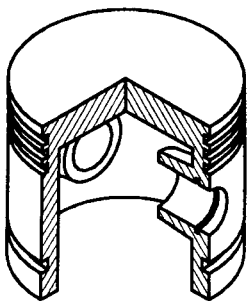
STRUKTURA MECHANIZMÓW

POJĘCIA PODSTAWOWE

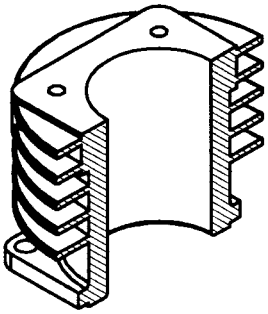
Człon mechanizmu

Człon mechanizmu *to element konstrukcyjny o dowolnym kształcie, ruchomy bądź nieruchomy, zwany wtedy podstawą, niepodzielny w aspekcie funkcji jaką spełnia w mechanizmie.*

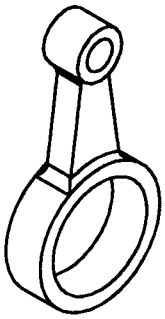
Ciało sztywne (człon sztywny) *to ciało, w którym wzajemne odległości dwóch dowolnych cząstek lub elementów nie ulegają zmianie bez względu na wielkość przyłożonych obciążeń zewnętrznych - sił i momentów.*



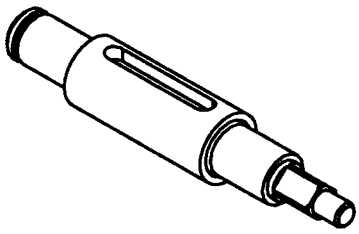
Człon ruchomy typu suwak (tłok)



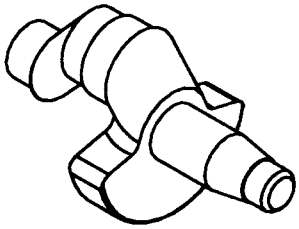
Człon nieruchomy (podstawa) typu cylinder



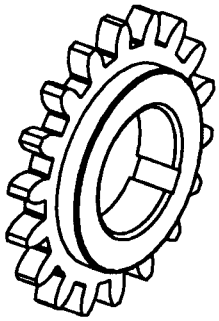
Człon ruchomy typu łącznik (korbowód)



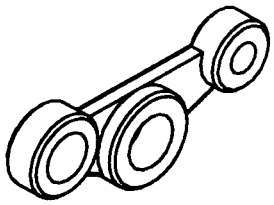
Człon ruchomy typu wał (wał prosty)



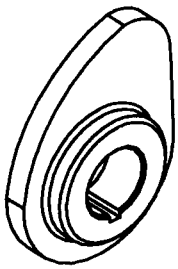
Człon ruchomy typu korba (wał korbowy)



Człon ruchomy typu koło (koło zębate)



Człon ruchomy typu dźwignia



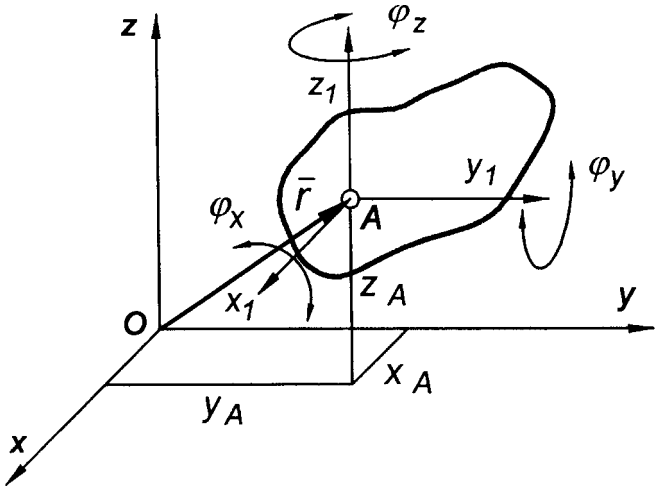
Człon ruchomy typu krzywka

Rys.1. Przykłady ruchomych i nieruchomych członów mechanizmów

Stopnie swobody członu sztywnego

Liczbą stopni swobody *członu sztywnego (bryły sztywnej) nazywamy liczbę współrzędnych uogólnionych określających jednoznacznie jego położenie w przestrzeni, względem wybranego układu odniesienia.*

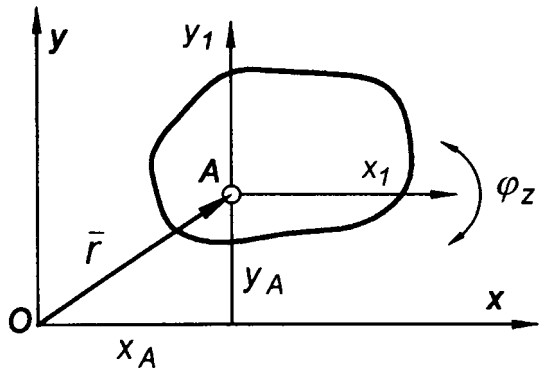
Człon swobodny posiada w przestrzeni **sześć stopni swobody**: trzy translacje x_A, y_A, z_A oraz trzy rotacje φ_x, φ_y, φ_z (Rys. 2).



Rys. 2. Stopnie swobody członu sztywnego swobodnego w przestrzeni

Człon swobodny posiada na płaszczyźnie **trzy stopnie swobody**: dwie translacje x_A, y_A, oraz jedną rotację φ_z. (Rys. 3).

Człon (bryła) wykonuje w tym przypadku ruch płaski, a trzy odebrane stopnie swobody z_A, φ_x, φ_y nazywamy więzami ogólnymi.



Rys. 3. Stopnie swobody członu sztywnego swobodnego na płaszczyźnie

Rozszerzając powyższe rozważania na ***n*** członów (brył) swobodnych otrzymamy liczby ***6n*** i ***3n*** oznaczające odpowiednio liczbę stopni swobody **przestrzennego** i **płaskiego** swobodnego układu członów.

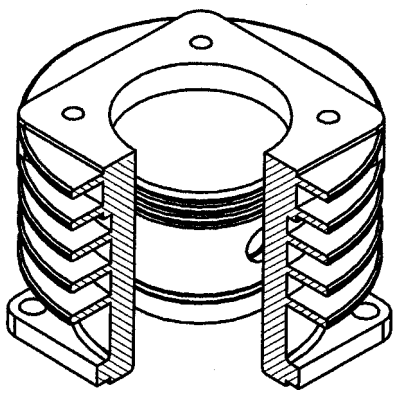
Para kinematyczna

Para kinematyczna *jest to ruchowe połączenie dwóch lub większej liczby członów umożliwiające ich ruch względny.*

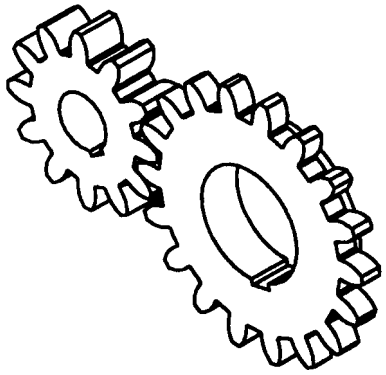
W połączeniu tym następuje odebranie pewnej liczby stopni swobody (jeden człon ogranicza ruch drugiego) poprzez narzucenie więzów geometrycznych.

W przypadku ruchowego połączenia dwóch członów mówimy o parze kinematycznej pojedynczej (jednokrotnej). W przypadku ruchowego połączenia trzech lub więcej członów mówimy o parze kinematycznej wielokrotnej.

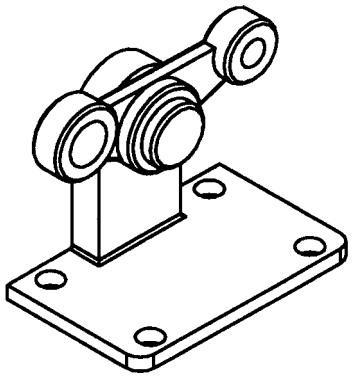
Krotność pary kinematycznej określa wzór: ***k = n - 1*** (1)
gdzie : ***n*** – liczba członów stykających się w jednym węźle



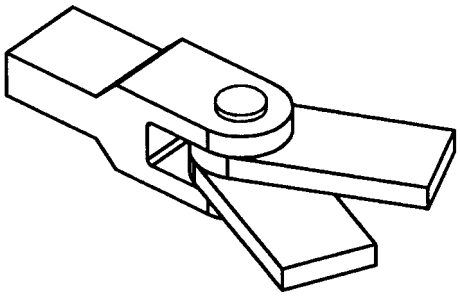
Para kinematyczna jednokrotna: tłok - cylinder (k=1)



Para kinematyczna jednokrotna: zazębienie kół (k=1)



Para kinematyczna jednokrotna: dźwignia - podstawa (k=1)



Para kinematyczna dwukrotna: połączenie sworzniowe (k=2)

Rys. 4. Pary kinematyczne mechanizmów – rozwiązania konstrukcyjne

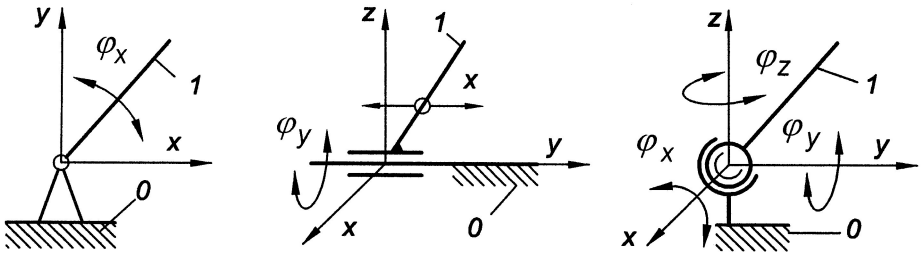
Klasyfikacja par kinematycznych

*Przez **klasę pary kinematycznej „i” (i = 1, 2,...,5)** rozumiemy liczbę odebranych stopni swobody jednemu członowi przez współpracujący z nim drugi człon.*

Klasę pary kinematycznej określamy z zależności: ***i = 6 - s*** (2)

gdzie: ***s*** – liczba pozostawionych stopni swobody

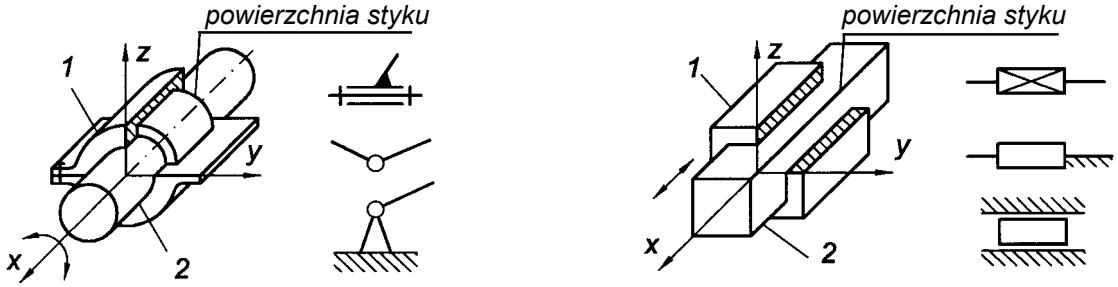
W celu określenia klasy pary kinematycznej należy unieruchomić myślowo jeden z członów tworzących parę i obliczyć pozostawione drugiemu członowi stopnie swobody ***s***.



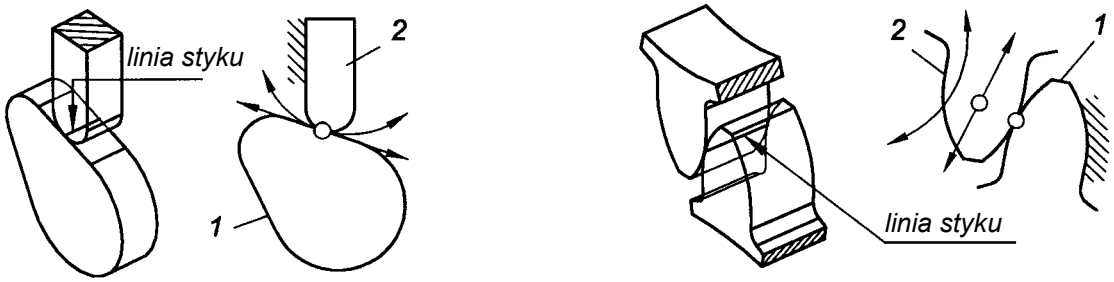
s = 1 , i = 5 ***s = 2 , i = 4*** ***s = 3 , i = 3***

Rys. 5. Przykłady określania klas par kinematycznych *„i”*

Pary kinematyczne klasyfikuje się również według sposobu styku członów. Jeżeli człony stykają się powierzchniowo to taką parę nazywamy **niższą**. Jeżeli natomiast człony stykają się liniowo lub punktowo to taką parę nazywamy **wyższą**.

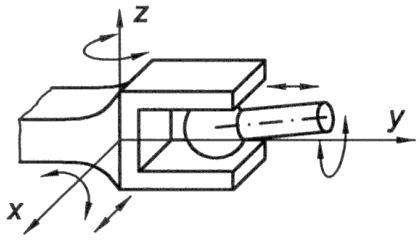
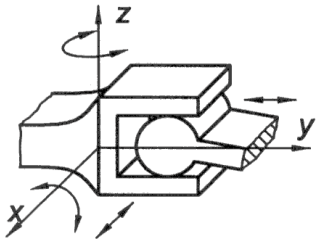
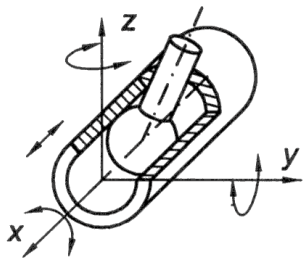
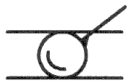
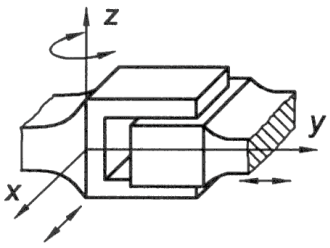
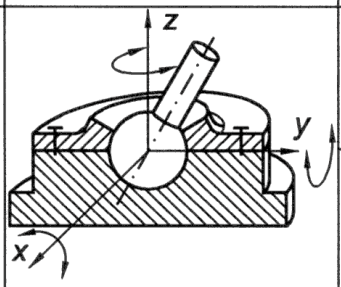
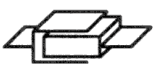
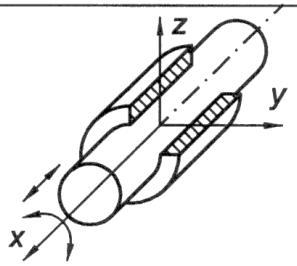
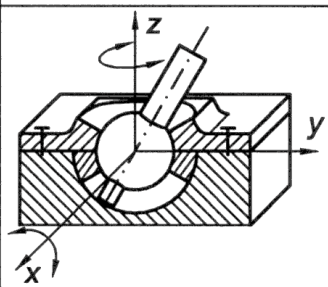
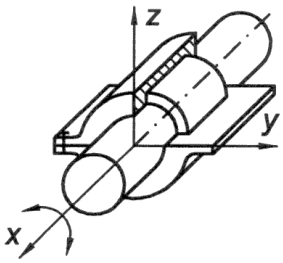
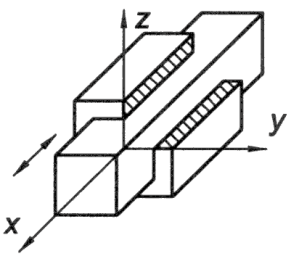
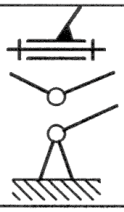
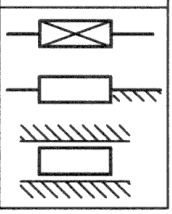


Rys. 6. Para kinematyczna obrotowa i postępowa kl. 5 (niższa)



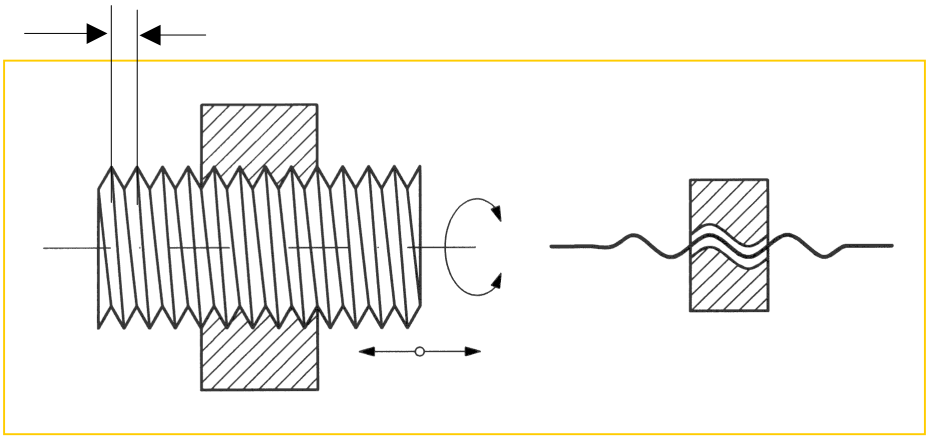
Rys. 7. Para kinematyczna kl. 4 (wyższa), (para krzywek lub kół zębatych)

Tablica 1.1. Klasyfikacja par kinematycznych mechanizmów

Klasa	Schemat konstrukcyjny pary kinematycznej		Pozostawione stopnie swobody s / Schemat kinematyczny	
	Postać - 1	Postać - 2		
i=1			$x, y,$ $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$	
i=2			$x, y,$ φ_x, φ_z	$x,$ $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ 
i=3			$x, y,$ φ_z 	$\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$
i=4			x, φ_x	φ_x, φ_z
i=5			φ_x 	x 

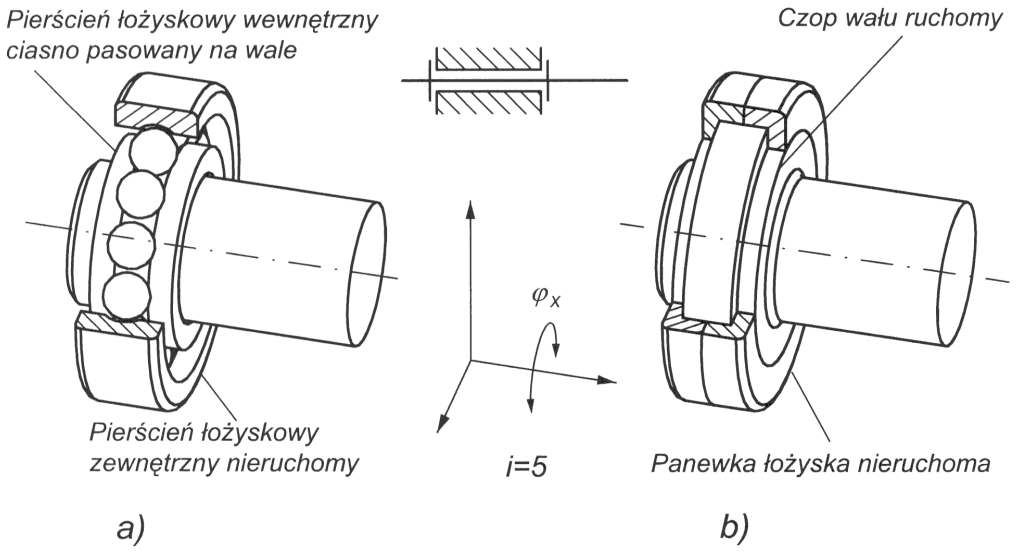
Para kinematyczna śrubowa. Jest to para kinematyczna o jednym stopniu swobody. W tej parze kinematycznej występuje konstrukcyjne powiązanie ruchów: obrotu i przesunięcia śruby.

$x = P\frac{\varphi_x}{2\pi}$, P – skok śruby,



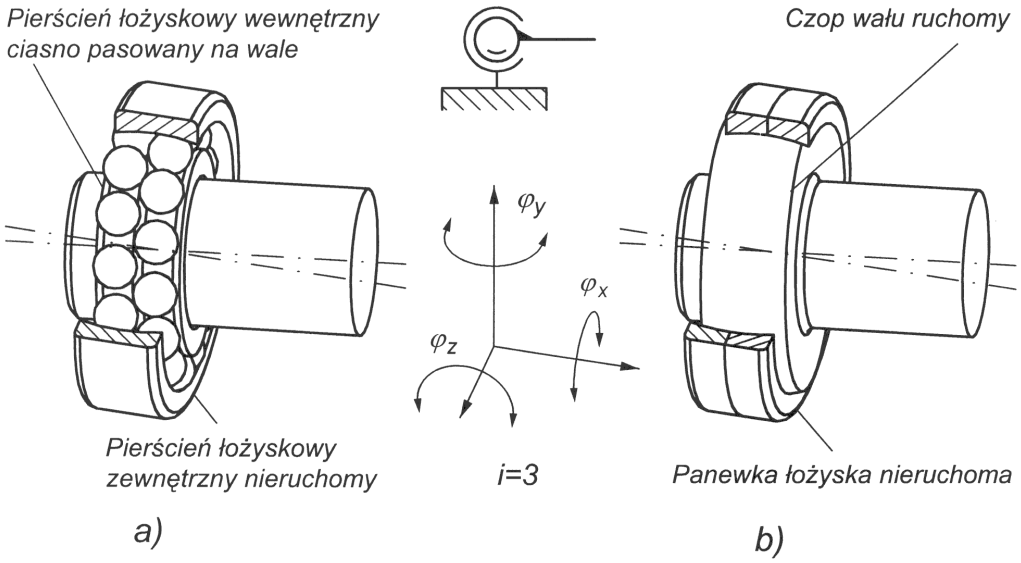
Rys. 7a. Para kinematyczna śrubowa

Pary kinematyczne o złożonej konstrukcji



Rys. 7b. Łożysko toczne zwykłe jako para kinematyczna klasy 5

a) łożysko toczne kulkowe zwykłe
b) konstrukcja pary kinematycznej ślizgowej ekwiwalentnej w zakresie liczby stopni swobody



Rys. 7c. Łożysko toczne wahliwe jako para kinematyczna klasy 3

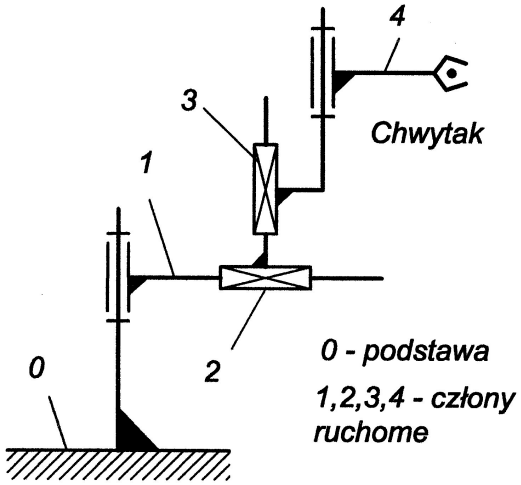
a) łożysko toczne kulkowe wahliwe
b) b) konstrukcja pary kinematycznej ślizgowej ekwiwalentnej w zakresie liczby stopni swobody

Łańcuch kinematyczny. Mechanizm. Maszyna

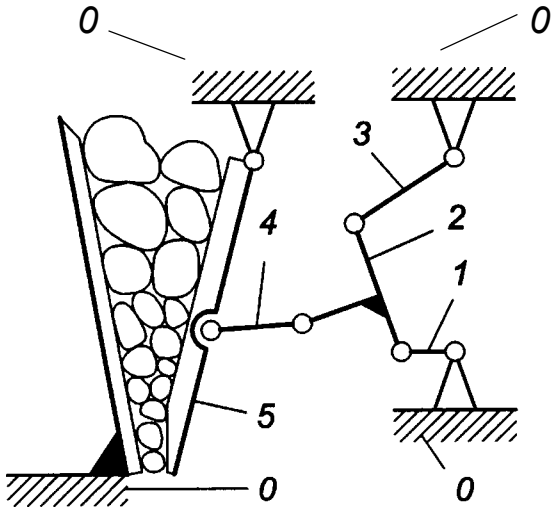
Łańcuch kinematyczny *jest to układ członów połączonych w pary kinematyczne.* Łańcuch kinematyczny otwarty to łańcuch, w którym tylko jeden z członów zewnętrznych jest połączony ruchowo z podstawą (ostoją). Łańcuch kinematyczny zamknięty to łańcuch, w którym co najmniej dwa człony zewnętrzne są połączone ruchowo z podstawą.

Mechanizm *to łańcuch kinematyczny wykonujący ściśle określony ruch.*
Mechanizmem może być łańcuch kinematyczny zamknięty np. mechanizm silnika tłokowego, lub łańcuch kinematyczny otwarty występujący w manipulatorach.

Maszyna *to zespół mechanizmów wykonujących żądaną pracę związaną z procesami technologicznymi lub przemianą energii.*

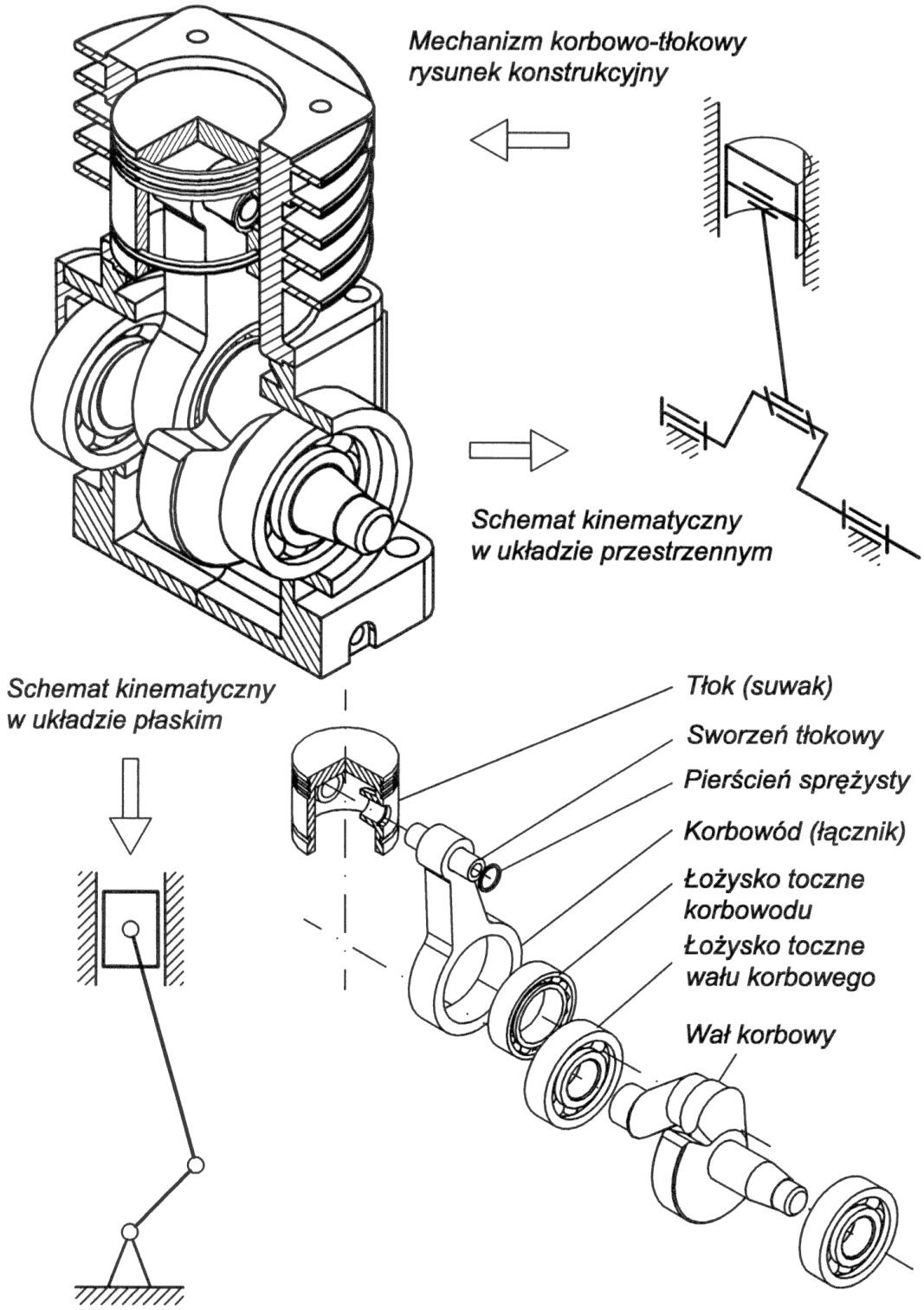


Rys. 8. Łańcuch kinematyczny otwarty manipulatora



Rys. 9. Łańcuch kinematyczny zamknięty mechanizmu dźwigniowego kruszarki

Schemat kinematyczny mechanizmu



Rys. 10. Sporządzanie schematu kinematycznego mechanizmu na podstawie rysunku konstrukcyjnego

Ruchliwość mechanizmu

Liczba stopni swobody względem nieruchomej podstawy, którą posiada dowolny układ członów (łańcuch kinematyczny) jest miarą jego ruchliwości.

Ruchliwością mechanizmu „w” *nazywamy liczbę więzów, które należałoby narzucić na człony, aby łańcuch kinematyczny mechanizmu był nieruchomy względem podstawy. Jest to zatem liczba stopni swobody mechanizmu względem podstawy.*

Ruchliwość ***w*** jest równa liczbie napędów, które należy przyłożyć do łańcucha kinematycznego, aby wykonywał on ściśle określony.

Ruchliwość mechanizmu przestrzennego

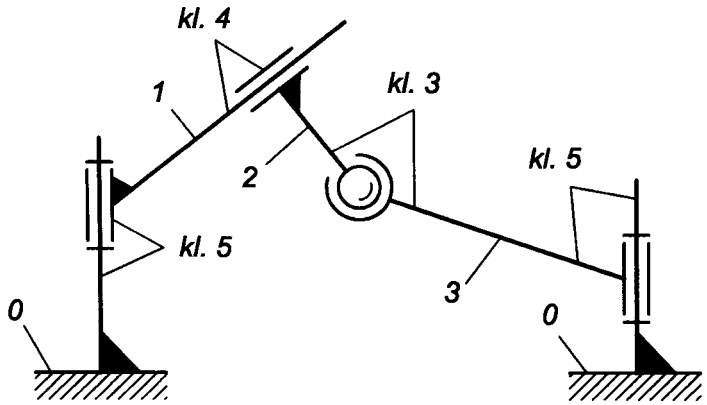
Oznaczenia:

n – liczba członów ruchomych łańcucha kinematycznego,
$6n$ – liczba stopni swobody przestrzennego układu swobodnego,
i – klasa par występujących w łańcuchu kinematycznym $i = 1, 2,..., 5$,
p_i – liczba par kinematycznych klasy i – tej,
$i \cdot p_i$ – liczba odebranych stopni swobody przez p_i par kinematycznych,
$\sum_{i=1}^{5} i \cdot p_i$ – całkowita liczba odebranych stopni swobody przez wszystkie pary kinematyczne.

Ruchliwość mechanizmu przestrzennego wyraża się wzorem:

$$w = 6 \cdot n - \sum_{i=1}^{5} i \cdot p_i \qquad (3)$$

Przykład 1



$n = 3$
$p_1 = 0, p_2 = 0, p_3 = 1, p_4 = 1, p_5 = 2,$
$w = 6 \cdot 3 - 3 \cdot 1 - 4 \cdot 1 - 5 \cdot 2 = 1$
Ruchliwość mechanizmu $w = 1$

Rys. 11. Przestrzenny czworobok przegubowy

Ruchliwość mechanizmu płaskiego

Oznaczenia:

n – liczba członów ruchomych łańcucha kinematycznego,
3n – liczba stopni swobody płaskiego układu swobodnego,
i – klasa par występujących w łańcuchu kinematycznym *i* = 4, 5,
p_4, p_5, – liczba par kinematycznych odpowiednio klasy 4-tej i 5-tej
$(i - 3)p_i$ – liczba odebranych stopni swobody przez p_i par kinematycznych

W mechanizmach płaskich mogą występować jedynie pary kinematyczne klasy 4-tej i 5-tej.

$\sum_{i=1}^{5}(i-3)\cdot p_i = p_4 + 2\cdot p_5$ – całkowita liczba odebranych stopni swobody przez wszystkie pary kinematyczne.

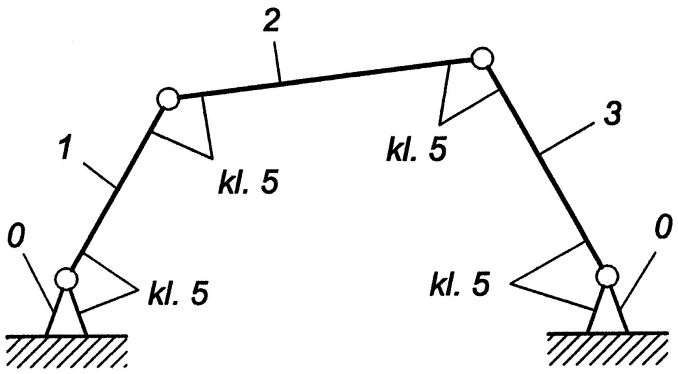
Ruchliwość mechanizmu płaskiego wyraża się wzorem:

$$w = 3\cdot n - \sum_{i=4}^{5}(i-3)\cdot p_i \qquad (4a)$$

lub

$$\boxed{w = 3\cdot n - p_4 - 2\cdot p_5} \qquad (4b)$$

Przykład 2



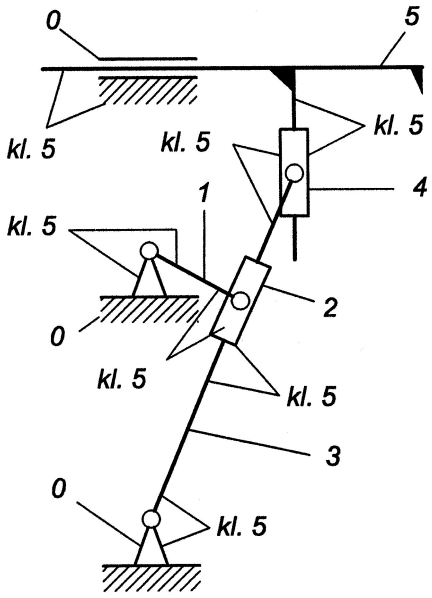
$n = 3$
$p_4 = 0$, $p_5 = 4$,
$w = 3\cdot 3 - 2\cdot 4 = 1$

Ruchliwość mechanizmu $w = 1$

Rys. 12. Płaski czworobok przegubowy

Przykłady obliczania ruchliwości mechanizmów płaskich

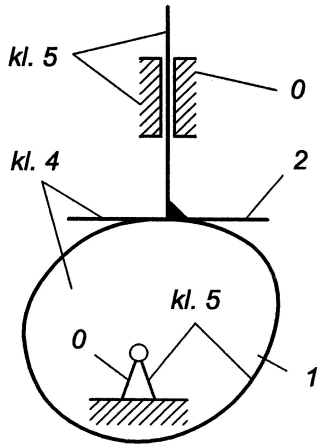
Przykład 3



$n = 5$,
$p_4 = 0$, $p_5 = 7$,
Ruchliwość mechanizmu $w = 1$

Rys. 13. Mechanizm strugarki

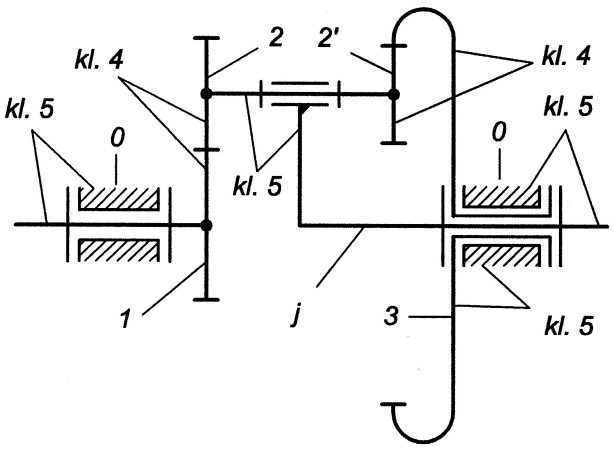
Przykład 4



$n = 2$
$p_4 = 1$, $p_5 = 2$,
$w = 1$

Rys. 14. Mechanizm krzywkowy z popychaczem talerzowym

Przykład 5



$n = 4$
$p_4 = 2$, $p_5 = 4$,
$w = 2$

Rys. 15. Mechanizm przekładni obiegowej

Ruchliwość lokalna. Więzy bierne. Warunek racjonalnej struktury.

Ruchliwość lokalna *w mechanizmach - występuje wówczas, kiedy mechanizm posiada człony kinematycznie zbędne - mówimy wtedy o lokalnych stopniach swobody.*

Przykład 6 (Rys. 16)

Pokazane są tam dwa warianty mechanizmu różniące się ruchliwością ***w*** .
Funkcje kinematyczne obydwu wariantów będą identyczne. **Oznacza to, że człon *3* (krążek) w wariancie *A* jest kinematycznie zbędny.** Tworzy on jednak parę kinematyczną klasy 5 z członem *2* podwyższając w ten sposób ruchliwość całego mechanizmu o wartość 1.
Znaczenie ruchu krążka *3* jest lokalne, ponieważ umożliwia zmianę tarcia ślizgowego na tarcie toczne w parze klasy 4.

Wariant A: $n = 3$, $p_4 = 1$, $p_5 = 3$, $\boldsymbol{w = 2}$ Wariant B: $n = 2$, $p_4 = 1$, $p_5 = 2$, $\boldsymbol{w = 1}$

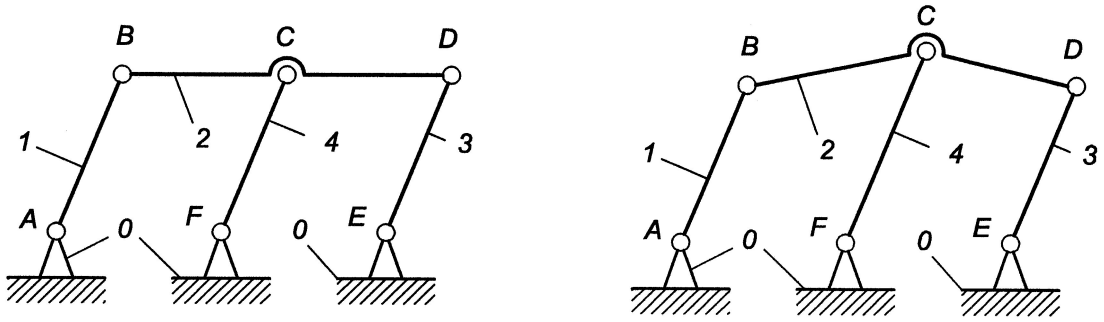
Rys. 16. Przykład występowania ruchliwości lokalnej w mechanizmach

Więzy bierne *są to przesztywnienia występujące w mechanizmie, uniemożliwiające jego poprawne działanie w przypadku dużych błędów wykonawczych i montażowych.*

$R_b = w_{rz} - w_t$ – liczba więzów biernych
w_{rz} – ruchliwość rzeczywista,
w_t – ruchliwość teoretyczna obliczona ze wzorów strukturalnych.

Jeżeli liczba więzów biernych jest większa lub równa jeden, $R_b \geq 1$, to mechanizm ma ***strukturę nieracjonalną***. Jest mechanizmem przesztywnionym.

Warunkiem ***racjonalnej struktury*** *jest aby liczba więzów biernych była równa zero czyli $R_b = 0$.*
Przykład 7

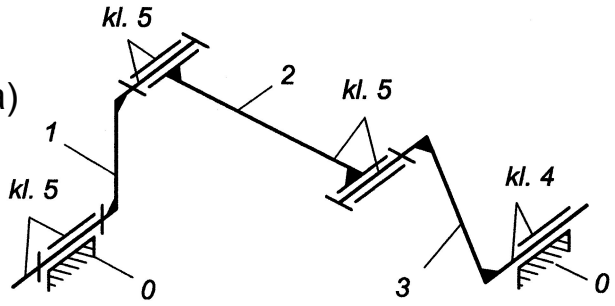


Ruchliwość teoretyczna $w_t = 3n - 2p_5 - p_4 = 0$
Mechanizm ma strukturę nieracjonalną ($w_t = 0$), *ale może się poruszać jeżeli spełniony będzie warunek: AB = CF = DE oraz AF = BC, EF = CD,* ($w_{rz} = 1$).
Zachodzi nierówność $w_t \neq w_{rz}$, $R_b = 1$.

Rys. 17. Mechanizm płaskiego równoległoboku przegubowego o strukturze nieracjonalnej (przesztywnionej)

Przykład 8

a)

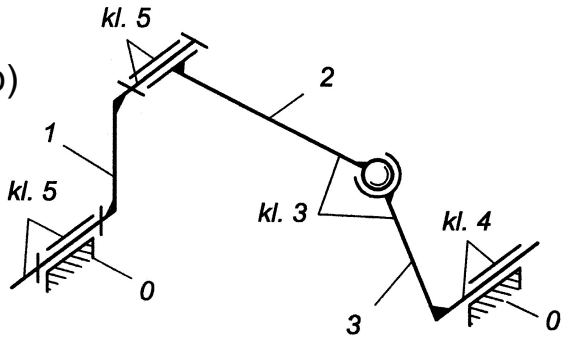


$n = 3$
$p_1 = 0, p_2 = 0, p_3 = 0,$
$p_4 = 1, p_5 = 3,$
$w_t = -1$, $w_{rz} = 1 \Rightarrow R_b = 2$

struktura nieracjonalna

Uzyskanie racjonalnej struktury wiąże się z usunięciem zbędnych członów oraz z zastosowaniem par kinematycznych o większej liczbie stopni swobody. Zamiana par kinematycznych klasy 5 (przegubów walcowych) na pary klasy 3 (przeguby kuliste) zmniejsza liczbę więzów biernych.

b)

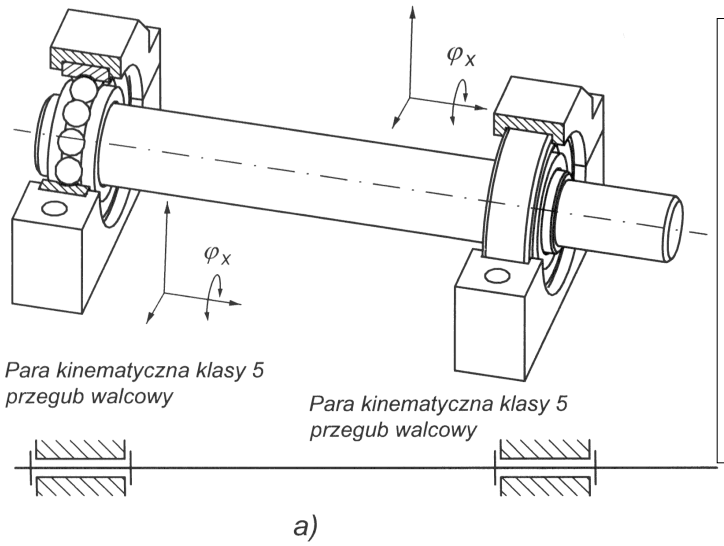


$n = 3$
$p_1 = 3, p_2 = 0, p_3 = 1,$
$p_4 = 1, p_5 = 2,$
$w_t = 1$, $w_{rz} = 1 \Rightarrow R_b = 0$

Struktura racjonalna

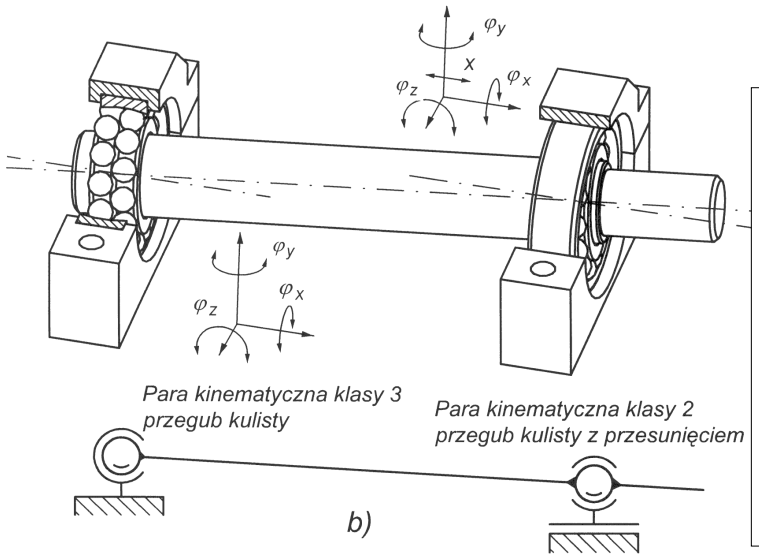
Rys. 18. Mechanizm czworoboku przestrzennego o strukturze:
a) nieracjonalnej i b) racjonalnej.

Przykład 8a. Analiza warunków łożyskowania wału pod kątem więzów biernych



$n = 1,\ p_5 = 2$,
ruchliwość teoretyczna
$w_t = 6n - \sum ip_i = 6 - 2 \cdot 5 = -4$
ruchliwość rzeczywista $w_{rz} = 1$,
$R_b = 1 - (-4) = 5$
Wał może pracować pod warunkiem zachowania dużej dokładności wykonania i montażu węzłów łożyskowych mechanizm ma strukturę nieracjonalną

Rys. 18a. Wał ułożyskowany w dwóch łożyskach kulkowych zwykłych (pary klasy 5)



$n = 1,\ p_3 = 2,\ p_2 = 1$
ruchliwość teoretyczna
$w_t = 6n - \sum ip_i = 6 - 1 \cdot 3 - 1 \cdot 2 = 1$
ruchliwość rzeczywista $w_{rz} = 1$,
$R_b = 0$

Łożyskowanie wału jest mało wrażliwe na błędy montażowe obudów łożysk mechanizm ma strukturę racjonalną

Rys. 18b. Wał ułożyskowany w dwóch łożyskach kulkowych wahliwych (para klasy 3 i klasy 2)

KLASYFIKACJA MECHANIZMÓW

Zasady klasyfikacji strukturalnej mechanizmów płaskich

Klasyfikacja strukturalna *mechanizmów dzieli mechanizmy na klasy według kryteriów strukturalnych tj. według liczby członów, par kinematycznych oraz sposobu ich połączenia.*

Celem klasyfikacji jest wskazanie zbioru prostych struktur tzw. **grup strukturalnych**, stanowiących podstawę budowy łańcuchów kinematycznych mechanizmów oraz ich metodycznej analizy i syntezy.

Kolejność postępowania przy klasyfikacji strukturalnej mechanizmów jest następująca:

1) należy sporządzić schemat kinematyczny mechanizmu w postaci zamkniętego łańcucha kinematycznego,
2) w przypadku występowania w mechanizmie par kinematycznych wyższych (klasy 4) należy sporządzić schemat zastępczy, w którym występują wyłącznie pary niższe (klasy 5),
3) obliczyć ruchliwość „*w*" tak utworzonego łańcucha kinematycznego,
4) wybrać człony napędzające w liczbie równej ruchliwości „*w*" i oddzielić je od łańcucha kinematycznego,
5) pozostałą część łańcucha podzielić na **grupy strukturalne**,
6) określić klasę mechanizmu, która jest równa najwyższej klasie grupy strukturalnej.

Grupa strukturalna *jest częścią łańcucha kinematycznego mechanizmu* spełniającą dwa warunki:

1) połączenie ruchowe z podstawą wszystkich członów zewnętrznych grupy zamienia ją w układ sztywny tj. układ o ruchliwości $w = 0$; (układ o ruchliwości $w = 0$ jest zawsze układem statycznie i dynamicznie wyznaczalnym),
2) wyodrębniona część łańcucha kinematycznego spełniająca warunek 1 nie da się podzielić na prostsze układy (np. poprzez odłączenie członów) również spełniające ten warunek.

Klasa grupy strukturalnej jest określona poprzez liczbę półpar swobodnych przy pomocy których łączy się grupę z podstawą, aby zamienić ją w układ sztywny.

Ruchliwość grupy (po uwzględnieniu faktu, ze występują w niej wyłącznie pary klasy 5) określona jest dla mechanizmów płaskich zależnością:

$$w_{gr} = 3n - 2p_5 = 0 \qquad (5)$$

Równanie $w_{gr} = 3n - 2p_5 = 0$ spełniają pary liczb podane w tablicy 2

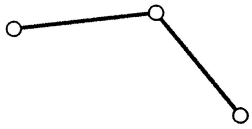
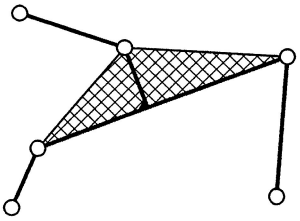
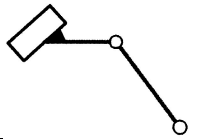
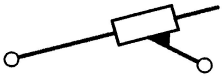
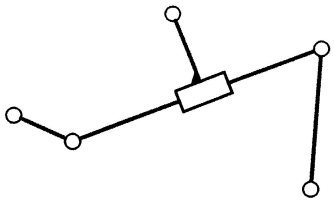
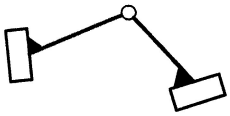
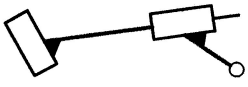
Tablica 2

liczba członów *n*	*2*	*4*	*6*
liczba par kinematycznych p_5	*3*	*6*	*9*
klasa grupy	*2*	*3*	*4*

Dołączenie jednej lub więcej grup strukturalnych do istniejącego łańcucha kinematycznego nie zmienia nigdy ruchliwości nowo utworzonego łańcucha, ponieważ ruchliwość grupy $w_{gr} = 0$.

Typowe grupy strukturalne

Tablica 3. Typowe grupy strukturalne

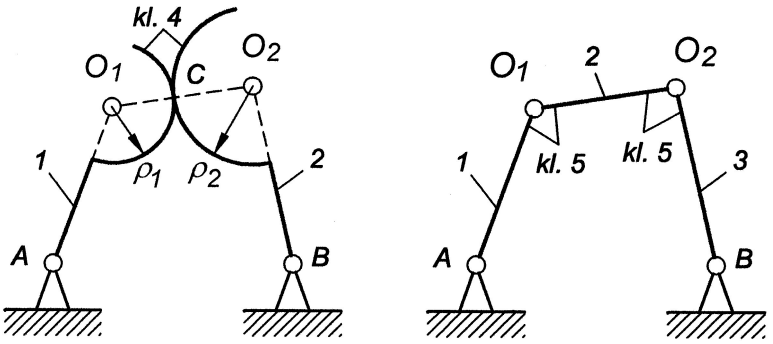
Postać grupy	Schemat grupy klasy 2	Postać grupy	Schemat grupy klasy 3
1		1	
2			
3		2	
4			
5			

Przykłady zastępowania par klasy 4 parami klasy 5

Uwaga: Przy zamianie par wyższych na niższe muszą być spełnione następujące warunki:

a) ruch chwilowy łańcucha musi pozostać niezmieniony,
b) ruchliwość łańcucha musi pozostać niezmieniona, dlatego każdą parę klasy 4 należy zastąpić dwiema parami klasy 5.

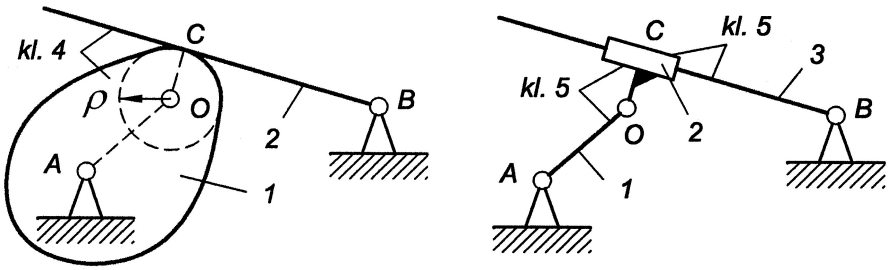
Przykład 9



$O_1O_2 = \rho_1 + \rho_2$

Rys. 19. Zastępowanie pary kinematycznej utworzonej przez dwie krzywki

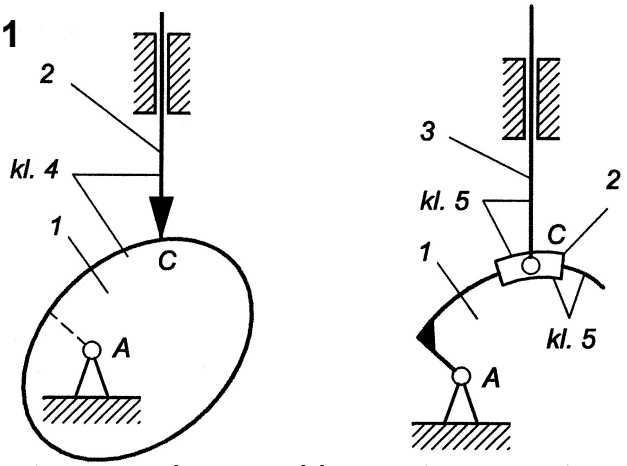
Przykład 10



$OC = \rho$

Rys. 20. Zastępowanie pary kinematycznej utworzonej przez krzywkę i popychacz płaski o ruchu obrotowym

Przykład 11



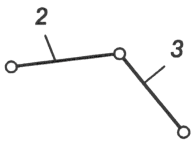
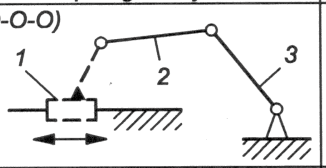
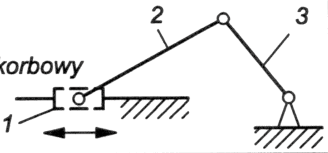
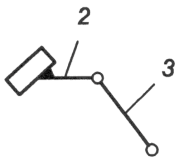
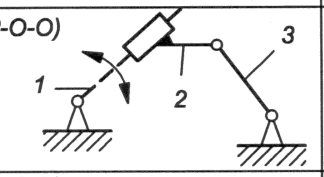
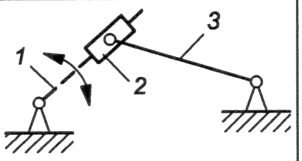
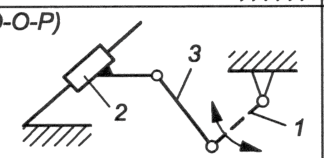
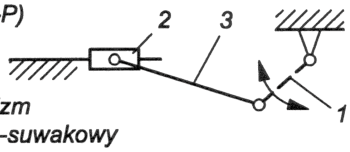
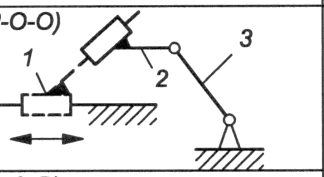
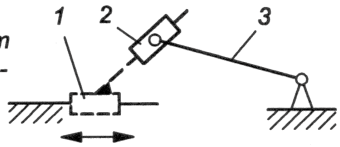
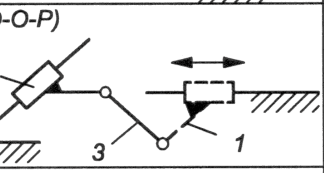
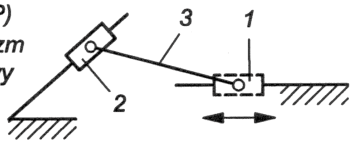
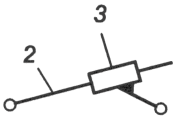
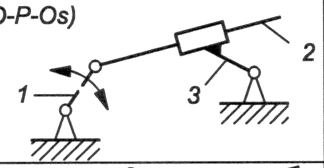
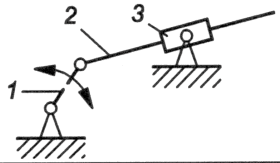
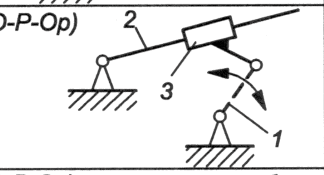
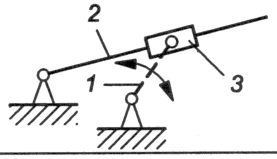
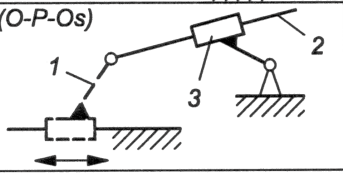
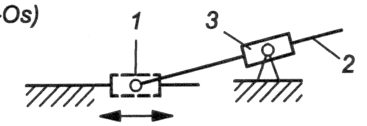
Promień krzywizny suwaka równy jest promieniowi krzywizny krzywki

Rys. 21. Zastępowanie pary kinematyczne utworzonej przez krzywkę obrotową i popychacz ostrzowy o ruchu postępowym

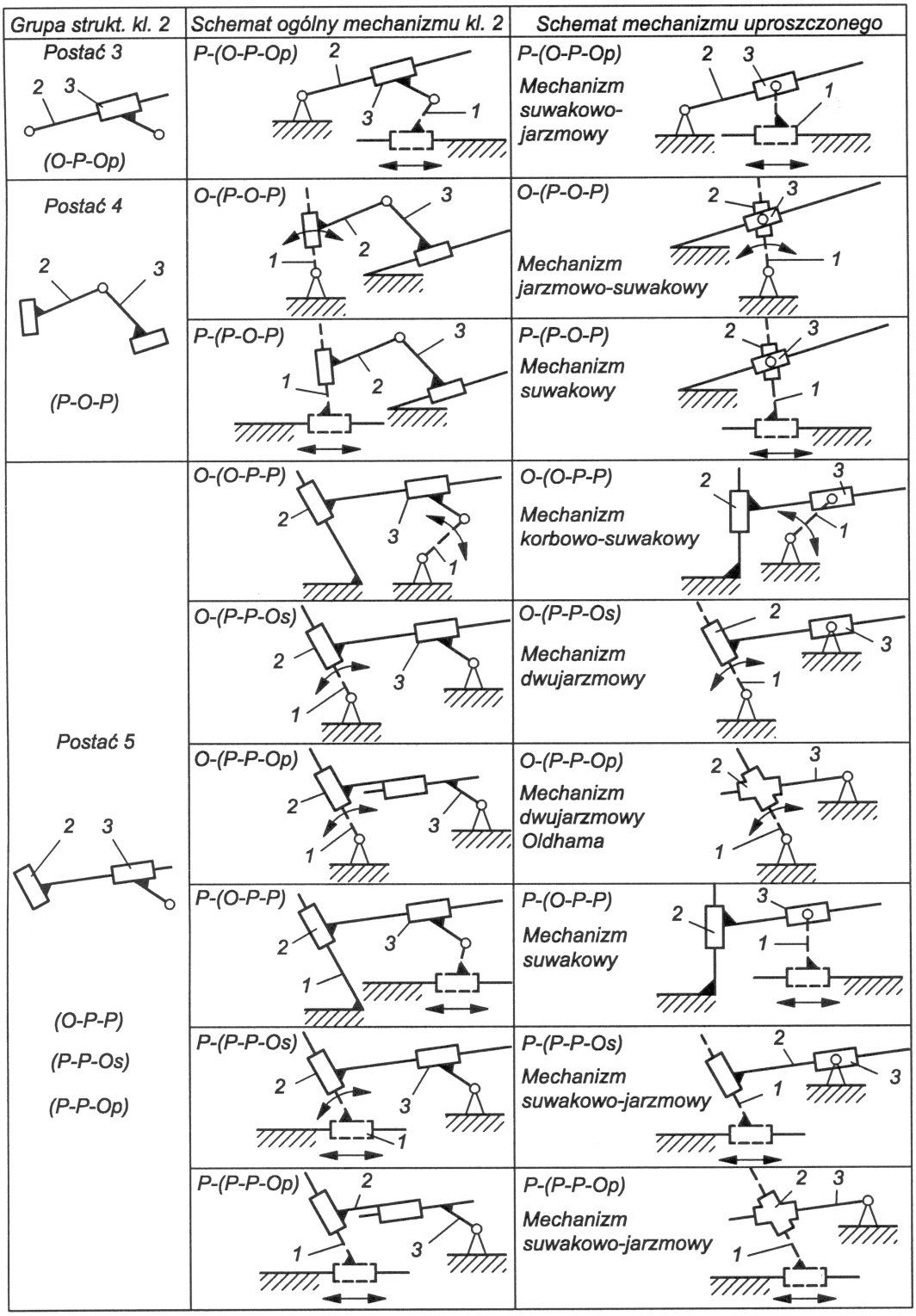
Schematy ogólne i uproszczone mechanizmów podstawowych

Mechanizmy utworzone z członu napędzającego i jednej grupy strukturalnej można nazwać ***mechanizmami podstawowymi*** ponieważ mają najprostszą strukturę i stanowią bazę do budowy struktur złożonych.

Tablica 4a. Schematy mechanizmów podstawowych klasy 2

Grupa strukt. kl. 2	Schemat ogólny mechanizmu kl. 2	Schemat mechanizmu uproszczonego
Postać 1  (O-O-O)	O-(O-O-O) Czworobok przegubowy	Oznaczenia: 1 - Człon napędzający, 2, 3 - człony tworzące grupę strukturalną Człon napędzający oznaczono linią przerywaną
	P-(O-O-O) 	P-(O-O-O) Mechanizm suwakowo-korbowy 
Postać 2  (P-O-O) (O-O-P)	O-(P-O-O) 	O-(P-O-O) Mechanizm jarzmowy 
	O-(O-O-P) 	O-(O-O-P)  Mechanizm korbowo-suwakowy
	P-(P-O-O) 	P-(P-O-O) Mechanizm suwakowo-korbowy 
	P-(O-O-P) 	P-(O-O-P) Mechanizm suwakowy 
Postać 3  (O-P-Os) (O-P-Op)	O-(O-P-Os) 	O-(O-P-Os) Mechanizm jarzmowy 
	O-(O-P-Op) 	O-(O-P-Op) Mechanizm jarzmowy 
	P-(O-P-Os) 	P-(O-P-Os)  Mechanizm suwakowo-jarzmowy

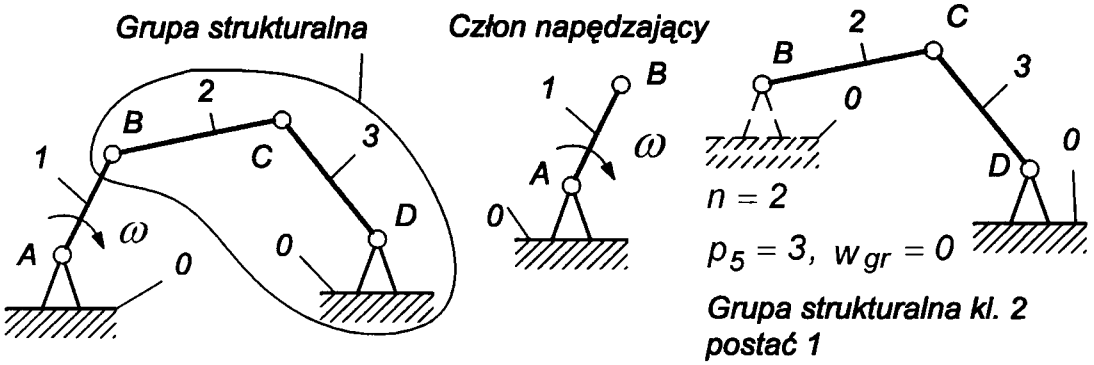
Tablica 4b. Schematy mechanizmów podstawowych klasy 2



Oznaczenia: O – obrót, P – przesunięcie, Op – obrót prowadnicy,
Os – obrót suwaka
Przykładowo: (O-O-O) - grupa strukturalna, w której występują wyłącznie pary obrotowe.

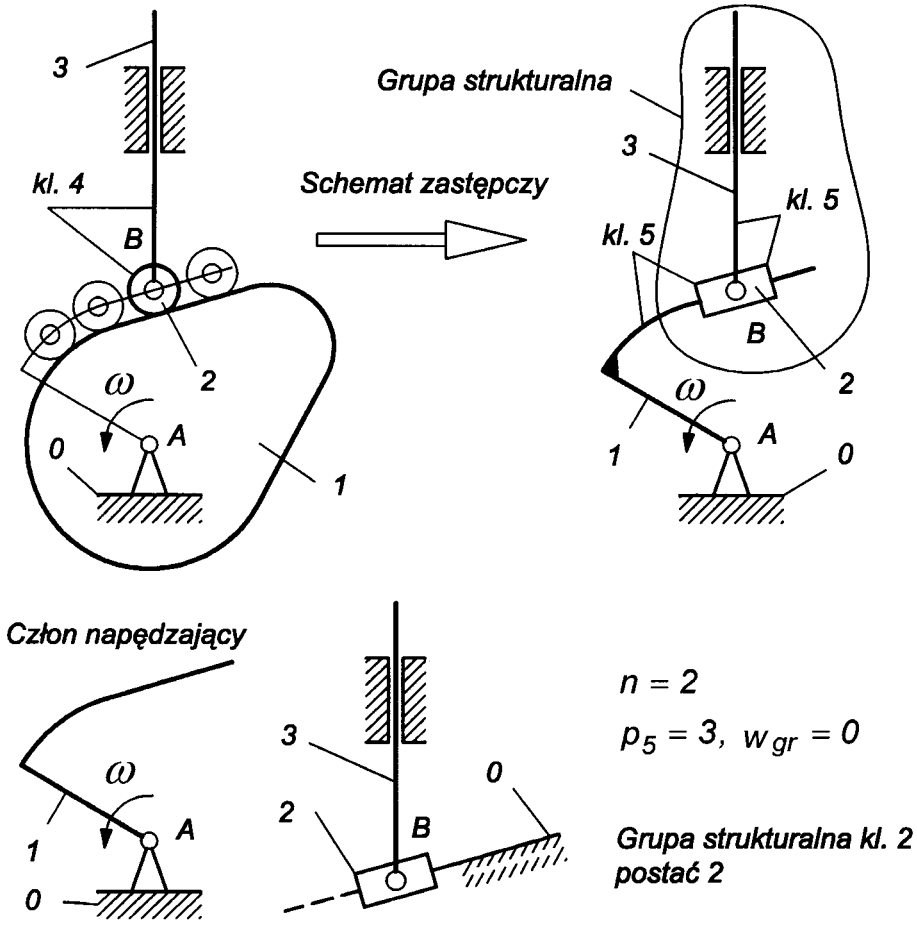
Przykłady analizy strukturalnej

Przykład 12



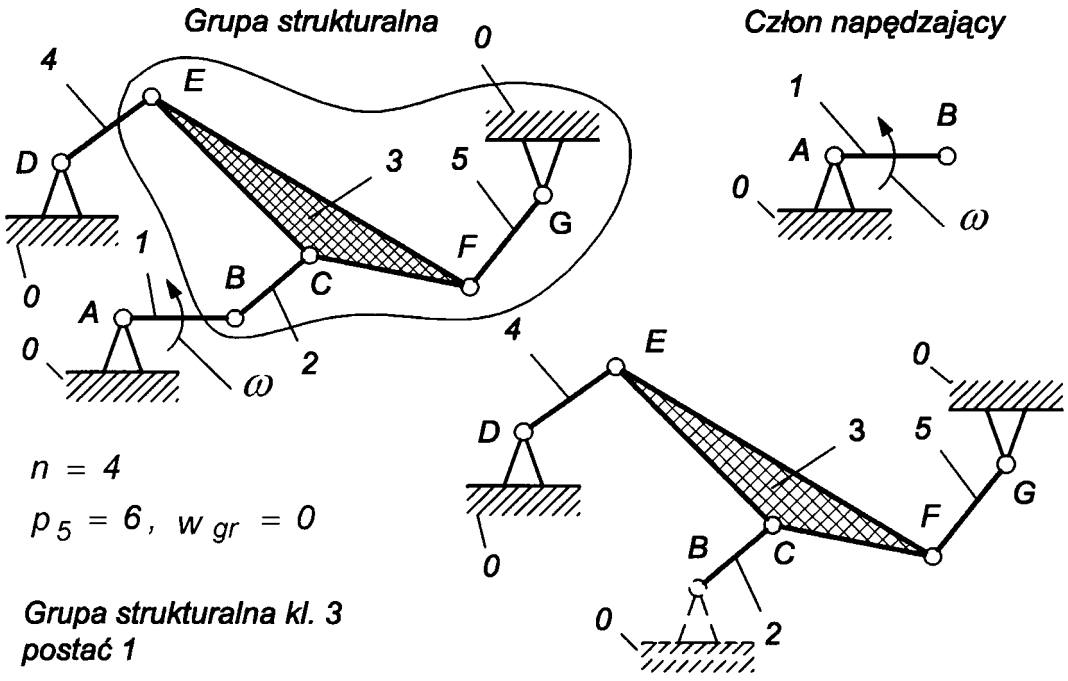
Rys. 23 Klasyfikacja prostego mechanizmu dźwigniowego

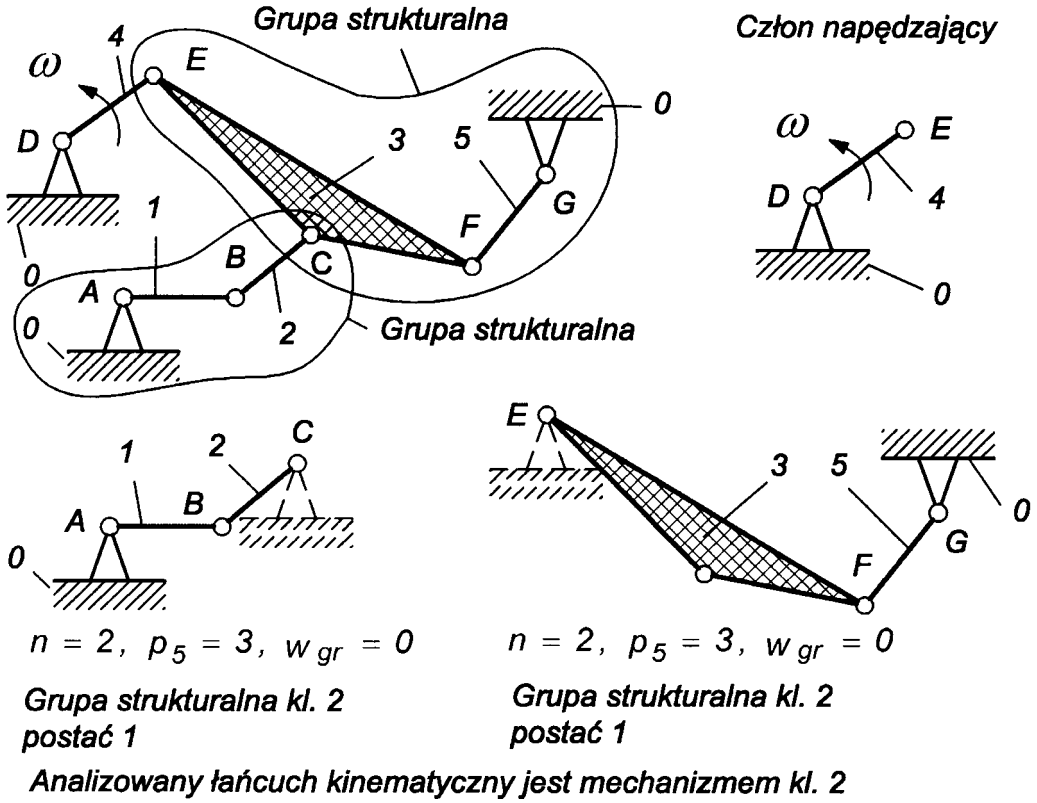
Przykład 13



Rys. 24. Klasyfikacja mechanizmu krzywkowego

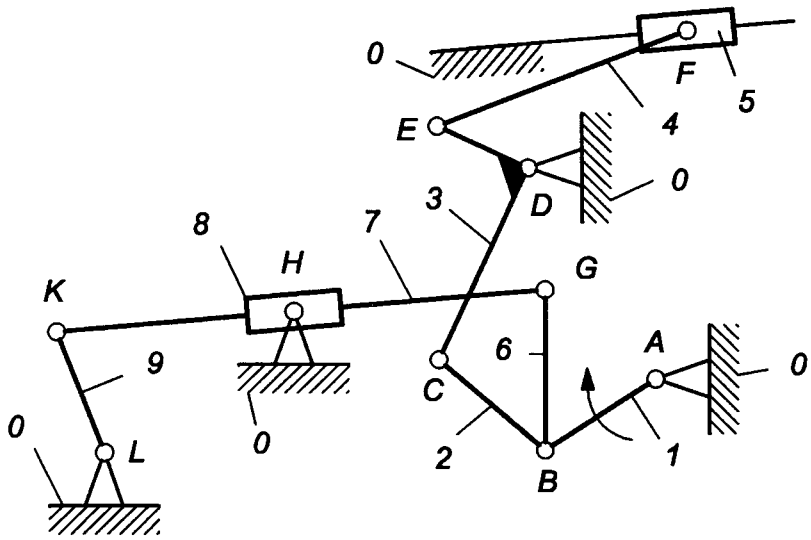
Przykład 14



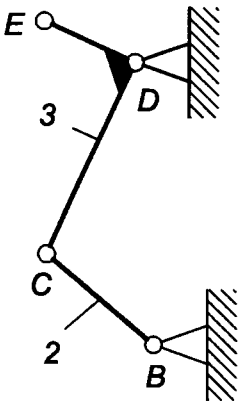


Rys. 25. Klasyfikacja mechanizmu dźwigniowego

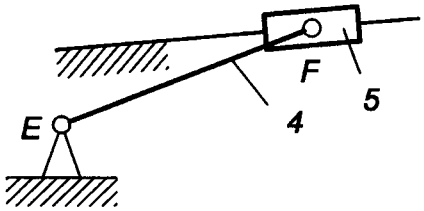
Przykład 15



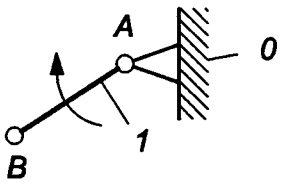
Grupa strukturalna kl. 2

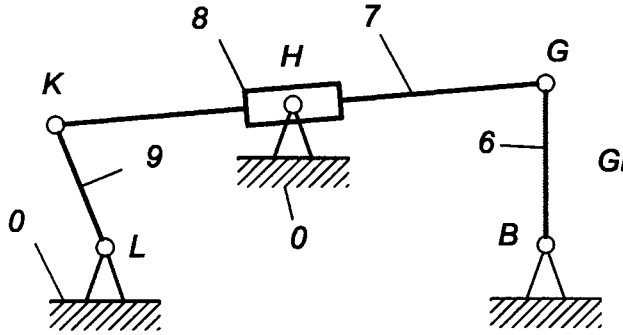


Grupa strukturalna kl. 2



Człon napędzający





Grupa strukturalna kl. 3

Analizowany łańcuch kinematyczny jest mechanizmem klasy 3

Rys. 26. Klasyfikacja złożonego mechanizmu dźwigniowego