdach, należy dokładniej zapoznać się z rodzajami naprężeń i sposobami ich wyznaczania. Poznaliśmy do tej pory dwa rodzaje naprężeń: naprężenia normalne i naprężenia styczne. W dalszych podrozdziałach zapoznamy się z pojęciem naprężeń dopuszczalnych i rzeczywistych.

5.4. Naprężenia dopuszczalne

Każdy z zastosowanych elementów konstrukcyjnych w pojeździe samochodowym musi spełniać dwa podstawowe warunki:
- **warunek wytrzymałości**, oznaczający, że dany element w czasie pracy pojazdu nie może ulec zniszczeniu;
- **warunek sztywności**, który zakłada, że dany element w czasie pracy może ulegać tylko niewielkim odkształceniom, a największe możliwe odkształcenie musi spełniać warunek odkształcenia sprężystego, czyli po odciążeniu element powraca do stanu pierwotnego – sprzed obciążenia.

Z podanych warunków wynika, że należy tak projektować elementy konstrukcyjne, aby nie tylko nie uległy zniszczeniu w czasie pracy, ale też, aby ich odkształcenia pod wpływem obciążeń zewnętrznych były możliwie małe i mieściły się w granicy sprężystości. Naprężenia, które mogą wystąpić w elementach pojazdu samochodowego pod wpływem obciążeń zewnętrznych, muszą być nie tylko mniejsze od wytrzymałości materiału, np. na rozciąganie R_m, ale także mniejsze od granicy sprężystości $R_{0,05}$.



Rys. 5.12. Wykres rozciągania próbki [1]

Naprężenia dopuszczalne są to naprężenia mogące występować w materiale bez obawy naruszenia warunku wytrzymałości i sztywności.

Maksymalne naprężenia w prawidłowo zaprojektowanych elementach pojazdu samochodowego, występujące w czasie eksploatacji pod wpływem obciążeń zewnętrznych, **nie mogą przekroczyć naprężeń dopuszczalnych**. Naprężenia dopuszczalne wyznacza się w zależności od własności wytrzymałościowych materiału oraz charakteru obciążenia dla wszystkich rodzajów odkształceń. Naprężenia dopuszczalne oznacza się małą literą k z indeksem oznaczającym rodzaj odkształcenia i jego charakter (np. k_r, k_{rj}, k_c, k_{cj}, k_{go}). Najczęściej naprężenia wyznacza się na bazie granicy plastyczności R_e dla materiałów plastycznych lub granicy wytrzymałości R_m dla materiałów kruchych z następujących wzorów:

$$k = \frac{R_e}{x_e}$$ – dla materiałów plastycznych, (5.22)

$$k = \frac{R_m}{x_m}$$ – dla materiałów kruchych, (5.23)

gdzie:
x_e – współczynnik bezpieczeństwa dla materiałów plastycznych,
R_e – granica plastyczności,
R_m – wytrzymałość na rozciąganie,
x_m – współczynnik bezpieczeństwa dla materiałów kruchych.

Najczęściej naprężenia dopuszczalne są podawane w MPa. Naprężenia dopuszczalne dla wszystkich rodzajów odkształceń i charakteru obciążenia są zawarte w tabelach wytrzymałościowych, a ich symbole są następujące:
k_r – dopuszczalne naprężenia rozciągające,
k_c – dopuszczalne naprężenia ściskające,
k_t – dopuszczalne naprężenia ścinające,
k_g – dopuszczalne naprężenia zginające,
k_s – dopuszczalne naprężenia skręcające,
oraz dodatkowe indeksy
j – przy obciążeniach tętniących jednostronnie zmiennych, np. k_{cj},
o – przy obciążeniach wahadłowych obustronnie zmiennych, np. k_{go}.

Tablica 5-4

Wartości naprężeń dopuszczalnych dla wybranych materiałów

Materiał	Dopuszczalne naprężenia w MPa	
	Przy rozciąganiu k_r	Przy ściskaniu k_c
Stal węglowa zwykłej jakości	120 do 140	
Stal węglowa konstrukcyjna	100 do 200	
Stale stopowe	120 do 500 i więcej	
Żeliwo szare	20 do 60	120 do 150
Miedź	30 do 120	
Mosiądz	70 do 140	
Brąz	50 do 110	
Aluminium	30 do 80	
Dąb wzdłuż włókien	10 do 15	12 do 16
Dąb w poprzek włókien		1 do 3
Mur ceglany	0,1 do 0,3	1 do 3
Beton	0,1 do 0,5	2 do 10

Tak więc symbol k_{go} oznacza dopuszczane naprężenia zginające przy obciążeniach wahadłowych obustronnie zmiennych.

Współczynniki bezpieczeństwa x_m (x_e) określają, ile razy naprężenie w materiale musi być mniejsze od granicy wytrzymałości R_m (lub plastyczności R_e), aby materiał mógł spełnić jednocześnie dwa warunki: wytrzymałości i sztywności. Współczynniki bezpieczeństwa mieszczą się w szerokich granicach, a dobór ich wartości zależy od przeznaczenia konstrukcji, w której występuje dany element, rodzaju materiału, wymaganego bezpieczeństwa, niezawodności, możliwości wystąpienia obciążeń zmiennych, kształtu części itp.

Maksymalne obciążenie, które może przenieść element konstrukcyjny, nazywamy **nośnością graniczną**. W tablicy 5-4 zostały zamieszczone naprężenia dopuszczalne dla wybranych materiałów.

5.5. Naprężenia rzeczywiste

Naprężenia rzeczywiste są to faktyczne naprężenia występujące w obciążonym siłami zewnętrznymi materiale. Naprężenia te można podzielić na dwa, wcześniej poznane, rodzaje naprężeń: naprężenia normalne oznaczone przez σ i naprężenia styczne oznaczone przez τ określone wzorami:

$$\sigma = \frac{N}{S}, \quad \tau = \frac{T}{S}, \tag{5.24}$$

gdzie:
N – siła normalna,
S – pole przekroju,
T – siła styczna.

Jak wiadomo, naprężenia rzeczywiste występujące w czasie eksploatacji w elementach pojazdu samochodowego pod wpływem obciążeń zewnętrznych nie mogą przekroczyć naprężeń dopuszczalnych. Dlatego uogólniony wzór na zależności między naprężeniami rzeczywistymi i dopuszczalnymi przyjmuje następującą postać:

$$\sigma\,(\text{lub}\,\tau) = \frac{F}{S} \leq k \tag{5.25}$$

gdzie:
σ – rzeczywiste naprężenia normalne przy rozciąganiu, ściskaniu i zginaniu w MPa,
τ – rzeczywiste naprężenia styczne przy ścinaniu i skręcaniu w MPa,
k – naprężenia dopuszczalne w MPa,
F – obciążenie rozciągające/ściskające/ścinające w N,
S – pole powierzchni przekroju, w którym są rozważane naprężenia w mm^2.

Ten uogólniony wzór jest podstawową zależnością stosowaną w wytrzymałości materiałów do obliczania elementów konstrukcyjnych pojazdów, narażonych na różne odkształcenia. Powyższy wzór można stosować do obliczeń wytrzymałościowych elementów poddawanych rozciąganiu, ściskaniu, ścinaniu. Wzór dla poszczególnych przypadków otrzymuje następującą postać:

$$\sigma_{r,c} = \frac{F}{S} \leqslant k_r \,(\text{lub } k_{rj}) \quad \text{– przy rozciąganiu i ściskaniu} \tag{5.26}$$

$$\tau_t = \frac{F}{S} \leqslant k_t \,(\text{lub } k_{tj}, k_{to}) \quad \text{– przy ścinaniu} \tag{5.27}$$

gdzie:
k_r – dopuszczalne naprężenia rozciągające,
k_t – dopuszczalne naprężenia ścinające,
F – obciążenie rozciągające/ściskające/ścinające,
S – pole powierzchni przekroju, w którym są rozważane naprężenia.

Elementy narażone na zginanie i skręcanie, ze względu na złożony charakter obciążenia (obciążenie momentem), oblicza się z analogicznego uogólnionego wzoru:

$$\sigma\,(\text{lub } \tau) = \frac{M}{W} \leqslant k \tag{5.28}$$

Wzory te dla elementów narażonych na zginanie i skręcanie otrzymują postać:

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} \leqslant k_g \,(\text{lub} k_{gj}, k_{go}) \quad \text{– przy zginaniu} \tag{5.29}$$

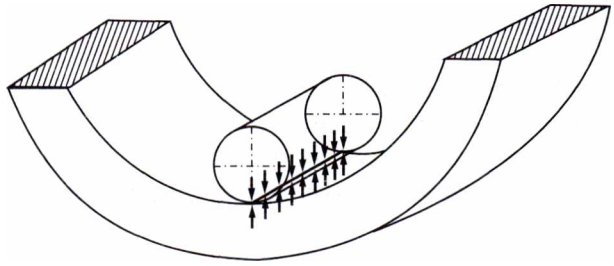
$$\tau_s = \frac{M_s}{W_o} \leqslant k_s \,(\text{lub } k_{sj}, k_{so}) \quad \text{– przy skręcaniu} \tag{5.30}$$

gdzie:
W_x – wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie w m^3,
W_o – wskaźnik wytrzymałości przekroju na skręcanie w m^3,
k_g – dopuszczalne naprężenia zginające,
k_s – dopuszczalne naprężenia skręcające.

Stosując podane wzory, można obliczyć wytrzymałościowo wszystkie elementy pojazdu samochodowego, które mogą podlegać prostym odkształceniom. Sposób obliczania elementów pojazdu narażonych na odkształcenia złożone zostanie podany w dalszej części podręcznika.

5.6. Naprężenia stykowe

Dotychczas opisano naprężenia występujące w materiale pod wpływem obciążeń działających w całym jego przekroju obejmującym dość dużą powierzchnię. W praktyce jednak spotyka się naprężenia występujące na niewielkim obszarze, gdy duże obciążenie działa na małą powierzchnię materiału, a w skrajnych przypadkach – liniowo lub punktowo. Tego rodzaju naprężenia nazywamy **naprężeniami stykowymi**. Naprężenia stykowe występują m.in. w łożyskach tocznych, gdzie toczący się wałek liniowo styka się z powierzchnią bieżni (rys 5.13) albo tocząca się kulka przenosząca duże obciążenie punktowo styka się z bieżnią łożyska.



Rys. 5.13. Naprężenia stykowe

Nacisk powierzchniowy występuje wtedy, gdy duża siła oddziałuje na małej powierzchni materiału. Przykład działania nacisku powierzchniowego można łatwo zaobserwować, stawiając np. stół na miękkim podłożu. Jeżeli po postawieniu stołu nogami do góry usiądzie się na nim, wyraźne zagłębienie blatu stołu w podłożu trudno będzie dostrzec. Jeżeli jednak stół zostanie postawiony na nogach i obciążony w ten sam sposób, nogi zauważalnie zagłębią się w podłożu. Równe, płaskie podłoże zostanie zniszczone przez znaczne zagłębienia, które zrobiły nogi stołu. W podobny, niszczący sposób może działać nacisk powierzchniowy na elementy pojazdu samochodowego. Obliczenia elementów narażonych na nacisk powierzchniowy wykonuje się na podstawie wcześniej poznanego wzoru, który przyjmuje postać:

$$p = \frac{F}{S} \leqslant k_o \tag{5.31}$$

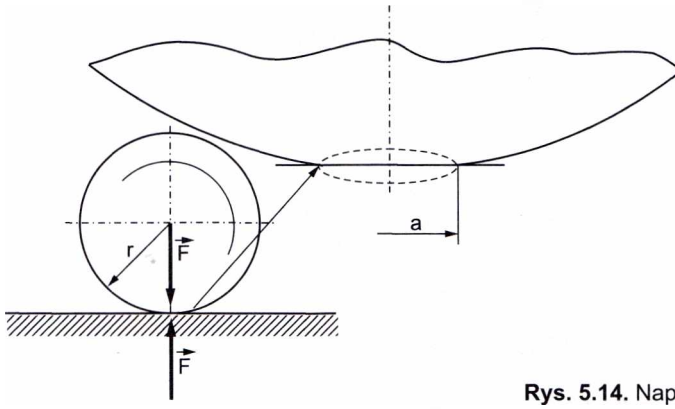
gdzie:
p – rzeczywisty nacisk powierzchniowy w MPa,
F – obciążenie wywołujące nacisk w N,
k_o – dopuszczalny nacisk powierzchniowy w MPa,
S – pole powierzchni przekroju, w którym są rozważane naprężenia w mm^2.

Wartość dopuszczalnego nacisku powierzchniowego określa się w zależności od dopuszczalnych naprężeń rozciągających wg następującej zależności:

$$k_o \approx 0{,}8\, k_c \tag{5.32}$$

gdzie k_c – dopuszczalne naprężenia ściskające.

Naprężenia stykowe zostaną omówione na przykładzie kuli o promieniu r (rys. 5.14). Można przyjąć, że pole styku kuli z powierzchnią podłoża jest kołem o promieniu a.



Rys. 5.14. Naprężenia stykowe

Ponieważ zagadnienie naprężeń stykowych jest bardzo skomplikowane, dlatego rozważania zostaną ograniczone do podania wzorów. Na podstawie literatury promień koła styku obciążonej kuli z powierzchnią podłoża można wyznaczyć ze wzoru:

$$a = 1{,}109 \sqrt[3]{\frac{F}{E}\, r} \tag{5.33}$$

Maksymalne naprężenia stykowe wynoszą:

$$\sigma_{max} = 0{,}388 \sqrt[3]{\frac{F E^2}{r^2}} \tag{5.34}$$

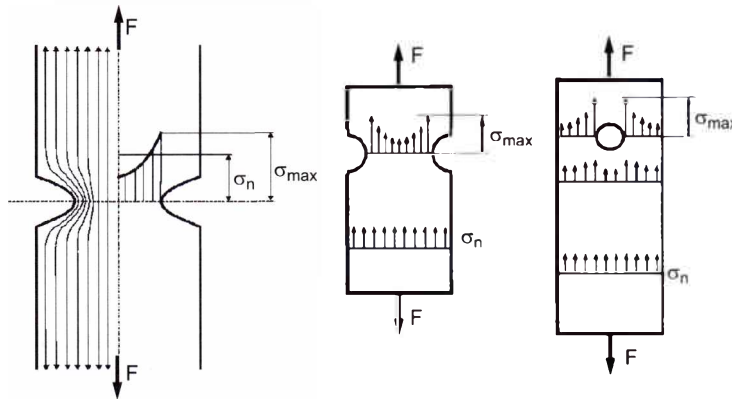
gdzie:
r – promień kuli,
E – moduł Younga,
F – obciążenie działające na pole styku.

Naprężenia stykowe osiągają niejednokrotnie bardzo duże wartości i mogą być przyczyną zniszczenia współpracujących części. Duże naprężenia stykowe przenoszą najczęściej twarde materiały o bardzo wysokiej granicy plastyczności. Szczególnie dobrze radzą sobie z nimi kulki w łożyskach tocznych, które bez żadnej szkody mogą przenieść naprężenia stykowe przekraczające nawet granicę plastyczności.

5.7. Spiętrzenie naprężeń

Spiętrzeniem naprężeń nazywa się miejscowe (lokalne) zwiększenie naprężeń spowodowane przez nagłe zmiany przekroju elementu. Występują one w miejscach podcięć, nacięć, zmian średnicy, podtoczeń, nawierceń. Miejsca te nazy-

wa się karbami. Karby mogą powstawać w wyniku eksploatacji części – wówczas tworzą je rysy powierzchniowe, korozja itp. W samochodach karby występują na wałkach skrzynki biegów, wałkach napędowych różnych elementów osprzętu, jak np. wałek alternatora lub pompy cieczy chłodzącej, w rowkach pierścieni osadczych, przejściach średnic wałka, gwintach, podcięciach, podtoczeniach.



Rys. 5.15. Rozkład naprężeń w materiale

Na rysunku 5.15 przedstawiono rozkład naprężeń w materiale w dwóch punktach: w miejscu, gdzie kształt i wymiary płaskownika są stałe, oraz w miejscu występowania karbu. W obszarze występowania karbu widać nagły wzrost naprężeń, których rozkład zależy wyłącznie od kształtu i wymiarów karbu. Wzrost naprężeń w punktach występowania karbów ma bardzo duży wpływ na zmniejszenie wytrzymałości części w tych miejscach – szczególnie dotyczy to części, które są poddawane obciążeniom zmiennym. Dlatego należy unikać – jeśli to możliwe – karbów podczas konstruowania części maszyn lub przynajmniej zmniejszać ich liczbę do minimum. Prostym przykładem wpływu karbu na wytrzymałość przedmiotu może być jabłko, które bardzo łatwo dzieli się, gdy jest lekko nacięte. To lekkie nacięcie jabłka jest karbem zmniejszającym jego wytrzymałość. Podobnie, wystarczy lekko naciąć drut, płaskownik lub inny element, aby można go było łatwiej złamać. Najbardziej wrażliwym materiałem na działanie karbu jest szkło, które po zarysowaniu nożem diamentowym bardzo łatwo dzieli się (pęka) w miejscu zarysowania.

Największe naprężenia występują na dnie karbu, a im dalej od niego, tym naprężenia są mniejsze. Jak wcześniej wspomniano, wielkość naprężeń i ich rozkład zależą wyłącznie od kształtu i wymiarów karbu. Największe naprężenia wywołane karbem można obliczyć ze wzoru:

$$\sigma_{max} = \sigma_n \alpha_k \tag{5.35}$$

gdzie:

σ_n – naprężenia nominalne w danym przekroju, obliczone tak, jakby rozkład naprężeń był równomierny,

α_k – współczynnik kształtu określający stopień spiętrzenia naprężeń.

Współczynnik kształtu α_k jest bezwymiarowy i wyznacza się go na postawie badań doświadczalnych lub w niektórych przypadkach dobiera się go teoretycznie na podstawie tabel i wykresów.

Negatywne skutki działania karbu można zmniejszyć poprzez jego odpowiednie ukształtowanie – głównie przez unikanie ostrych krawędzi, które należy złamać lub zaokrąglić. Nawet małe zaokrąglenie dna karbu powoduje znaczny wzrost wytrzymałości materiału w miejscu jego występowania.

5.8. Wytrzymałość złożona – złożony stan naprężeń

Jednoczesne występowanie w elemencie kilku rodzajów odkształceń (np.: zginanie, skręcanie i rozciąganie) powoduje tzw. złożony stan odkształceń, który jest przyczyną złożonego stanu naprężeń. W przypadku **złożonego stanu naprężeń** wyznacza się naprężenia zastępcze, które następnie przyrównuje się do naprężeń dopuszczalnych, mających największy wpływ na odkształcenie w materiale.

W wytrzymałości materiałów istnieje wiele hipotez (koncepcji) obliczania naprężeń w złożonym stanie naprężeń. Podstawową w dziedzinie wytrzymałości materiałów jest hipoteza polskiego inżyniera sformułowana w 1904 roku, zwana **hipotezą Hubera**. Inżynier Maksymilian Tytus Huber (1872–1950) był światowej klasy specjalistą w dziedzinie mechaniki teoretycznej i stosowanej. Hipoteza Hubera jest jedną z prostszych hipotez do powszechnego zastosowania, a jej założenia zostały potwierdzone doświadczalnie.

Według hipotezy Hubera, w przypadku występowania złożonego stanu naprężeń naprężenia zastępcze oblicza się wg następujących wzorów:

– dla naprężeń o tym samym kierunku działania:

$$\sigma_z = \sigma_r + \sigma_g \leq k_r \text{ (lub } k_{rj}\text{, lub } k_{rc}\text{)} \tag{5.36}$$

– dla naprężeń o różnych kierunkach działania (np. przy jednoczesnym zginaniu i skręcaniu):

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_g^2 + (\alpha \tau_s)^2} \leq k_g \left(\text{lub } k_{gj} \text{ lub } k_{go}\right) \tag{5.37}$$

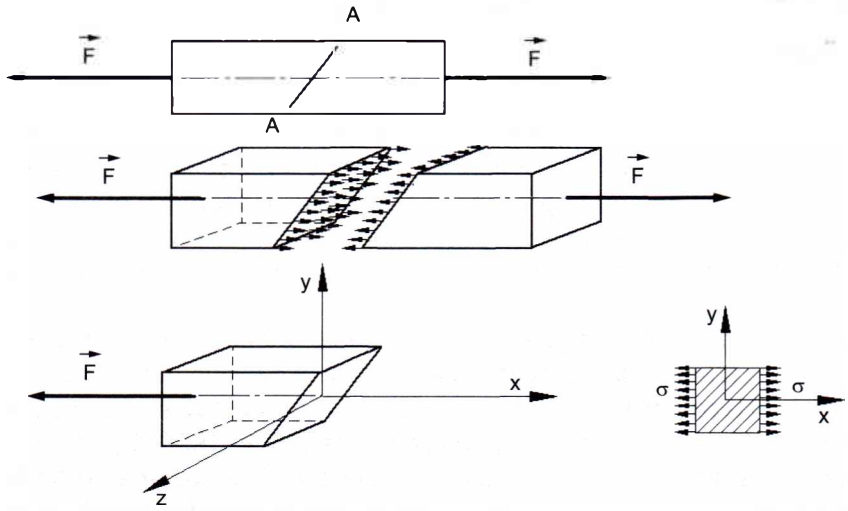
gdzie:

α – współczynnik określający stosunek naprężeń normalnych do stycznych, np.:

$$\alpha = \frac{k_g}{k_s}; \qquad \alpha = \frac{k_r}{k_s}; \qquad \alpha = \frac{k_{go}}{k_{sj}}.$$

5.9. Naprężenia jednoosiowe i dwukierunkowe

Naprężenia jednoosiowe zostaną przedstawione na przykładzie elementu rozciąganego (rys. 5.16). Na rysunku są zaznaczone trzy osie *x*, *y* i *z*. Wprowadzając trzy prostopadłe do siebie płaszczyzny: jedną przechodzącą przez oś *x*, drugą przechodzącą przez oś *y* i trzecią poprowadzoną przez oś z, można łatwo zauważyć, że dwie z nich są równoległe do osi rozciąganego pręta, a jedna, przechodząca przez oś *y*, jest prostopadła do osi pręta.



Rys. 5.16. Naprężenia jednoosiowe i dwukierunkowe

Następnie należy ocenić, w którym kierunku działają naprężenia główne σ. Wyznacza się je ze wzoru:

$$\sigma = \frac{F}{S} \tag{5.38}$$

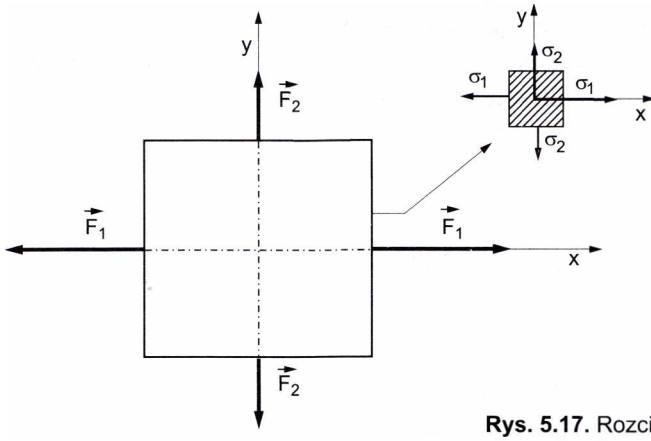
gdzie:
F – obciążenie rozciągające/ściskające/ścinające w N,
S – pole powierzchni przekroju w którym są rozważane naprężenia w mm^2.

W rozpatrywanym przypadku naprężenia σ działają wzdłuż osi *x*, w płaszczyźnie prostopadłej do osi pręta (czyli do linii działania siły F_1) przechodzącej przez oś *y*. W dwóch następnych płaszczyznach naprężenia nie występują, czyli ich wartość jest równa zero.

Jednoosiowym stanem naprężeń jest stan, w którym osiowo występuje tylko jedno naprężenie σ, a dwa pozostałe są równe zero.

Dalsza analiza zostanie przeprowadzona na przykładzie płaskiej płytki poddanej rozciąganiu w obu kierunkach (patrz rys. 5.17). Na rysunku wprowadzono dwie osie *x*, *y*. Posługując się trzema płaszczyznami: jedną będącą płaszczyzną książki, drugą przechodzącą przez oś *x*, trzecią poprowadzoną przez oś *y*,

można stwierdzić, że naprężenia σ działają w dwóch kierunkach: naprężenia σ_1 działają wzdłuż osi x, naprężenia σ_2 działają wzdłuż osi y.



Rys. 5.17. Rozciąganie płytki w obu kierunkach

Można je wyznaczyć ze wzorów:

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{S_1} \tag{5.39}$$

$$\sigma_2 = \frac{F_2}{S_2} \tag{5.40}$$

W rozpatrywanym przypadku naprężenia σ działają w dwóch płaszczyznach:
– w płaszczyźnie prostopadłej do linii działania siły F_1 występują naprężenia σ_1,
– w płaszczyźnie prostopadłej do linii działania siły F_2 występują naprężenia σ_2.

W płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny książki naprężenia nie występują, czyli ich wartość jest równa zero.

Płaski stan naprężeń to stan, w którym występują dwa naprężenia główne σ_1 i σ_2, a trzecie jest równe zero.

5.10. Naprężenia termiczne

Źródłem naprężeń występujących w badanych elementach oprócz sił zewnętrznych może być także temperatura, która wpływa na zmianę wymiarów tych elementów: gdy element się nagrzewa, jego wymiary rosną, gdy schładza – wymiary zmniejszają się. Jest to zjawisko szczególnie istotne dla elementów silnika, których temperatura zmienia się w znacznym zakresie podczas pracy.

Przykładem unaoczniającym występowanie naprężeń termicznych może być np. pręt, którego oba końce są zamocowane na stałe, wskutek czego pręt nie może wydłużać się i skracać swobodnie pod wpływem temperatur. Gdy tak zamocowany pręt zostanie podgrzany, jego wymiary zaczynają się zwiększać. Po-

nieważ, w wyniku sposobu zamocowania, nie może się on swobodnie wydłużyć, wytworzą się w nim siły próbujące przesunąć zamocowania, spowodowane naprężeniami wywołanymi przez zmianę temperatury.

Naprężenia powstałe w materiałach pod wpływem zmiany temperatury nazywa się **naprężeniami termicznymi**. Naprężenia termiczne powstające w materiale można obliczyć, korzystając z następującego wzoru:

$$\sigma = E\,\alpha\,\Delta t \tag{5.41}$$

gdzie:
E – moduł Younga,
α – współczynnik liniowej rozszerzalności cieplnej,
Δt – zmiana zakresu temperatury $\Delta t = t_2 - t_1$.

5.11. Obliczanie elementów konstrukcyjnych narażonych na rozciąganie i ściskanie

Przed zamontowaniem w pojeździe jego elementów konstrukcyjnych należy mieć pewność, że nie ulegną one zniszczeniu w czasie pracy i nie spowodują awarii pojazdu lub innych uszkodzeń. Sprawdzenia oraz właściwego doboru wymiarów elementów, które będą stosowane w samochodzie, dokonuje się już na etapie projektowania – za pomocą wytrzymałościowych obliczeń konstrukcyjnych.

Jak już wcześniej wspomniano, podstawowym wzorem stosowanym w wytrzymałości materiałów do obliczania elementów konstrukcyjnych narażonych na rozciąganie i ściskanie jest następujący wzór:

$$\sigma_{r,c} = \frac{F}{S} \leqslant k_r \left(\text{lub } k_{rj}\right) \tag{5.42}$$

który dla poszczególnych rodzajów odkształceń przybiera następujące postaci:

– przy rozciąganiu $\sigma_r = \dfrac{F}{S} \leqslant k_r$ (5.43)

– przy ściskaniu $\sigma_c = \dfrac{F}{S} \leqslant k_c$ (5.44)

gdzie:
k – naprężenia dopuszczalne w MPa,
F – obciążenie ściskające w N,
S – pole powierzchni przekroju w którym są rozważane naprężenia w mm^2.

Odpowiednio przekształcając te wzory i wykorzystując drugie równanie, można zaprojektować elementy narażone na rozciąganie i ściskanie. Obliczanie elementów narażonych na rozciąganie i ściskanie podczas procesu projektowania może dotyczyć jednego z członów powyższego wzoru, przy znajomości dwóch

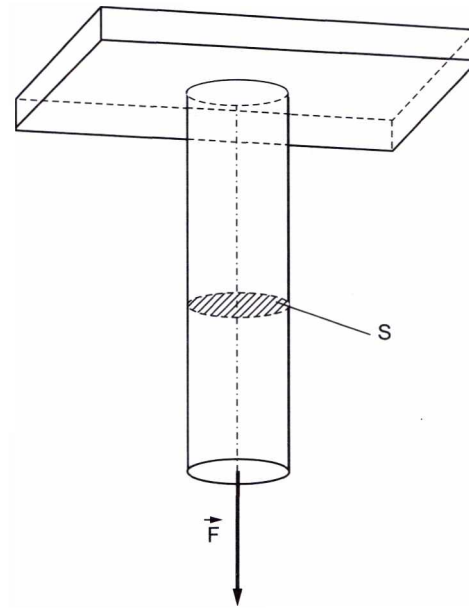
pozostałych. Sposoby wyznaczenia brakującego elementu, nazywane algorytmami, zamieszczono dalej wraz z przykładami.

1. Jeżeli znane są: wartość siły obciążającej (rozciągającej lub ściskającej) F oraz naprężeń dopuszczalnych (na rozciąganie lub ściskanie) – czyli jest ustalony rodzaj materiału dla obliczanego elementu, to można wyznaczyć pole powierzchni S tego elementu ze wzorów:

$$S \geq \frac{F}{k_r} \text{ – dla rozciągania;} \qquad S \geq \frac{F}{k_c} \text{ – dla ściskania.} \tag{5.45}$$

Przykład. Mamy zaprojektować pręt mocowany do sufitu, na którego końcu znajduje się wieszak do podwieszenia samochodu (rys 5.18). Pręt jest narażony na rozciąganie.

Znamy ciężar samochodu, który zostanie podwieszony, czyli siłę $F = 16$ kN. Ustalony został rodzaj materiału – stal E295 (St 5), z którego będzie wykonany pręt, czyli można – z tabel – odczytać naprężenie dopuszczalne k_{rj} dla tego materiału: $k_{rj} = 77$ MPa. Naszym zadaniem jest obliczenie pola powierzchni, a pośrednio odpowiedniej średnicy pręta, która przeniesie ciężar F samochodu. Za pomocą podanego wzoru rozwiążemy ten problem.



Rys. 5.18. Rozciągany pręt zamocowany do sufitu

$$S \geq \frac{F}{k_{rj}} \tag{5.46}$$

$$S \geq \frac{16\,000\ \text{N}}{77\ \text{MPa}}$$

$$S \geqslant 207{,}79\ \text{mm}^2$$

Pręt jest okrągły, więc jego średnicę wyznaczymy ze wzoru na pole koła:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \tag{5.47}$$

$$d \geqslant \sqrt{\frac{4S}{\pi}} \tag{5.48}$$

$$d \geqslant \sqrt{\frac{4 \cdot 207{,}79\ \text{mm}^2}{\pi}}$$

$$d \geqslant 16{,}2\ \text{mm}$$

2. Jeśli znane jest pole powierzchni S i naprężenia dopuszczalne (na rozciąganie lub ściskanie) – czyli określony rodzaj materiału dla obliczanego elementu, to można wyznaczyć maksymalną siłę obciążającą (rozciągającą lub ściskającą) F, którą może przenieść pręt ze wzoru:

$$F \leqslant S\,k_r \text{ – dla rozciągania;} \qquad F \leqslant S\,k_c \text{ – dla ściskania.} \tag{5.48}$$

Przykład. Mamy obliczyć maksymalną siłę obciążającą F, którą może przenieść pręt zamocowany do sufitu i zakończony wieszakiem do podwieszenia samochodu (patrz rys 5.18). Pręt jest narażony na rozciąganie. Mamy już dobrany materiał – stal S275 (St 4), z którego będzie wykonany pręt, czyli znamy na podstawie tabel naprężenia dopuszczalne dla materiału pręta k_r = 70 MPa. Znamy też średnicę pręta d = 10 mm, a więc możemy wyznaczyć pole przekroju pręta S. Naszym zadaniem jest sprawdzenie, jaką maksymalną siłę przeniesie zamocowany w suficie pręt i czy wytrzyma ciężar samochodu. Do niezbędnych obliczeń posłużymy się podanym wcześniej wzorem.

Najpierw wyznaczamy pole powierzchni przekroju rozciąganego pręta:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 10^2}{4}\,\text{mm}^2 = 78{,}53\,\text{mm}^2$$

a następnie wyznaczamy maksymalną siłę obciążającą – rozciągającą:

$$F \leqslant S\,k_r \tag{5.49}$$
$$F \leqslant 70\,\text{MPa} \cdot 78{,}53\,\text{mm}^2$$
$$F \leqslant 5497{,}80\,\text{N}$$

3. Jeżeli jest znana siła obciążająca (rozciągająca lub ściskająca) F i znane jest pole powierzchni S, to można wyznaczyć naprężenia dopuszczalne (na rozciąganie albo ściskanie) – czyli określić rodzaj koniecznego materiału na obliczany element z następującego wzoru:

$$k_r \geqslant \frac{F}{S} \text{ – dla rozciągania;} \qquad k_c \geqslant \frac{F}{S} \text{ – dla ściskania.} \tag{5.50}$$

Przykład. Należy określić rodzaj materiału, z którego można wykonać wysuwaną kolumnę (o przekroju kołowym – czyli powierzchni koła) podstawki pod samochód (patrz rys 5.19), a więc musimy znać naprężenia dopuszczalne na ściskanie. Kolumna będzie narażona na ściskanie.

Znamy ciężar samochodu, czyli siłę F = 18 000 N. Średnica otworu w podstawce, w którą ma wchodzić kolumna, jest znana – d = 20 mm, a więc możemy wyznaczyć pole przekroju kolumny S. Naszym zadaniem jest dobranie materiału kolumny tak, aby przy obciążeniu samochodem nie uległa ona zniszczeniu. Odpowiedni materiał dobierzemy z tablic wytrzymałościowych na podstawie wyznaczonych ze wzoru naprężeń dopuszczalnych na ściskanie k_c.

Najpierw wyznaczamy pole powierzchni przekroju rozciąganego pręta:

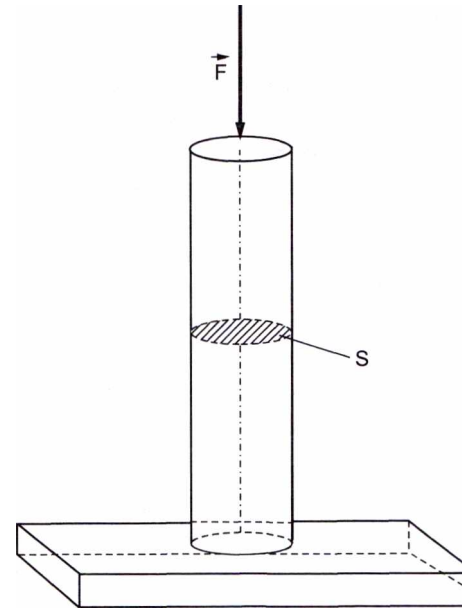
$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 16^2}{4}\,\text{mm}^2 = 314{,}16\,\text{mm}^2$$

a następnie wyznaczamy naprężenia dopuszczalne na ściskanie, czyli określamy rodzaj koniecznego materiału na obliczany element:

$$k_c \geqslant \frac{F}{S}$$

$$k_c \geqslant \frac{18\,000\,\text{N}}{314{,}16\ \text{mm}^2}$$

$k_c \geqslant 57{,}30$ MPa, z tabel wytrzymałościowych dobieramy materiał spełniający tę nierówność; jest nim stal E360 (St 7), dla której dopuszczalne naprężenia $k_c = 60$ MPa.

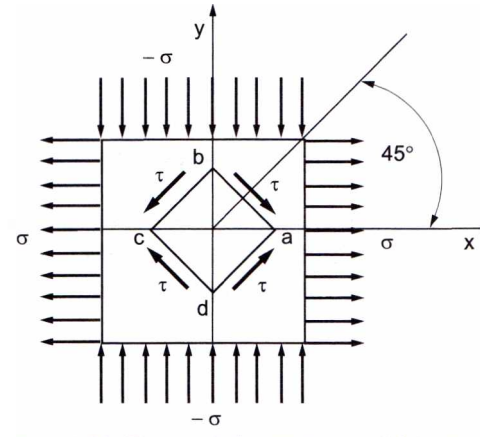


Rys. 5.19. Ściskana kolumna podstawki pod samochód

5.12. Ścinanie

5.12.1. Czyste ścinanie

Do rozpatrzenia zjawiska czystego ścinania można posłużyć się przykładem płaskiej płytki poddanej rozciąganiu w jednym kierunku, co wywołuje naprężenia rozciągające σ_x i ściskaniu w kierunku prostopadłym, co wywołuje naprężenia ściskające σ_y (rys. 5.20).



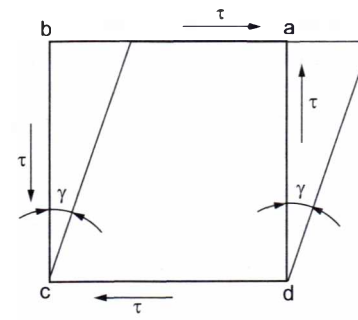
Rys. 5.20. Płaska płytka rozciągana i ściskana

Czyste ścinanie jest szczególnym przypadkiem płaskiego stanu naprężenia, w którym w głównych kierunkach (x) i (y) działają równe co do wartości naprężenia normalne σ, ale o przeciwnych znakach: $\sigma_y = -\sigma_x$.

Maksymalne naprężenia ścinające τ występują w płaszczyznach usytuowanych pod kątem 45° lub −45° do kierunków głównych. Naprężenia normalne σ w tych kierunkach są równe zeru. Oznacza to, że element *abcd* obrócony

o kąt 45° względem kierunków głównych jest obciążony wyłącznie naprężeniami ścinającymi τ, znajduje się więc w stanie **czystego ścinania**.

Jeżeli z płytki zostanie wydzielony kwadrat *abcd*, a ścianka *cd* będzie utwierdzona, to pod wpływem naprężeń stycznych τ ścianka *ab* przesunie się równolegle względem ścianki *cd* (rys. 5.21). Kąt γ, o który odkształci się kwadrat pod wpływem naprężeń przy czystym ścinaniu, nazywa się **odkształceniem postaciowym** lub skosem. Kąt ten, wyrażany w radianach, jest proporcjonalny do naprężenia. Między naprężeniem a odkształceniem postaciowym istnieje związek, który możemy wyrazić wzorem:



Rys. 5.21. Czyste ścinanie

$$\tau = G\,\gamma \tag{5.51}$$

gdzie G – moduł sprężystości postaciowej.

Naprężenie styczne jest proporcjonalne do odkształcenia postaciowego.

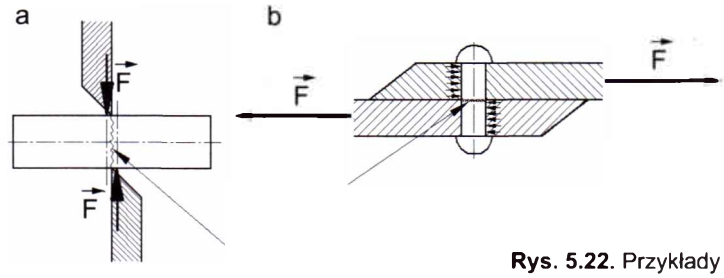
Moduł sprężystości postaciowej G, podobnie jak moduł sprężystości wzdłużnej E, jest wielkością, która pozwala na scharakteryzowanie każdego materiału konstrukcyjnego i jest wyrażany w MPa. Związek między tymi dwiema wielkościami i liczbą Poissona ν jest następujący:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{5.52}$$

gdzie:
G – moduł sprężystości postaciowej,
E – moduł Younga,
ν – liczba Poissona.

5.12.2. Ścinanie technologiczne

W zespołach i rzeczywistych elementach pojazdów bardzo rzadko mamy do czynienia z czystym ścinaniem. W rzeczywistych elementach pojazdu występuje tzw. ścinanie technologiczne. **Ścinanie technologiczne** to odkształcenie mate-



Rys. 5.22. Przykłady ścinania technologicznego

riału spowodowane parą sił o małym ramieniu. Przykłady ścinania technologicznego przedstawiono na rysunku 5.22. Na rysunku 5.22a pokazano przykład ścinania materiału nożycami, a na rysunku 5.22b ścinanie w złączu nitowym. Siły działające na elementy złącza wywołują ścinanie nita w płaszczyźnie przylegania elementów do siebie wskazanej strzałką. Tego typu ścinanie występuje w bardzo wielu połączeniach części pojazdu samochodowego – są na nie narażone: śruby, sworznie, spoiny itp.

Naprężenia ścinające w pracującym elemencie można wyznaczyć jako stosunek siły ścinającej F do pola powierzchni ścinanej S, wg znanego nam wzoru:

$$\tau_t = \frac{F}{S} \tag{5.53}$$

gdzie:
F – obciążenie ścinające w N,
S – pole powierzchni przekroju w którym są rozważane naprężenia w mm^2.

Jak wcześniej wspomniano, każdy element, aby mógł prawidłowo pracować w pojeździe, musi spełniać dwa warunki – być odpowiednio wytrzymały i mieć wystarczającą sztywność. Naprężenia ścinające w pracującej części nie mogą przekroczyć naprężeń dopuszczalnych na ścinanie, czyli powinny spełniać warunek wyrażony wzorem:

$$\tau_t = \frac{F}{S} \leqslant k_t \tag{5.54}$$

gdzie:
k_t – dopuszczalne naprężenia ścinające,
F – obciążenie ścinające w N,
S – pole powierzchni przekroju, w którym są rozważane naprężenia w mm^2.

Naprężenia dopuszczalne na ścinanie, ze względu na to, iż nie występuje tu czyste ścinanie, są wyznaczane w sposób umowny – na drodze rozważań teoretycznych. Na wyznaczanie dopuszczalnych naprężeń na ścinanie zostało opracowanych kilka hipotez (koncepcji). Według tych hipotez naprężenia dopuszczalne na ścinanie wyznacza się na podstawie dopuszczalnych naprężeń na rozciąganie. Dla różnych hipotez naprężenia dopuszczalne na ścinanie powinny mieścić się w granicach:

$$k_t = (0{,}5 \div 0{,}8)\, k_r \tag{5.55}$$

gdzie k_r – dopuszczalne naprężenia rozciągające.

Na podstawie przeprowadzonych badań i doświadczeń ustalono, że najbardziej słuszna jest hipoteza energetyczna, dla której:

$$k_t = 0{,}6\, k_r \tag{5.56}$$

gdzie k_r – dopuszczalne naprężenia rozciągające.

5.13. Obliczenia wytrzymałościowe na ścinanie

Obliczenia elementów pojazdu narażonych na ścinanie technologiczne przeprowadza się zgodnie z poznaną już zasadą, że rzeczywiste styczne naprężenia ścinające muszą być mniejsze, a co najwyżej równe dopuszczalnym naprężeniom ścinającym wg wzoru:

$$\tau_t = \frac{F}{S} \leqslant k_t \tag{5.57}$$

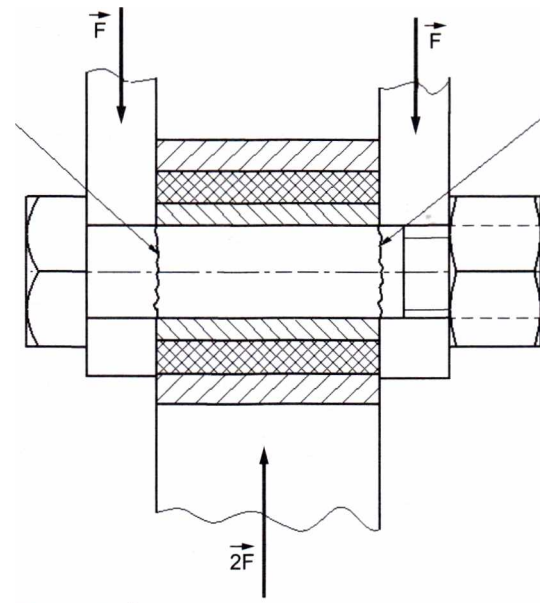
Odpowiednio przekształcając ten wzór, można zaprojektować elementy narażone na ścinanie. Obliczenia elementów narażonych na ścinanie podczas procesu projektowania mogą dotyczyć jednego z członów powyższego wzoru, przy znajomości dwóch pozostałych. Sposoby wyznaczenia brakujących członów nazywamy algorytmami i zamieszczono je dalej wraz z przykładami.

1. Gdy znana jest obciążająca siła ścinająca F i naprężenia dopuszczalne ścinające k_t – czyli materiał obliczanego elementu, to można wyznaczyć jego pole powierzchni S ze wzoru:

$$S \geqslant \frac{F}{k_t} \tag{5.58}$$

Przykład. Mamy zaprojektować średnicę śruby mocującej resor (sprężynę piórową) do nadwozia. Śruba jest narażona na ścinanie w dwóch przekrojach wskazanych strzałkami (rys. 5.23).

Znamy ciężar samochodu, czyli siłę ścinającą $2F = 16\,000$ N. Wiemy, jaki będzie materiał, z którego będzie wykonana śruba – stal E275 (St 4), czyli znamy (na podstawie tabel) naprężenia dopuszczalne dla materiału śruby $k_t = 85$ MPa. Naszym zadaniem jest obliczenie pola powierzchni, a pośrednio średnicy śruby tak, aby się nie urwała (nie została ścięta) podczas pracy. Z wyznaczonego pola powierzchni możemy wyznaczyć średnicę śruby. Śruba jest ścinana jednocześnie w dwóch przekrojach.



Rys. 5.23. Ścinana śruba mocująca resor

$$S \geqslant \frac{F}{k_t}$$

$$S \geqslant \frac{16\,000\ \text{N}}{85\ \text{MPa}}$$

$S \geqslant 188{,}24\ \text{mm}^2$

Pręt jest okrągły, więc jego średnicę wyznaczymy ze wzoru na pole koła. Śruba jest ścinana jednocześnie w dwóch przekrojach, co uwzględniamy poprzez podzielenie wyznaczonego pola powierzchni przez dwa w celu wyznaczenia średnicy śruby.

$$S = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$d \geqslant \sqrt{\frac{4S}{\pi}}$$

$$d \geqslant \sqrt{\frac{4 \cdot 94{,}12\ \text{mm}^2}{\pi}}$$

$d \geqslant 10{,}9\ \text{mm}$

2. Gdy znane są: pole powierzchni S i naprężenia dopuszczalne na ścinanie k_t, czyli materiał obliczanego elementu, wówczas maksymalną siłę ścinającą F, którą może przenieść element ścinany można wyznaczyć ze wzoru:

$$F \leqslant S k_t \qquad (5.59)$$

Przykład. Mamy obliczyć, jaką maksymalną siłę obciążającą F może przenieść śruba z poprzedniego przykładu (patrz rys 5.23). Śruba jest narażona na ścinanie. Mamy dobrany materiał, z którego jest wykonana śruba – stal S275 (St 4), czyli znamy (na podstawie tabel) naprężenie dopuszczalne dla materiału śruby k_t = 85 MPa. Znając średnicę śruby (podaną przez konstruktora; nie może już ona ulec zmianie), możemy wyznaczyć pole ścinanych przekrojów S. Naszym zadaniem jest sprawdzenie (na podstawie podanego wzoru), jaką maksymalną siłę ścinającą przeniesie śruba.

Najpierw wyznaczamy pole powierzchni ścinanego przekroju śruby:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 10^2}{4}\ \text{mm}^2 = 78{,}53\ \text{mm}^2$$

a następnie wyznaczamy maksymalną siłę ścinającą:

$F \leqslant S k_t$

Uwaga. Śruba jest ścinana jednocześnie w dwóch przekrojach, co uwzględniamy mnożąc wyznaczone pola powierzchni przez dwa:

$F \leqslant 2 \cdot 85\ \text{MPa} \cdot 78{,}53\ \text{mm}^2$

$F \leqslant 13350{,}1\ \text{N}$

3. Gdy znana jest siła obciążająca (rozciągająca lub ściskająca) F i pole powierzchni S, to można wyznaczyć naprężenia dopuszczalne (na rozciąganie lub ściskanie) – czyli dobrać materiał obliczanego elementu na podstawie następującego wzoru:

$$k_t \geqslant \frac{F}{S} \qquad (5.60)$$

Przykład. Trzeba określić, z jakiego materiału można wykonać śrubę mocującą alternator do kadłuba silnika, a więc należy wyznaczyć naprężenia dopuszczalne. Śruba jest narażona na ścinanie. Średnica otworu w podstawce, w którą ma wchodzić śruba, jest znana (podawana przez producenta alternatora i nie można jej zmienić) $d = 10$ mm, a więc możemy wyznaczyć pole przekroju ścinanego śruby S. Znamy ciężar alternatora i siłę naciągu paska, czyli siłę $F = 120$ N. Naszym zadaniem jest dobranie materiału śruby tak, aby w czasie pracy silnika nie została ona zniszczona (ścięta). Doboru dokonamy z tabel wytrzymałościowych na podstawie wyznaczonych ze wzoru naprężeń dopuszczalnych na ścinanie k_t. Śruba jest ścinana jednocześnie w dwóch przekrojach.

Najpierw wyznaczamy pole powierzchni ścinanego przekroju śruby:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 10^2}{4}\,\text{mm}^2 = 78{,}53\,\text{mm}^2$$

a następnie wyznaczamy naprężenia dopuszczalne na ścinanie, czyli określamy rodzaj koniecznego materiału na obliczany element:

$$k_t \geqslant \frac{F}{S}$$

Uwaga. Śruba jest ścinana jednocześnie w dwóch przekrojach, co uwzględniamy mnożąc wyznaczone pola powierzchni przez dwa:

$$k_t \geqslant \frac{120\,\text{N}}{2 \cdot 78{,}53\ \text{mm}^2}$$

$$k_t \geqslant 0{,}76\ \text{MPa}$$

Z tabel wytrzymałościowych dobieramy materiał spełniający tę nierówność. Naprężenia w śrubie są bardzo niskie, więc nierówność spełni każda stal, dobieramy zatem najsłabszy materiał – jest nim stal S185 (St 0), dla której dopuszczalne naprężenia $k_t = 65$ MPa.

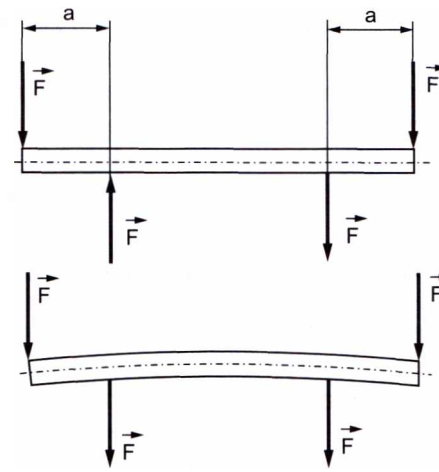
5.14. Zginanie

5.14.1. Podstawowe pojęcia związane ze zginaniem

Obciążenia zginające występują w wielu elementach pojazdów samochodowych. Najczęściej są na nie narażone osie i wały w silniku i mechanizmach napędowych samochodu. Elementy narażone na odkształcenia zginające nazywa się umownie (w trakcie obliczeń) belkami. Na rysunku 5.24 przedstawiono tzw. czyste zginanie w belce.

Czyste zginanie zachodzi wtedy, gdy belka jest poddana działaniu dwóch par sił o równych momentach, lecz przeciwnie zwróconych. Podobnie jak w przy-

padku ścinania, czyste zginanie bardzo rzadko występuje w rzeczywistych elementach samochodu, gdyż są one najczęściej obciążone siłami zewnętrznymi o różnych wartościach. Zginanie pod wpływem różnych sił działających na belkę nazywamy **zginaniem złożonym**.

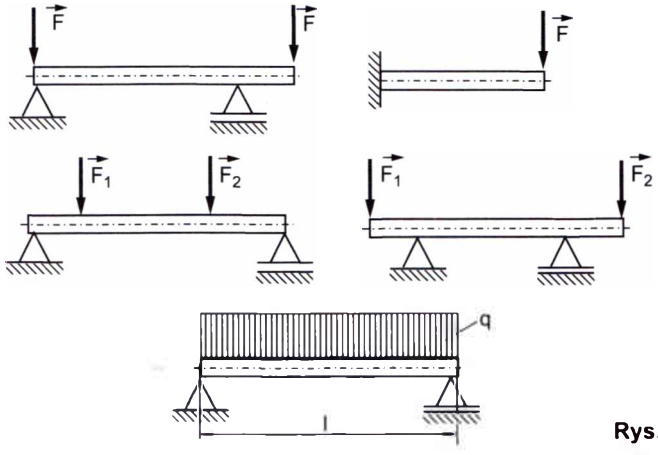


Rys. 5.24. Zginanie belki

Belki mogą być obciążone dwoma rodzajami obciążeń: znanymi nam już siłami skupionymi i tzw. obciążeniem ciągłym.

- **Siła skupiona** to obciążenie przyłożone w jednym punkcie lub rozłożone na bardzo małym odcinku.
- **Obciążenie ciągłe** to obciążenie rozłożone równomiernie na znacznej długości. Przykładem obciążenia ciągłego dla wałka w skrzynce biegów jest jego ciężar równomiernie rozłożony na całej jego długości. W budownictwie bardzo często podaje się przykład belki sufitowej obciążonej równomiernie ułożonymi na niej cegłami.

Na rysunku 5.25 przedstawiono przykłady obciążenia siłą skupioną wałka w skrzynce biegów oraz belki sufitowej obciążonej cegłami (obciążenie ciągłe).



Rys. 5.25. Przykłady obciążeń belek

Obciążenie ciągłe oznacza się symbolem q, a jego jednostką jest N/m. Wartość całkowitej siły obciążającej pochodzącej od obciążenia ciągłego jest zależna od długości belki l. Im dłuższa belka, tym całkowita siła obciążająca belkę będzie większa. Wartość całkowitej siły obciążającej pochodzącej od obciążenia ciągłego można wyznaczyć ze wzoru:

$$Q = q\,l \tag{5.61}$$

gdzie:

q – obciążenie ciągłe,

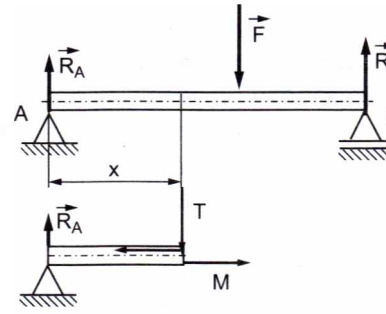
l – długość belki.

Przedstawione na rysunku 5.25 belki są tzw. **belkami statycznie wyznaczalnymi**, dla których liczba podpór jest równa liczbie równań równowagi. Istnieją jednak inne belki, np. wielopodporowe, których nie da się wyznaczyć (czyli obliczyć wszystkich sił działających na belkę) z zastosowaniem równań statyki. Takie belki nazywa się statycznie niewyznaczalnymi. Belki statycznie niewyznaczalne nie będą przedmiotem naszych rozważań.

5.14.2. Moment gnący i siła tnąca

Podobnie jak w przypadku rozciągania, analiza belki zginanej zostanie przeprowadzona po jej umownym podziale na dwie części (rys. 5.26).

W celu zachowania równowagi przeciętej lewej części belki działająca na tę część siła R_A musi zostać zrównoważona siłą T o równej wartości, lecz przeciwnie zwróconą. Mimo zrównoważenia tej części belki siłą belka dalej pozostaje nie zrównoważona, gdyż działa na nią powstała para sił utworzona przez siły R_A i T. Moment pary sił dąży do obrócenia rozpatrywanej części zgodnie z ruchem wskazówek zegara wokół podpory A. Ten moment pary sił musi więc zostać zrównoważony przeciwnie zwróconym momentem M_g o wartości:



Rys. 5.26. Zginanie belki

$$M_g = R_A\, x, \tag{5.62}$$

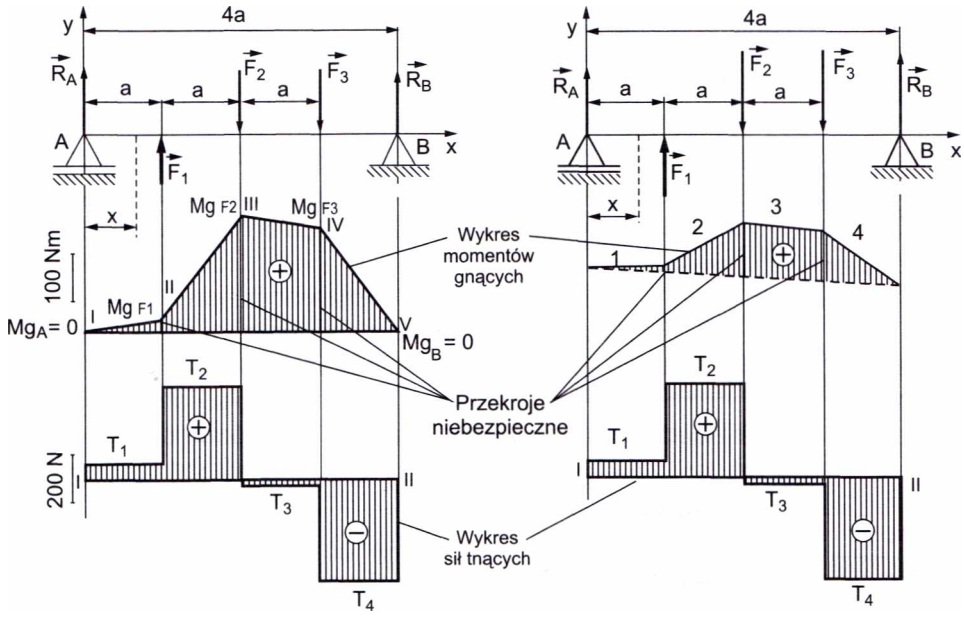
gdzie x – odległość od podpory A do rozpatrywanego przekroju belki.

Moment równoważący w danym przekroju zginaną belkę nazywa się **momentem gnącym**. Siła równoważąca w danym przekroju zginaną belkę nazywa się **siłą tnącą** T.

Na podstawie wyliczonych momentów gnących i sił tnących można wyznaczyć, np. w wałku pośrednim skrzyni biegów, tzw. przekroje niebezpieczne, a na ich bazie zaprojektować średnice wałka (patrz rys. 5.27). Przekroje niebezpieczne są to miejsca w wale obciążone maksymalnym momentem gnącym lub siłą tnącą. Miejsca te są najbardziej narażone na zniszczenie pod wpływem obciążeń – stąd ich nazwa: przekroje niebezpieczne. W wałach obciążonych siłami skupionymi przyjmuje się, że przekroje niebezpieczne występują w miejscach przyłożenia sił i w tych właśnie miejscach oblicza się momenty gnące M_g i siły tnące T.

Do obliczania momentów i sił tnących w poszczególnych przekrojach wału przyjęto pewne ustalenia pozwalające na jednoznaczne wyznaczanie tych wielkości.

Momentem gnącym w dowolnym przekroju belki nazywa się sumę algebraiczną momentów wszystkich sił zewnętrznych działających po jednej stronie rozważanego przekroju, względem środka tego przekroju.



Rys. 5.27. Przekroje niebezpieczne

Siłą tnącą w dowolnym przekroju belki jest suma algebraiczna wszystkich sił zewnętrznych działających prostopadle do osi belki, po jednej stronie rozważanego przekroju.

Moment gnący przyjmuje się za **dodatni**, gdy wygina belkę wypukłością ku dołowi. Moment zginający uważa się za **ujemny**, gdy wygina belkę wypukłością ku górze.

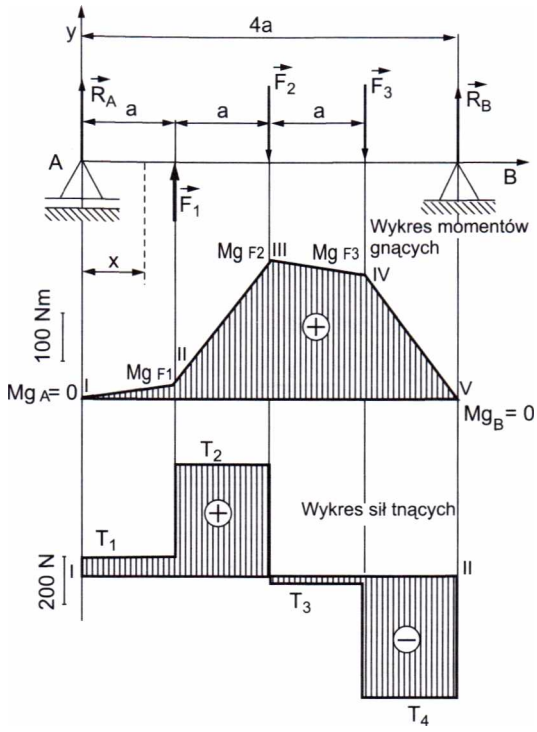
Sumując siły tnące po lewej stronie przekroju – siły zwrócone do góry uważa się za dodatnie, a zwrócone w dół za ujemne. Sumując siły tnące po prawej stronie przekroju – siły zwrócone do góry uważa się za ujemne, a zwrócone w dół za dodatnie.

5.14.3. Analityczny sposób wyznaczania momentów gnących i sił tnących w belce obciążonej siłami skupionymi

Analityczny sposób wyznaczania momentów gnących i sił tnących zostanie przedstawiony na przykładzie obciążonej belki, przedstawionej na rysunku 5.28.

Na schematycznych rysunkach obliczeniowych belkę zastępuje się pogrubioną linią nie uwzględniającą wymiarów poprzecznych belki. Belka jest obciążona siłami: $F_1 = 400$ N; $F_2 = 500$ N; $F_3 = 500$ N. Odległość a między punktami oddziaływania sił wynosi 0,5 m.

Sposób postępowania jest następujący.



Rys. 5.28. Wykres momentów gnących i sił tnących

1. Ze znanych ze statyki warunków równowagi wyznacza się wartości reakcji R_A i R_B:

   $\Sigma F_{iy} = 0 \rightarrow R_A + F_1 - F_2 - F_3 + R_B = 0$ – suma rzutów na oś y,

   $\Sigma M_{iA} = 0 \rightarrow F_1 a - F_2 \cdot 2a - F_3 \cdot 3a + R_B \cdot 4a = 0$ – suma momentów względem punktu A.

   Z drugiego równania można wyznaczyć R_B:

$$R_B = \frac{-F_1 a + F_2 \cdot 2a + F_3 \cdot 3a}{4a};$$

$$R_B = \frac{-400\ \text{N} \cdot 0{,}5\ \text{m} + 500\ \text{N} \cdot 2 \cdot 0{,}5\ \text{m} + 500\ \text{N} \cdot 3 \cdot 0{,}5\ \text{m}}{4 \cdot 0{,}5\ \text{m}}$$

   $R_B = 525$ N

   a z pierwszego równania R_A:

   $R_A = -F_1 + F_2 + F_3 - R_B$;

   $R_A = -400$ N + 500 N + 500 N – 525 N;

   $R_A = 75$ N

2. Po wyznaczeniu momentów gnących w przekrojach niebezpiecznych rysuje się wykres momentów gnących.

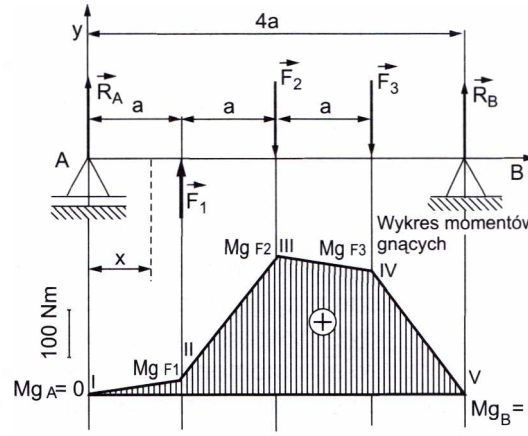
   Momenty gnące wyznacza się, rozpoczynając od lewej strony, uwzględniając poznane wcześniej zasady:

– moment gnący w dowolnym przekroju belki stanowi sumę algebraiczną momentów wszystkich sił zewnętrznych działających po jednej stronie rozważanego przekroju względem środka tego przekroju;
– moment zginający dodatni wygina belkę wypukłością ku dołowi;
– moment zginający ujemny wygina belkę wypukłością ku górze.

W powyższym przykładzie obciążonej belki (patrz rys. 5.28 i 5.29) moment gnący w przekroju odległym od lewej podpory o odcinek x wyznacza się w następujący sposób:
– po lewej stronie od przekroju w odległości x leży tylko jedna siła R_A i to ona będzie tworzyła moment gnący w rozpatrywanym przekroju;
– moment jest dodatni, gdyż siła R_A zaczepiona na ramieniu x wygina belkę wypukłością do dołu;
– wartość momentu jest iloczynem siły R_A i jej odległości (ramienia x) od rozpatrywanego przekroju:

$$M_{gx} = R_A \, x$$

Następnie określa się momenty gnące w przekrojach niebezpiecznych oznaczonych cyframi rzymskimi I–V (patrz rys. 5.28 i rys. 5.29)



Rys. 5.29. Wykres momentów gnących

I. $M_{gA} = 0$, gdyż rozważany przekrój jest przekrojem brzegowym belki, a w takich przekrojach momenty gnące są równe zero, ponieważ po lewej stronie nie występuje żadna siła mogąca wytworzyć moment i ramię momentu jest równe zero.

II. M_{gF1} wyznacza się zgodnie z podanym wyżej przykładem.
Po lewej stronie od rozważanego przekroju leży tylko jedna siła R_A i to ona będzie tworzyła moment gnący w rozpatrywanym przekroju; moment jest dodatni, gdyż siła R_A zaczepiona na ramieniu a wygina belkę wypukłością do dołu; wartość momentu jest iloczynem siły R_A i jej odległości a od rozpatrywanego przekroju, czyli:

$$M_{gF1} = R_A \cdot a = 75 \text{ N} \cdot 0{,}5 \text{ m} = 37{,}5 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

III. M_{gF2} wyznacza się identycznie jak M_{gF1}.
Po lewej stronie od rozważanego przekroju leżą siły R_A i F_1 tworzące moment gnący w rozpatrywanym przekroju; momenty od obu sił są dodatnie, gdyż zarówno siła R_A zaczepiona na ramieniu 2a, jak i siła F_1 zaczepiona na ramieniu a wyginają belkę wypukłością do dołu; wartość momentu M_{gF2} jest sumą algebraiczną momentów od sił R_A i F_1 względem rozpatrywanego przekroju:

$$M_{gF2} = R_A \cdot 2a + F_1 \cdot \text{a} = 75 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} + 400 \text{ N} \cdot 0{,}5 \text{ m} = 275 \text{ N} \cdot \text{m}$$

IV. M_{gF3} można wyznaczyć na dwa sposoby – rozpatrując siły działające po lewej stronie od rozważanego przekroju albo biorąc pod uwagę siły leżące po jego prawej stronie.

– Moment M_{gF3} dla sił leżących po lewej stronie przekroju

Po lewej stronie od rozważanego przekroju leżą siły R_A, F_1 i F_2 wywołujące moment gnący w rozpatrywanym przekroju: siła R_A zaczepiona na ramieniu $3a$, siła F_1 zaczepiona na ramieniu $2a$, siła F_2 zaczepiona na ramieniu a. Momenty od obu sił R_A i F_1 są dodatnie, gdyż zarówno siła R_A, jak i siła F_1 wyginają belkę wypukłością do dołu.

Moment od siły F_2 jest ujemny, gdyż siła F_2 wygina belkę wypukłością do góry. Wartość momentu M_{gF3} wyznacza się jako sumę algebraiczną momentów od sił R_A i F_1 względem rozpatrywanego przekroju:

$$M_{gF3} = R_A \cdot 3a + F_1 \cdot 2a - F_2 a =$$
$$= 75\ \text{N} \cdot 1{,}5\ \text{m} + 400\ \text{N} \cdot 1\ \text{m} - 500\ \text{N} \cdot 0{,}5\ \text{m} = 262{,}5\ \text{N} \cdot \text{m}$$

– Moment M_{gF3} dla sił leżących po prawej stronie przekroju

Po prawej stronie od rozważanego przekroju leży tylko jedna siła R_B i to ona będzie tworzyła moment gnący w rozpatrywanym przekroju; moment jest dodatni, gdyż siła R_B zaczepiona na ramieniu a wygina belkę wypukłością do dołu; wartość momentu jest iloczynem siły R_A i jej odległości a do rozpatrywanego przekroju:

$$M_{gF1} = R_b\, a = 525\ \text{N} \cdot 0{,}5\ \text{m} = 262{,}5\ \text{N} \cdot \text{m}$$

W obu przypadkach wynik wyszedł taki sam, co potwierdza poprawność obliczeń i zasad przyjętych do analizy.

V. $M_{gB} = 0$, gdyż rozważany przekrój jest przekrojem brzegowym belki, a w takich przekrojach momenty gnące są równe zero: po jego prawej stronie nie występuje żadna siła mogąca wytworzyć moment gnący, ramię momentu jest równe zero.

Budowa i rysowanie wykresu momentów gnących

W celu zbudowania wykresu momentów gnących przyjmuje się pewną długość odcinka, która odpowiada wartości momentu zginającego, np. 100 N · m. W powyższym przykładzie obciążonej belki (patrz rys. 5.28 i 5.29) przyjęto, że długości 1 cm odpowiada wartość 100 N · m.

Na poziomej osi, w rozpatrywanych przekrojach I–V, odkłada się pionowe odcinki odpowiadające w przyjętej podziałce wartościom momentów gnących, przyjmując zasadę, że dodatnie wartości momentów będą odkładane powyżej obranej osi, a ujemne poniżej osi (patrz rys. 5.28). Następnie, łącząc liniami końce odłożonych odcinków, uzyskuje się wykres momentów gnących działających na belkę. Pole wykresu zakreskowuje się pionowymi cienkimi liniami. Z wykresu można odczytać, że największy moment zginający występuje w przekroju działania siły F_2. Ten przekrój jest niebezpiecznym przekrojem belki, najbardziej narażonym na zniszczenie pod wpływem momentu gnącego.

Wyznaczanie sił tnących działających na belkę

Siły tnące w przykładzie obciążonej belki (patrz rys. 5.28) będą wyznaczane w przedziałach, idąc od lewej strony, z uwzględnieniem poznanych wcześniej zasad:

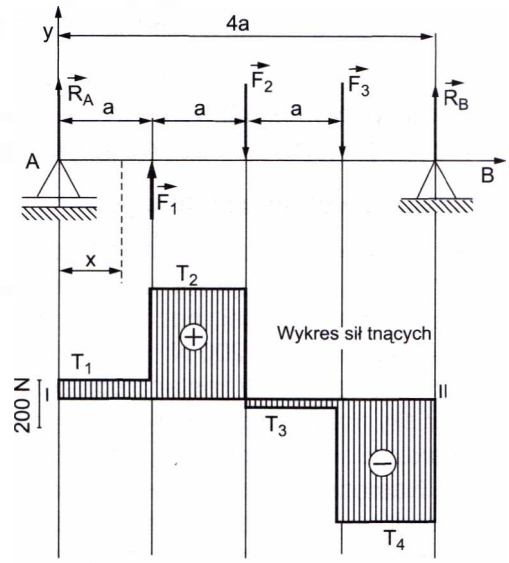
- siłą tnącą w dowolnym przekroju belki nazywa się sumę algebraiczną wszystkich sił zewnętrznych działających prostopadle do osi belki po jednej stronie rozważanego przekroju;
- sumując siły tnące po lewej stronie przekroju, przyjmuje się siły zwrócone do góry za dodatnie, a zwrócone w dół za ujemne;
- sumując siły tnące po prawej stronie przekroju, przyjmuje się siły zwrócone do góry za ujemne, a zwrócone w dół za dodatnie.

Przedziałami, w których będą wyznaczane siły tnące, będą odcinki belki między punktami przyłożenia sił skupionych (patrz rys. 5.28 i rys. 5.30).

I. Przedział od podpory A do miejsca działania siły F_1
Na lewo od miejsca działania siły F_1 leży tylko jedna siła R_A, więc siła tnąca T_1 jest równa wartości reakcji R_A

$$T_1 = R_A = 75\ \text{N}$$

Siła tnąca T_1 jest dodatnia, gdyż przy sumowaniu sił tnących znajdujących się na lewo od miejsca działania siły F_1 siły zwrócone do góry mają wartość dodatnią. W tym przypadku występuje tylko siła R_A zwrócona do góry.



Rys. 5.30. Wykres sił tnących

II. Przedział od miejsca działania siły F_1 do miejsca działania siły F_2
Na lewo od miejsca działania siły F_2 leżą siły R_A i F_1. Przy sumowaniu sił tnących znajdujących się na lewo od miejsca działania siły F_2 – siły R_A i F_1 są dodatnie, gdyż są zwrócone do góry. Siłę tnącą T_2 wyznacza się ze wzoru:

$$T_2 = R_A + F_1 = 75\ \text{N} + 400\ \text{N} = 475\ \text{N}$$

III. Przedział od siły F_2 do miejsca działania siły F_3
Na lewo od miejsca działania siły F_3 leżą siły R_A, F_1 i F_2. Przy sumowaniu sił tnących znajdujących się na lewo od miejsca działania siły F_2 – siły R_A i F_1 są dodatnie, gdyż są zwrócone do góry, a siła F_2 jest ujemna, gdyż jest zwrócona do dołu. Siłę tnącą T_3 można wyznaczyć ze wzoru:

$$T_3 = R_A + F_1 - F_2 = 75\ \text{N} + 400\ \text{N} - 500\ \text{N} = -25\ \text{N}$$

IV. Przedział od siły F_3 do miejsca działania siły R_B.

Siłę tnącą T_3 można wyznaczyć na dwa sposoby przez sumowanie – jak do tej pory – sił z lewej strony lub sumowanie z prawej strony.

– Sumowanie sił z lewej strony.

Na lewo od miejsca działania siły R_B leżą siły R_A, F_1, F_2 i F_3.

Przy sumowaniu sił tnących znajdujących się na lewo od miejsca działania siły R_B – siły R_A i F_1 są dodatnie, gdyż są zwrócone do góry, a siły F_2 i F_3 są ujemne, gdyż są zwrócone do dołu. Siłę tnącą T_4 wyznacza się z wzoru:

$$T_2 = R_A + F_1 - F_2 - F_3 = 75\ \text{N} + 400\ \text{N} - 500\ \text{N} - 500\ \text{N} = -525\ \text{N}$$

– Sumowanie sił z prawej strony.

Na prawo od miejsca działania siły F_3 leży siła R_B, więc siła tnąca T_4 jest równa wartości reakcji R_B. Siła tnąca T_4 jest ujemna, gdyż przy sumowaniu sił tnących znajdujących się na prawo od miejsca działania siły F_3 – siły zwrócone do góry mają wartość ujemną. W tym przypadku występuje tylko siła R_B zwrócona do góry. Wartość siły tnącej T_4 będzie więc wynosiła:

$$T_4 = -R_B = -525\ \text{N}$$

W obu przypadkach wynik wyszedł taki sam, potwierdzając poprawność obliczeń i przyjętych zasad podanych na początku rozdziału.

Rysowanie wykresu sił tnących

Przed sporządzeniem wykresu sił tnących, podobnie jak przy wykresie momentów gnących, przyjmuje się skalę, czyli pewną długość odcinka, która odpowiada wartości siły tnącej, np. 100 N. W tym przykładzie długości 1 cm będzie odpowiadać wartość 200 N · m (patrz też rys. 5.28 i 5.30).

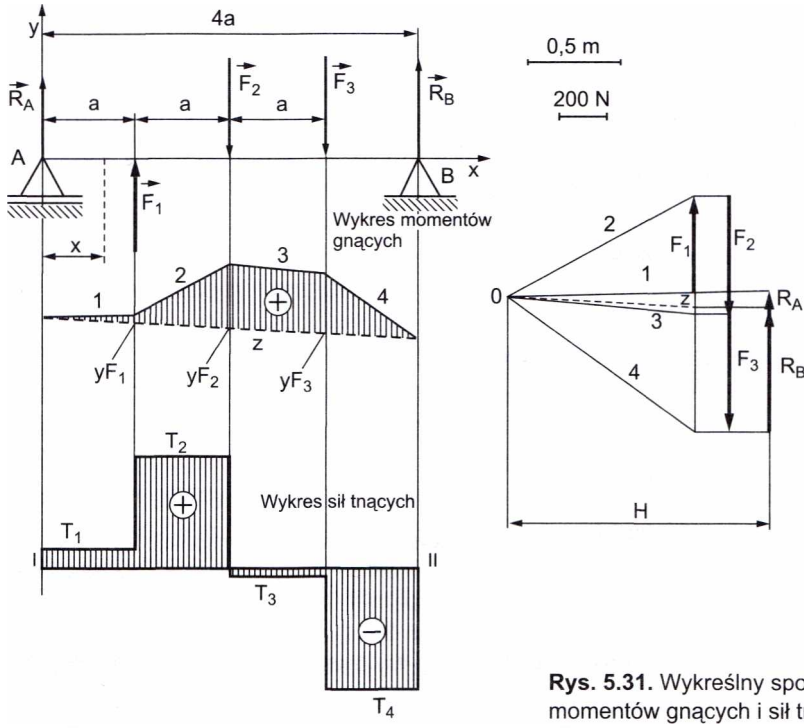
Na poziomej osi I–II zostaną odłożone pionowe odcinki przedstawiające w podziałce siły tnące w rozpatrywanych przedziałach, przyjmując zasadę, że dodatnie wartości sił tnących będą odkładane powyżej obranej osi, a ujemne poniżej tej osi. Następnie, po połączeniu liniami końców odłożonych odcinków uzyska się wykres sił tnących działających na belkę (patrz rys. 5.28). Pole wykresu należy zakreskować pionowymi cienkimi liniami. Z wykresu można odczytać, że największa siła tnąca występuje w przedziale od miejsca działania siły F_3 do miejsca działania siły R_B. Ten przekrój jest więc niebezpiecznym przekrojem belki, najbardziej narażonym na zniszczenie pod wpływem siły tnącej.

Wykresy sił tnących belek obciążonych siłami skupionymi składają się z odcinków prostych równoległych do przyjętej osi poziomej.

5.14.4. Wykreślny sposób wyznaczania momentów gnących w belce obciążonej siłami skupionymi

Przyjmując to samo zadanie, jak dla metody analitycznej, podamy sposób wykreślnego wyznaczania wartości momentów gnących na przykładzie belki (patrz rys. 5.31) obciążonej siłami: $F_1 = 400$ N, $F_2 = 500$ N, $F_3 = 500$ N, przy czym od-

ległości a między siłami wynoszą 0,5 m. Ze względu na wymaganą dużą dokładność metody wykreślnej, której nie można w pełni oddać w książce, przedstawiono tylko sposób wykreślnego wyznaczania wartości momentów gnących, nie dokonując obliczeń, gdyż użyte w tej metodzie wielkości geometryczne i podziałki w druku mogą zmienić swoje wartości.



Rys. 5.31. Wykreślny sposób wyznaczania momentów gnących i sił tnących

Za pomocą znanej nam już metody należy wykreślić wielobok sił, a następnie wielobok sznurowy, dzięki czemu zostaną wyznaczone reakcje R_A i R_B.

Wartość momentu gnącego w danym przekroju oblicza się z następującego wzoru:

$$M_g = p_b\, p_s\, H\, y \tag{5.63}$$

gdzie:

M_g – moment gnący w N · m;

p_b – podziałka długości belki, czyli liczba oznaczająca, jaką długość w metrach przedstawia 1 cm na rysunku;

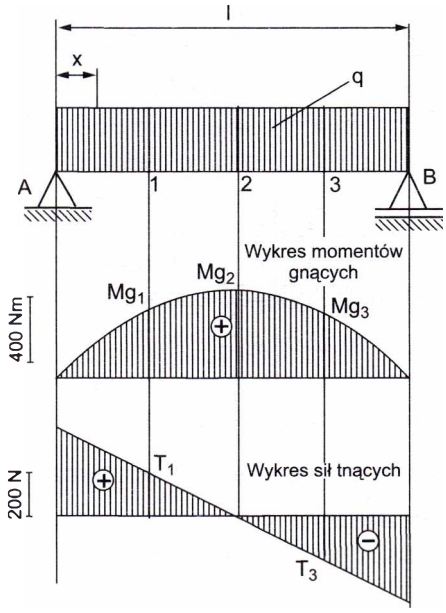
p_s – podziałka siły, czyli liczba oznaczająca, jakiej sile w niutonach odpowiada 1 cm na rysunku;

H – odległość zaznaczona na rysunku zwana odległością biegunową;

y – wysokość (rzędna) wykresu momentów w rozważanym przekroju, np. yF_1, yF_2...

5.14.5. Analityczny sposób wyznaczania momentów gnących w belce z obciążeniem ciągłym

Momenty gnące w belce z obciążeniem ciągłym zostaną wyznaczone na przykładzie belki o długości l = 8 m obciążonej obciążeniem ciągłym q = 1000 N/m, jak na rysunku 5.32.



Rys. 5.32. Analityczny sposób wyznaczania momentów gnących w belce z obciążeniem ciągłym

1. Ze znanych ze statyki warunków równowagi wyznaczamy wartości reakcji R_A i R_B.
   W przypadku obciążenia ciągłego przyjmuje się, że obciążenie ciągłe jest skupione w środku ciężkości obciążenia. Siła skupiona pochodząca od obciążenia ciągłego q będzie równa iloczynowi $q\,l$.
   Reakcje zostaną wyznaczone z dwóch warunków równowagi:

$$R_A - q\,l + R_B = 0 \text{ – suma rzutów na oś belki,} \tag{5.64}$$

$$-q\,l\,\frac{l}{2} + R_B\,l = 0 \text{ – suma momentów względem punktu } A. \tag{5.65}$$

Z drugiego równania można wyznaczyć R_B:

$$R_B = \frac{ql}{2}$$

$$R_B = \frac{1000 \cdot 8\ \text{N}\cdot\text{m}}{2\ \text{m}};$$

$$R_B = 4000\ \text{N}$$

Z pierwszego równania R_A:

$$R_A = q\,l - R_B$$

$$R_A = 1000\ \text{N/m} \cdot 8\ \text{m} - 4000\ \text{N}$$

$$R_A = 4000\ \text{N}$$

2. Wyznaczamy momenty gnące w przekrojach niebezpiecznych oraz rysujemy wykres momentów gnących.

Momenty gnące będziemy wyznaczali od lewej strony, pamiętając o poznanych wcześniej zasadach:

– moment gnący w dowolnym przekroju belki stanowi sumę algebraiczną momentów wszystkich sił zewnętrznych działających po jednej stronie rozważanego przekroju względem środka tego przekroju;
– moment gnący uważamy za dodatni, gdy wygina belkę wypukłością ku dołowi;
– moment gnący uważamy za ujemny, gdy wygina belkę wypukłością ku górze.

W celu wyznaczenia momentów gnących przy obciążeniu ciągłym belka zostanie podzielona umownie na cztery części – w ten sposób powstaną trzy przekroje belki *1*, *2*, *3*, w których będą wyznaczane momenty gnące. Przekroje są oddalone od siebie o *l/4* długości belki.

Moment gnący w miejscu oddalonym o odległość *x* od podpory będą tworzyły dwie leżące po jego lewej stronie siły – siła reakcji R_A i siła $q\,x$ pochodząca od części obciążenia ciągłego na rozpatrywanym odcinku skupionego w odległości $x/2$. Siła $q\,x$, jako siła ciężkości, jest skierowana do dołu. Moment od siły R_A jest dodatni, gdyż siła R_A zaczepiona na ramieniu *x* wygina belkę wypukłością do dołu, a od siły $q\,x$ ujemny, gdyż zaczepiona na ramieniu $x/2$ wygina belkę wypukłością do góry. Moment zginający w rozpatrywanym przekroju będzie wynosił:

$$M_{gx} = R_A\,x - q\,x\frac{x}{2} \tag{5.66}$$

czyli

$$M_{gx} = R_A\,x - q\frac{x^2}{2} \tag{5.67}$$

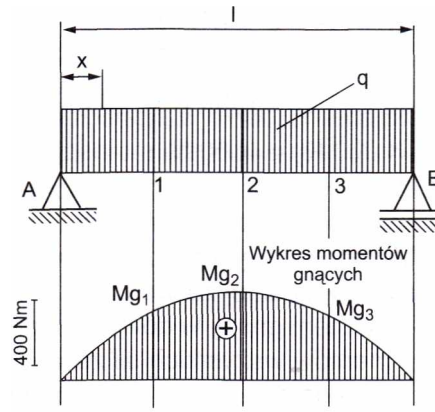
gdzie $x/2$ stanowi ramię działania siły $q\,x$.

Z powyższego wzoru wynika, że wykresem momentów zginających belki obciążonej obciążeniem ciągłym będzie część paraboli (wykres funkcji kwadratowej).

Wartości momentów gnących w charakterystycznych przekrojach belki z obciążeniem ciągłym (patrz rys. 5.32 i 5.33) będą następujące.

I. $M_{gA} = 0$, gdyż rozważany przekrój jest przekrojem brzegowym belki, a w takich przekrojach momenty gnące są równe zero, bo po lewej stronie nie występuje żadna siła mogąca wytworzyć moment zginający, ramię momentu jest równe zero.

II. M_{g1} – moment gnący w rozpatrywanym przekroju będą tworzyły dwie leżące po jego lewej stronie siły: siła reakcji R_A i siła $ql/4$ pochodząca od części obciążenia ciągłego na rozpatrywanym odcinku skupionego w odległości 1/8 l od rozpatrywanego przekroju. Moment od siły R_A jest dodatni, gdyż siła R_A zaczepiona na ramieniu $l/4$ wygina belkę wypukłością do dołu, a od siły qx ujemny, gdyż zaczepiona na ramieniu $l/8$ wygina belkę wypukłością do góry. Moment gnący w rozpatrywanym przekroju wynosi:



Rys. 5.33. Wykres momentów gnących

$$M_{g1} = R_A \frac{l}{4} - q \frac{l}{4} \frac{l}{8}$$

$$M_{g1} = 4000\ \text{N} \cdot \frac{8\ \text{m}}{4} - 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \frac{8\ \text{m}}{4} \cdot \frac{8\ \text{m}}{8}$$

$$M_{g1} = 6000\ \text{N} \cdot \text{m}$$

III. M_{g2} – po lewej stronie od rozważanego przekroju leżą: siła reakcji R_A i siła $ql/2$ pochodząca od części obciążenia ciągłego na rozpatrywanym odcinku skupionego w odległości $l/4$ od rozpatrywanego przekroju. Moment od siły R_A jest dodatni, gdyż siła R_A zaczepiona na ramieniu $l/2$ wygina belkę wypukłością do dołu, a od siły qx ujemny, gdyż zaczepiona na ramieniu $l/4$ wygina belkę wypukłością do góry. Moment zginający w rozpatrywanym przekroju wyznaczymy więc w następujący sposób:

$$M_{g1} = R_A \frac{l}{2} - q \frac{l}{2} \frac{l}{4}$$

$$M_{g1} = 4000\ \text{N} \cdot \frac{8\ \text{m}}{2} - 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \frac{8\ \text{m}}{2} \cdot \frac{8\ \text{m}}{4}$$

$$M_{g1} = 8000\ \text{N} \cdot \text{m}$$

IV. M_{g3} – po lewej stronie od rozważanego przekroju leżą siły: siła reakcji R_A i siła $q \cdot 3/4\ l$ pochodząca od części obciążenia ciągłego na rozpatrywanym odcinku skupionego w odległości 3/8 l od rozpatrywanego przekroju. Moment od siły R_A jest dodatni, gdyż siła R_A zaczepiona na ramieniu 3/4 l wygina belkę wypukłością do dołu, a od siły qx ujemny, gdyż zaczepiona na ramieniu 3/4 l wygina belkę wypukłością do góry. Moment zginający w rozpatrywanym przekroju będzie wynosił:

$$M_{g1} = R_A \frac{3}{4} l - q \frac{3}{4} l \frac{3}{8} l$$

$$M_{g1} = 4000\ \text{N} \cdot \frac{3}{4} \cdot 8\ \text{m} - 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \frac{3}{4} \cdot 8\ \text{m} \cdot \frac{3}{8} \cdot 8\ \text{m}$$

$$M_{g1} = 6000\ \text{N} \cdot \text{m}$$

V. $M_{gB} = 0$, gdyż rozważany przekrój jest przekrojem brzegowym belki, a w takich przekrojach momenty gnące są równe zero: po jego prawej stronie nie występuje żadna siła mogąca wytworzyć moment zginający; ramię momentu jest równe zero.

3. Rysujemy wykres momentów gnących belki z obciążeniem ciągłym (rys 5.32 i 5.33). Przed rozpoczęciem kreślenia należy przyjąć pewną skalę, czyli długość odcinka odpowiadającego wartości momentu zginającego, np. 100 N · m. W tym przykładzie przyjęto, że 1 cm odpowiada wartości 200 N · m.
   Na poziomej osi odkłada się pionowe odcinki przedstawiające – w podziałce – momenty gnące w rozpatrywanych przekrojach. Końce odłożonych odcinków będą stanowiły punkty, przez które przechodzi parabola wykresu momentów. Pole wykresu kreskuje się pionowymi cienkimi liniami. Z wykresu można odczytać, że największy moment gnący występuje w przekroju *2* działania, czyli na środku belki. Ten przekrój jest więc niebezpiecznym przekrojem belki najbardziej narażonym na zniszczenie pod wpływem momentu gnącego.
4. Wyznaczamy siły tnące i rysujemy wykres sił tnących w belce z obciążeniem ciągłym (patrz rys. 5.32 i 5.34).

Siłę tnącą w oddalonym o dowolną odległość x od podpory A miejscu będą tworzyły dwie leżące po jego lewej stronie siły – siła reakcji R_A i siła qx pochodząca od części obciążenia ciągłego na rozpatrywanym odcinku skupionego w odległości $x/2$. Siła tnąca R_A jest dodatnia, gdyż przy sumowaniu sił tnących znajdujących się na lewo od rozważanego przekroju siły zwrócone do góry mają wartość dodatnią. Siła qx ma wartość ujemną, gdyż jako siła ciężkości jest skierowana do dołu.

Siłę tnąca jako sumę powyższych sił wyznaczymy w następujący sposób:

$$T_x = R_A - q\,x, \tag{5.68}$$

Wykres siły tnącej przy obciążeniu ciągłym jest więc liniową funkcją długości belki x. Dla wyznaczenia wykresu siły tnącej belki obciążonej obciążeniem ciągłym wystarczy wyznaczyć dwa punkty, przez które przechodzi wykres siły tnącej. My wyznaczymy te punkty w podporze A dla $x = 0$ i na środku belki dla $x = l/2$ (patrz rys. 5.32 i 5.34).

Siła T_A w podporze A:

$$T_A = R_A - q \cdot 0 = R_A$$

$$T_A = 4000\ \text{N} - q \cdot 0 = 4000\ \text{N} = R_A$$

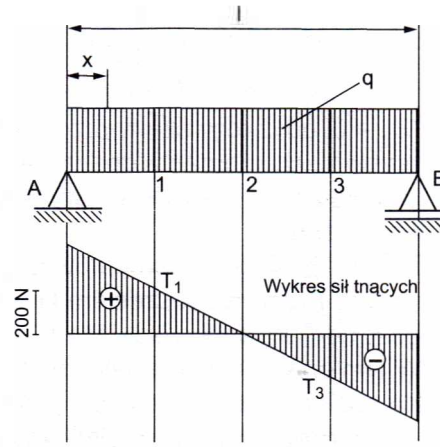
Siła T_2 na środku belki:

$$T_2 = R_A - q\frac{l}{2} = 4000 - 1000 \cdot \frac{8}{2} = 4000 - 4000 = 0$$

$$T_A = 0$$

Na poziomej osi w miejscach badanych należy odłożyć pionowe odcinki odpowiadające (w przyjętej skali) wartościom sił tnących. Linia łącząca końce odłożonych odcinków odpowiadających siłom utworzy wykres sił tnących działających na belkę. Pole wykresu kreskuje się pionowymi cienkimi liniami.

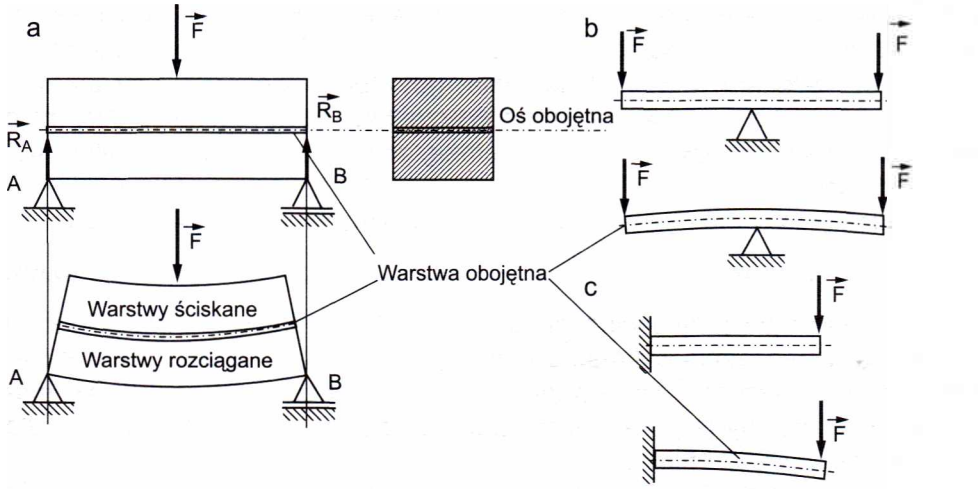
Z wykresu wynika, że największe siły tnące występują w podporach. Te przekroje są więc niebezpiecznymi przekrojami belki najbardziej narażonymi na zniszczenie pod wpływem siły tnącej.



Rys. 5.34. Wykres sił tnących

5.14.6. Naprężenia i odkształcenia przy zginaniu

W belce o przekroju kwadratowym poddanej działaniu siły, jak na rysunku 5.35a, wystąpią naprężenia zginające. Do celów głębszej analizy belka zostanie podzielona (umownie) na poziome warstwy.



Rys. 5.35. Naprężenia i odkształcenia przy zginaniu

Przyglądając się uważnie rysunkowi, można dostrzec, że w odkształconej belce warstwy powyżej osi podziału ulegną skróceniu, podczas gdy warstwy leżące poniżej ulegną wydłużeniu. Największe odkształcenia zachodzą w warstwach skrajnych. Istnieje też jedna warstwa, której długość się nie zmienia – jest to warstwa, przez którą przechodzi oś symetrii. Warstwę taką nazywamy warstwą obojętną. **Warstwa obojętna** jest to warstwa, która pod działaniem obciążeń zginających nie zmienia swojej długości. Ślad warstwy obojętnej wyznacza oś obojętną.

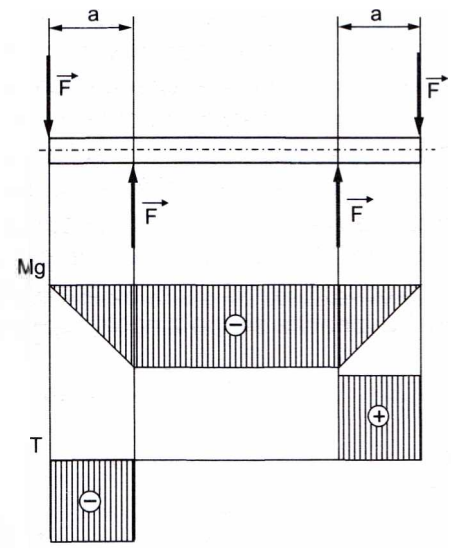
W elementach o przekrojach symetrycznych oś obojętna pokrywa się z jedną z osi symetrii w zależności od kierunku działania sił na dany element. Warstwa obojętna zawiera w takich przedmiotach jedną z osi symetrii. Skrajne warstwy przekroju leżą w jednakowej odległości od warstwy obojętnej.

W przedmiotach o przekroju niesymetrycznym warstwa obojętna nie musi leżeć w połowie wysokości elementu, więc warstwy skrajne mogą znajdować się w różnej odległości od warstwy obojętnej.

Skracanie włókien dolnych belki świadczy o tym, iż dolna część belki jest poddana ściskaniu. Wydłużanie włókien w górnej części belki zaświadcza o rozciąganiu tej części belki. W belce zginanej występują więc naprężenia ściskające i rozciągające. Ich największe wartości występują w skrajnych włóknach belki. Warstwy leżące bliżej osi obojętnej przenoszą mniejsze naprężenia. Natomiast w warstwie obojętnej naprężenia są równe zero.

5.14.7. Czyste zginanie

O czystym zginaniu pisano już wcześniej, powrót do tego zagadnienia jest tym razem spowodowany rozpatrzeniem momentów gnących i sił tnących działających na belkę poddaną czystemu zginaniu. Jak wiadomo, czyste zginanie zachodzi wtedy, gdy belka jest poddana działaniu dwóch par sił o równych momentach, lecz przeciwnie zwróconych. Wykres momentów zginających tak obciążonej belki ma kształt trapezu, zaś z wykresu sił tnących wynika, że istnieje środkowy odcinek belki nie obciążony tymi siłami.



Rys. 5.36. Belka poddana czystemu zginaniu

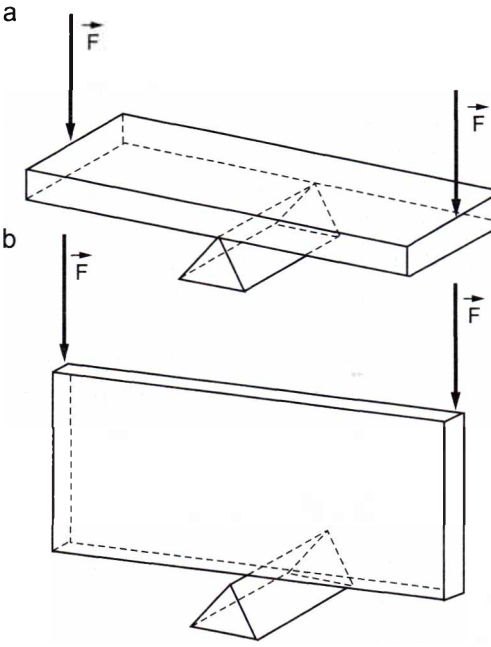
Czyste zginanie w belce poddanej zginaniu występuje w przekroju obciążonym tylko momentem zginającym, gdzie nie ma siły tnącej. W przypadku przedstawionym na rysunku 5.36 czyste zginanie ma miejsce w środku belki. Na odcinkach o długości a działa siła tnąca, więc mamy tu do czynienia ze zginaniem złożonym.

5.14.8. Wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie

Elementy o przekroju niesymetrycznym poddane obciążeniom zginającym wykazują zróżnicowaną wytrzymałość na zginanie, w zależności od kierunku działania obciążenia. Przykładowo, płaskownik bardzo dobrze wygina się, gdy przyłożymy obciążenie zginające do jego dłuższego boku (rys. 5.37a), zaś prawie niemożliwym jest wygięcie płaskownika wzdłuż krótszego boku (rys. 5.37b).

Powyższe stwierdzenie prowadzi do wniosku, że wytrzymałość elementów na zginanie zależy nie tylko od pola przekroju elementu, co jest oczywiste (płaskownik o większym przekroju trudniej wygiąć), ale również od kształtu tego przekroju.

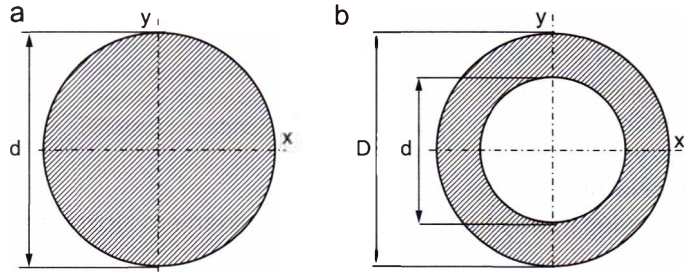
Zależność wytrzymałości przekroju na zginanie od kształtu przedmiotu i jego pola przekroju określa współczynnik zwany **wskaźnikiem wytrzymałości przekroju** na zginanie oznaczany W_x, gdzie indeks x oznacza oś, względem której wskaźnik jest określony. Wartości wskaźników wytrzymałości dla różnych przekrojów na zginanie można znaleźć w wielu tabelach wytrzymałościowych, odnoszących się do poszczególnych osi przekroju. Tu zostanie podany wskaźnik dla dwóch przekrojów – kołowego i rurowego, jako najczęściej narażonych na zginanie spośród występujących w budowie pojazdów samochodowych.



Rys. 5.37. Płaskownik poddany zginaniu w różnych kierunkach

Wskaźnik wytrzymałości przekroju kołowego (rys. 5.38a) na zginanie, ze względu na symetryczność przekroju, jest jednakowy dla wszystkich osi symetrii i wyznacza się go z następującego wzoru:

$$W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0{,}1d^3 \tag{5.69}$$



Rys. 5.38. Charakterystyczne wymiary przekrojów kołowego (*a*) i rurowego (*b*)

Wskaźnik wytrzymałości przekroju rurowego (rys. 5.38b) na zginanie, ze względu na symetryczność przekroju, również jest jednakowy dla wszystkich osi symetrii i wyznaczamy go z następującego wzoru:

$$W_x = W_y = \frac{\pi}{32}\frac{D_4 - d_4}{D} \approx 0{,}1\frac{D_4 - d_4}{D} \tag{5.70}$$

Jak wynika z powyższych wzorów, wskaźnik wytrzymałości jest ściśle związany z wymiarami przekroju przedmiotu zginanego i jest użyteczny przy wyznaczaniu wymiarów elementów zginanych.

5.14.9. Obliczanie belek na zginanie

Przy obliczeniach elementów pojazdu narażonych na zginanie stosuje się zasadę, że rzeczywiste naprężenia zginające muszą być mniejsze, a co najwyżej równe dopuszczalnym naprężeniom zginającym wg wzoru:

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} \leqslant k_g \tag{5.71}$$

lub dla okrągłych elementów zginanych

$$\sigma_g = \frac{M_g}{0{,}1d^3} \leqslant k_g \tag{5.72}$$

gdzie:
k_g – dopuszczalne naprężenia zginające,
M_g – moment zginający,
d – średnica belki (wału).

Odpowiednio przekształcając ten wzór, można zaprojektować elementy narażone na zginanie. Zajmiemy się przypadkami belek o przekroju okrągłym, czyli wałami i osiami.

1. Jeżeli jest znany moment zginający M_g i dopuszczalne naprężenia zginające k_g – czyli został dobrany materiał obliczanego elementu – to można wyznaczyć średnicę tego elementu z następującego wzoru:

$$d \geqslant \sqrt[3]{\frac{10M_g}{k_g}} \tag{5.73}$$

gdzie:
k_g – dopuszczalne naprężenia zginające,
M_g – moment zginający,
d – średnica belki (wału).

Przykład. Mamy zaprojektować średnicę osi koła pośredniego biegu wstecznego w skrzynce biegów. Oś jest narażona na zginanie (rys. 5.39). Znany jest moment zginający działający na oś M_g = 1600 N·m. Dobrany został już materiał, z którego będzie wykonana oś – stal C45 (45), czyli znamy – na podstawie tabel – naprężenia dopuszczalne dla tego materiału k_{go} = 80 MPa.

Naszym zadaniem jest obliczenie średnicy osi, aby nie pękła pod działaniem momentu zginającego.

$$d \geqslant \sqrt[3]{\frac{10M_g}{k_{go}}}$$

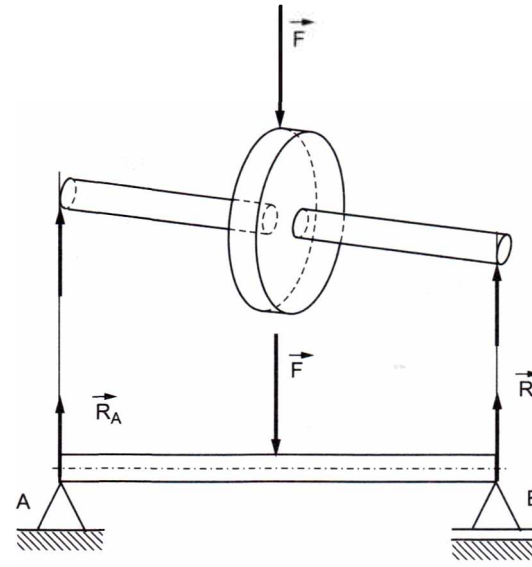
$$d \geq \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 1600 \cdot 10^3 \text{N} \cdot \text{mm}}{80 \text{MPa}}}$$

$$d \geq 58 \text{ mm}$$

2. Gdy znamy średnicę osi i naprężenia dopuszczalne na zginanie k_g – czyli materiał obliczanego elementu, to możemy wyznaczyć maksymalny moment zginający obciążający, który może przenieść oś – z następującego wzoru:

$$M_g \leq 0{,}1 d^3 k_g \qquad (5.74)$$

gdzie:
k_g – dopuszczalne naprężenia zginające,
M_g – moment zginający,
d – średnica belki (wału).



Rys. 5.39. Zginana oś koła pośredniego biegu wstecznego

Przykład. Mamy obliczyć maksymalny moment zginający, który jest w stanie wytrzymać oś z poprzedniego przykładu o ustalonej (ze względów konstrukcyjnych) średnicy $d = 60$ mm. Oś jest narażona na zginanie (rys. 5.39). Znając materiał, z którego będzie wykonana oś – stal C35 (35), można – z tabel – odczytać naprężenia dopuszczalne dla tego materiału $k_{go} = 70$ MPa. Wymagana średnica osi, podana przez konstruktora, nie może być zmieniona. Naszym zadaniem jest sprawdzenie, jaki maksymalny moment zginający jest w stanie wytrzymać ta oś. Do obliczeń należy zastosować podany wcześniej wzór.

$$M_g \leq 0{,}1 d^3 k_g$$
$$M_g \leq 0{,}1 \cdot 60^3 \text{ mm}^3 \cdot 70 \text{ MPa}$$
$$M_g \leq 1\,512\,000 \text{ N} \cdot \text{mm} = 1512 \text{ N} \cdot \text{m}$$

3. Jeśli znamy moment zginający M_g i średnicę osi, to możemy wyznaczyć wartość dopuszczalnego naprężenia na zginanie k_g i tym samym dobrać materiał obliczanego elementu z następującego wzoru:

$$k_g \geq \frac{M_g}{0{,}1 d^3} \qquad (5.75)$$

gdzie:
k_g – dopuszczalne naprężenia zginające,
M_g – moment zginający,
d – średnica belki (wału).

Przykład. Mamy dobrać materiał na wałek pośredni skrzynki biegów. Wałek jest narażony na zginanie (patrz rys. 5.39). Średnica wałka ze względów konstrukcyjnych jest już znana (podana przez konstruktora i nie można jej zmienić), $d = 35$ mm. Znany jest moment zginający, który działa na wałek pośredni skrzyn-

ki biegów M_g = 300 N·m. Naszym zadaniem jest dobrać materiał wałka, aby w czasie pracy skrzynki biegów wałek nie uległ zniszczeniu. Materiał dobierzemy z tabel wytrzymałościowych na podstawie wyznaczonych ze wzoru naprężeń dopuszczalnych na zginanie k_{go}. Do tego celu należy posłużyć się podanym wcześniej wzorem.

$$k_{go} \geqslant \frac{M_g}{0{,}1d^3}$$

$$k_{go} \geqslant \frac{300 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm}}{0{,}1 \cdot 35^3 \text{ mm}^3}$$

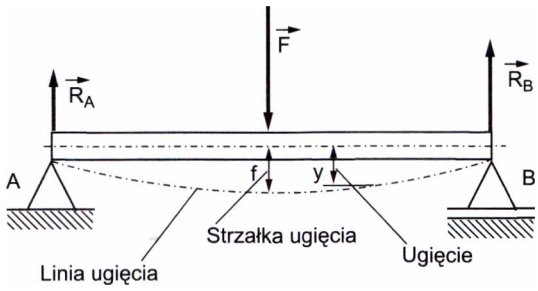
$$k_{go} \geqslant 69{,}97 \text{ MPa}$$

Z tabel wytrzymałościowych dobieramy materiał spełniający tę nierówność; jest nim stal C35 (35), dla której dopuszczalne naprężenia k_{go} = 70 MPa.

5.14.10. Linia ugięcia i strzałka ugięcia

Jak wcześniej wspomniano, elementy konstrukcyjne samochodu muszą spełniać dwa podstawowe warunki: warunek wytrzymałości i warunek sztywności. Warunek wytrzymałości elementów zginanych jest spełniony, gdy naprężenia rzeczywiste nie przekroczą naprężeń dopuszczalnych. Teraz zostanie przedstawiony warunek sztywności elementów zginanych.

Wszystkie belki poddane działaniu obciążeń zginających ulegają odkształceniom, tzn. prostoliniowa belka zmienia się pod obciążeniem na krzywoliniową, tak jak przedstawiono to na rysunku 5.40.



Rys. 5.40. Linia ugięcia i strzałka ugięcia

Linia odkształcenia osi belki pod obciążeniem nazywa się **linią ugięcia** osi belki. Przemieszczenie środka ciężkości belki w kierunku prostopadłym do osi belki jest nazywane **ugięciem belki**. Maksymalna wartość ugięcia belki to **strzałka ugięcia**.

Nie trzeba chyba wyjaśniać, że w czasie pracy samochodu odkształcenia jego elementów powinny być jak najmniejsze, aby zapewniły właściwą pracę pojazdu. Dopuszczalne są jednak niewielkie odkształcenia, gdyż nie jest możliwe skonstruowanie idealnie sztywnych elementów. Ponadto elementy samochodu powinny wykazywać się pewną niewielką podatnością, która zabezpiecza je przed uszkodzeniem podczas chwilowych przeciążeń w czasie pracy. Zbyt

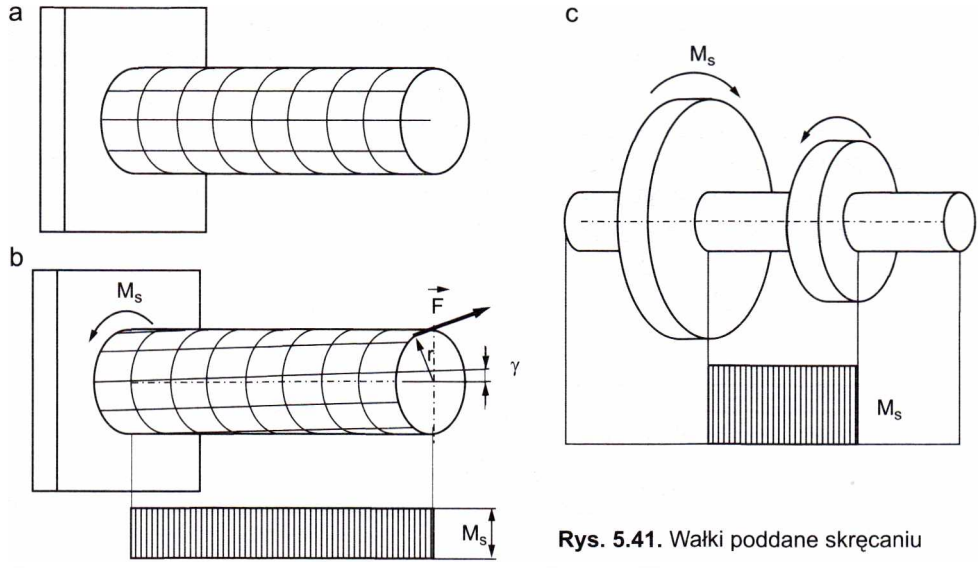
sztywny element zostałby zniszczony w takiej sytuacji, element lekko podatny odkształci się w granicach założonych tolerancji i po chwili powróci do swojego pierwotnego kształtu.

W zależności od rodzaju przeznaczenia elementów samochodu strzałka ugięcia mieści się w granicach od 0,001 do 0,005 rozpiętości belki. Jest ona zależna od kształtu przekroju zginanego i modułu sprężystości wzdłużnej E. Wzory obliczeniowe strzałki ugięcia można znaleźć w tabelach wytrzymałościowych.

5.15. Skręcanie

Obciążenia skręcające bardzo często występują w elementach pojazdów samochodowych, szczególnie elementach układu napędowego takich jak: wał korbowy, wałki w skrzynce biegów, wały napędowe, półosie napędowe, a także elementy zawieszenia i inne.

Zjawisko skręcania zostanie opisane na przykładzie wałka, którego jeden koniec jest utwierdzony (rys. 5.41a).



Rys. 5.41. Wałki poddane skręcaniu

Jeżeli do wolnego końca wałka zostanie przyłożona siła F na ramieniu r, to wytworzy się moment skręcający M_s o wartości:

$$M_s = F\,r \tag{5.76}$$

Moment skręcający jest stały na całej długości wałka, jego wykres w podziałce przedstawiono na rysunku 5.41b.

Na rysunku 5.41c przedstawiono w uproszczeniu wałek skrzynki biegów, na którym są osadzone dwa koła zębate. Moment napędowy jest przekazywany przez większe koło, następnie przez odcinek wałka na mniejsze koło, które przekazuje

go dalej. Między dwoma kołami następuje skręcanie wałka. Również w tym przypadku wałek jest obciążony momentem skręcającym. Obciążenie to występuje na odcinku między kołami (patrz wykres momentu skręcającego na rys. 5.41c).

Pod działaniem momentu skręcającego (patrz rys. 5.41b) wałek odkształca się, jego cząstki elementarne skręcają się o kąt γ zwany kątem odkształcenia postaciowego. Kąt γ poznaliśmy wcześniej przy omawianiu ścinania.

5.15.1. Wskaźnik wytrzymałości przekroju na skręcanie

Elementy podane obciążeniom skręcającym wykazują, podobnie jak elementy zginane, zróżnicowaną wytrzymałość na skręcanie w zależności od kierunku działania obciążenia. Zależność wytrzymałości przekroju na skręcanie od kształtu przedmiotu i jego pola przekroju określa współczynnik zwany wskaźnikiem wytrzymałości przekroju na skręcanie oznaczany W_o. Wartości wskaźników wytrzymałości dla różnych przekrojów można znaleźć w tabelach wytrzymałościowych w odniesieniu do poszczególnych osi przekroju. Zajmiemy się wskaźnikiem wytrzymałości na skręcanie dla dwóch najczęściej spotykanych przekrojów w budowie pojazdów samochodowych i narażonych na skręcanie – czyli przekroju kołowego i rurowego.

Wskaźnik wytrzymałości na skręcanie przekroju kołowego (jednakowego dla obu osi symetrii x, y, patrz rys. 5.38a) wyznacza się z następującego wzoru:

$$W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0{,}2\, d \tag{5.77}$$

gdzie d jest średnicą zewnętrzną koła.

Wskaźnik wytrzymałości przekroju rurowego na zginanie, ze względu na symetryczność przekroju, również jest jednakowy dla wszystkich osi symetrii. Wyznacza się go z następującego wzoru:

$$W_x = W_y = \frac{\pi}{16} \frac{D^4 - d^4}{D} \approx 0{,}2 \frac{D^4 - d^4}{D} \tag{5.78}$$

gdzie d i D są średnicami odpowiednio wewnętrzną i zewnętrzną (patrz rys. 5.38b).

5.15.2. Obliczanie elementów na skręcanie

Obliczenia elementów pojazdu narażonych na skręcanie przeprowadza się zgodnie z poznaną już zasadą, że rzeczywiste naprężenia skręcające muszą być mniejsze, a co najwyżej równe dopuszczalnym naprężeniom skręcającym, według wzoru:

$$\tau_s = \frac{M_s}{W_0} \leqslant k_s \tag{5.79}$$

gdzie:
k_s – dopuszczalne naprężenia skręcające,
M_s – moment skręcający,
W_o – wskaźnik wytrzymałości na skręcanie przekroju kołowego.

Dla elementów skręcanych o przekroju kołowym wzór ten przyjmuje postać:

$$\tau_s = \frac{M_s}{0{,}2\,d^3} \leq k_s \tag{5.80}$$

gdzie:
k_s – dopuszczalne naprężenia skręcające,
M_s – moment skręcający,
d – średnica belki (wału).

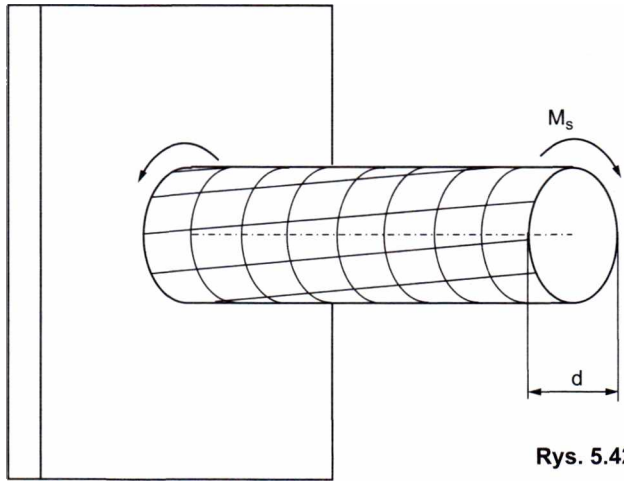
Odpowiednio przekształcając ten wzór, można zaprojektować elementy narażone na skręcanie. W naszym przypadku zajmiemy się elementami o przekroju kołowym – czyli wałkami.

1. Gdy znane są wartości momentu skręcającego M_s i dopuszczalnego naprężenia skręcającego k_s – czyli został dobrany materiał obliczanego elementu – to można wyznaczyć jego średnicę z następującego wzoru:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{5M_s}{k_s}} \tag{5.81}$$

gdzie:
k_s – dopuszczalne naprężenia skręcające,
M_s – moment skręcający,
d – średnica belki (wału).

Przykład. Mamy zaprojektować średnicę drążka (wałka) skrętnego zawieszenia pojazdu (rys. 5.42). Znany jest moment skręcający działający na drążek M_s = 80 N·m. Został dobrany materiał, z którego będzie wykonany drążek – stal 41Cr4 (40H), czyli można odczytać z tabel wartość naprężenia dopuszczalnego dla tego materiału k_{sj} = 130 MPa. Należy obliczyć średnicę drążka tak, aby nie uległ on zniszczeniu pod działaniem momentu skręcającego.



Rys. 5.42. Drążek skrętny poddany skręcaniu

Podany wzór umożliwia rozwiązanie tego zadania.

$$d \geqslant \sqrt[3]{\frac{5M_s}{k_{sj}}}$$

$$d \geqslant \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 80 \cdot 10^3 \text{N} \cdot \text{mm}}{130 \text{ MPa}}}$$

$$d \geqslant 14{,}54 \text{ mm}$$

2. Jeśli znana jest średnica wałka i wartość naprężenia dopuszczalnego na skręcanie k_s – czyli materiał obliczanego elementu, to można wyznaczyć maksymalny moment skręcający, który może przenieść wałek z następującego wzoru:

$$M_s \leqslant 0{,}2\, d^3\, k_s \tag{5.82}$$

gdzie:
k_s – dopuszczalne naprężenia skręcające,
M_s – moment skręcający,
d – średnica belki (wału).

Przykład. Mamy obliczyć, jaki maksymalny moment skręcający jest w stanie przenieść drążek skrętny z poprzedniego przykładu (patrz rys. 5.42), którego średnica jest ustalona ze względów konstrukcyjnych: d = 16 mm. Drążek jest narażony na skręcanie. Znany jest materiał, z którego będzie wykonany drążek – stal 41Cr4 (40H), czyli można – na podstawie tabel – odnaleźć wartość naprężenia dopuszczalnego dla tego materiału k_{sj} = 130 MPa. Średnicy drążka podanej przez konstruktora nie można zmienić ze względów konstrukcyjnych. Naszym zadaniem jest sprawdzenie, jaki maksymalny moment skręcający jest w stanie wytrzymać drążek. Z podanego wzoru można wyznaczyć ten moment skręcający.

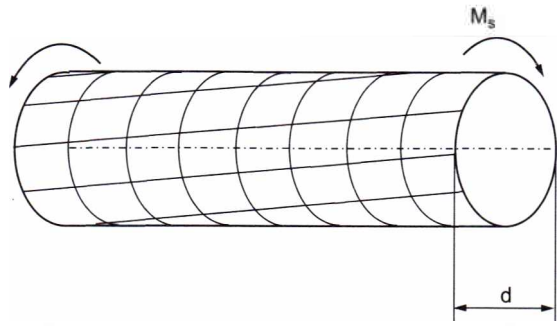
$$M_s \leqslant 0{,}2\text{d}^3\, k_{sj}$$
$$M_s \leqslant 0{,}2 \cdot 16^3 \text{ mm}^3 \cdot 130 \text{ MPa}$$
$$M_s \leqslant 106\,496 \text{ N} \cdot \text{mm} = 106{,}496 \text{ N} \cdot \text{m}$$

3. Jeżeli znamy moment skręcający M_s i średnicę wałka, to możemy wyznaczyć dopuszczalne naprężenia na skręcanie k_s dla wałka – czyli materiał obliczanego elementu – z następującego wzoru:

$$k_s \geqslant \frac{M_s}{0{,}2\, d^3} \tag{5.83}$$

gdzie:
k_s – dopuszczalne naprężenia skręcające,
M_s – moment skręcający,
d – średnica belki (wału).

Przykład. Musimy określić, z jakiego materiału można wykonać półoś napędową narażoną na skręcanie (rys. 5.43). Średnica półosi ze względów konstrukcyjnych jest znana (podana przez konstruktora i nie można jej zmienić), d = 20 mm. Znamy moment skręcający, jakiemu poddawana jest półoś napędowa M_s = 200 N·m.



Rys. 5.43. Półoś napędowa poddana skręcaniu

Naszym zadaniem jest tak dobrać materiał półosi, aby w czasie przekazywania napędu nie uległa ona zniszczeniu. Materiał należy dobrać z tabel wytrzymałościowych na podstawie wyznaczonych z podanego wzoru naprężeń dopuszczalnych na skręcanie k_s.

$$k_{sj} \geq \frac{M_s}{0{,}2\,d^3}$$

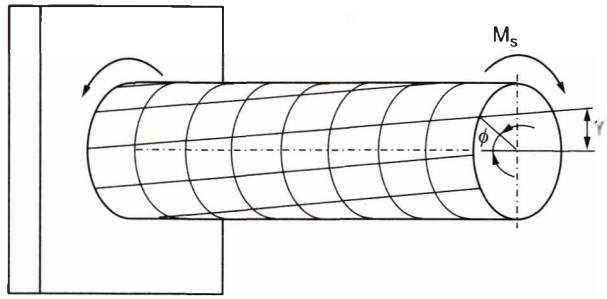
$$k_{sj} \geq \frac{200 \cdot 10^3\ \text{N} \cdot \text{mm}}{0{,}2 \cdot 20^3\ \text{mm}^3}$$

$$k_{sj} \geq 125\,\text{MPa}$$

Z tabel wytrzymałościowych dobieramy materiał spełniający tę nierówność; jest nim stal 41Cr4 (40H), dla której dopuszczalne naprężenia k_{sj} = 130 MPa.

5.15.3. Warunek sztywności pręta skręcanego

Wszystkie elementy samochodu podane działaniu obciążeń skręcających ulegają odkształceniom skręcającym, których wartość musi mieścić się w określonych granicach, aby został zachowany warunek sztywności. Jak wiadomo, wałek skręcany odkształca się o pewien kąt ϕ zwany kątem skręcenia wału, przedstawiony na rysunku 5.44.



Rys. 5.44. Pręt poddany skręcaniu

Wartość graniczna kąta skręcenia wału określa **warunek sztywności elementów skręcanych**. Jest on zapisywany w postaci następującego wzoru:

$$\varphi = \frac{M_s\, l}{G\, J_o} \leq \varphi_{dop} \qquad (5.84)$$

gdzie:
l – długość odcinka wału poddanego skręcaniu,
G – moduł sprężystości postaciowej,
J_o – biegunowy moment bezwładności.

Dla przekroju kołowego o średnicy zewnętrznej d (patrz rys. 5.38a) wyznacza się go z zależności:

$$J_0 = \frac{\pi d^4}{32} \tag{5.85}$$

natomiast dla przekroju rurowego o średnicach zewnętrznej D i wewnętrznej d (patrz rys. 5.38b) z następującego wzoru:

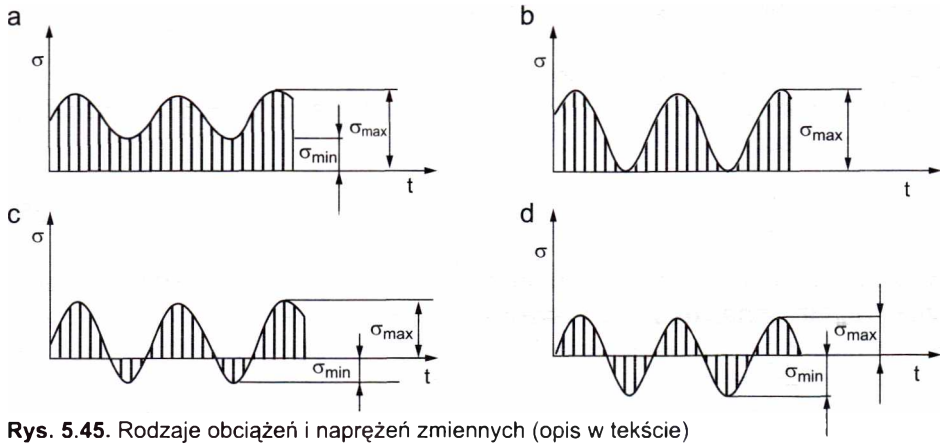
$$J_0 = \frac{\pi\left(D^4 - d^4\right)}{32} \tag{5.86}$$

5.16. Wytrzymałość zmęczeniowa – obciążenia i naprężenia zmienne

Dotychczas zajmowaliśmy się naprężeniami pod działaniem stałych wartości obciążeń – takie naprężenia występują np. w dużym zakresie pracy prowadnic siedzeń samochodowych. Siedzenie w chwili, gdy usiądzie na nim pasażer, jest obciążone stałą siłą równą ciężarowi tego pasażera. Większość części pracujących w samochodzie jest jednak poddawana obciążeniom zmiennym: elementy zawieszenia pojazdu są obciążane zmiennymi siłami pochodzącymi od podłoża, po którym jedzie pojazd; elementy układu napędowego są obciążane zmiennymi wartościami momentów skręcających w zależności od zapotrzebowania pojazdu na moment napędowy; układ tłokowo-korbowy jest cyklicznie obciążany zmiennymi siłami pochodzącymi od ciśnienia gazów spalanego paliwa itp. Obciążenia zmienne wywołują w częściach samochodu naprężenia zmienne, które są dla nich bardziej niebezpieczne. Jak wynika z doświadczeń, naprężenia zmienne o tej samej wartości co naprężenia stałe prowadzą do szybszego zniszczenia części. Obciążenia zmienne wywołują tzw. zmęczenie materiału. Przykładem elementu poddanego obciążeniom zmiennym prowadzącym do zmęczenia materiału są resory samochodowe, które pod wpływem zmiennego obustronnego zginania pękają, w wyniku zmęczenia materiału, mimo iż są wykonane ze stali sprężynowych, a wartości sił działających na resory wywołują w nich naprężenia mniejsze od naprężeń dopuszczalnych.

Naprężenia zmienne można podzielić na:
– jednostronne – dodatnie i ujemne,
– odzerowo tętniące – dodatnie i ujemne,
– dwustronne,
– wahadłowe,
– nieustalone.

Rodzaje obciążeń i naprężeń zmiennych przedstawiono na rysunku 5.45.



Rys. 5.45. Rodzaje obciążeń i naprężeń zmiennych (opis w tekście)
σ – naprężenie, t – czas

Naprężenia **jednostronne** charakteryzują się tym, że zarówno ich maksymalna, jak i minimalna wartość jest różna od zera. Mogą być dodatnie, położone nad poziomą osią wykresu – rysunek 5.45a, lub ujemne, położone poniżej osi.

Naprężenia **odzerowo tętniące** charakteryzują się tym, że jedno z naprężeń (maksymalne lub minimalne) jest równe zeru. Mogą być dodatnie – rysunek 5.45b, lub ujemne.

Naprężenia **dwustronne** to takie, których wartość maksymalna jest dodatnia, a minimalna ujemna – rysunek 5.45c.

Naprężenia **wahadłowe** są to naprężenia, których naprężenia maksymalne są różne od zera i równe sobie co do wartości, lecz przeciwnego znaku (rys. 5.45d).

Naprężenia **nieustalone** są to naprężenia, których wartości naprężeń są trudne do ustalenia w czasie.

Granica wytrzymałości części poddanej obciążeniom zmiennym jest mniejsza niż granica wytrzymałości części poddawanej obciążeniu stałemu. Dlatego naprężenia dopuszczalne przy obciążeniach zmiennych są mniejsze niż przy obciążeniach stałych.

Ze względu na poznany charakter obciążeń wyróżnia się dwa rodzaje dopuszczalnych naprężeń zmiennych. Dopuszczalne naprężenia zmienne, jak wcześniej wspomniano, są oznaczane dodatkowym indeksem:
j – przy obciążeniach tętniących jednostronnie zmiennych, np. k_{cj},
o – przy obciążeniach wahadłowych obustronnie zmiennych, np. k_{go}.

Symbol k_{go} oznacza dopuszczalne naprężenia zginające przy obciążeniach wahadłowych obustronnie zmiennych.

Szczególnie narażone na obciążenia zmienne są części maszyn, w których występują karby. Miejsca występowania karbów oblicza się dodatkowo, wykonując obliczenia wytrzymałościowe. Obliczenia wytrzymałościowe są dość skomplikowane i opierają się na współczynnikach doświadczalnych i teoretycznych. Obliczenia zmęczeniowe wykraczają poza zakres tej książki.

5.17. Obliczanie elementów poddanych jednoczesnemu zginaniu i skręcaniu – wytrzymałość złożona

W rzeczywistych częściach pojazdu samochodowego takie elementy, jak np. wały są poddawane jednoczesnemu działaniu dwóch obciążeń – zginaniu i skręcaniu. Z tego powodu występuje w nich złożony charakter naprężeń i odkształceń (rys 5.46). Obliczenia wytrzymałościowe przy złożonym stanie naprężeń wymagają zastosowania hipotezy Hubera, określającej następujące zależności:
– dla naprężeń o tym samym kierunku działania

$$\sigma_z = \sigma_r + \sigma_g \leqslant k_r \text{ (lub } k_{rj} \text{ lub } k_{rc}) \tag{5.87}$$

– dla naprężeń o różnych kierunkach działania (np. przy jednoczesnym zginaniu i skręcaniu)

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_g^2 + (\alpha \tau_s)^2} \leqslant k_g \left(\text{lub } k_{gj} \text{ lub } k_{go}\right) \tag{5.88}$$

gdzie α jest współczynnikiem określającym stosunek naprężeń normalnych do stycznych, np.

$$\alpha = \frac{k_g}{k_s}; \alpha = \frac{k_r}{k_s}; \alpha = \frac{k_{go}}{k_{sj}} \tag{5.89}$$

Do obliczania wałów jednocześnie skręcanych i zginanych wykorzystuje się drugą zależność, gdyż występują tu naprężenia o różnych kierunkach normalne przy zginaniu i styczne przy skręcaniu.

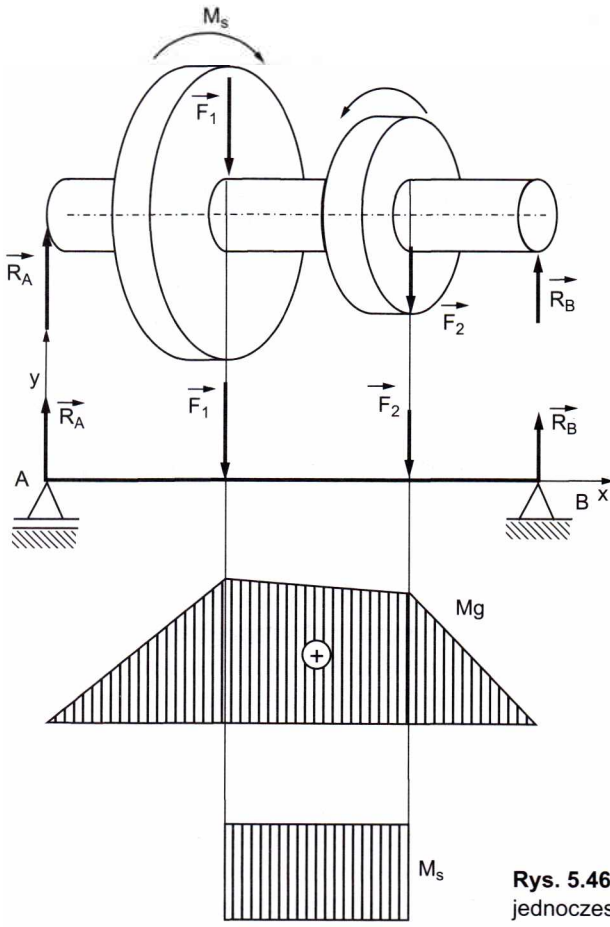
Obliczenia wytrzymałościowe wału poddanego jednoczesnemu zginaniu i skręcaniu zostaną przeprowadzone na przykładzie wałka sprzęgłowego skrzynki biegów.

Przykład. Sprawdzić wytrzymałościowo wałek skrzynki biegów o przekroju okrągłym (rys. 5.46), wykonany ze stali wyższej jakości C20, dla którego k_{go} = 70 MPa, k_{so} = 40 MPa. Ponieważ wałek obraca się w czasie pracy, naprężenia działają na niego obustronnie, czyli są obustronnie działające. Wałek w niebezpiecznym przekroju jest obciążony momentem skręcającym o wartości 170,5 N · m oraz momentem zginającym o wartości 255 N · m. Średnica wałka wynosi 36 mm.

Do sprawdzenia wałka korzystamy z następujących wzorów:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_g^2 + (\alpha \tau_s)^2} \leqslant k_{go}; \quad \alpha = \frac{k_{go}}{k_{so}}$$

$$\sigma_g = \frac{M_g}{0{,}1d^3} \leqslant k_{go}; \quad \tau_s = \frac{M_s}{0{,}2\,d^3} \leqslant k_s \tag{5.90}$$



Rys. 5.46. Wałek skrzynki biegów poddany jednoczesnemu zginaniu i skręcaniu

Podstawiając do wzoru na naprężenia zastępcze σ_z wzory na σ_g i τ_s oraz α, uzyskuje się następującą postać:

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{M_g}{0,1d^3}\right)^2 + \left(\frac{k_{go}}{k_{so}}\frac{M_s}{0,2d^3}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{255\,000}{0,1\cdot 36^3}\right)^2 + \left(\frac{70}{40}\cdot\frac{170\,500}{0,2\cdot 36^3}\right)^2} = 55,76 \text{ MPa}$$

Następnie podstawiamy do wzoru wartości, pamiętając, by wartości podane w N · m zamienić na wartości w N · mm:

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{255\,000}{0,1\cdot 36^3}\right)^2 + \left(\frac{70}{40}\cdot\frac{170\,500}{0,2\cdot 36^3}\right)^2} = 55,76 \text{ MPa}$$

Wyznaczone naprężenia zastępcze σ_z = 55,76 MPa są mniejsze od dopuszczalnych naprężeń obustronnego zginania k_{go} = 70 MPa. Posługując się powyższą zasadą, możemy sprawdzić wytrzymałościowo elementy narażone na złożony stan naprężeń i odkształceń.

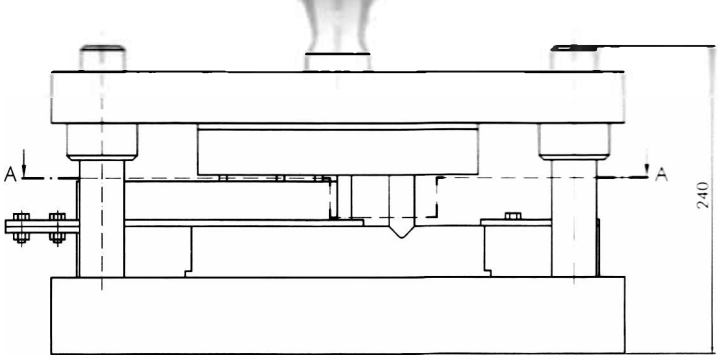
5.18. Pytania kontrolne i zadania

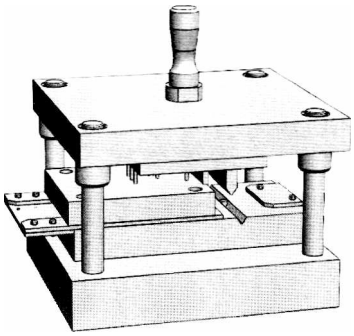
1. Jakie znasz rodzaje odkształceń? Podaj ich charakterystykę.
2. Jakie znasz rodzaje obciążeń? Podaj ich charakterystyczne cechy.
3. Co to jest naprężenie? Jakie są rodzaje naprężeń?
4. Co to jest liczba Poissona?
5. Czego dotyczy prawo Hooke'a? Podaj zależności wyrażające to prawo.
6. Co to jest moduł Younga?
7. Co to jest granica proporcjonalności?
8. Co to jest granica plastyczności?
9. Co to jest granica wytrzymałości materiału?
10. Jakie materiały nazywamy materiałami anizotropowymi?
11. Jakie materiały nazywamy materiałami izotropowymi?
12. Co to są naprężenia dopuszczalne i jak je określamy?
13. Co to jest nośność graniczna?
14. Co to są naprężenia rzeczywiste i jak je określamy?
15. Podaj przykłady spiętrzenia naprężeń.
16. Co to jest karb?
17. Co oznacza pojęcie złożony stan naprężeń?
18. Co to są naprężenia termiczne?
19. Jakie znasz rodzaje ścinania? Czym się charakteryzują?
20. Jakie znasz rodzaje zginania? Czym się charakteryzują?
21. Co to jest moment gnący i jak się go określa?
22. Co to jest siła tnąca i jak się ją określa?
23. Co to jest warstwa obojętna?
24. Co to jest wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie?
25. Co to jest strzałka ugięcia?
26. Od czego zależy wytrzymałość na skręcanie? Podaj warunek sztywności pręta skręcanego.
27. Co to są naprężenia zmienne?
28. Jakie znasz rodzaje naprężeń zmiennych?
29. Na podstawie tabeli zamieszczonej na sąsiedniej stronie porównaj właściwości wytrzymałościowe:
    - stali węglowych i stopowych,
    - żeliwa szarego i ciągliwego,
    - żeliwa szarego i stali węglowych,
    - żeliwa szarego i stali stopowych.

    Omów charakterystyczne właściwości wytrzymałościowe danych rodzajów materiałów. Omów charakterystyczne właściwości danych rodzajów materiałów będące zaletami decydującymi o możliwości wykorzystania ich na części pojazdów samochodowych.

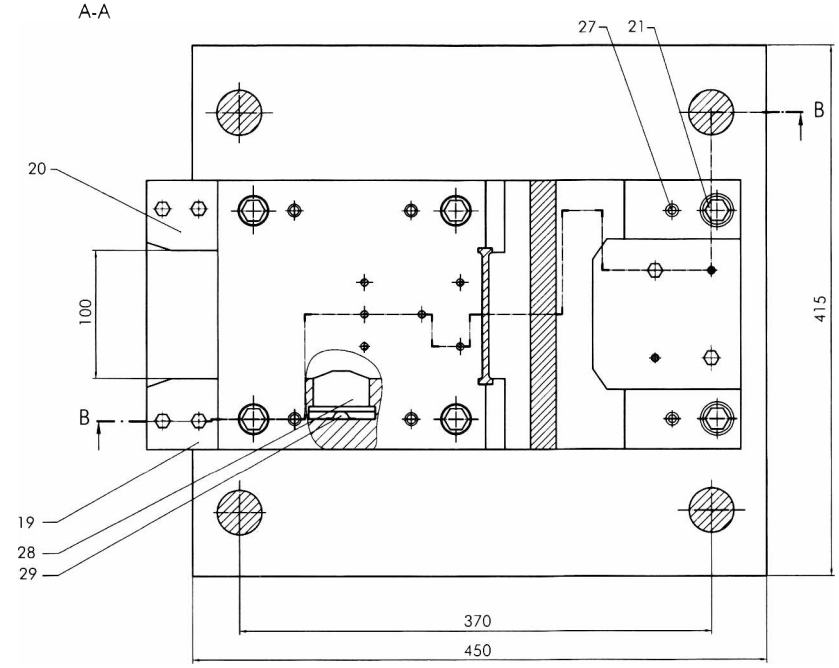
Materiał	Oznaczenie wg PN	Granica wytrzymałości R_m [MPa]	Granica plastyczności $R_{0,2}$ [MPa]	Wydłużenie $A_{0,5}$ [%]	Przewężenie Z [%]
Stal węglowa	E295 (St 5)	500–620	270	19–21	
Stal węglowa	E360 (St 7)	700–850	340	10–11	
Stal węglowa	C10 (10)	320–450	190	33	60
Stal węglowa	C65 (65)	710–880	420	10	30
Stal stopowa	15H4 (15 H)	700	450	10	45
Stal stopowa	18HGT4-4-10 (18 HGT)	1100	900	10	50
Stal sprężynowa	55GS4-4(55 GS)	1000	800	8	30
Mosiądz	CuZn 10	300–500	8–15		
Stop aluminum	AlSi 11	150–160		2–4	
Żeliwo szare	EN-GJL-180 (Zl 180)	150–200			
Żeliwo ciągliwe	EN-GJMB-350-6 (ZcB 3506)	350		6	
Tworzywa sztuczne		20–200			

30. Oblicz średnicę wałka o przekroju okrągłym, wykonanego ze stali wyższej jakości C35, dla którego k_{go} = 70 MPa, k_{so} = 40 MPa. Wałek skrzynki biegów obraca się w czasie pracy – więc naprężenia działają na niego z obu stron. W niebezpiecznym przekroju wałek jest obciążony momentem skręcającym o wartości 170,5 N·m oraz momentem zginającym o wartości 255 N·m.
31. Sprawdź wytrzymałościowo wałek skrzynki biegów wykonany ze stali wyższej jakości C55, dla której k_{go} = 90 MPa, k_{so} = 50 MPa. Naprężenia występujące w obracającym się wałku (o przekroju okrągłym – średnica 36 mm) działają obustronnie. Wałek w niebezpiecznym przekroju jest obciążony momentem skręcającym o wartości 210 N·m oraz momentem zginającym o wartości 275 N·m.
32. Wyznacz naprężenia występujące w pręcie o średnicy d = 8 mm, rozciąganym siłą F = 60 kN.
33. Oblicz naprężenia występujące w wale o średnicy d = 30 mm. Wał jest obciążony momentem zginającym M_g = 170 N·m.

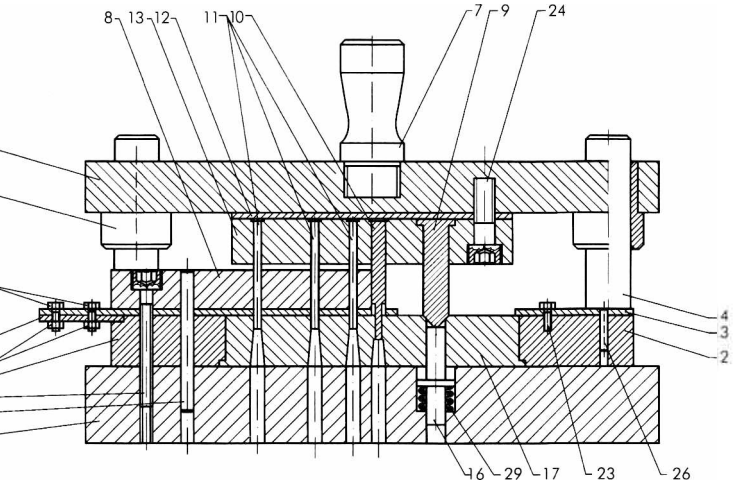




A-A



B-B



29	Sprężyna	2	PN-ISO 10243:1996	
28	Kołek 10n6x80	4	PN-EN ISO 2338:2002	
27	Kołek 10n6x30	2	PN-EN ISO 2338:2002	
26	Kołek 6n6x35	2	PN-EN ISO 2338:2002	
25	Nakrętka M6	6	PN-EN ISO 7091:2002	
24	Śruba M16x35	4	PN-EN 24015:1999	
23	Śruba M6x15	6	PN-EN 24015:1999	
22	Śruba M12x80	4	PN-EN ISO 4762:200	
21	Śruba M12x50	2	PN-EN ISO 4762:200	
20	Listwa prowadząca l.	1	23.05.20	St 45
19	Listwa prowadząca p.	1	23.05.19	St 45
18	Dociskacz	1	23.05.18	1.2311
17	Matryca	1	23.05.17	N11E
16	Wypychacz	1	23.05.16	1.2311
15	Mostek	1	23.05.15	St 45
14	Płyta matrycowa prz.	1	23.05.14	St 45
13	Płyta stemplowa	1	23.05.13	NC4
12	Przekładka stemplowa	1	23.05.12	C55
11	Stempel okrągły	6	23.05.11	NC10
10	Stempel odcinający	1	23.05.10	NC10
9	Stempel gnący	1	23.05.09	NC10
8	Płyta prowadząca	1	23.05.08	1.2311
7	Czop	1	23.05.07	St 45
6	Płyta głowicowa	1	23.05.06	NC4
5	Tuleja prowadząca	4	23.05.05	1.2311
4	Słup prowadzący	1	23.05.04	St 45
3	Płytka oporowa	1	23.05.03	C55

Literatura

[1] Bajkowski J.: *Podstawy zapisu konstrukcji*. Warszawa, OW PW 2005.
[2] Białas S.: *Metrologia techniczna z podstawami tolerowania wielkości geometrycznych dla mechaników*. Warszawa, OW PW 2006.
[3] Bis J., Markiewicz R.: *Komputerowe wspomaganie projektowania CAD. Podstawy*. Warszawa, Rea 2007.
[4] Dobrzański T.: *Rysunek techniczny maszynowy*. Warszawa, WNT 2004.
[5] Kozak B.: *Mechanika techniczna*. Warszawa, WSiP 2004.
[6] *Leksykon naukowo-techniczny*. Warszawa, WNT 2001.
[7] Lewandowski T.: *Rysunek techniczny dla mechaników*. Warszawa, WSiP 2009.
[8] *Mały poradnik mechanika, wyd. 18*. Warszawa, WNT 1999.
[9] Okoniewski St.: *Technologia maszyn*. Warszawa, WSiP 1996.
[10] *Poradnik mechanika*. Warszawa, Rea.
[11] Rutkowski A.: *Części maszyn*. Warszawa, WSiP 2007.
[12] Struzik Cz.: *Pracownia techniczna*. Warszawa, WSiP 1972.
[13] Zawora J.: *Podstawy technologii maszyn*. Warszawa, WSiP 2007.
[14] *Katalogi ofertowe przyrządów pomiarowych i urządzeń diagnostyki samochodowej*.
[15] *Katalog Polskich Norm* dostępny na stronie www.pkn.pl
(**Uwaga**! Należy sprawdzić aktualność norm przed ich zastosowaniem!)

Wydawnictwa Komunikacji i Łączności

Podręczniki przeznaczone do nauczania w zawodzie Technik pojazdów samochodowych na poziomie technikum i szkoły policealnej



Silniki pojazdów samochodowych

Część 1. Podstawy budowy oraz główne zespoły i układy mechaniczne

Piotr Zając

W podręczniku przedstawiono podstawy budowy oraz główne zespoły mechaniczne silników spalinowych pojazdów samochodowych. Opisano zagadnienia teoretyczne, dotyczące pracy silnika oraz jego podstawowe parametry konstrukcyjne i eksploatacyjne. Przedstawiono budowę i działanie oraz zasady eksploatacji, obsługi i naprawy głównych zespołów i układów mechanicznych, czyli kadłubów i głowic, układu korbowego i układu rozrządu silników spalinowych. Materiał nauczania bogato zilustrowano.



Silniki pojazdów samochodowych

Część 2. Układy zasilania, chłodzenia, smarowania, dolotowe i wylotowe

Piotr Zając

W podręczniku, przedstawiono budowę i działanie oraz zasady eksploatacji, obsługi i naprawy układów zasilania, chłodzenia, smarowania oraz dolotowych i wylotowych silników spalinowych. Materiał nauczania bogato zilustrowano przykładami opartymi na najnowszych rozwiązaniach konstrukcyjnych silników. Na końcu każdego rozdziału zamieszczono pytania kontrolne umożliwiające uczniowi samoocenę w zakresie opanowania materiału.

Księgarnia internetowa www.wkl.com.pl



Podwozia i nadwozia pojazdów samochodowych

Część 1. Podstawy teorii ruchu i eksploatacji oraz układ przeniesienia napędu

Marek Gabryelewicz

W podręczniku opisano klasyfikację pojazdów samochodowych, ich własności trakcyjnych i podstaw eksploatacji oraz budowę układu przeniesienia napędu i zasadę działania tworzących go zespołów. Przedstawiono zasady diagnostyki, obsługi i naprawy omawianych elementów oraz stosowane narzędzia i materiały eksploatacyjne.



Podwozia i nadwozia pojazdów samochodowych

Część 2. Układy hamulcowy i kierowniczy, zawieszenie oraz nadwozie

Marek Gabryelewicz

W podręczniku przedstawiono budowę i działanie układów hamulcowego, kierowniczego i jezdnego oraz zawieszenia i nadwozia wraz z układami bezpieczeństwa i komfortu jazdy. Opisano zasady diagnostyki, obsługi i naprawy omawianych elementów i zespołów oraz stosowane narzędzia i materiały eksploatacyjne. Treść bogato zilustrowano przykładami współczesnych rozwiązań konstrukcyjnych i technologicznych oraz schematami blokowymi odzwierciedlającymi tok postępowania podczas oceny stanu technicznego i poszukiwania przyczyn niesprawności.



Podstawy konstrukcji maszyn

Część 2. Techniki wytwarzania i maszynoznawstwo

Praca zbiorowa

W podręczniku przedstawiono najważniejsze rodzaje materiałów konstrukcyjnych stosowanych w pojazdach samochodowych. Opisano techniki wytwarzania, podstawowe maszyny i narzędzia wykorzystywane do wytwarzania części, technologię montażu oraz podstawowe zagadnienia dotyczące części maszyn, a także zastosowanie programów wspomagających projektowanie części maszyn. Podano też podstawy maszynoznawstwa.



Elektryczne i elektroniczne wyposażenie pojazdów samochodowych

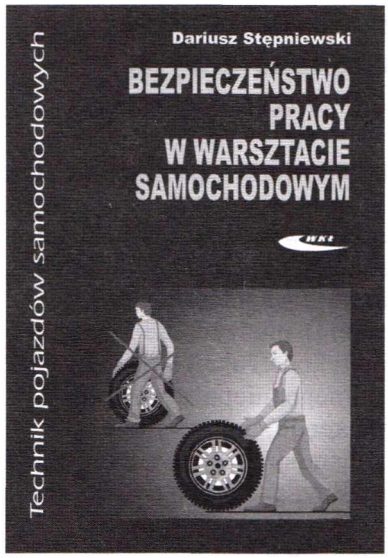
Część 1. Wyposażenie elektryczne i elektromechaniczne

Krzysztof Pacholski

W podręczniku opisano podstawowe pojęcia elektryczne, obwody prądu stałego, pole elektryczne i magnetyczne, podzespoły elektroniczne samochodów, obwody prądu przemiennego (jednofazowego i trójfazowego), podstawy miernictwa elektrycznego, układ zasilania elektrycznego pojazdów z uwzględnieniem diagnostyki, obsługi i naprawy podzespołów, układ rozruchu silników spalinowych wraz z diagnostyką, obsługą i naprawą jego podzespołów oraz silniki prądu przemiennego stosowane w samochodach.

Zamów newsletter na stronie www.wkl.com.pl

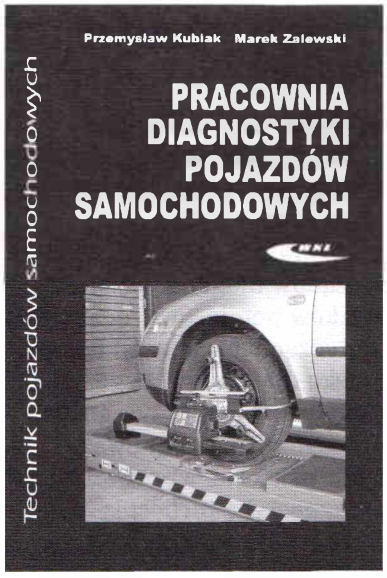
Wydawnictwa Komunikacji i Łączności



Bezpieczeństwo pracy w warsztacie samochodowym

Dariusz Stępniewski

W podręczniku opisano zagadnienia dotyczące bezpieczeństwa i higieny pracy w warsztacie samochodowym. Uwzględniono problematykę prawną (obowiązki zakładu pracy, obowiązki pracownika, nadzór nad warunkami pracy), zagrożenia występujące w środowisku pracy (pożary, porażenia prądem elektrycznym, hałas, wibracje i zapylenie). Opisano zasady bezpiecznej pracy oraz przyczyny wypadków, organizację i zasady udzielania pierwszej pomocy oraz postępowanie powypadkowe.



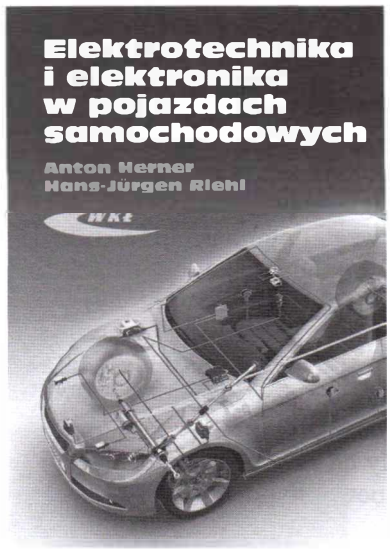
Pracownia diagnostyki pojazdów samochodowych

Przemysław Kubiak, Marek Zalewski

Podręcznik opisuje zasady wykonywania ćwiczeń z zakresu diagnostyki pojazdów samochodowych. Przedstawiono: diagnostykę silników, układów podwozia i nadwozia pojazdów samochodowych, diagnozowanie elektronicznych wtryskowych układów zasilania silników oraz układów bezpieczeństwa i komfortu jazdy, organizację pracy stacji obsługi i stacji kontroli pojazdów (przyjmowanie pojazdu, planowanie procesu naprawy, komputerowe wspomaganie obsługi pojazdów) oraz badanie na hamowni silnikowej i podwoziowej.

Informacje o ofercie WKŁ: tel. 22 849 23 45, 22 849 20 32
wkl@wkl.com.pl

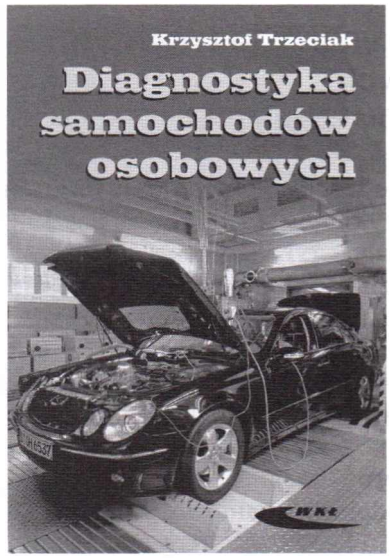
WKŁ Wydawnictwa Komunikacji i Łączności



Elektrotechnika i elektronika w pojazdach samochodowych

Anton Herner, Hans-Jürgen Riehl

W podręczniku przedstawiono zagadnienia z elektr techniki i elektroniki samochodowej, począwszy oc przypomnienia podstawowych pojęć z elektrycz- ności, a na omówieniu elektronicznych układów regulacji i sterowania we współczesnych samochodach kończąc. Ósme wydanie rozszerzono o informacje na temat: konstrukcji hybrydowych z uwzględnieniem pełnego, niepełnego oraz mikrohybrydowego napędu; najnowszego rozwiązania sieci transmisji danych w samochoda czyli magistrali Flex Ray; gazu jako paliwa alternatywnego oraz dodatkowych urządzeń grzewczych w samochodach.



Diagnostyka samochodów osobowych

Krzysztof Trzeciak

Podstawowe wiadomości z zakresu ogólnej diagnostyki samochodu osobowego. Każdy rozdzia zawiera: krótki opis budowy i działania badanego zespołu, metodykę badań w układzie technologicznym, opis budowy i obsługi zastosowanych przyrządów diagnostycznych, kryteria oceny czynników pomiarów. Podano także ogólne wskazówki dotyczące organizacji oraz wyposażenia stanowiska diagnostycznego.
W 8. wydaniu uaktualniono wiele przyrządów diagnostycznych, przedstawiając najnowsze rozwiązania w tym zakresie oraz wprowadzono trz nowe zagadnienia: diagnostykę turbosprężarek, inicjalizację czujnika kąta skrętu koła kierownicy oraz diagnostykę klimatyzacji.

Przyjmowanie zamówień: tel./fax 22 849 23 45, tel. 22 849 20 32, wkl@wkl.com.pl, www.wkl.com.pl

Podręcznik **Podstawy konstrukcji maszyn**, przeznaczony do kształcenia w zawodzie technik pojazdów samochodowych i dopuszczony do użytku szkolnego na poziomie technikum oraz szkoły policealnej, opracowano zgodnie z obowiązującą podstawą programową.

Przedstawiono w nim najważniejsze zagadnienia z zakresu rysunku technicznego z uwzględnieniem komputerowego wspomagania projektowania CAD, najistotniejsze informacje dotyczące pomiarów warsztatowych oraz najważniejsze pojęcia związane z tolerancjami i pasowaniami. Podano również podstawowe informacje z zakresu mechaniki technicznej, w tym m.in. rodzaje sił i ich układy, klasyfikację i ogólną charakterystykę ruchu ciał oraz zasady dynamiki i drgania. Omówiono też podstawy wytrzymałości materiałów z uwzględnieniem zwłaszcza różnych stanów i rodzajów obciążeń, rodzajów naprężeń oraz różnorodnych obliczeń wytrzymałościowych. Materiał nauczania przejrzyście zilustrowano w celu ułatwienia zrozumienia podawanych treści nauczania. Na końcu każdego rozdziału zamieszczono pytania kontrolne oraz zadania do samodzielnego rozwiązania, umożliwiające uczniowi samoocenę w zakresie opanowania materiału.

Podręcznik będzie przydatny również osobom zdobywającym kwalifikacje zawodowe w ramach kształcenia pozaszkolnego oraz zajmującym się działalnością praktyczną w zakresie techniki samochodowej.

W części pierwszej opisano:

- podstawy rysunku technicznego,
- pomiary warsztatowe,
- tolerancje i pasowania,
- podstawy mechaniki technicznej,
- podstawy wytrzymałości materiałów.

Wydawnictwa Komunikacji i Łączności
www.wkl.com.pl

ISBN 978-83-206-1785-6
9 788320 617856