

Wiesław Mroszczyk, Jadwiga Salach

Zbiór zadań z fizyki

kurs podstawowy
z elementami kursu rozszerzonego, koniecznymi
do podjęcia studiów technicznych
i przyrodniczych

Część 2

Kraków 2005



ZamKor

Wiesław Mroszczyk, Jadwiga Salach

Zbiór zadań z fizyki

kurs podstawowy
z elementami kursu rozszerzonego, koniecznymi
do podjęcia studiów technicznych
i przyrodniczych

Część 2

Kraków 2005



ZamKor

Projekt okładki i szablonu graficznego:
Joanna Wypiór

© Copyright by ZamKor, Spółka Jawna
ul. Tetmajera 19, 31-352 Kraków
tel.: (0 prefiks 12) 623-25-00
faks: (0 prefiks 12) 623-25-13
e-mail: zamkor@zamkor.pl
<http://www.zamkor.pl>

Zabrania się publikowania rozwiązań zadań zamieszczonych w zbiorze.

ISBN 83-88830-28-7

Druk i oprawa:
P.W. STABIL, Kraków, (0 prefiks 12), 410-28-20, 21

Spis treści

Od Autorów	5
1. Prąd elektryczny	7
2. Magnetyzm	34
3. Indukcja elektromagnetyczna	57
4. Ruch drgający	83
5. Fale	101
6. Transport energii	120
7. Światło i jego rola w przyrodzie	131
8. Fizyka jądrowa i jej zastosowania	175
9. Oddziaływania w przyrodzie	190
10. Jedność mikro- i makroświata	197
11. Zadania kształcące umiejętność odczytywania informacji z tekstu	207
Odpowiedzi	227

Od Autorów

Niniejszy zbiór zadań jest adresowany do uczących się fizyki w szkole ponadgimnazjalnej, którzy chcieliby zdawać ten przedmiot na egzaminie maturalnym.

Reforma systemu oświaty w naszym kraju w sposób przełomowy zmieniła system priorytetów w nauczaniu wszystkich przedmiotów, w tym także fizyki. Funkcjonujące przez lata zbiory zadań straciły na aktualności wobec wymagań zawartych w Standardach Wymagań Egzaminacyjnych.

W związku z tym podjęliśmy trud opracowania i wydania nowego zbioru zadań, który pomagałby uczącym się zarówno w trakcie realizacji materiału programowego, jak i przy powtarzaniu poszczególnych działów fizyki w skutecznym przygotowaniu do nowej matury, a przez to spełniał oczekiwania uczniów i ich nauczycieli w tym zakresie.

Uczeń, który planuje podjęcie studiów powinien pamiętać o tym, że na każdym kierunku przyrodniczym lub technicznym (Akademia Górniczo-Hutnicza, politechniki, akademie medyczne, szkoły rolnicze, biologia i chemia na uniwersytetach) fizyka (lub biofizyka) stanowi jeden z ważnych przedmiotów. Kandydat na te studia, nawet jeśli nie wybiera fizyki na egzaminie maturalnym, będzie musiał wykazać się właściwym poziomem wiedzy na zajęciach z tego przedmiotu i zdać egzamin końcowy.

Na początku każdego rozdziału zamieszczono obszerny wstęp przypominający materiał, potrzebny do rozwiązywania zadań.

Większość zadań, zgodnie ze współczesnymi dążeniami w dydaktyce fizyki, odwołuje się do sytuacji rzeczywistych. W przypadkach, w których rozwiązanie problemu wymaga od ucznia zastosowania uproszczonego modelu, bardzo mocno akcentujemy granice stosowalności takiego modelu.

W zbiorze zamieściliśmy zadania o różnym stopniu trudności; obok prostych i typowych problemów przeznaczonych do zwykłego treningu (zadania wielokrotnego wyboru, zadania krótkiej odpowiedzi, zadania rozszerzonej odpowiedzi) w zbiorze są także zadania złożone (tzw. wiązki zadań) o podwyższonym stopniu trudności.

Postanowiliśmy kontynuować rozpoczęte na etapie gimnazjalnym kształcenie umiejętności odczytywania informacji z tekstu. Na bazie artykułów popularno-naukowych przygotowaliśmy i zamieściliśmy w ostatnim rozdziale zbioru kilkanaście krótkich tekstów i serię pytań do

każdego z nich. Mamy nadzieję, że w ten sposób uda się także, chociaż częściowo, zrealizować kształcenie umiejętności selekcji danych.

Duży nacisk położyliśmy na kształcenie umiejętności sporządzania wykresów, odczytywania danych z wykresów oraz właściwej ich interpretacji, stąd spora liczba poleceń dotyczy uzupełniania tabel i rysowania wykresów na ich podstawie.

Zbiór nie zawiera zadań z działu: budowa i ewolucja Wszechświata. Wiele ciekawych zadań i pytań z astrofizyki i kosmologii można znaleźć w zbiorze autorstwa T. Płazaka, S. Salacha, Z. Sanok: „626 pytań testowych z fizyki, astrofizyki i kosmologii” (ZamKor, 2004).

W zbiorze nie zamieściliśmy pełnych rozwiązań, a jedynie szczegółowe odpowiedzi do wszystkich zadań, podobnie jak w części 1. Zadania trudniejsze (głównie te, których rozwiązanie wymaga znajomości pochodnych funkcji) są oznaczone gwiazdką. Gdyby nauczyciele sygnalizowali taką potrzebę, będziemy umieszczali pełne rozwiązania tych zadań w serwisie dla nauczycieli na stronie internetowej Wydawnictwa ZamKor.

Będziemy wdzięczni za wszystkie uwagi na temat obu części zbioru. Posłużą one do ich uzupełnienia i udoskonalenia.

Autorzy

1. Opis zjawiska prądu elektrycznego

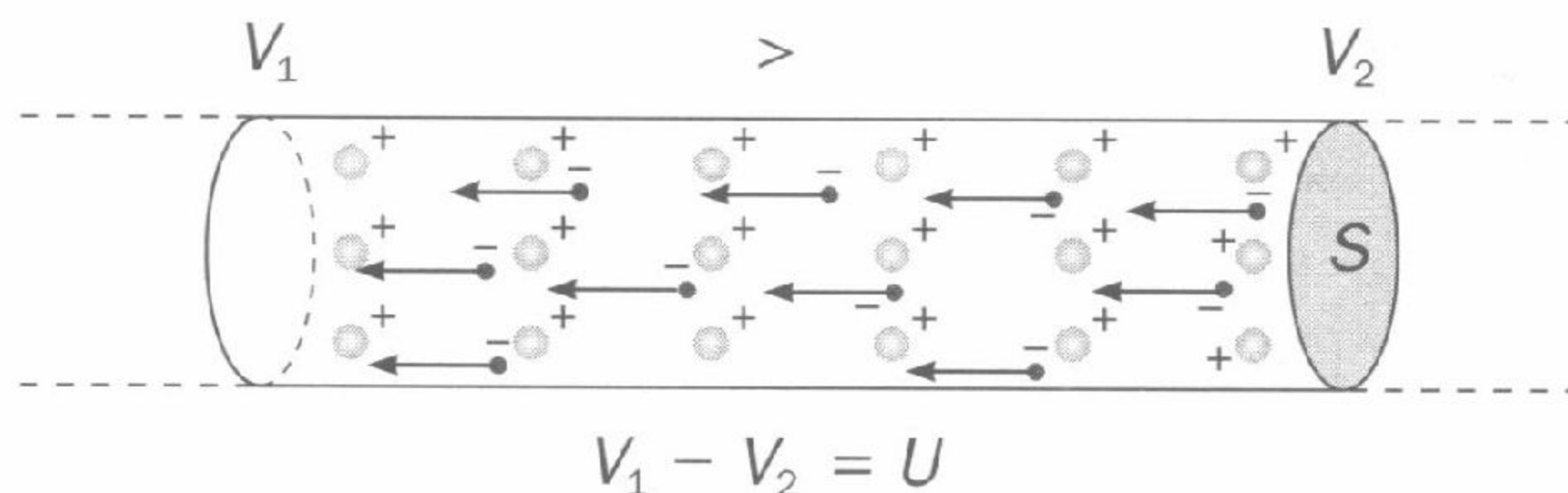
Prąd elektryczny to uporządkowany ruch nośników ładunków zachodzący w polu elektrycznym wytworzonym przez przyłożone napięcie. W metalach nośnikami są swobodne elektrony, w elektrolitach i gazach jony, w półprzewodnikach elektrony i dziury. **Natężeniem** (średnim) prądu nazywamy stosunek ładunku elektrycznego przepływającego przez dowolny przekrój poprzeczny przewodnika do czasu tego przepływu

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (\text{natężenie chwilowe } I = \frac{dq}{dt}). \quad (1)$$

Jednostką I jest $1 \text{ A} = 1 \frac{\text{C}}{\text{s}}$ (1 A jest podstawową jednostką elektryczną w SI, na jej podstawie określamy 1 kulomb: $1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}$).

Wskutek zderzeń z jonami sieci krystalicznej metalu (zderzenia te stanowią przeszkody w ruchu elektronów wzdłuż przewodnika pod wpływem sił pola) ustala się pewna średnia szybkość (v), zwana szybkością dryfu, związana następująco z natężeniem prądu:

$$I = neSv \quad (2)$$



$$V_1 - V_2 = U$$

Rys. 1.1

W tym wzorze S jest polem przekroju poprzecznego przewodnika, e – ładunkiem elektronu, a n – koncentracją elektronów w metalu (ich liczbą w jednostce objętości). Wektory na rysunku 1.1 oznaczają średnie prędkości dryfu elektronów.

Z wzoru (2) wynika, że jeśli przewodnik (z tego samego materiału) ma w różnych miejscach różne grubości, to szybkość dryfu v jest odwrotnie proporcjonalna do pola poprzecznego przekroju S .

Węzłem nazywamy punkt obwodu, w którym schodzą się co najmniej 3 przewody. Według I prawa Kirchhoffa (będącego konsekwencją zasady zachowania ładunku) suma natężeń prądów wpływających do węzła równa się sumie natężeń prądów wypływających.

2. Praca i moc prądu

Elektrony przyspieszane w polu elektrycznym zderzają się z jonami sieci i przekazują im część swojej energii kinetycznej – jony zaczynają silniej drgać, energia wewnętrzna przewodnika wzrasta, co objawia się wzrostem jego temperatury. Na skutek różnicy temperatur między przewodnikiem a otoczeniem następuje przekazywanie otoczeniu ciepła (tzw. ciepła Joule'a).

Energię wydzielaną w przewodniku (odbiorniku) nazywamy energią elektryczną lub pracą prądu W , a jej stosunek do czasu mocą prądu lub mocą odbiornika.

$$P = \frac{W}{t}.$$

W obliczamy jako pracę wykonaną przez siłę pola elektrycznego podczas przenoszenia ładunku: $W = qU$,

$$P = U \cdot I, \quad \text{a} \quad W = UIt. \quad (3)$$

Gdy energia elektryczna nie jest przetwarzana w energię mechaniczną, świetlną czy chemiczną, to cała zamienia się w energię wewnętrzną, a następnie jest przekazywana otoczeniu w postaci ciepła. Ciepło Joule'a obliczamy ze wzoru

$$Q = I^2 R t,$$

gdzie R to opór odbiornika.

3. Opór elektryczny przewodnika

Jeśli temperatura przewodnika nie ulega zmianie, to natężenie płynącego w nim prądu jest wprost proporcjonalne do napięcia pomiędzy jego końcami, zatem stosunek $\frac{U}{I}$ jest stały; nazywamy go **oporem elektrycznym** R przewodnika.

$$R = \frac{U}{I} \quad \left(1 \Omega = 1 \frac{\text{V}}{\text{A}} \right). \quad (4)$$

Opór przewodnika jest zależny od jego długości l , pola przekroju poprzecznego S i rodzaju materiału.

$$R = \rho \frac{l}{S}. \quad (5)$$

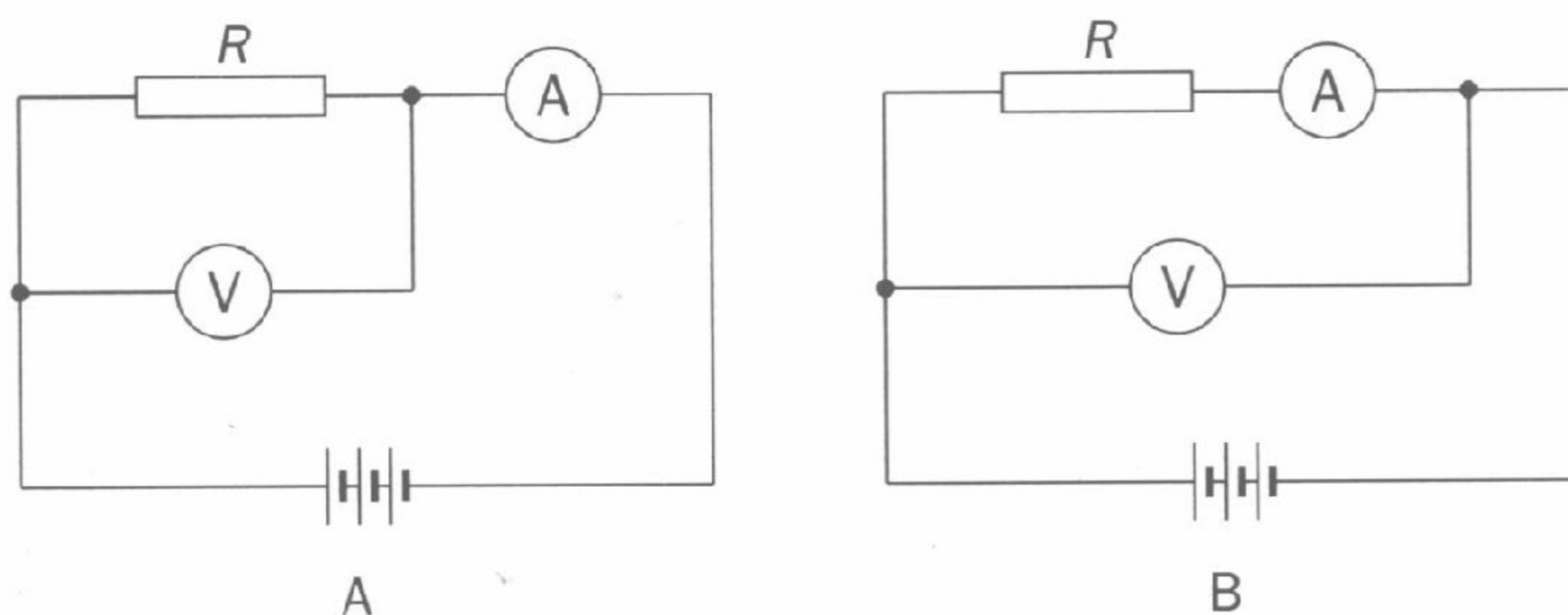
W tym wzorze ρ jest **oporem właściwym** materiału; jego jednostką jest $1 \Omega m$ (odwrotność ρ nazywamy przewodnictwem właściwym).

Opór właściwy metalu rośnie ze wzrostem temperatury t . Tę zależność opisuje wzór

$$\rho(t) = \rho_0(1 + \alpha \cdot t), \quad (6)$$

w którym ρ_0 oznacza opór właściwy w $0^\circ C$, a α jest współczynnikiem temperaturowym oporu.

Aby wyznaczyć opór R drutu (metalowego przewodnika) na podstawie definicji, budujemy obwód taki, jak pokazują schematy A lub B na rysunku 1.2, w którym mierzymy napięcie U i natężenie prądu I .



Rys. 1.2

W przypadku A amperomierz wskazuje natężenie prądu większe od natężenia prądu płynącego przez opornik, zatem otrzymujemy zaniżoną wartość oporu. W przypadku B jest odwrotnie, bo woltomierz mierzy napięcie większe od napięcia na oporniku. Znając opór amperomierza i woltomierza, możemy uwzględnić poprawki (patrz zadanie 1.17).

4. Łączenie szeregowe i równoległe odbiorników

Napięcie na zaciskach szeregowo połączonych odbiorników jest sumą napięć na poszczególnych odbiornikach, przez wszystkie odbiorniki płynie prąd o takim samym natężeniu, a opór zastępczy układu jest sumą oporów wszystkich odbiorników.

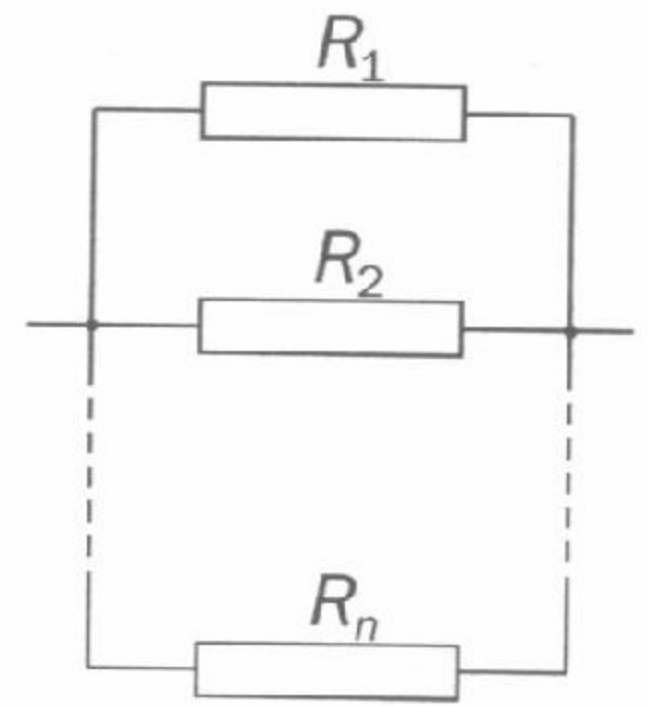
$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n. \quad (7)$$



Rys. 1.3

Napięcia na zaciskach odbiorników połączonych równolegle są jednakowe, natężenie prądu dopływającego jest sumą natężeń prądów w poszczególnych odbiornikach, a odwrotność oporu zastępczego jest równa sumie odwrotności oporów poszczególnych odbiorników.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}. \quad (8)$$



Rys. 1.4

W przypadku dwóch odbiorników połączonych równolegle na podstawie (8) otrzymujemy wzór na opór zastępczy

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2},$$

a z równości napięć wynika, że natężenia prądów w tych odbiornikach są odwrotnie proporcjonalne do ich oporów

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

5. Prawo Ohma dla całego obwodu

Każde ogniwo charakteryzują dwie wielkości fizyczne: siła elektromotoryczna \mathcal{E} i opór wewnętrzny r (opór elektrolitu między elektrodami). Siła elektromotoryczna to suma skoków potencjału w cienkich warstwach elektrolitu otaczających elektrody. Suma wzrostów potencjału w obwodzie musi być równa sumie spadków, zatem

$$\mathcal{E} = I(R + r), \quad (9)$$

I – natężenie prądu w obwodzie,
 R i r – opory: zewnętrzny i wewnętrzny ogniwa,
 IR – spadek potencjału na oporze zewnętrznym,
 Ir – spadek potencjału na oporze wewnętrznym.

Przy ustalonych wielkościach \mathcal{E} i r wzór (9) pokazuje, jak natężenie prądu w obwodzie zależy od oporu zewnętrznego R : $I(r) = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$.

$$\mathcal{E} = IR + Ir, \quad IR = U,$$

więc

$$U = \mathcal{E} - Ir. \quad (10)$$

Według wzoru (10) napięcie U między biegunami ogniwa, z którego czerpiemy prąd jest mniejsze od siły elektromotorycznej ogniwa o spadek potencjału na oporze wewnętrznym.

6. Drugie prawo Kirchhoffa

Każdy obwód zamknięty (pojedynczy lub stanowiący element sieci) nazywamy **oczkiem**. Według II prawa Kirchhoffa algebraiczna suma sił elektromotorycznych i napięć w oczku jest równa zeru. Inaczej mówiąc: suma wzrostów potencjałów musi być równa sumie spadków potencjałów. Na wzrost potencjału napotykamy, gdy wędrując po oczku mijamy ogniwo (źródło) od strony bieguna ujemnego do dodatniego i gdy mijamy opór idąc w stronę przeciwną do kierunku prądu, na spadek potencjału napotykamy, gdy mijamy te elementy w kierunku odwrotnym.

Gdy ogniwa są połączone szeregowo, to SEM baterii jest równa sumie sił elektromotorycznych poszczególnych ogniw, a opór wewnętrzny sumie ich oporów wewnętrznych. Gdy ogniwa (o jednakowych siłach elektromotorycznych!) są połączone równolegle, to SEM baterii jest równa sile elektromotorycznej pojedynczego ogniwa, a opór wewnętrzny baterii obliczamy tak, jak w przypadku równoległego połączenia oporów.

Moc w oporze zewnętrznym jest największa w przypadku, gdy opór ten jest równy oporowi wewnętrznemu baterii.

7. Półprzewodniki

Półprzewodnikami (czyli materiałami o oporach właściwych pośrednich – zawartych między oporami właściwymi izolatorów i przewodników) są pierwiastki z IV grupy układu okresowego np. krzem lub german. Nośnikami ładunku w czystych półprzewodnikach (tzw. samoistnych) są w równym stopniu elektrony swobodne i dziury. Opory właściwe półprzewodników maleją ze wzrostem temperatury, bo rośnie wówczas liczba nośników. Pierwiastek IV grupy z domieszką atomów pierwiastka pięciowartościowego jest półprzewodnikiem typu n, posiada bowiem elektrony swobodne (każdy atom pierwiastka pięciowartościowego traci jeden elektron, stając się jonem dodatnim sieci). Pierwiastek IV grupy z domieszką atomów pierwiastka trójwartościowego jest półprzewodnikiem typu p (każdy atom domieszki stając się jonem ujemnym dostarcza tzw. dziury, która zachowuje się jak ładunek dodatni). Wskutek pojawienia się dodatkowych nośników półprzewodniki domieszkowane mają mniejsze opory właściwe od samoistnych.

8. Przewodnictwo gazów

Gazy zawierające jony (nośniki ładunku) przewodzą prąd. Czynnikiem jonizującymi gazy są np.: wysoka temperatura, promieniowanie jądrowe, promienie Roentgena.

W gazach rozrzedzonych jony i elektrony przyspieszone w polu elektrycznym, pojawiającym się pod wpływem przyłożonego napięcia, uzyskują wystarczająco duże energie kinetyczne, by jonizować napotkane cząsteczki - następuje tzw. jonizacja wtórna. Gdy ciśnienie gazu w rurce z wtopionymi elektrodami, do których przyłożymy napięcie, jest odpowiednio niskie, to rozpędzone jony dodatnie, uderzając w katodę wybijają z niej elektrony. Dzięki temu w rurce z gazem rozrzedzonym płynie prąd bez czynnika jonizującego. Jony są potrzebne tylko do zapoczątkowania zjawiska; do tego celu wystarczają jony, które są obecne w sposób naturalny w każdym gazie.

9. Prawo Stefana-Boltzmannna

Moc promieniowania emitowanego z powierzchni S ciała o temperaturze T jest wprost proporcjonalna do tej powierzchni i do czwartej potęgi temperatury bezwzględnej:

$$P_{prom} = \sigma \varepsilon S T^4,$$

gdzie $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ jest stałą Stefana-Boltzmannna, a ε jest względną zdolnością emisyjną powierzchni ciała; ε może przyjmować wartości od 0 do 1 w zależności od rodzaju powierzchni (dla ciała doskonale czarnego $\varepsilon = 1$).

Moc absorbowana przez ciało, na które pada promieniowanie z otoczenia o temperaturze $T_{otoczenia}$ wynosi

$$P_{abs} = \sigma \varepsilon S T_{otoczenia}^4.$$

Ostatecznie, jeśli temperatura ciała T jest wyższa od temperatury otoczenia $T_{otoczenia}$, to moc wysyłana przez promieniowanie

$$P = P_{prom} - P_{abs} = \sigma \varepsilon S (T^4 - T_{otoczenia}^4).$$

zadania

zadanie 1.1

Po zamknięciu obwodu zawierającego amperomierz co sekundę odczytywano natężenie prądu. Wyniki pomiarów przedstawia tabela 1.1.

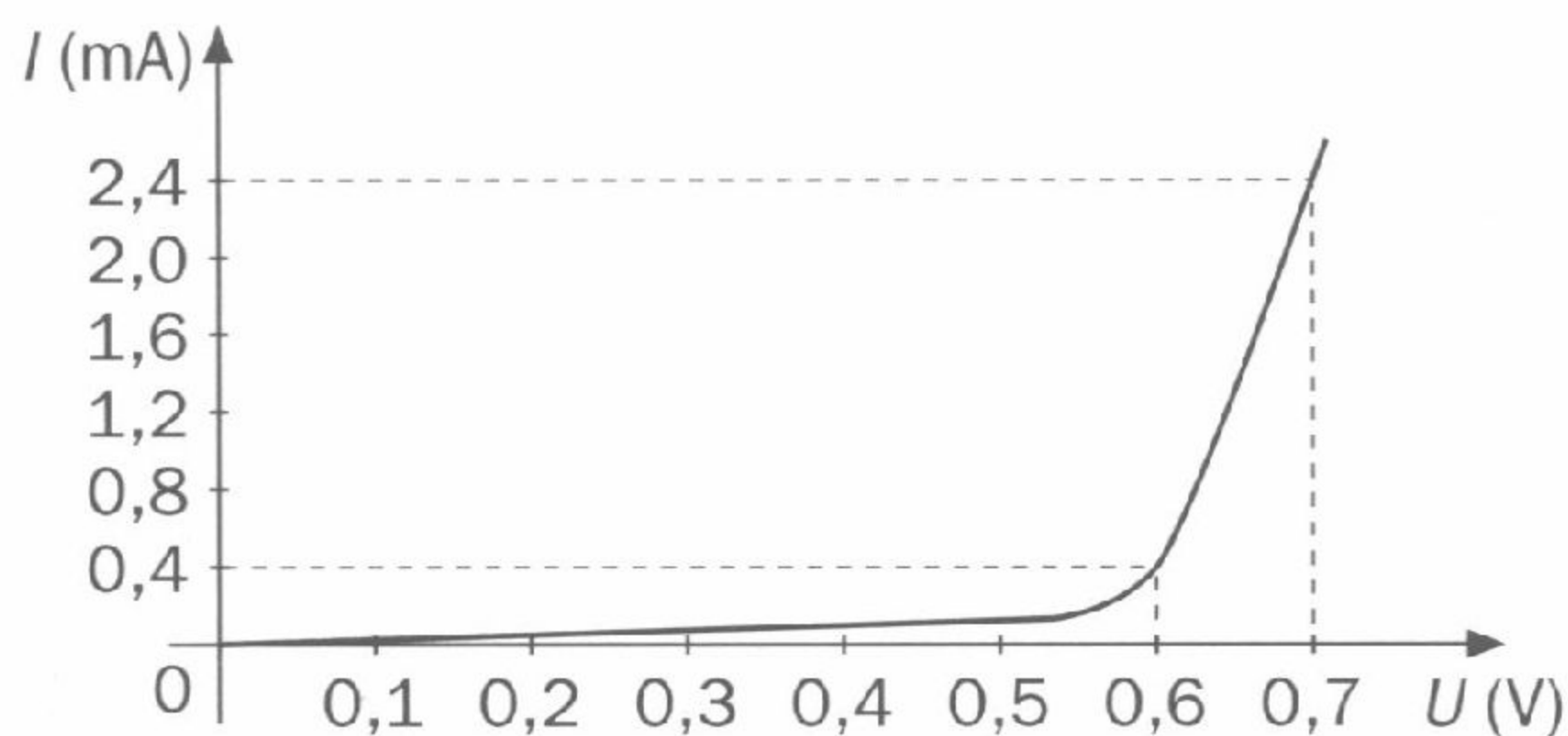
Tabela .1.1

t(s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I(A)	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30

- Przedstaw na wykresie zależność od czasu natężenia prądu płynącego w obwodzie.
- Oblicz ładunek, który przepłynął przez amperomierz w czasie 10 sekund.
- Oblicz średnie natężenie prądu przepływającego przez amperomierz w czasie 10 sekund.
- Oszacuj opór wewnętrzny amperomierza, jeśli wiadomo, że od końca szóstej sekundy między jego zaciskami panowała różnica potencjałów 0,15 V.

zadanie 1.2

Na rysunku 1.5 przedstawiono zależność natężenia prądu płynącego przez element półprzewodnikowy (diodę krzemową) od napięcia, czyli tzw. charakterystykę prądowo-napięciową diody.



Rys. 1.5

- a) Oblicz opór elektryczny diody krzemowej w chwili, gdy napięcie przyłożone do jej elektrod jest równe: 0,6 V, 0,7 V.
- b) Czy dioda półprzewodnikowa spełnia prawo Ohma. Uzasadnij odpowiedź.

zadanie 1.3

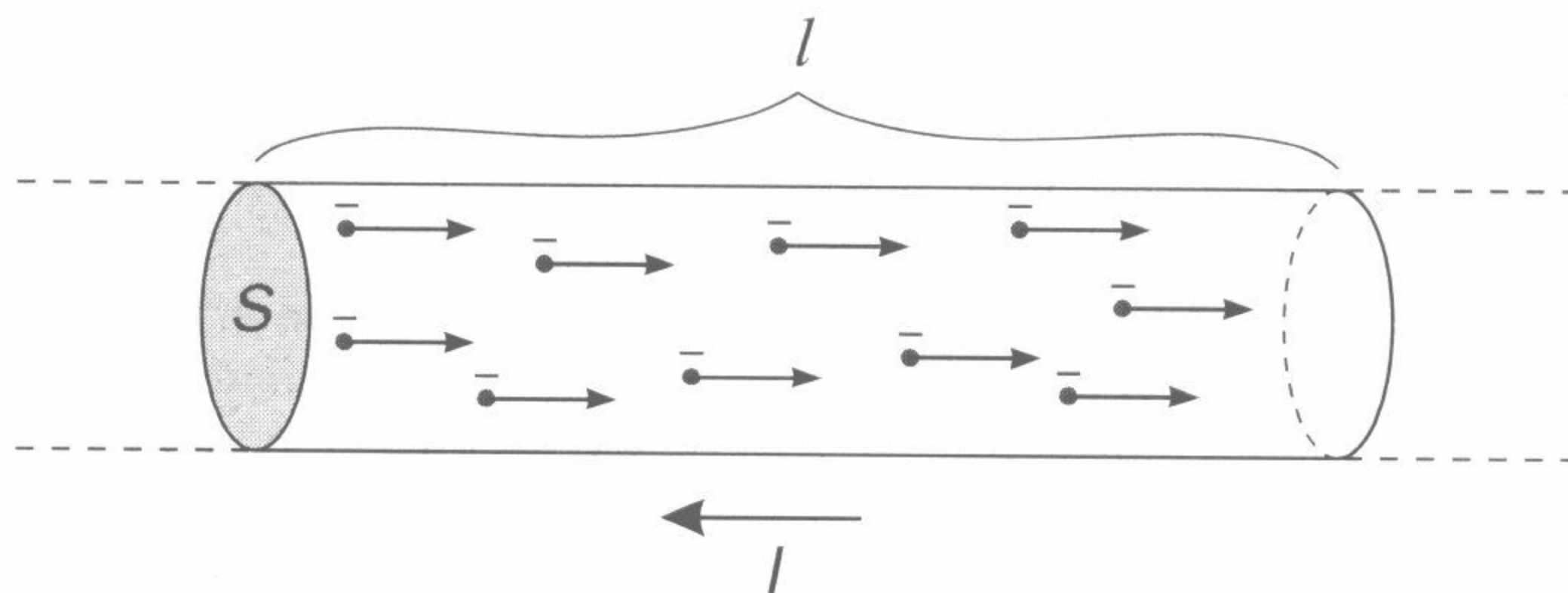
Skutki porażenia prądem elektrycznym zależą od natężenia prądu, który popłynął przez ciało człowieka. Jeśli natężenie prądu nie przekracza 0,7 mA, to praktycznie nie odczuwamy skutków jego przepływu przez nasze ciało. Przy natężeniu ok. 15 mA tracimy kontrolę nad pracą naszych mięśni, a gdy natężenie prądu osiągnie wartość od 50 mA do 70 mA, to może nastąpić zgon. Jeśli skóra jest sucha w miejscu kontaktu z przewodem elektrycznym, to opór ciała jest równy około 100 kΩ. Mokra skóra powoduje około dwudziestokrotne zmniejszenie oporu.

- a) Oszacuj maksymalne napięcia, bezpieczne dla człowieka w przypadkach, gdy jego skóra w miejscu kontaktu z przewodami elektrycznymi jest:
 - sucha,
 - mokra.
- b) Oszacuj napięcie śmiertelnie niebezpieczne dla człowieka w przypadku, gdy jego skóra jest mokra.
- c) Wyjaśnij, dlaczego metalowa obudowa urządzeń elektrycznych powinna być uziemiona.

zadanie 1.4

W odcinku metalowego przewodnika o długości l i o przekroju poprzecznym S płynie prąd o natężeniu I . Liczba elektronów swobodnych w jednostce objętości metalu wynosi n (wielkość ta, zależna od rodzaju metalu, nosi nazwę *koncentracji elektronów*). Gdy płynie prąd, elektrony wzdłuż przewodnika poruszają się z szybkością średnią v (szybkość dryfu).

- a) Na podstawie definicji natężenia prądu $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ wyprowadź związek między wielkościami: I , v , S i n .
- b) Na podstawie związku, otrzymanego w punkcie a) oblicz szybkość dryfu elektronów w przewodniku miedzianym, jeśli pole



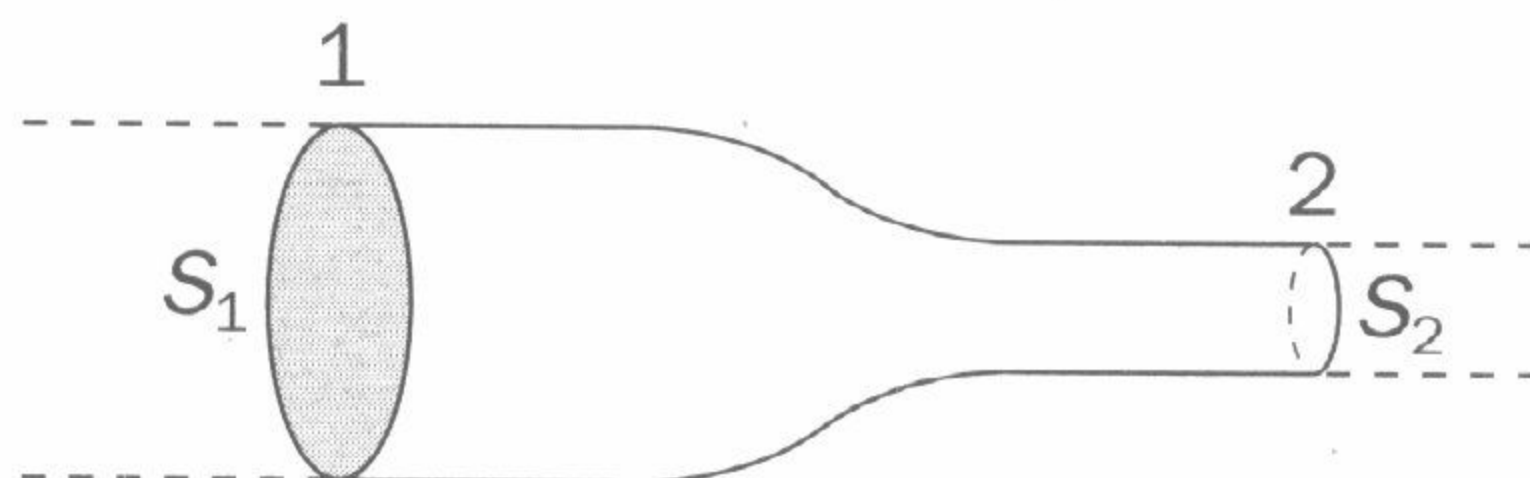
Rys. 1.6

jego przekroju poprzecznego jest równe $S = 0,1 \text{ mm}^2$ i płynie w nim prąd o natężeniu $I = 1 \text{ A}$.

Przyjmij: ładunek elektronu $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$,

koncentracja elektronów $n = 8,5 \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3}$.

- c) Załóżmy, że przewodnik z tego samego metalu ma w różnych miejscach obwodu różny przekrój poprzeczny (rys. 1.7).



Rys. 1.7

Która z wielkości n , I , v będzie różna w miejscach 1 i 2 przewodnika? Jak ta wielkość zależy od pola przekroju poprzecznego S ?

zadanie 1.5

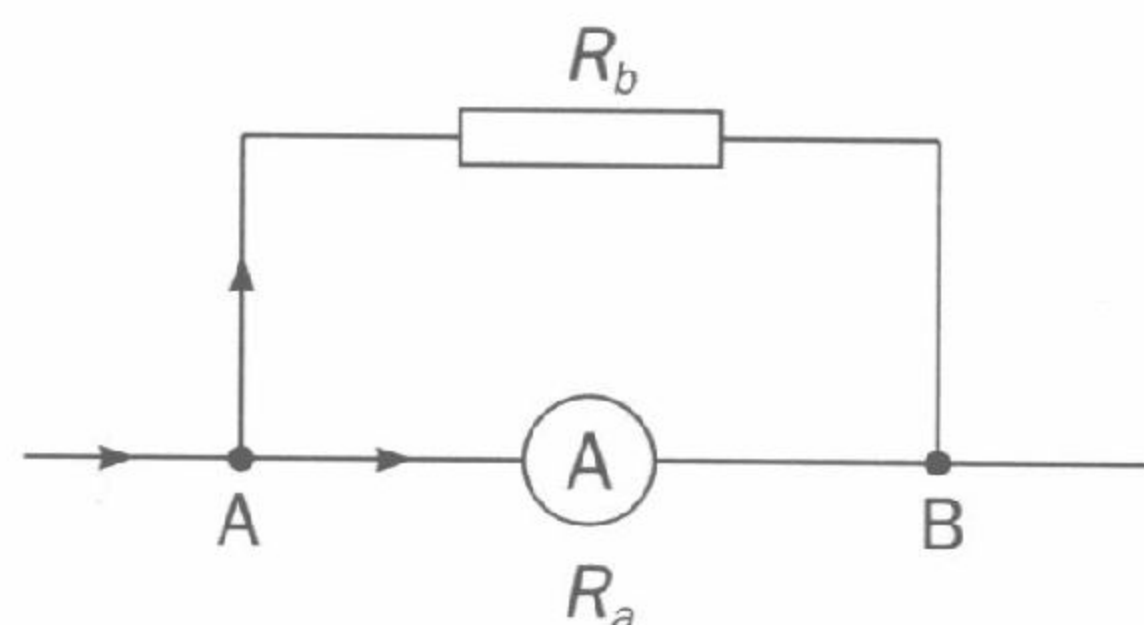
Żelazny drut o średnicy $2r = 0,3 \text{ mm}$ ma masę $m = 0,1 \text{ kg}$. Gęstość żelaza jest równa $d = 7,9 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a jego opór właściwy $\rho = 9,8 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$.

- a) Oblicz opór tego drutu.

- b) Z wyrażonego za pomocą symboli literowych wyniku, otrzymanego w punkcie a) wywnioskuj, ile razy byłby mniejszy opór żelaznego drutu o takiej samej masie, ale o 2 razy większej średnicy. Ile razy mniejsza byłaby długość tego drutu? Przedstaw słowami rozumowanie, które doprowadziło cię do tych wniosków.

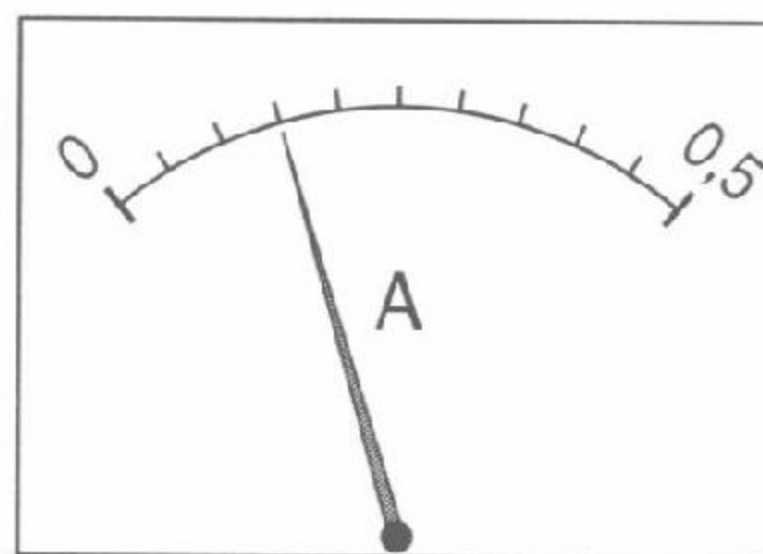
zadanie 1.6

Pewien amperomierz (analogowy) o oporze wewnętrznym $R_a = 0,5\Omega$ posiada zakres pomiarowy nie przekraczający $I_{\max} = 0,5\text{ A}$. Jeśli chcielibyśmy użyć tego miernika do pomiaru natężenia prądu większego od $0,5\text{ A}$, to musielibyśmy zastosować układ przedstawiony na rysunku 1.8.



Rys. 1.8

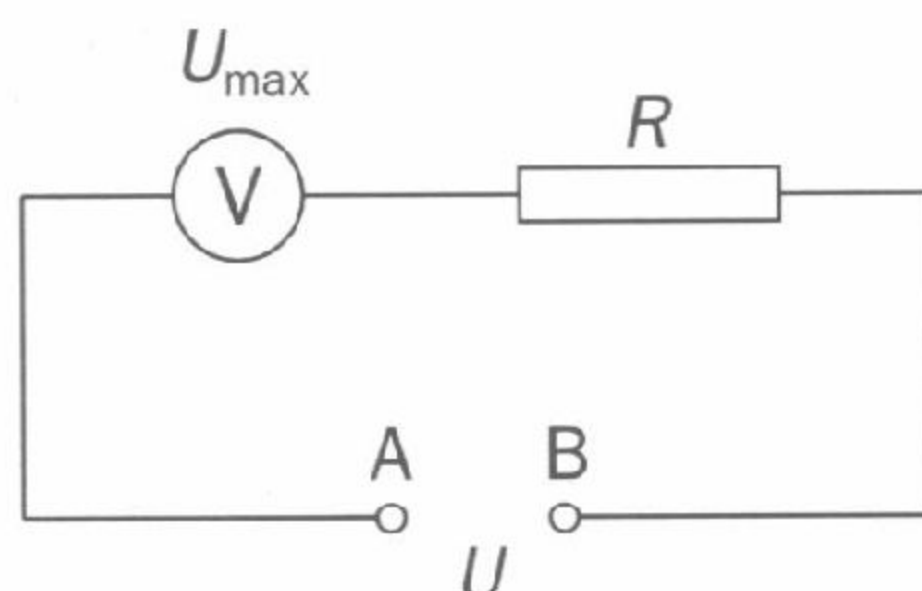
- Wyjaśnij, jaką rolę spełnia w tym obwodzie opór bocznikujący.
- Oblicz natężenie prądu płynącego przez opór bocznikujący, jeśli do węzła A dopływa prąd o natężeniu $I = 5\text{ A}$, a amperomierz wskazuje natężenie I_{\max} .
- Oblicz różnicę potencjałów między punktami A i B w sytuacji, o której mowa w punkcie b).
- Oblicz opór bocznika R_b .
- Amperomierz (z bocznikującym oporem, o którym mowa w zadaniu) włączono do obwodu w celu pomiaru natężenia prądu. Korzystając z rysunku 1.9, przedstawiającego skalę amperomierza, odczytaj i właściwie zinterpretuj wskazanie tego miernika. Ile teraz wynosi najmniejsza działka nowej skali?



Rys. 1.9

zadanie 1.7

Woltomierz (analogowy) ma opór wewnętrzny $R_v = 10 \text{ k}\Omega$ i pozwala zmierzyć napięcie nie przekraczające $U_{\text{max}} = 30 \text{ V}$. Gdy woltomierz połączono szeregowo z opornikiem R i wpięto do zacisków A i B źródła napięcia $U = 150 \text{ V}$ (rys. 1.10), wskazywał on napięcie U_{max} .

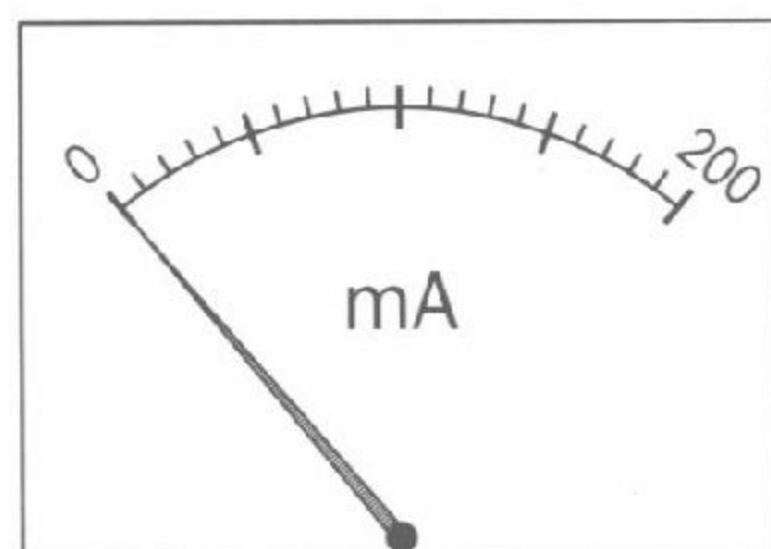


Rys. 1.10

- Wyjaśnij, dlaczego woltomierz wskazuje napięcie U_{max} mniejsze od napięcia źródła.
- Oblicz natężenie prądu płynącego wówczas w obwodzie.
- Oblicz opór R dołączonego szeregowo opornika.
- Gdy woltomierz z dołączonym szeregowo opornikiem podłączono do pewnego odbiornika, okazało się, że miernik wskazywał $U_1 = 12 \text{ V}$. Oblicz, ile wynosiło napięcie panujące na zaciskach A i B odbiornika.

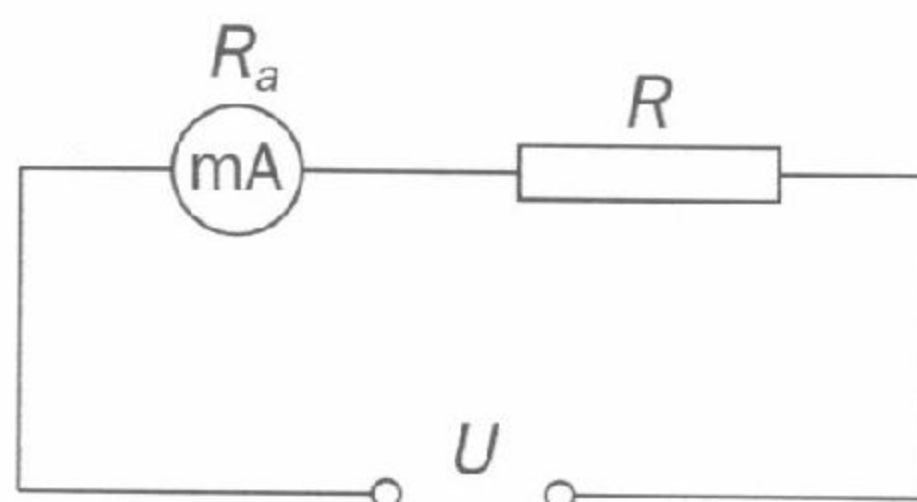
zadanie 1.8

Na rysunku 1.11 przedstawiono skalę miliamperomierza o oporze wewnętrznym $R_a = 2 \Omega$ i zakresie pomiarowym do 200 mA .



Rys. 1.11

- a) Oblicz spadek potencjału na tym mierniku, gdy przez miernik płynie prąd o maksymalnym natężeniu.
- b) Oblicz zakres pomiarowy woltomierza otrzymanego z miliamperomierza przez szeregowe dołączenie opornika o oporze $R = 448 \Omega$ (rys. 1.12). Ile wynosi napięcie odpowiadające działce elementarnej tak otrzymanego woltomierza?

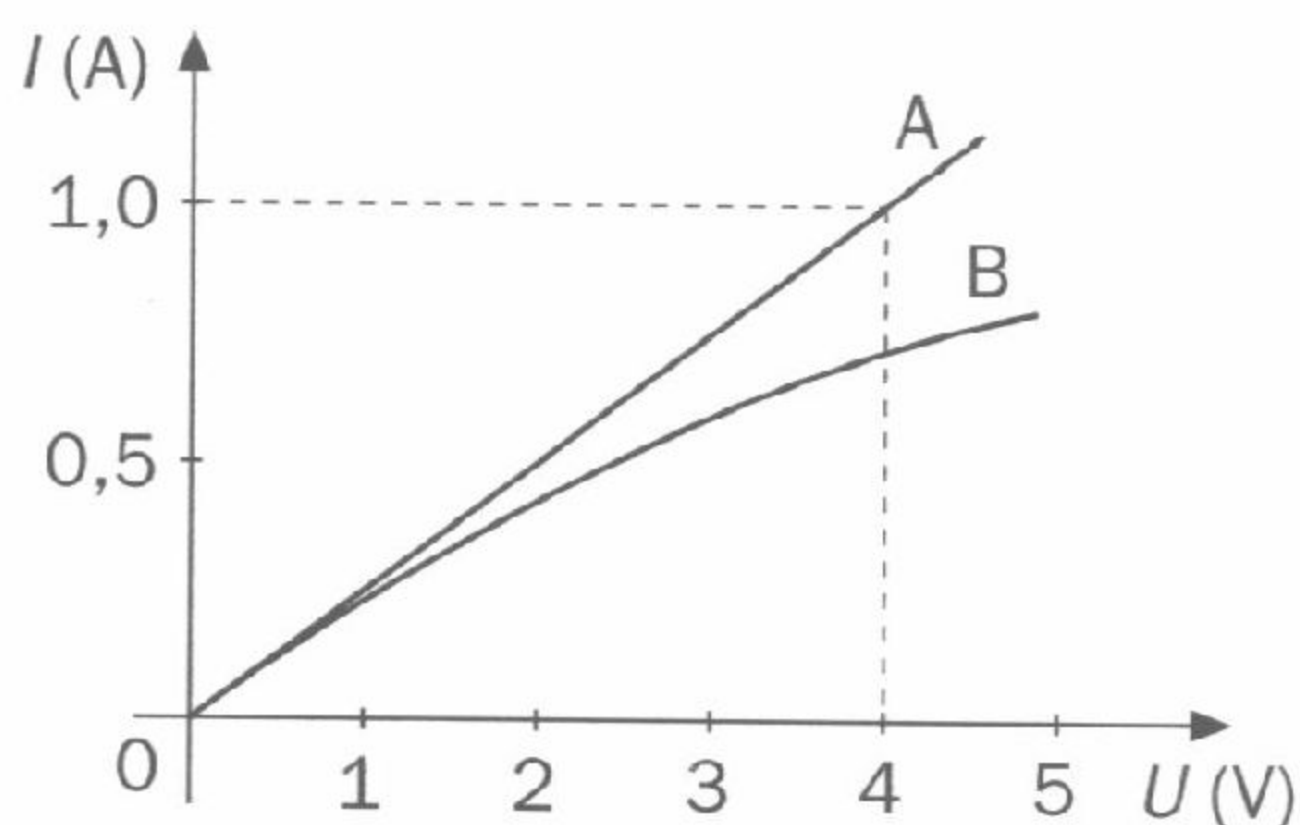


Rys. 1.12

- c) Oblicz opór, który należy dołączyć równolegle do miliamperomierza, aby uzyskać amperomierz o zakresie pomiarowym do 2 A. Ile wynosiłoby wówczas natężenie prądu odpowiadające działce elementarnej?

zadanie 1.9

Wykresy (rys. 1.13) przedstawiają zależność natężenia prądu od napięcia dla dwóch różnych odbiorników A i B.



Rys. 1.13

- a) Wyjaśnij, który z przedstawionych wykresów mógłby być wykonany dla przewodnika utrzymywanego w stałej temperaturze, a który dla włókna żarówki.
- b) Oblicz opór elektryczny odbiornika A.

- c) Korzystając z zależności oporu właściwego ρ przewodnika od jego temperatury t , narysuj wykres funkcji $\rho(t) = \rho_0(1 + \alpha t)$, gdzie:

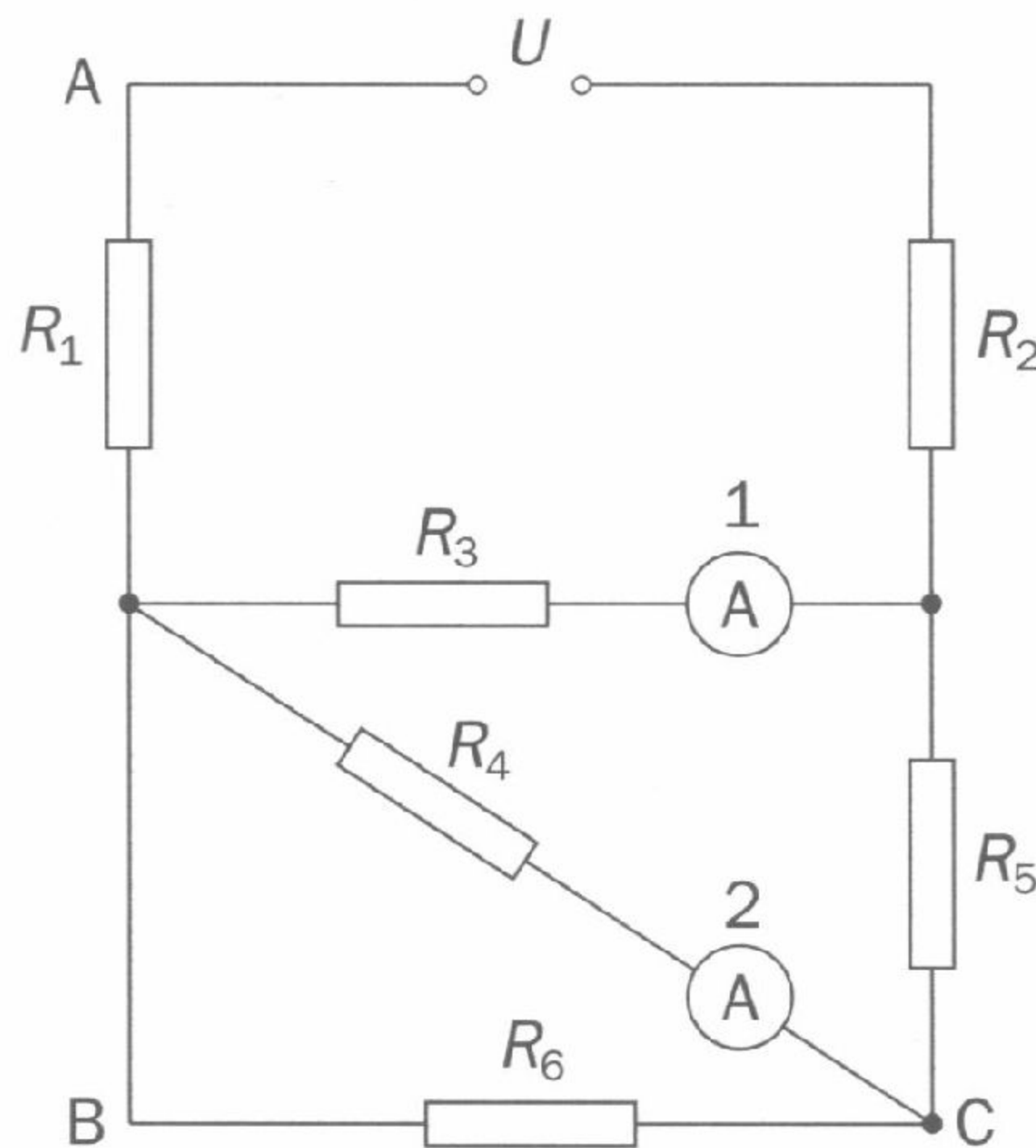
ρ_0 – opór właściwy przewodnika w temperaturze 0°C ,

α – temperaturowy współczynnik oporu.

- d) Temperaturowy współczynnik oporu przewodnika miedzianego jest równy $\alpha_{\text{Cu}} = 3,9 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$. Odpowiedz na pytanie, o czym ten współczynnik nas informuje.

zadanie 1.10

W obwodzie, którego schemat przedstawiono na rysunku 1.14, $R_1 = 3\ \Omega$, $R_2 = 1\ \Omega$, $R_3 = 3\ \Omega$, $R_4 = 3\ \Omega$, $R_5 = 4\ \Omega$, $R_6 = 6\ \Omega$, $U = 18\ \text{V}$.



Rys. 1.14

Oblicz

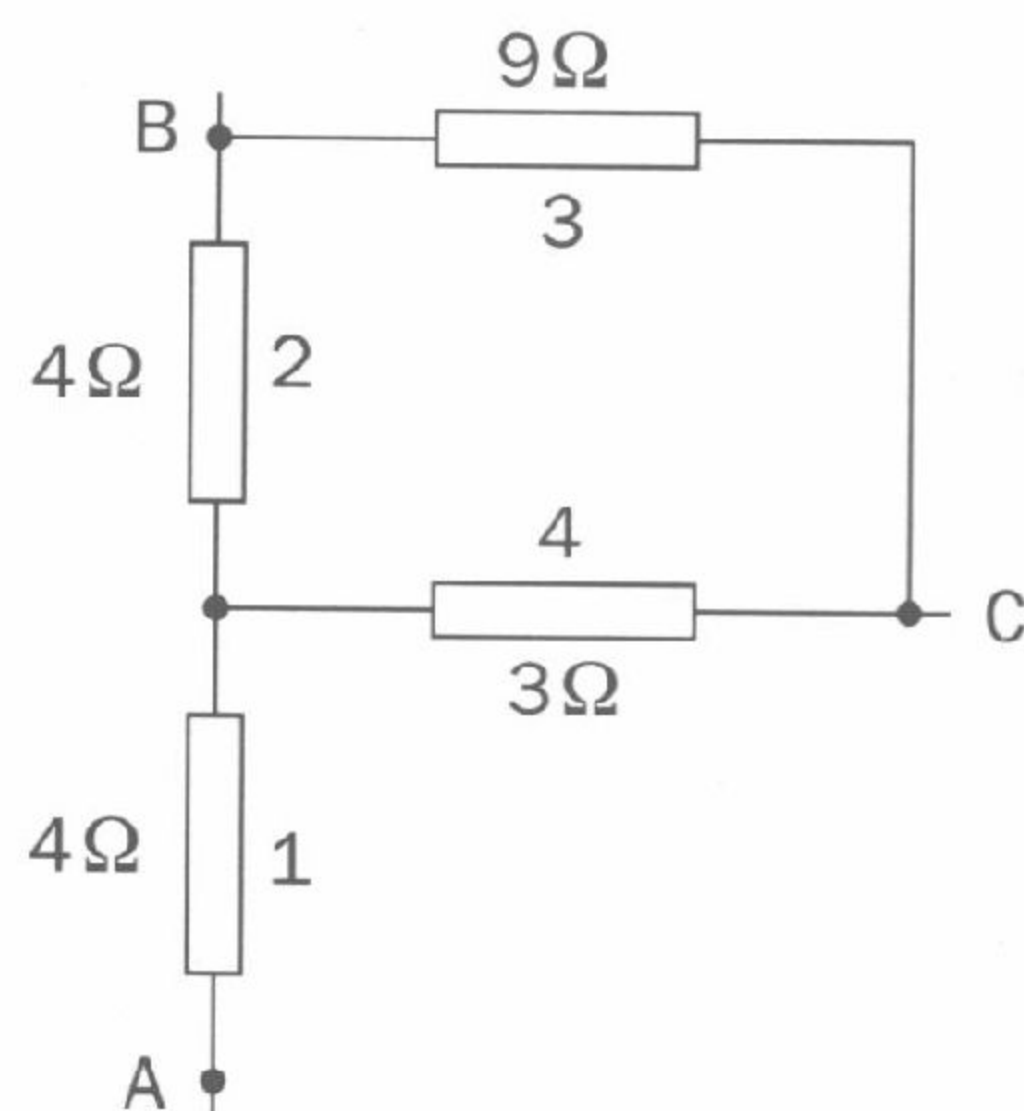
- napięcia prądów wskazywane przez amperomierze 1 i 2 o bardzo małych oporach,
- napięcia, które wskazywałyby woltomierze o bardzo dużych oporach, włączone między punktami A i C oraz B i C.

zadanie 1.11

Odbiorniki 1, 2, 3 i 4 o znanych oporach połączono tak, jak pokazuje rysunek 1.15.

Oblicz:

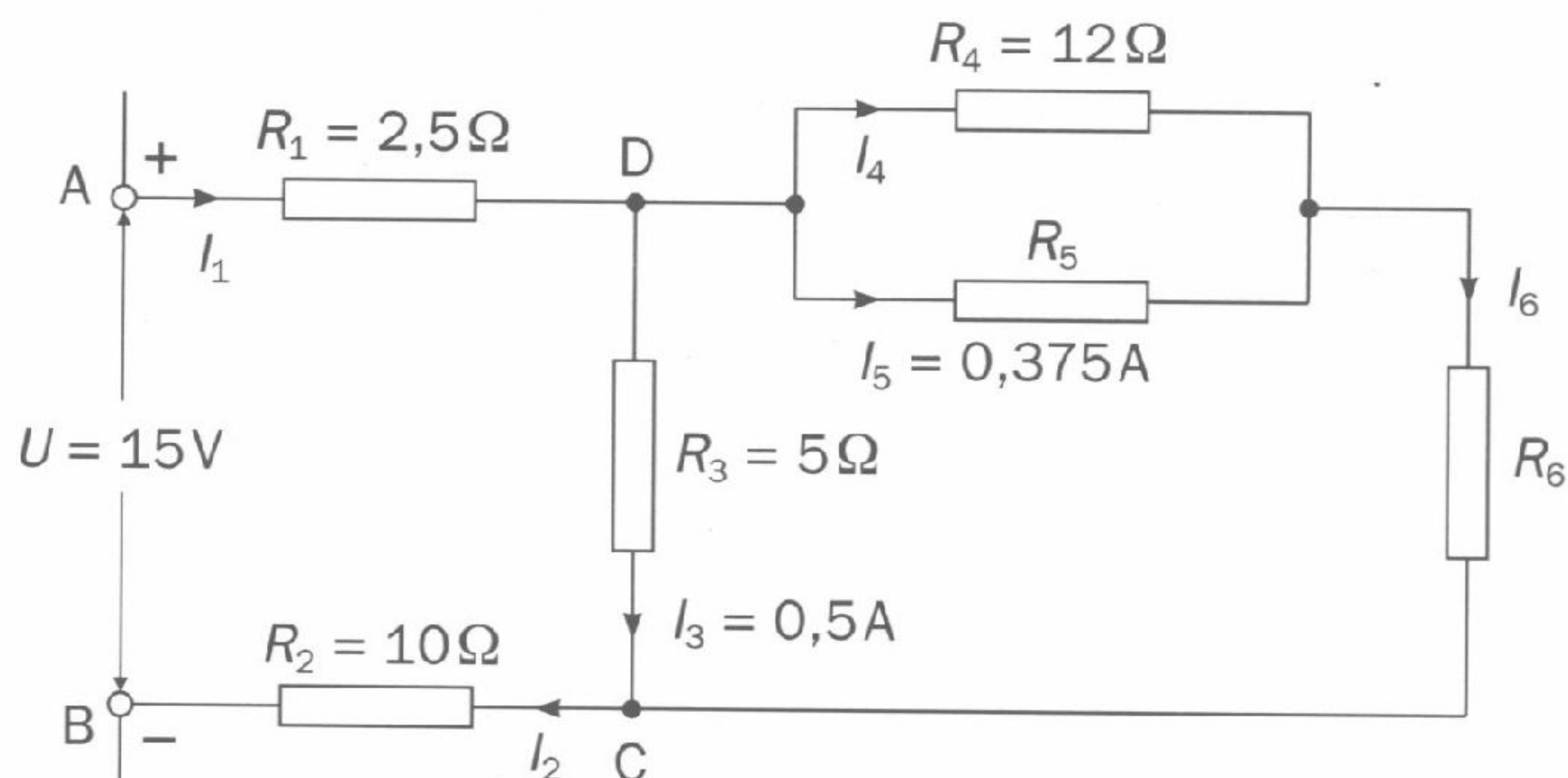
- opory zastępcze między punktami A i B, B i C oraz A i C,
- natężenie prądu w każdym odbiorniku i napięcie na każdym z nich w przypadku, gdy do zacisków A i B dołączymy napięcie $U = 3,5\text{ V}$,
- moc wydzieloną wówczas w każdym z odbiorników i w całym obwodzie.



Rys. 1.15

zadanie 1.12

Rysunek 1.16 przedstawia schemat obwodu elektrycznego, do którego doprowadzono napięcie U między punkty A i B.



Rys. 1.16

- Rozwiąż ten obwód, tzn. oblicz: $I_1, I_2, I_4, I_6, R_5, R_6$;

b) Oblicz napięcia, które będzie wskazywał woltomierz o bardzo dużym oporze włączany kolejno między punkty:

- A i D,
- B i C,
- A i C,
- B i D.

zadanie 1.13

Żaróweczkę, na której oprawce napisano: 3,5 V; 0,2 A łączymy ze źródłem o napięciu 3,5 V za pomocą dwóch jednakowych przewodników miedzianych. Każdy z nich ma długość $l = 30$ cm i średnicę $d = 0,5$ mm.

Oblicz:

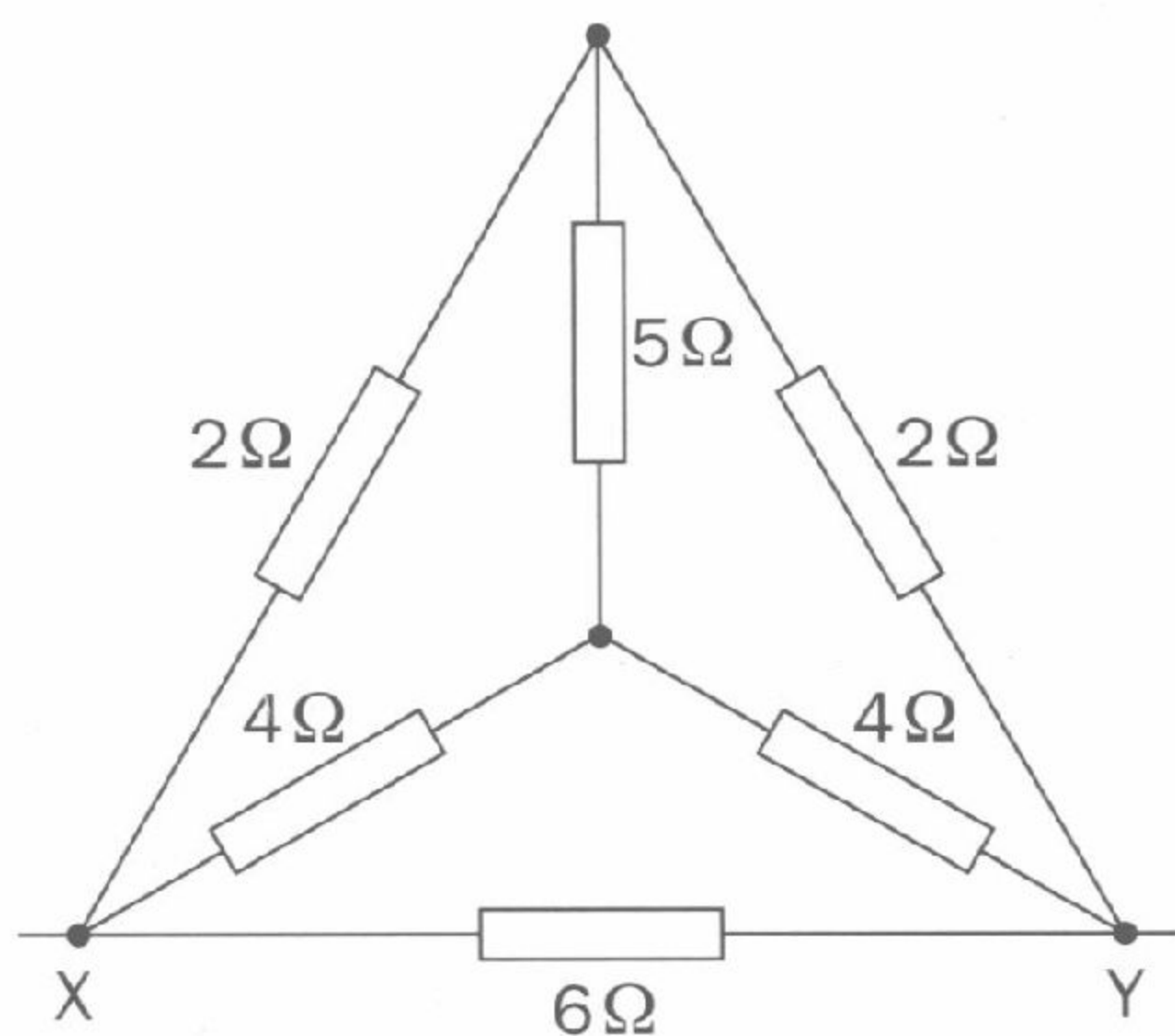
- a) ile procent doprowadzonego napięcia stanowią łączne spadki potencjału na przewodach miedzianych,
- b) ile procent tego napięcia stanowiłyby łączne spadki potencjału na przewodach żelaznych o tych samych wymiarach. Pomiń zależność oporu włókna żarówki od temperatury.

Opory właściwe miedzi i żelaza wynoszą odpowiednio:

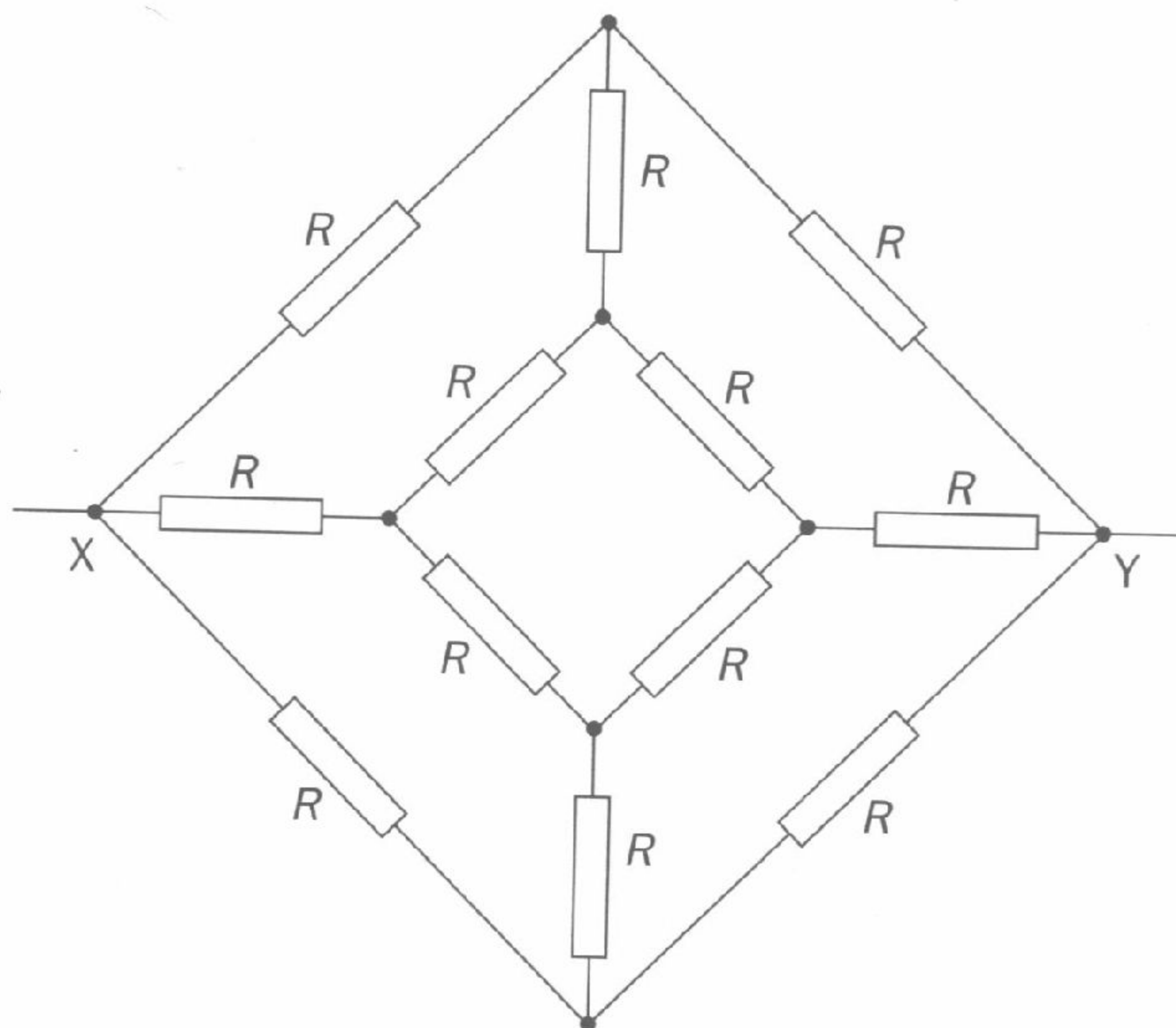
$$\rho_1 = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}, \quad \rho_2 = 9,7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}.$$

zadanie 1.14

Rysunki 1.17 i 1.18 przedstawiają układy oporników, włączonych między punkty X i Y.



Rys. 1.17



Rys. 1.18

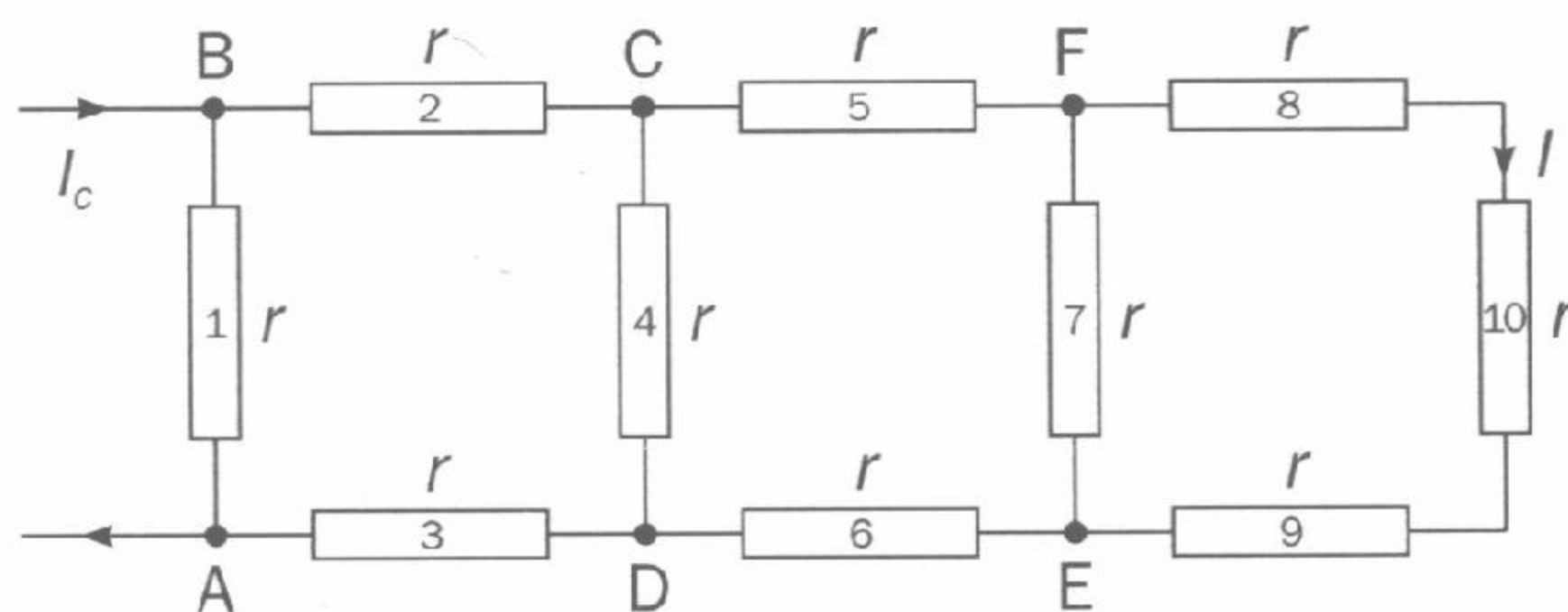
- a) Oblicz opór zastępczy między punktami X i Y w obu przypadkach (wskazówka: znajdź punkty, w których – niezależnie od napięcia przyłożonego między punkty X i Y – potencjały będą zawsze jednakowe, zatem przez odpowiednie oporniki nie płynie prąd i można je usunąć z obwodu).
- b) Które opory w układzie przedstawionym na rysunku 1.18 mogą być różne, a które muszą być jednakowe, aby można było zastosować metodę wskazaną w punkcie a) zadania? Narysuj odpowiedni schemat i wyprowadź dla niego wzór na opór zastępczy między punktami X i Y.

zadanie 1.15

Dziesięć jednakowych oporników o oporze $r = 1 \Omega$ każdy połączono tak, jak pokazuje schemat (rys. 1.19). W oporniku o numerze 10 płynie prąd o natężeniu $I = 0,1 \text{ A}$.

Oblicz:

- a) opór zastępczy (zastosuj metodę kolejnego upraszczania obwodu),

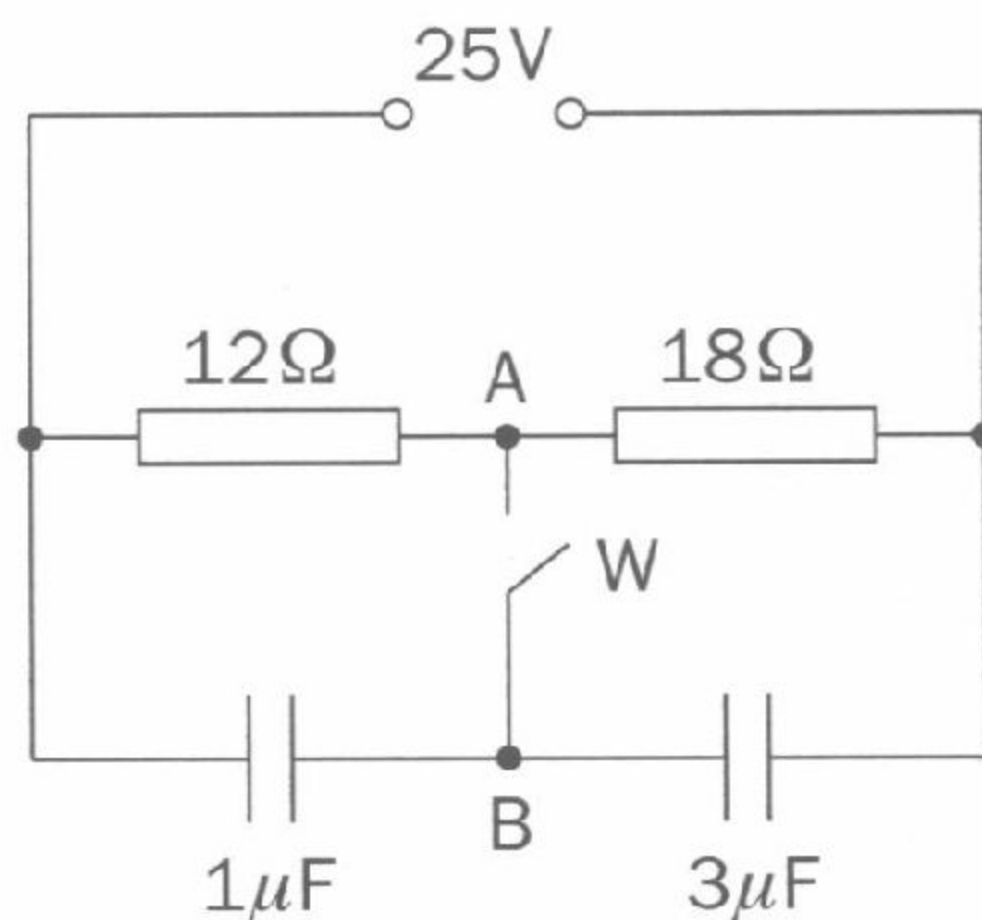


Rys. 1.19

- b) natężenia prądów we wszystkich opornikach i natężenie I_c prądu dopływającego do obwodu,
- c) napięcie między punktami A i B,
- d) moc wydzieloną na każdym oporniku i stosunek mocy:
 $P_{10} : P_9 : P_8 : \dots : P_3 : P_2 : P_1$,
- e) moc całkowitą (sprawdź, że $P_c = P_1 + P_2 + \dots + P_{10}$).
- Pomiń zależność oporu oporników od temperatury.

zadanie 1.16

Kondensatory o pojemnościach $1\mu\text{F}$ i $3\mu\text{F}$ dolaczone są do oporników o oporach 12Ω i 18Ω tak, jak pokazuje rysunek 1.20.



Rys. 1.20

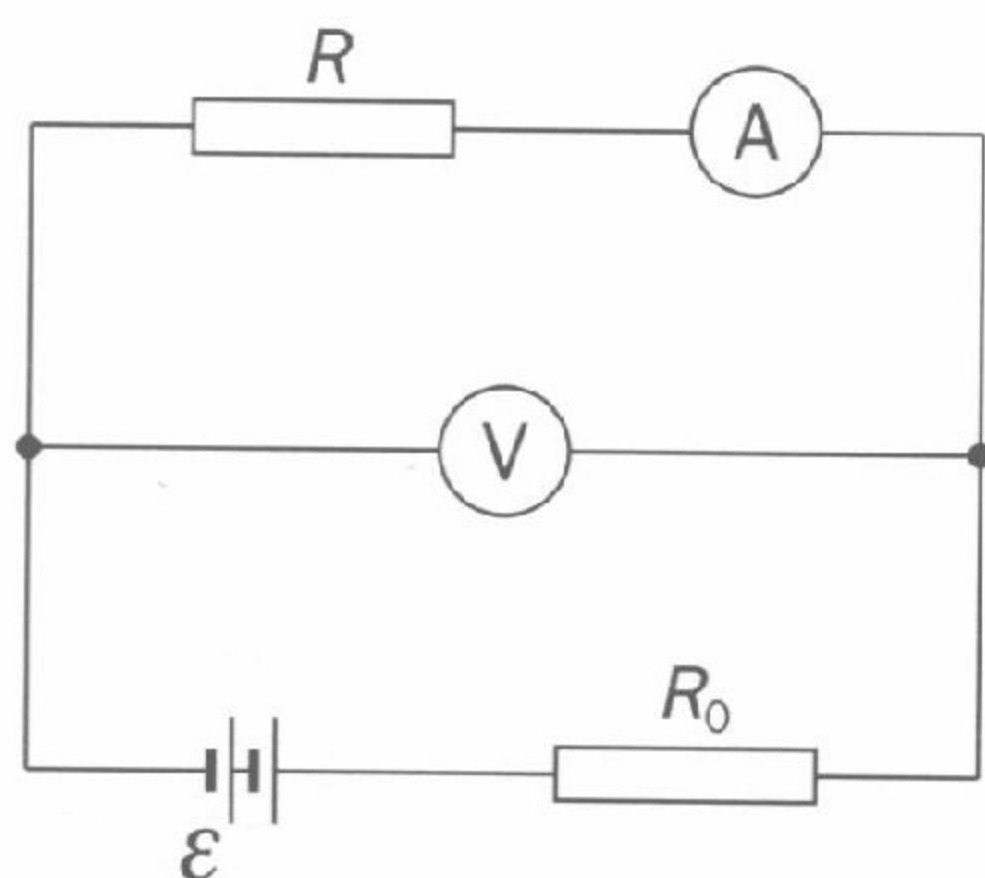
Całość podłączona jest do źródła stałego napięcia 25 V.
 Oblicz:

- a) napięcia na opornikach i na kondensatorach przy otwartym wyłączniku W,

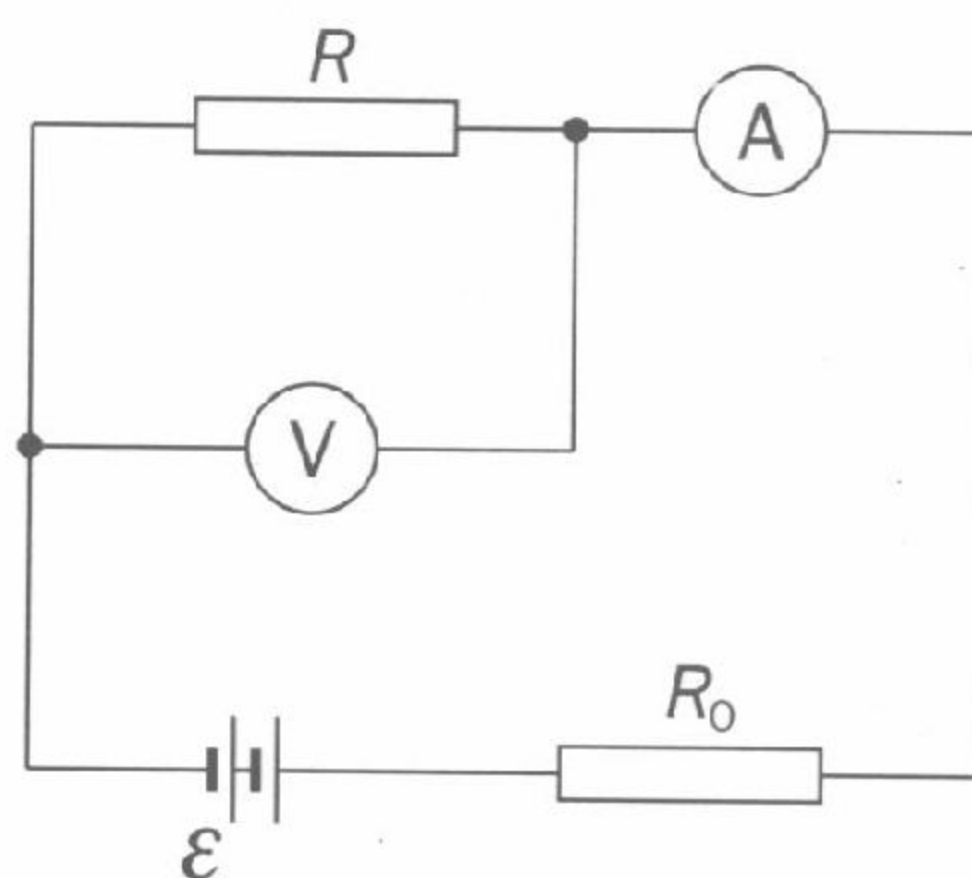
- b) różnice potencjałów między punktami A i B przy otwartym wyłączniku,
- c) napięcia na kondensatorach po zamknięciu wyłącznika,
- d) ładunek na każdym kondensatorze przed i po zamknięciu wyłącznika.

zadanie 1.17

W celu wyznaczenia oporu opornika wykonano dwa doświadczenia: zbudowano kolejno obwody pokazane na rysunkach 1.21 i 1.22.



Rys. 1.21



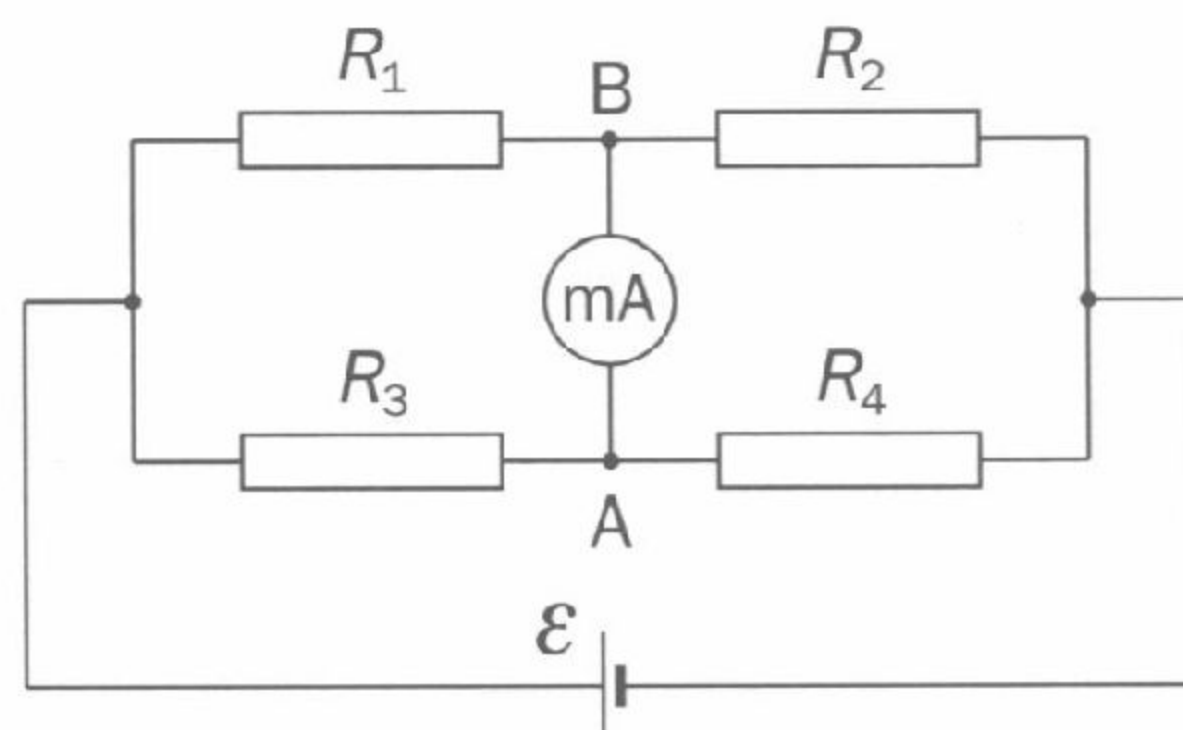
Rys. 1.22

Opór użytego woltomierza $R_V = 400 \Omega$, a amperomierza $R_A = 4 \Omega$, opór $R_0 = 40 \Omega$, a siła elektromotoryczna baterii $\varepsilon = 18 \text{ V}$. Wiadomo, że wyznaczany opór, zmierzony poprzednio z dużą dokładnością, jest równy $R = 96 \Omega$. Załóż, że amperomierz mierzy natężenie prądu z dokładnością do $0,01 \text{ A}$, a woltomierz mierzy napięcie z dokładnością do $0,1 \text{ V}$.

- a) Oblicz, jakie będą wskazania amperomierza i woltomierza w każdym z doświadczeń.
- b) Oblicz przybliżone wartości oporu R wyznaczone w każdym z doświadczeń jako iloraz napięcia wskazanego przez woltomierz i natężenia prądu, wskazanego przez amperomierz.
- c) Który obwód jest właściwy dla podanych wartości liczbowych oporów?
- d) Wyznacz dokładniejsze wartości oporu R , stosując w każdym przypadku odpowiednią poprawkę.

zadanie 1.18

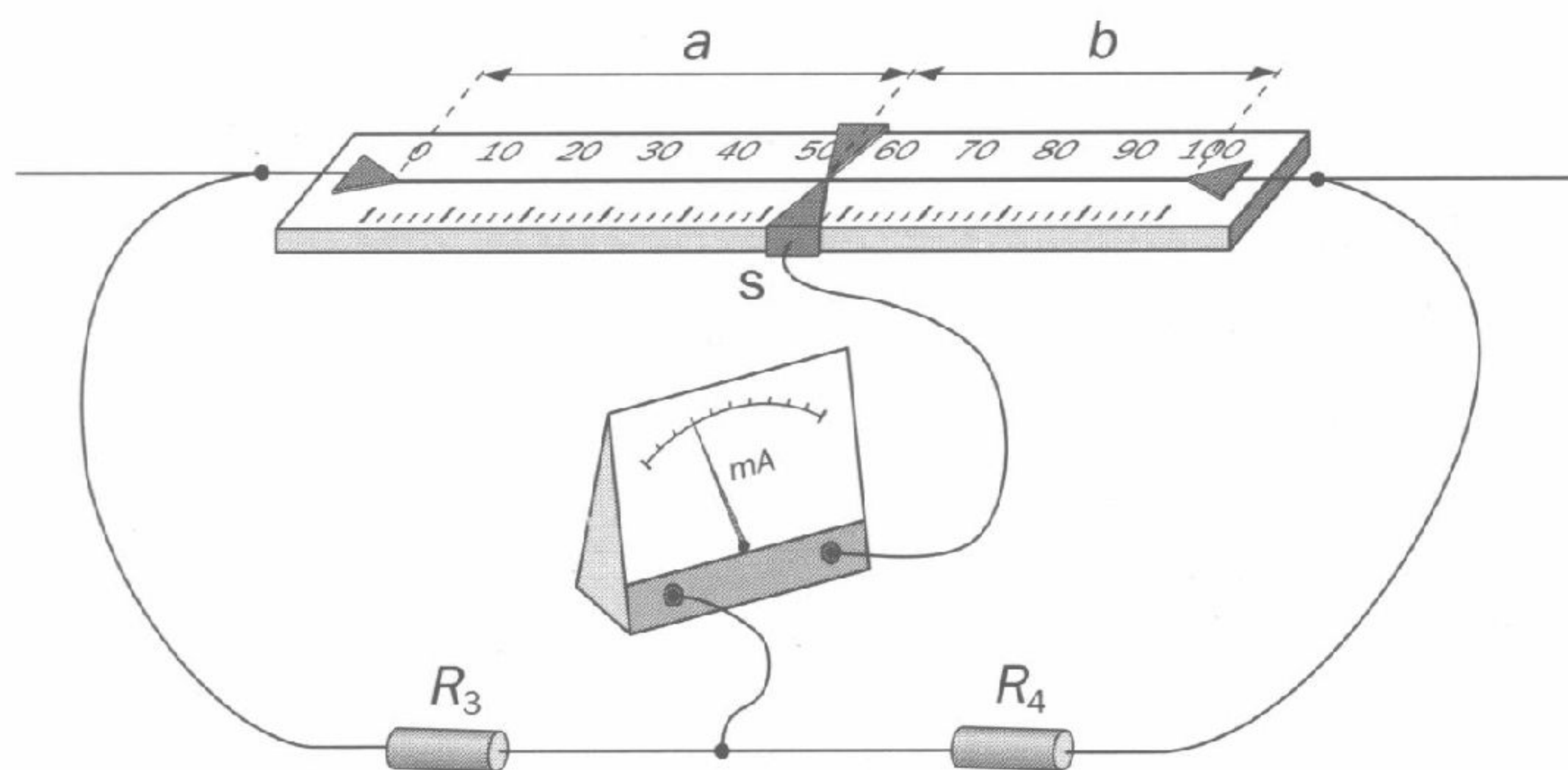
Obwód pokazany na rysunku 1.23 nazywa się mostkiem Wheatstone'a. Opory R_1 , R_2 , R_3 , R_4 są tak dobrane, aby przez miliamperomierz nie płynął prąd.



Rys. 1.23

- Podaj warunek, jaki spełniają potencjały węzłów A i B.
- Zaznacz kierunki prądu w obwodzie.
- Co można powiedzieć o spadkach potencjału na opornikach R_1 i R_3 oraz na opornikach R_2 i R_4 ?
- Oblicz opór R_4 .
- Wyjaśnij, dlaczego w zadaniu możemy pominąć opór wewnętrzny miliamperomierza.
- Gdyby w układzie zamiast oporników R_1 i R_2 użyto drutu oporowego o jednakowym przekroju na całej długości (rozpiętego na tle milimetrowej podziałki) zaopatrzonego w ruchomy suwak s ze stykiem elektrycznym (rys. 1.24), to układ mógłby służyć do wyznaczania oporu R_4 . Opór właściwy drutu wynosi ρ . Wykaż, że jeśli przez miliamperomierz nie płynie prąd, to

$$R_4 = \frac{b}{a} R_3.$$



Rys. 1.24

zadanie 1.19

Liczniki energii elektrycznej zużytej w naszych mieszkaniach wyskalowane są w tzw. kilowatogodzinach. Jedna kilowatogodzina jest jednostką energii elektrycznej równą pracy wykonanej przez urządzenie o mocy 1 kW w czasie 1 godziny.

- Wyraź 1 kWh w dżulach.
- Oszacuj roczny (365 dni) koszt eksploatacji lodówki, której średnia moc jest równa $P_{sr} = 36,6$ W. Przyjmij, że cena brutto 1 kWh jest równa 0,39 zł.
- Oszacuj maksymalną łączną moc odbiorników energii elektrycznej, które można równocześnie podłączyć do sieci energetycznej, jeśli w mieszkaniu instalację elektryczną zabezpieczono bezpiecznikiem wytrzymującym prąd o natężeniu nie większym od 20 A. Napięcie (tzw. skuteczne) w sieci energetycznej jest równe 230 V.

zadanie 1.20

Grzejnik elektryczny zasilany z sieci energetycznej ($U = 230$ V) posiada dwie jednakowe grzałki wykonane z drutu nikielinowego o średnicy $2r = 0,6$ mm. Opór właściwy nikieliny w temperaturze 20°C wynosi $\rho = 4 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$, a współczynnik temperaturowy oporu $\alpha = 0,005 \frac{1}{\text{K}}$.

Jeśli grzałka podłączona jest do źródła napięcia $U = 230$ V, to jej moc jest równa $P = 600$ W, a temperatura $t_1 = 400^\circ\text{C}$.

- Zaprojektuj trzy sposoby połączenia grzałek zapewniające uzyskanie trzech różnych mocy grzejnika.
- Oblicz opór pojedynczej grzałki w chwili, gdy jest podłączona do źródła napięcia $U = 230$ V.
- Oblicz, jaki opór będzie miała grzałka w temperaturze $t_2 = 20^\circ\text{C}$.
- Oszacuj długość drutu nikielinowego potrzebnego do wykonania zapasowej grzałki (w temperaturze 20°C).

zadanie 1.21

Do niewielkiego wiejskiego osiedla, odległego o $l = 0,5\text{ km}$ planuje się przesać energię elektryczną prosto z sieci ($U = 230\text{ V}$), tzn. bez budowania transformatora, używając do tego celu miedzianego kabla. Zapotrzebowanie w osiedlu szacuje się na 10 kW .

- Oblicz całkowity opór odbiorników w osiedlu, jeśli są one dostosowane do napięcia $U = 230\text{ V}$ oraz natężenie prądu w linii.
- Oblicz średnicę miedzianego kabla, jeśli straty energii w linii nie powinny przekraczać $n = 5\%$. Opór właściwy miedzi $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{ m}$.
- Oblicz masę miedzi potrzebnej do budowy linii; gęstość miedzi $d = 8,9 \cdot 10^3\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.
- Wymień powody, dla których przesyłanie energii elektrycznej bez transformatora nawet na tak małe odległości jest nieopłacalne.

zadanie 1.22

Zaprojektuj oświetlenie choinkowe zasilane z sieci energetycznej o napięciu $U = 230\text{ V}$, dysponując jednakowymi żaróweczkami ($3,5\text{ V}$; $0,2\text{ A}$). Przyjmij, że opór elektryczny przewodów jest bardzo mały w porównaniu z oporem żarówek.

- Narysuj schemat obwodu elektrycznego oświetlenia choinkowego.
- Oblicz, ile co najmniej żarówek powinna zawierać instalacja.
- Oblicz opór jednej żarówki.
- Oszacuj moc całej instalacji.
- Przedyskutuj, jak zmieni się moc instalacji, gdy jedna z żarówek zostanie zwarta.
- Oblicz, o ile można zmniejszyć liczbę żarówek instalacji, jeśli do obwodu włączymy żarówkę 230 V ; 60 W .

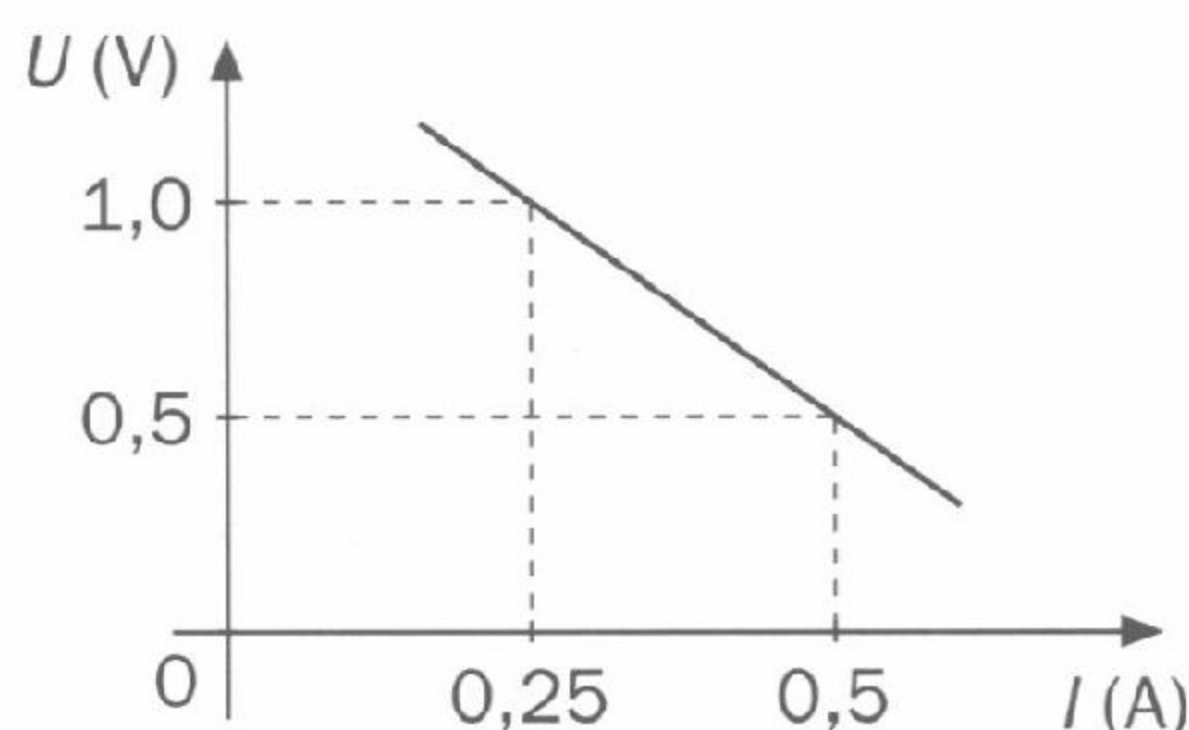
zadanie 1.23

Żarówka oświetleniowa popularnie zwana „setką” podłączona do sieci energetycznej ($U_1 = 230 \text{ V}$) ma moc $P = 100 \text{ W}$.

- Oblicz opór elektryczny żarówki i natężenie płynącego przez nią prądu.
- Oblicz opór, jaki powinna mieć żarówka dostosowana do napięcia $U_2 = 12 \text{ V}$, aby jej moc była równa $P = 100 \text{ W}$.
- Wyjaśnij, co by się stało, gdyby żarówkę, o której mowa w punkcie b) podłączyć do źródła o napięciu 230 V .

zadanie 1.24

Celem pewnego eksperymentu przeprowadzonego w szkolnej pracowni fizycznej było zbadanie zależności napięcia między biegunami pracującego ogniwa od natężenia prądu w obwodzie. Uczniowie mieli do dyspozycji badane ogniwo, woltomierz, amperomierz, opornik suwakowy oraz komplet przewodów. Po wykonaniu serii pomiarów napięć na zaciskach źródła oraz odpowiadających im natężeń prądów w obwodzie uczniowie sporządzili wykres funkcji $U(I)$, przedstawiony na rysunku 1.25.



Rys. 1.25

- Zaprojektuj i narysuj schemat obwodu elektrycznego, który uczniowie prawdopodobnie wykorzystali w swoim eksperymencie.
- Odczytaj z wykresu wartość siły elektromotorycznej badanego ogniwa.
- Oblicz siłę elektromotoryczną tego ogniwa i jego opór wewnętrzny. Dane potrzebne do obliczeń odczytaj z wykresu.
- Oblicz natężenie prądu zwarcia ogniwa i porównaj otrzymany wynik z natężeniem prądu zwarcia odczytanym z wykresu.

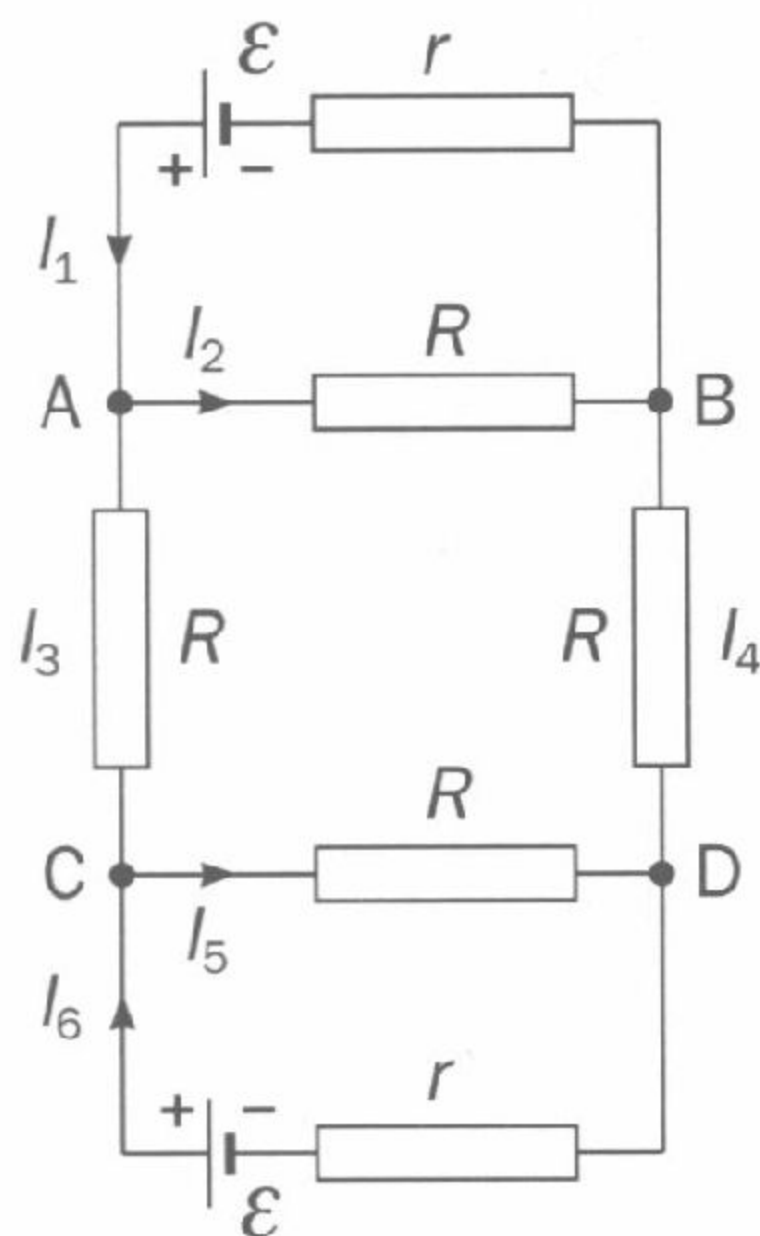
zadanie 1.25

Do baterii o sile elektromotorycznej \mathcal{E} i pomijalnie małym oporze wewnętrznym dołączono dwie identyczne żarówki, połączone z sobą szeregowo. Następnie do jednej z nich dołączono równolegle trzecią, identyczną żarówkę.

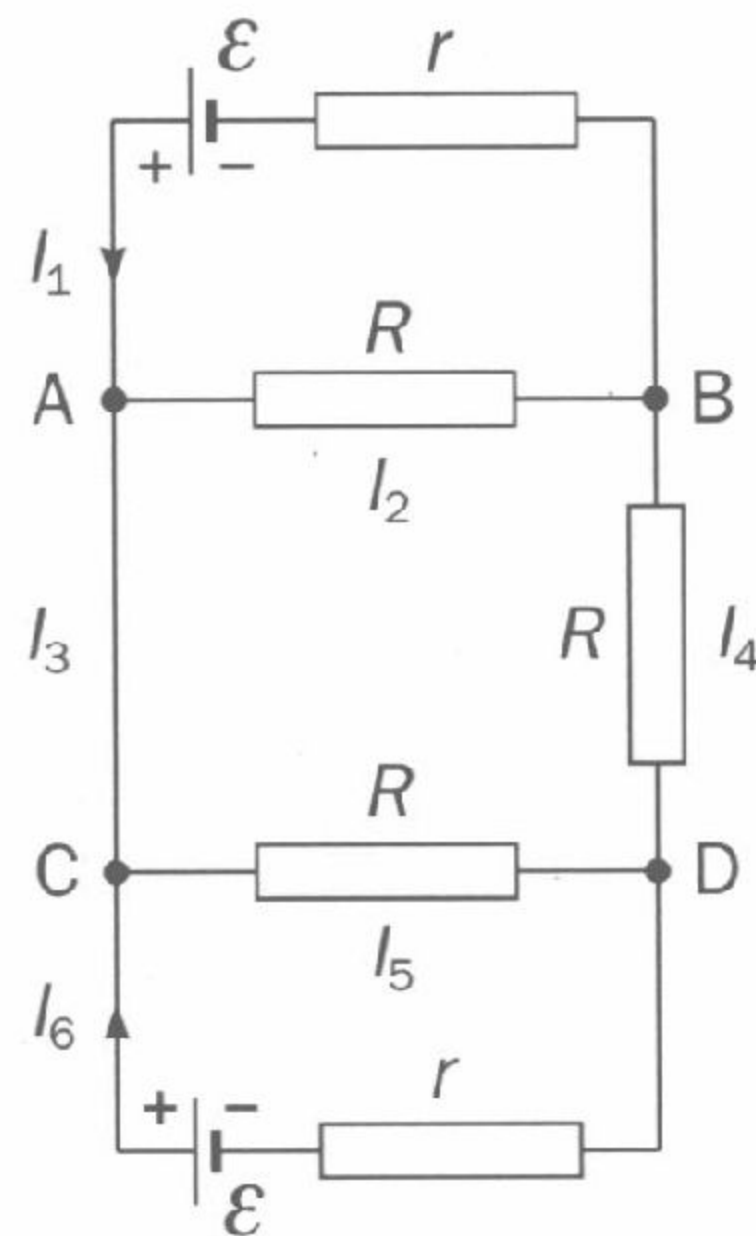
- Która z żarówek rozbłyśnie silniej, a która przygaśnie? Uzasadnij odpowiedź bez wykonywania obliczeń.
 - Ile razy wzrośnie lub zmaleje napięcie na każdej z dwóch początkowo włączonych żarówek po włączeniu trzeciej?
 - Ile razy wzrośnie lub zmaleje moc każdej z żarówek?
- Zakładamy, że opory żarówek nie uległy zmianie.

zadanie 1.26

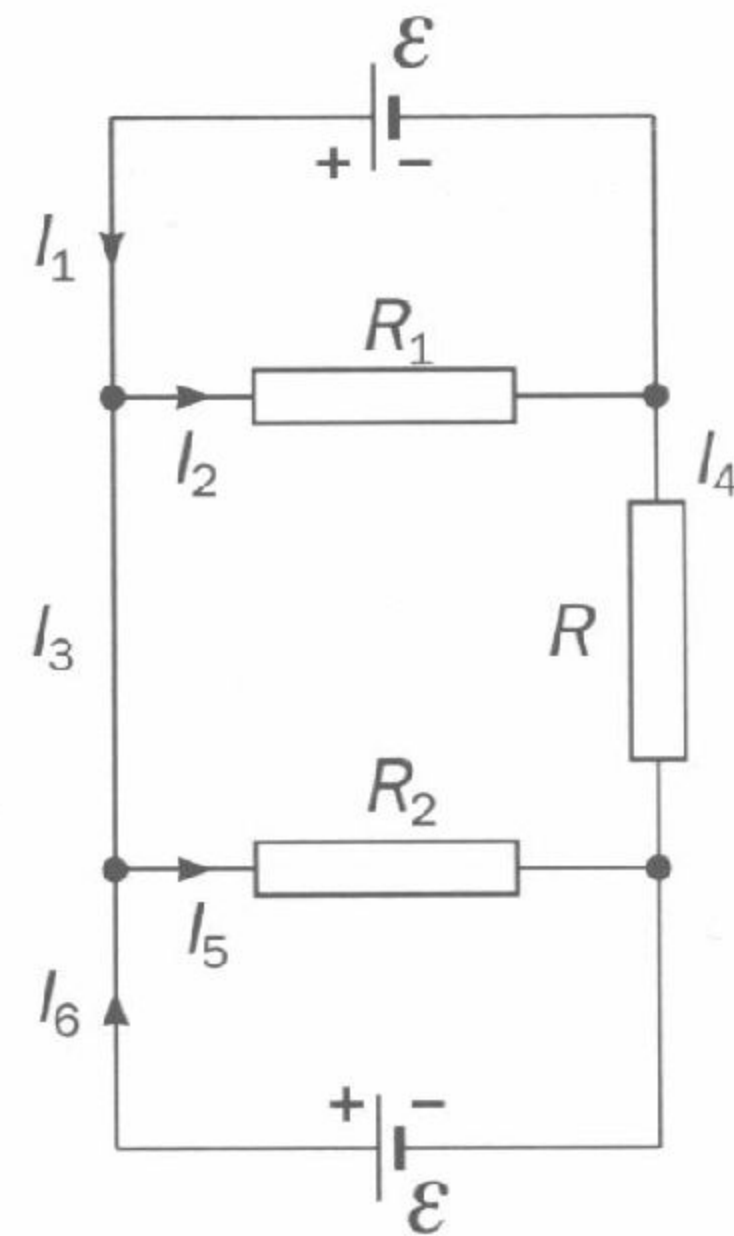
Na rysunkach 1.26 i 1.27 pokazano schematy dwóch obwodów.



Rys. 1.26



Rys. 1.27



Rys. 1.28

- Uzasadnij (bez przeprowadzania obliczeń), że natężenia prądów I_3 i I_4 w obydwu obwodach muszą być równe zero.
- Jaki wynika stąd wniosek, dotyczący natężeń prądów I_1 i I_2 oraz I_5 i I_6 ?
- Oblicz natężenia prądów $I_1 \dots I_6$ w obwodzie, którego schemat przedstawia rysunek 1.28.

zadanie 1.27

Akumulator ma siłę elektromotoryczną $\mathcal{E}_a = 2,0 \text{ V}$ i opór wewnętrzny $r_a = 0,1 \Omega$, zaś siła elektromotoryczna ogniwa Leclanchego jest równa $\mathcal{E}_L = 1,5 \text{ V}$ i opór wewnętrzny $r_L = 1,0 \Omega$. Do każdego z tych źródeł dołączono opór zewnętrzny R .

- W tym samym układzie współrzędnych (w celu porównania) narysuj wykresy zależności $I(R)$, dla obu źródeł, jeśli opór zewnętrzny R zmienia się w granicach $\langle 0; 4 \Omega \rangle$;
- sformułuj wnioski, wynikające z wykresów.
- W tym samym układzie współrzędnych narysuj wykresy zależności $U(R)$ dla obu źródeł; U jest napięciem mierzonym przez woltomierz (o bardzo małym oporze) dołączony do biegunów źródła, a opór zewnętrzny zmienia się w tych samych granicach, co poprzednio.
- Sformułuj wnioski wynikające z wykresów. Oblicz, dla jakiej wartości oporu zewnętrznego różnica między siłą elektromotoryczną ogniwa Leclanchego a napięciem na jego biegunach wyniesie 2,5%?

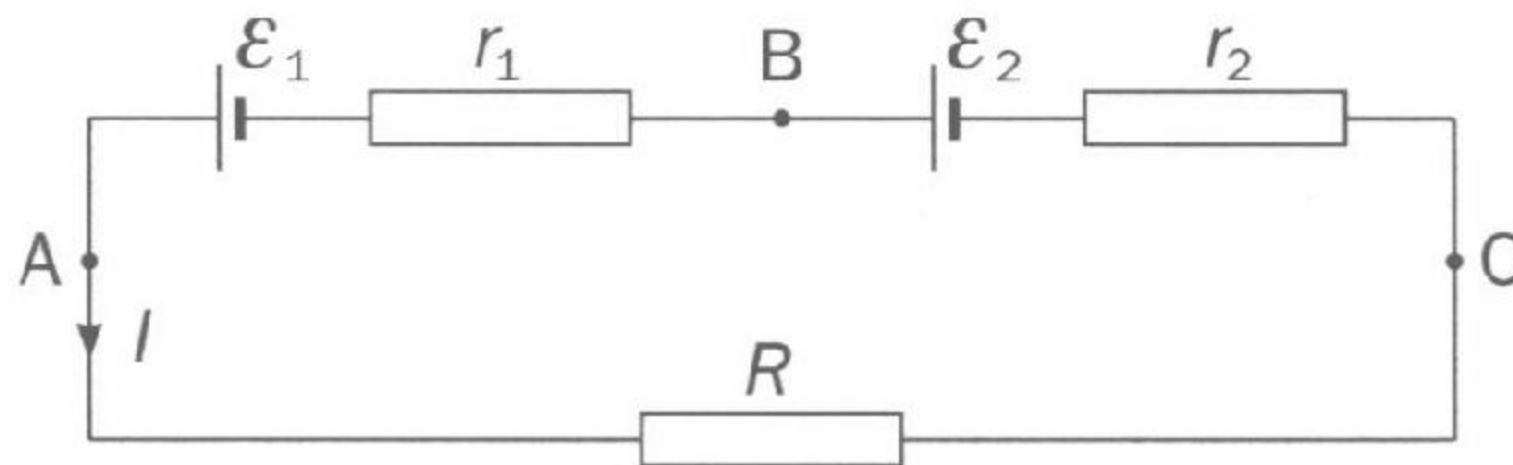
zadanie 1.28

Do baterii o sile elektromotorycznej $\mathcal{E} = 6 \text{ V}$ i oporze wewnętrznym $r = 2 \Omega$ dołączono opornik o oporze $R = 6 \Omega$.

- Oblicz napięcie U na oporniku.
- Wyprowadź wzór na napięcie U_V , które na oporniku o oporze R zmierzy woltomierz o oporze R_V . Do jakiej wartości dąży zmierzone napięcie U_V , gdy $R_V \rightarrow \infty$?
- Stosując wyprowadzony wzór oblicz napięcie U_V dla:
 - $R_V = 240 \Omega$,
 - $R_V = 600 \Omega$.
- Założmy, że najmniejsza działka użytego woltomierza odpowiada $0,1 \text{ V}$. Oblicz, w jakich granicach musiałby się zawierać opór woltomierza, na którego skali odczytalibyśmy napięcie U_V mniejsze od U o $0,1 \text{ V}$.

zadanie 1.29

Dwa źródła o siłach elektromotorycznych $\varepsilon_1 = 6\text{ V}$ i $\varepsilon_2 = 2\text{ V}$ i oporach wewnętrznych równych odpowiednio $r_1 = 1,5\ \Omega$ i $r_2 = 1\ \Omega$ połączono ze sobą szeregowo i tak utworzoną baterię dołączono do oporu zewnętrznego R (rys. 1.29). W obwodzie płynie prąd o natężeniu $I = 2\text{ A}$.



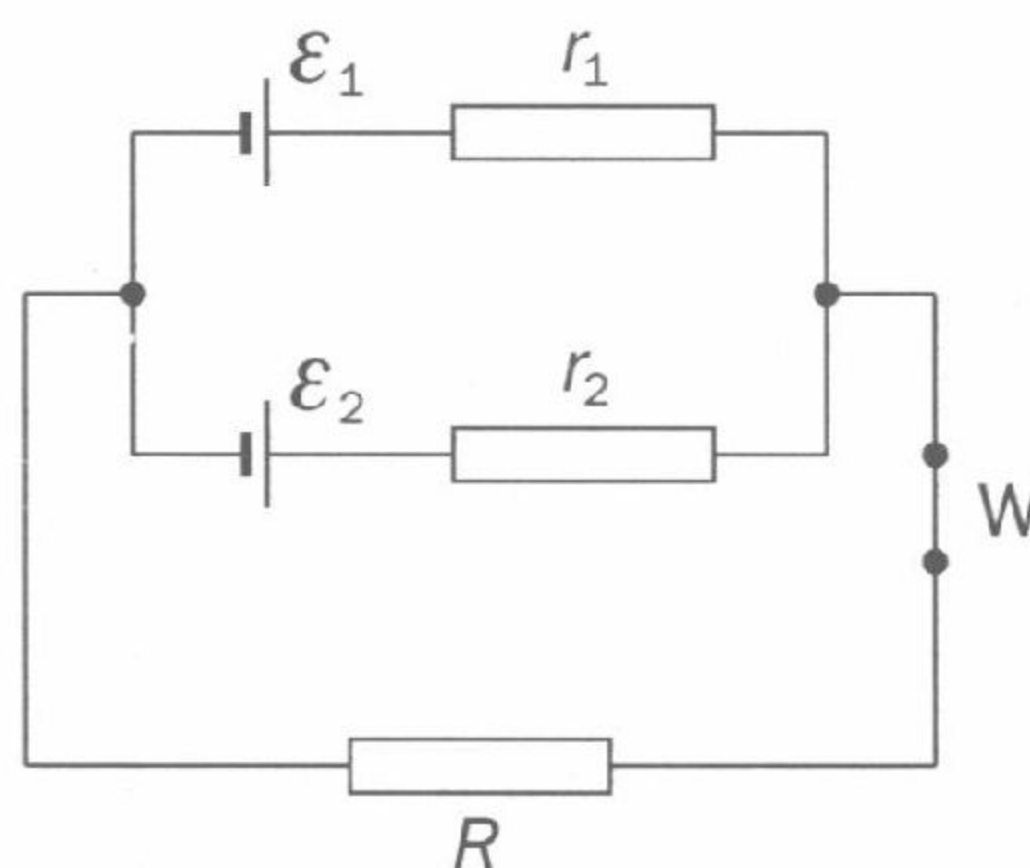
Rys. 1.29

Oblicz:

- opór zewnętrzny R ,
- napięcie między punktami A i C,
- napięcia między punktami A i B oraz B i C.
- Zbadaj, co zmieni się w obwodzie, gdy usuniemy źródło siły elektromotorycznej ε_2 .

zadanie 1.30

Dwa różne ogniwa o siłach elektromotorycznych $\varepsilon_1 = 1,5\text{ V}$ i $\varepsilon_2 = 1,2\text{ V}$ oraz o oporach wewnętrznych $r_1 = 0,5\ \Omega$ i $r_2 = 1\ \Omega$ połączono równolegle i do takiej baterii dołączono odbiornik o oporze $R = 1,6\ \Omega$ (rys. 1.30).



Rys. 1.30

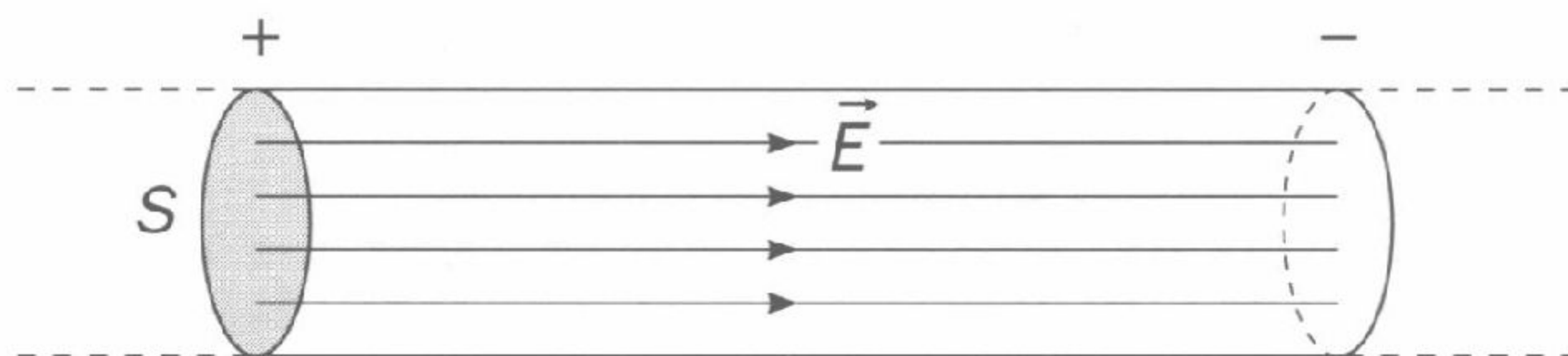
Oblicz:

- natężenie prądu (I) płynącego przez odbiornik oraz przez każde z ogniw (I_1 i I_2),
- natężenie prądu, jaki płynąłby w oczku zawierającym ogniwa, gdyby wyłącznik W był otwarty,
- siłę elektromotoryczną i opór wewnętrzny baterii.
- Znając SEM baterii i jej opór wewnętrzny sprawdź, że natężenie prądu I w odbiorniku zostało w punkcie a) zadania obliczone poprawnie.
- Nie należy łączyć równolegle ogniw o różnych siłach elektromotorycznych, bo wówczas przez ogniwo o mniejszej sile elektromotorycznej może płynąć prąd od bieguna dodatniego do ujemnego, czyli przeciwnie niż wówczas, gdy ogniwo to stanowi samodzielne źródło prądu.

Na podstawie wyniku uzyskanego w punkcie a) zadania znajdź warunek, jaki musiałby spełniać opór R odbiornika, aby przez ogniwo o sile elektromotorycznej \mathcal{E}_2 płynął prąd w przeciwnym kierunku.

zadanie 1.31 *

Przyłożenie napięcia między końce miedzianego drutu o wszędzie jednakowym przekroju poprzecznym powoduje powstanie w nim jednorodnego pola elektrycznego o natężeniu \vec{E} (rys. 1.31).



Rys. 1.31

Gęstość miedzi $d = 9 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a jej ciepło właściwe $c = 385 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

Oszacuj:

- a) moc, jaką wydziela przepływający prąd w jednostce objętości drutu, jeśli wartość natężenia pola $E = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$. Zakładając, że drut podczas przepływu prądu rozgrzeje się do temperatury nie wyższej niż 400°C przyjmij, że opór właściwy miedzi jest równy $\rho = 2,4 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$;
- b) czas, po którym temperatura drutu wzrosłaby od $t = 20^\circ\text{C}$ do temperatury topnienia $t_t = 1085^\circ\text{C}$, gdyby drut nie oddawał ciepła otoczeniu. Przyjmij, że średnia wartość oporu właściwego miedzi w tych granicach temperatur jest równa $\rho_{\text{śr}} = 5 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$;
- c*) temperaturę drutu, która ustali się w stanie równowagi termicznej z otoczeniem, jeśli promień przekroju poprzecznego drutu jest równy $r = 0,25 \text{ mm}$. Załóż, że drut traci ciepło tylko przez promieniowanie.

Stała Stefana-Boltzmannna $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$, a względna

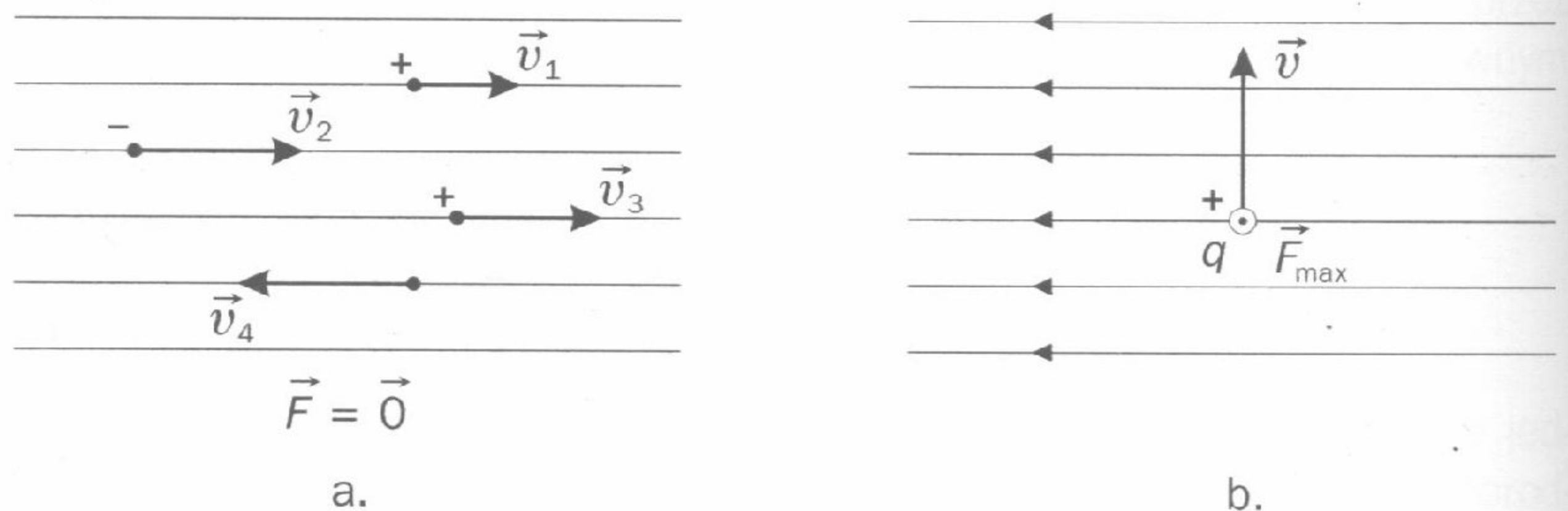
zdolność emisyjna powierzchni drutu $\varepsilon = 0,5$. Pozostała dane są takie, jak w punkcie a) zadania. Przyjmij, że promieniuje tylko boczna powierzchnia drutu. Oszacuj natężenie prądu, płynącego wówczas w drucie.

1. Siła magnetyczna

Mówiąc, że w pewnej przestrzeni istnieje **pole magnetyczne** mamy na myśli fakt, że na umieszczone tam magnesy, na poruszające się cząstki naładowane lub na przewodniki, w których płynie prąd działają siły. Siły te nazywamy magnetycznymi. Pola magnetyczne są wytwarzane przez magnesy, poruszające się cząstki naładowane i obwody z prądem.

Jeśli pole magnetyczne badamy za pomocą (małych) igiełek magnetycznych, to **linie pola magnetycznego** są wyznaczone przez kierunek ich ustawienia się, a zwrot linii jest wskazywany przez północny biegun igiełki. Wynika z tego, że linie pola magnetycznego na zewnątrz magnesu są zwrócone od jego bieguna N do S.

Jeśli pole magnetyczne badamy za pomocą poruszającej się z prędkością \vec{v} cząstki naładowanej ładunkiem q , to kierunek linii pola magnetycznego jest wyznaczony przez kierunek wektora prędkości, z którą musiałaby się poruszać cząstka, aby nie działała na nią siła magnetyczna (rys. 2.1 a).



Rys. 2.1

Gdy prędkość cząstki ($q > 0$) jest prostopadła do wyznaczonych linii pola, to działa na nią siła magnetyczna o największej wartości (\vec{F}_{\max}), skierowana prostopadle zarówno do linii pola, jak i do prędkości \vec{v} . Załóżmy, że zwrot tej siły jest taki, jak zaznaczono na rysunku 2.1 b, a więc przed rysunek. Wówczas linie pola magnetycznego są zwrócone w lewo (gdyby siła \vec{F}_{\max} była zwrócona pod rysunek, linie pola byłyby zwrócone w prawo).

Ilościowo pole magnetyczne charakteryzuje wektor indukcji magnetycznej \vec{B} , styczny do linii pola (które nazywamy zatem także liniami indukcji magnetycznej), zdefiniowany w następujący sposób:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} . \quad (1)$$

\vec{B} jest więc takim wektorem, że siła magnetyczna \vec{F} działająca na cząstkę naładowaną ładunkiem q , poruszającą się w polu magnetycznym z prędkością \vec{v} wyraża się wzorem (1). Z wzoru (1) wynikają wszystkie cechy siły magnetycznej (zwanej też siłą Lorentza), o których była mowa poprzednio. Stosując regułę lewej dłoni lub regułę śruby prawoskrętnej można, znając wektory \vec{v} i \vec{B} znaleźć zwrot siły \vec{F} (działającej na cząstkę naładowaną ładunkiem $q > 0$) lub znając wektory \vec{v} i \vec{F} znaleźć zwrot wektora \vec{B} , gdy wyznaczony jest jego kierunek.

Wartość siły Lorentza

$$F = |q|vB \cdot \sin \angle (\vec{v}, \vec{B}), \quad F_{\max} = |q|vB,$$

skąd

$$B = \frac{F_{\max}}{|q|v}, \quad [B] = 1 \frac{\text{N}}{\text{C} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1 \text{ T (tesla)}.$$

Jeśli cząstce naładowanej nadamy prędkość \vec{v} prostopadłą do linii jednorodnego pola magnetycznego o indukcji \vec{B} , to działająca na nią siła Lorentza (prostopadła do prędkości) stanowi siłę dośrodkową. Cząstka porusza się więc ze stałą szybkością po okręgu o promieniu

$$r = \frac{mv}{|q|B},$$

a okres obiegu tego okręgu jest równy

$$T = \frac{2\pi m}{|q|B},$$

gdzie m jest masą cząstki.

Znalazło to zastosowanie w **cyklotronie**, urządzeniu do przyspieszania cząstek naładowanych. Jednorodne pole magnetyczne o liniach prostopadłych do duantów zakrzywia tory cząstek, co zmusza je do wielokrotnego przejścia przez szczelinę między duantami raz w jedną, raz w drugą stronę. W szczelinie panuje zmienne pole elektryczne o odpowiednio dobranej częstotliwości, takiej, by cząstki wychodzące z duantu natrafiały zawsze na odpowiedni zwrot pola elektrycznego (tzn. by siła elektryczna w szczelinie zwiększała ich prędkość).

Jeśli cząstki naładowane poruszają się w przewodniku ruchem uporządkowanym (ściśle mówiąc ich prędkości mają różną od zera składową wzdłuż przewodnika), czyli w przewodniku płynie prąd o natężeniu I , to w polu magnetycznym o indukcji \vec{B} na przewodnik o długości Δl działa makroskopowa siła magnetyczna wyrażona wzorem:

$$\vec{F} = I \cdot \Delta \vec{l} \times \vec{B},$$

a jej wartość

$$F = I \cdot \Delta l \cdot B \cdot \sin \angle (\Delta \vec{l}, \vec{B}), \quad (2)$$

$\Delta \vec{l}$ jest wektorem zwróconym w stronę, w którą płynie prąd. Siła ta nosi nazwę **siły elektrodynamicznej**. Znalazła ona zastosowanie w silnikach prądu stałego i w miernikach elektrycznych (na jej wykorzystaniu opiera się zasada działania amperomierzy i woltomierzy).

2. Pole magnetyczne przewodników z prądem

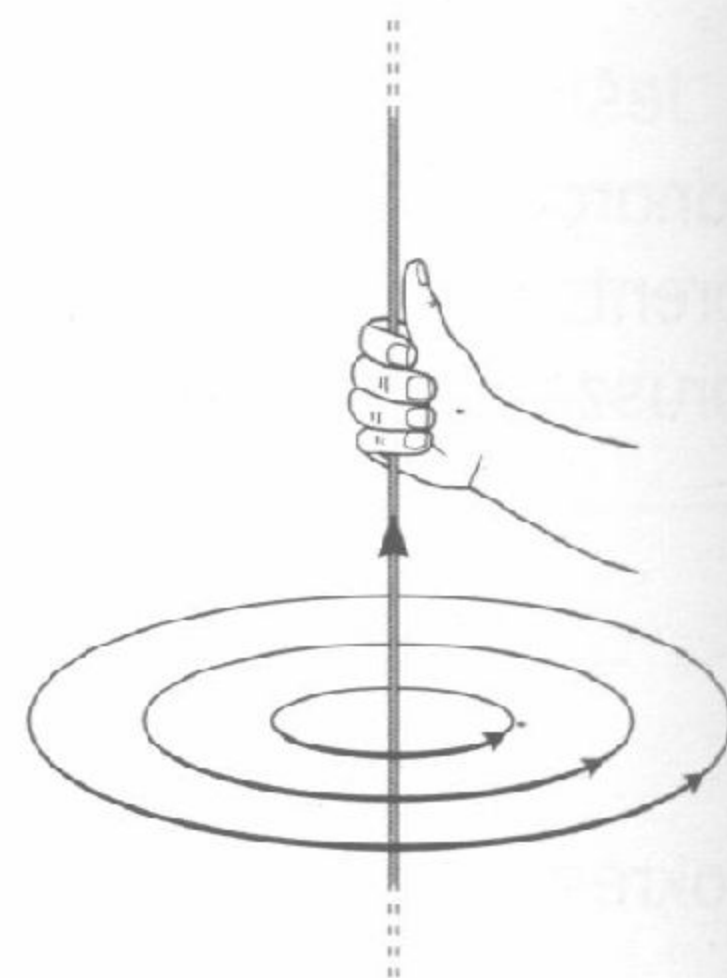
Poruszające się cząstki naładowane, a więc także prąd elektryczny, wytwarzają w otaczającej przestrzeni pole magnetyczne. W przypadku bardzo długiego, prostoliniowego przewodu z prądem o natężeniu I linie pola magnetycznego są okręgami, leżącymi w płaszczyznach prostopadłych do przewodu, a ich środki leżą na przewodzie. Zwrot linii pola zależy od kierunku prądu (reguła prawej dłoni – rysunek 2.2).

Wartość wektora indukcji w odległości r od przewodu jest wyrażona wzorem:

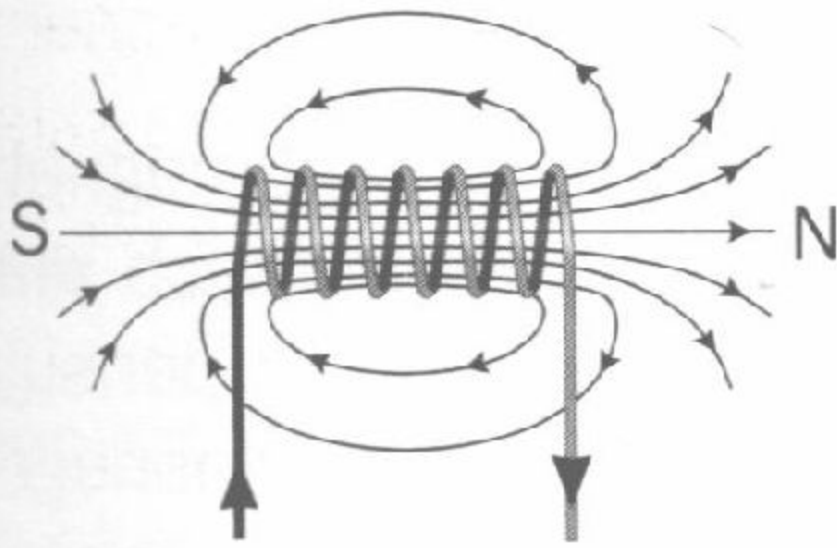
$$B = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r}, \quad (3)$$

gdzie $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$ jest **przenikalnością magnetyczną próżni**, a μ_r jest **względną przenikalnością magnetyczną środowiska**, w którym znajduje się punkt o indukcji \vec{B} .

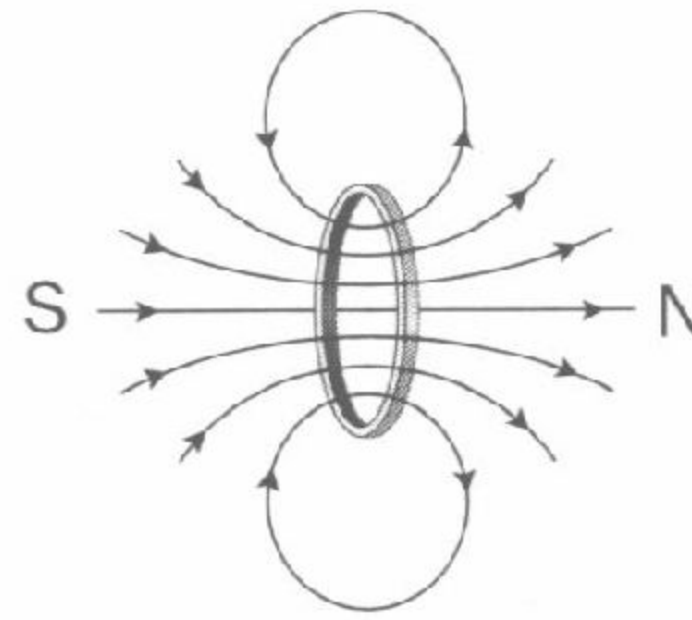
Pole magnetyczne na zewnątrz niezbyt długiej zwojnicy z prądem przypomina pole magnetyczne magnesu sztabkowego, zatem zwojnicy można przyporządkować bieguny magnetyczne (rys. 2.3). Ich położenie zależy od kierunku prądu (możemy tu także posłużyć się regułą prawej



Rys. 2.2



Rys. 2.3



Rys. 2.4

dłoni). Jeden zwoj z prądem można traktować jako krótki magnes sztabkowy (rys. 2.4).

Wewnątrz długiej i gęsto nawiniętej zwojnicy, w której płynie prąd o natężeniu I pole magnetyczne w dostatecznie dużej odległości od końców jest polem jednorodnym o liniach zwróconych od bieguna S do N. Wartość wektora indukcji tego pola wyraża się wzorem:

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r I n}{l} \quad \text{lub} \quad B = \mu_0 \mu_r I N, \quad (4)$$

gdzie n to liczba wszystkich zwojów, l – długość zwojnicy, a N – liczba zwojów na jednostkę długości.

3. Siła wzajemnego działania przewodników z prądem

Dwa długie, prostoliniowe, wzajemnie równoległe przewody z prądem przyciągają się siłą magnetyczną, gdy płyną w nich prądy w zgodnych kierunkach, a odpychają się, gdy kierunki prądów są przeciwne. Zjawisko to jest konsekwencją faktu, że każdy przewód z prądem wytwarza pole magnetyczne, a drugi przewód znajduje się w tym polu. Na podstawie informacji o zwrocie \vec{B} pola przewodu prostoliniowego w miejscu, gdzie znajduje się drugi przewód można wyznaczyć zwrot siły, która nań działa. Wartość siły magnetycznej, działającej na odcinek przewodu o długości Δl i pochodzącej od drugiego bardzo długiego przewodu do niego równoległego i odległego o d można obliczyć z wzoru:

$$F = \frac{\mu_0 \mu_r \Delta l \cdot I_1 I_2}{2\pi d}, \quad (5)$$

gdzie I_1 i I_2 są natężeniami prądów płynących w tych przewodach.

Na podstawie wzoru (5) definiujemy 1 A – podstawową jednostkę elektryczną w SI.

4. Własności magnetyczne materii

Każdy elektron w atomie posiada tzw. orbitalny moment magnetyczny (bo stanowi mikroskopowy „obwód elektryczny”). W atomach **diamagnetyków** orbitalne i spinowe momenty magnetyczne kompensują się wzajemnie, zatem atomy diamagnetyków nie wytwarzają własnego pola magnetycznego. Diamagnetyk umieszczony w zewnętrznym polu magnetycznym wytwarza słabe pole magnetyczne o liniach zwróconych przeciwnie do linii zewnętrznego pola. Atomy **paramagnetyków** wytwarzają własne pole magnetyczne, ale pola poszczególnych atomów kompensują się wzajemnie. W zewnętrznym polu magnetycznym następuje częściowe ich uporządkowanie – paramagnetyk ulega słabemu namagnesowaniu.

Ferromagnetyki charakteryzują się tym, że w niewielkich, ale makroskopowych obszarach (zwanymi domenami) następuje samorzutne porządkowanie się momentów magnetycznych atomów. Pola magnetyczne poszczególnych domen także kompensują się wzajemnie, ale w zewnętrznym polu magnetycznym momenty magnetyczne domen porządkują się, ustawiając się zgodnie z polem zewnętrznym, a więc ferromagnetyk silnie się magnesuje. Rdzenie elektromagnesów i transformatorów wykonuje się z ferromagnetyków „miękkich”, magnesujących się nietrwale.

5. Strumieniem Φ wektora indukcji magnetycznej lub krótko **strumieniem magnetycznym** przechodzącym przez pewną powierzchnię S nazywamy iloczyn skalarny

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \chi (\vec{B}, \vec{S}), \quad (6)$$

gdzie \vec{S} jest tzw. wektorem powierzchni (o kierunku prostopadłym do powierzchni i o wartości równej jej polu).

$$[\Phi] = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2 = 1 \text{ Wb} \quad (\text{weber}).$$

Definicja (6) jest słuszna tylko w przypadku pola jednorodnego i płaskiej powierzchni. Jeżeli warunki te nie są spełnione (lub nie jest spełniony tylko jeden z nich), to powierzchnię dzielimy na n tak małych elementów ΔS , aby można było uważać, że w każdym punkcie elementu pole jest jednorodne i w każdym jego punkcie wektor \vec{B} tworzy taki sam kąt z wektorem $\Delta \vec{S}$; obliczamy strumienie $\Delta \Phi$ przechodzące przez wszystkie elementy powierzchni

$$\Delta \Phi_i = \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{S}_i$$

i sumujemy wszystkie te strumienie. Wówczas

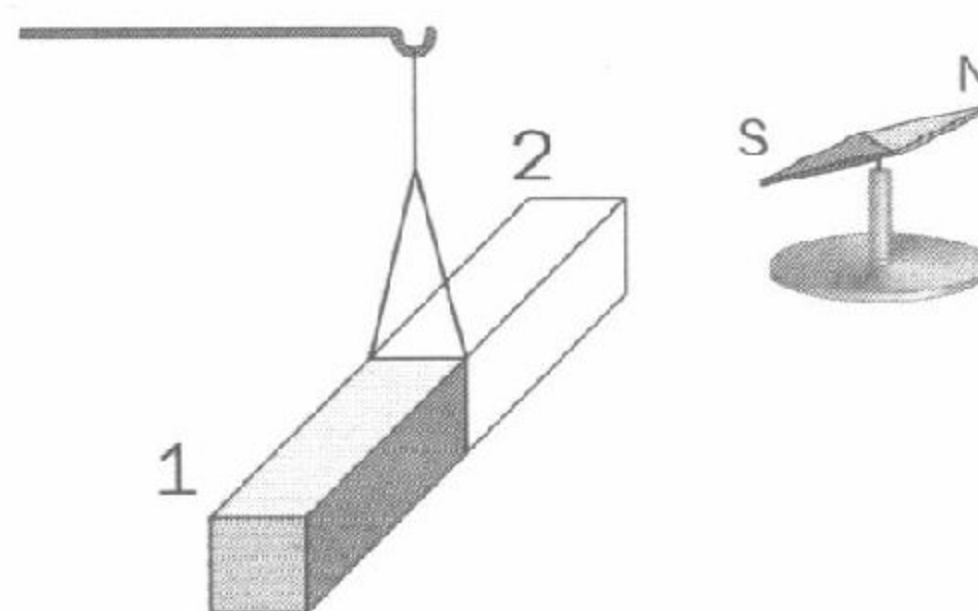
$$\Phi = \sum_{i=1}^n \Delta \Phi_i = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{S}_i.$$

zadania

zadanie 2.1

Magnes sztabkowy zawieszony swobodnie (rys. 2.5) ustawił się zgodnie z kierunkiem północ-południe. W celu identyfikacji biegunów tego magnesu do końca 2 zbliżono igłę magnetyczną, która pod wpływem pola magnetycznego magnesu ustawiła się tak, jak pokazano na rysunku.

Wyjaśnij, dlaczego poniższe zdania są nieprawdziwe.



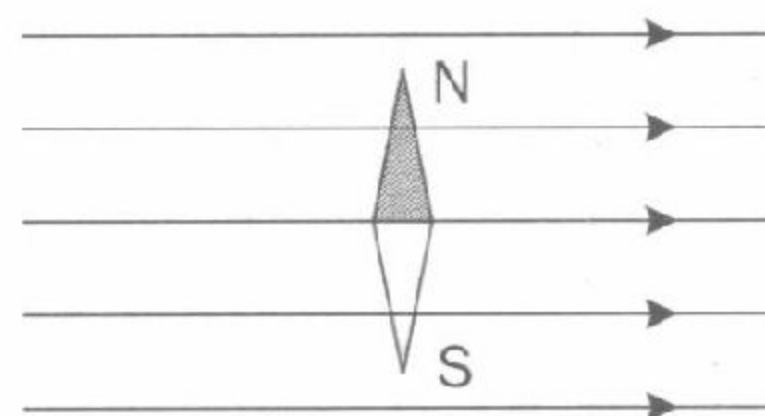
Rys. 2.5

- Biegun 1 magnesu wskazuje południowy biegun magnetyczny Ziemi.
- Koniec 2 magnesu sztabkowego zgodnie ze wskazaniem igły magnetycznej stanowi biegun południowy.
- Magnes sztabkowy ustawił się wzdłuż ziemskiego południka geograficznego tak, że koniec 1 wskazuje biegun południowy, a koniec 2 – biegun północny.
- Igła magnetyczna ustawiła się wzdłuż ziemskiego południka magnetycznego; jej koniec oznaczony literą S wskazuje południowy biegun geograficzny Ziemi.

zadanie 2.2

Do badania kształtu linii pola magnetycznego możemy wykorzystać drobne opiłki stalowe.

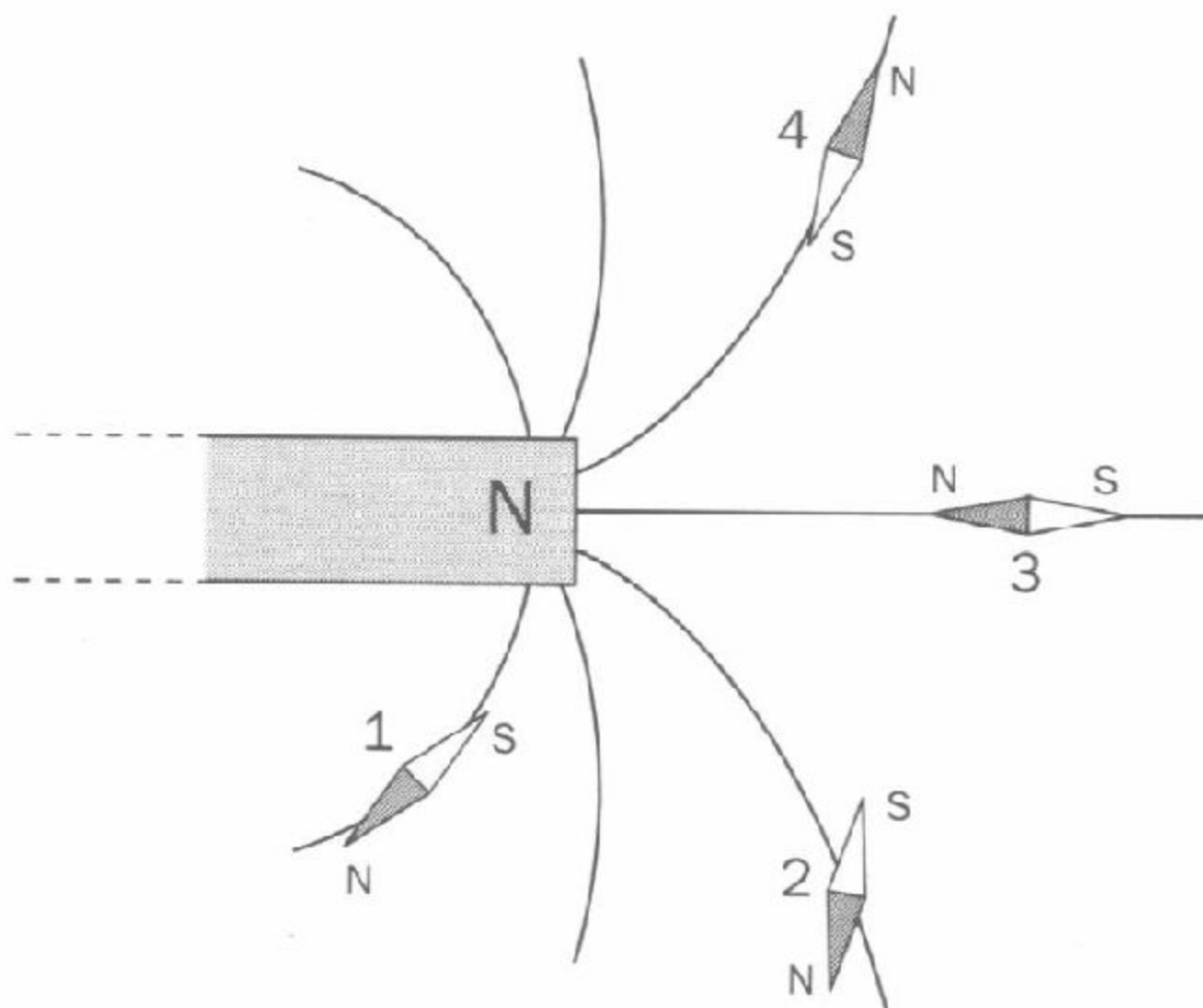
- Wyjaśnij, dlaczego opiłki stalowe układają się wzdłuż linii pola magnetycznego.
- Zablokowaną igiełkę magnetyczną ustawiono w jednorodnym polu magnetycznym tak, jak pokazuje rysunek 2.6. Narysuj siły, którymi pole magnetyczne działa na igiełkę. Jaki będzie skutek ich działania po odblokowaniu igiełki? Czy w położeniu równowagi siły te przestaną działać?



Rys. 2.6

zadanie 2.3

W pobliżu północnego bieguna magnesu sztabkowego ustawiono oparte na podstawkach cztery igiełki magnetyczne w miejscach, które pokazuje rysunek 2.7, przedstawiający widok z góry.

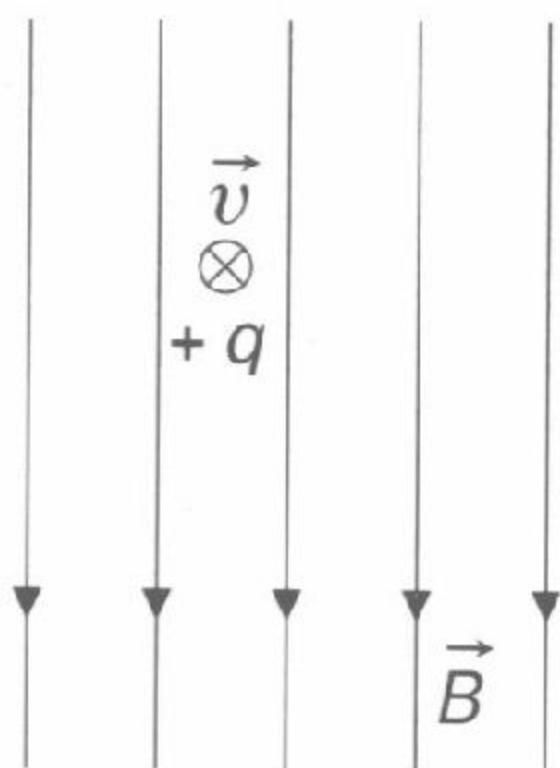


Rys. 2.7

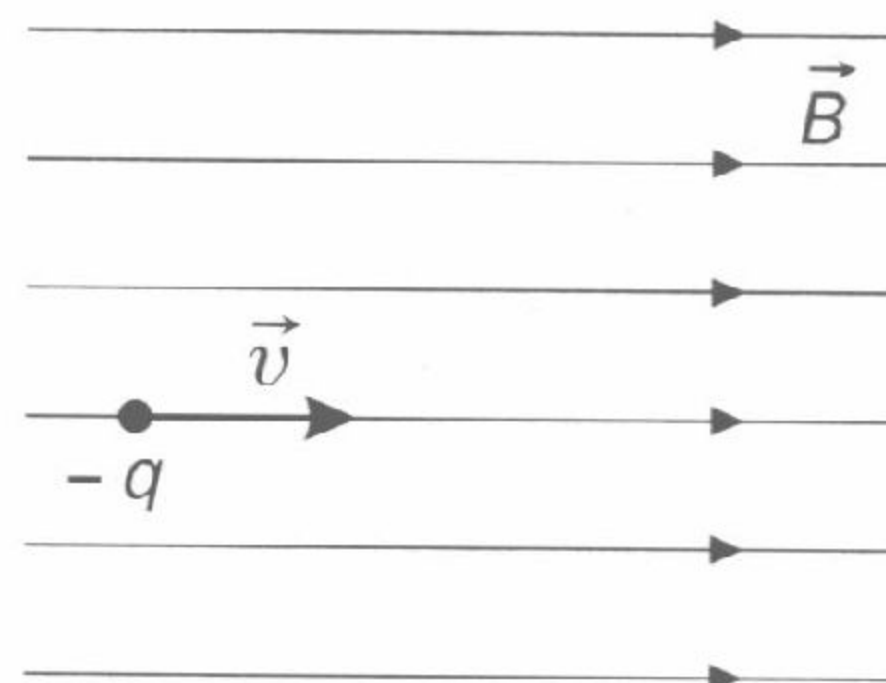
- a) Która (które) z igiełek jest (są)
 – w równowadze trwałej?
 – w równowadze nietrwalej?
- b) Która (które) z igiełek nie jest (nie są) w równowadze?
 Podaj krótkie uzasadnienie odpowiedzi.

zadanie 2.4

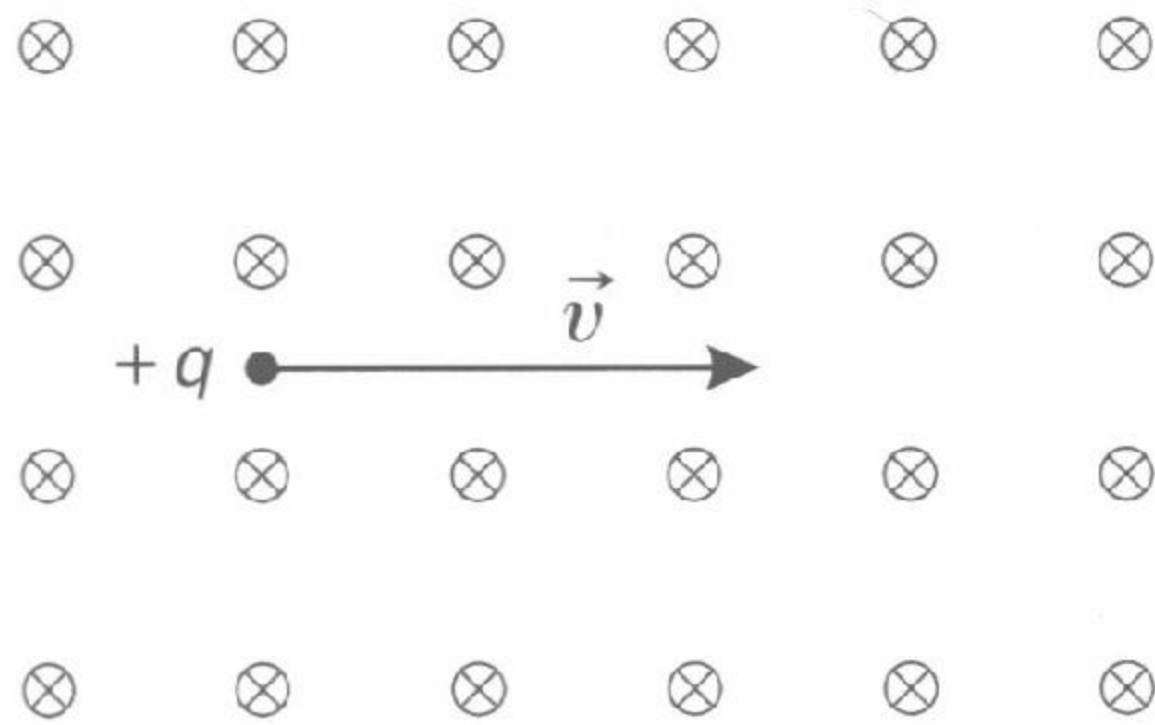
Narysuj wektor siły Lorentza działającej na cząstkę naładowaną poruszającą się w jednorodnym polu magnetycznym w sytuacji pokazanej na rysunkach 2.8, 2.9, 2.10 i 2.11.



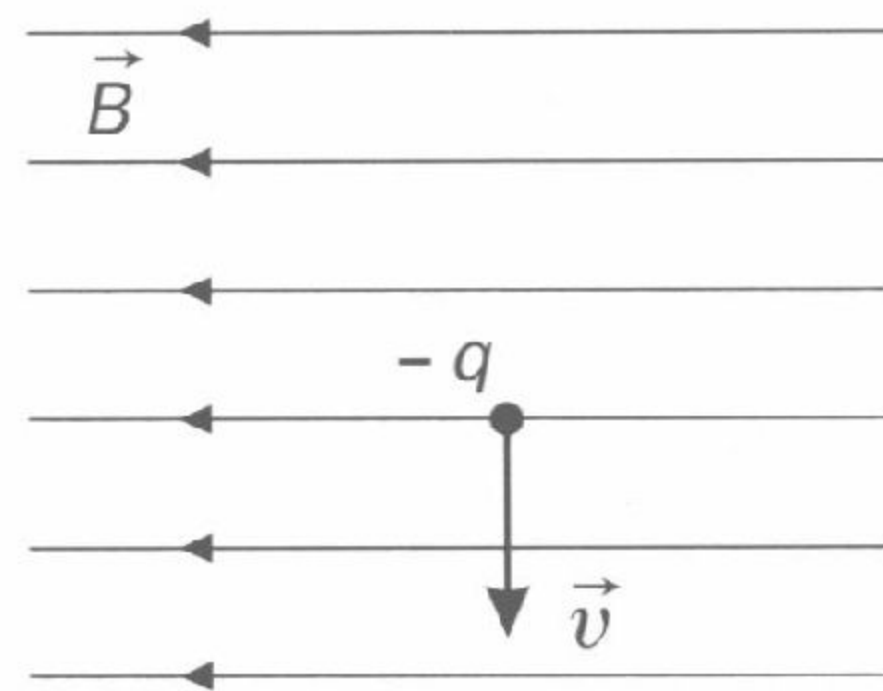
Rys. 2.8



Rys. 2.9



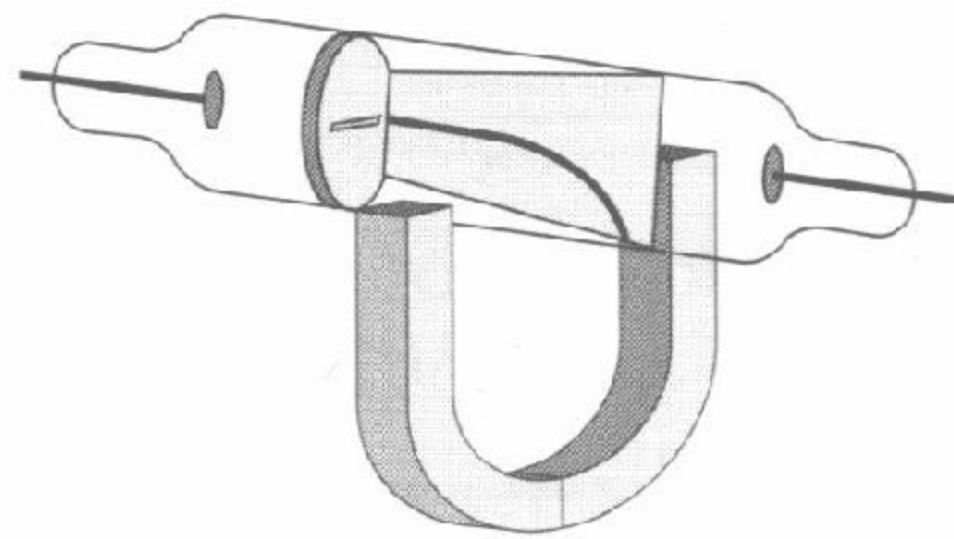
Rys. 2.10



Rys. 2.11

zadanie 2.5

Rurkę katodową umieszczono między biegunami magnesu podkowiastego (rys. 2.12). Wiązka elektronów odchyliła się ku dołowi. Oznacz bieguny magnesu podkowiastego.



Rys. 2.12

zadanie 2.6

Wektor siły Lorentza można przedstawić jako iloczyn wektorowy prędkości naładowanej cząstki i indukcji magnetycznej pomnożony przez ładunek q cząstki.

a) Który z poniższych wzorów jest poprawny? Uzasadnij odpowiedź.

$$(1) \vec{F} = q\vec{B} \times \vec{v},$$

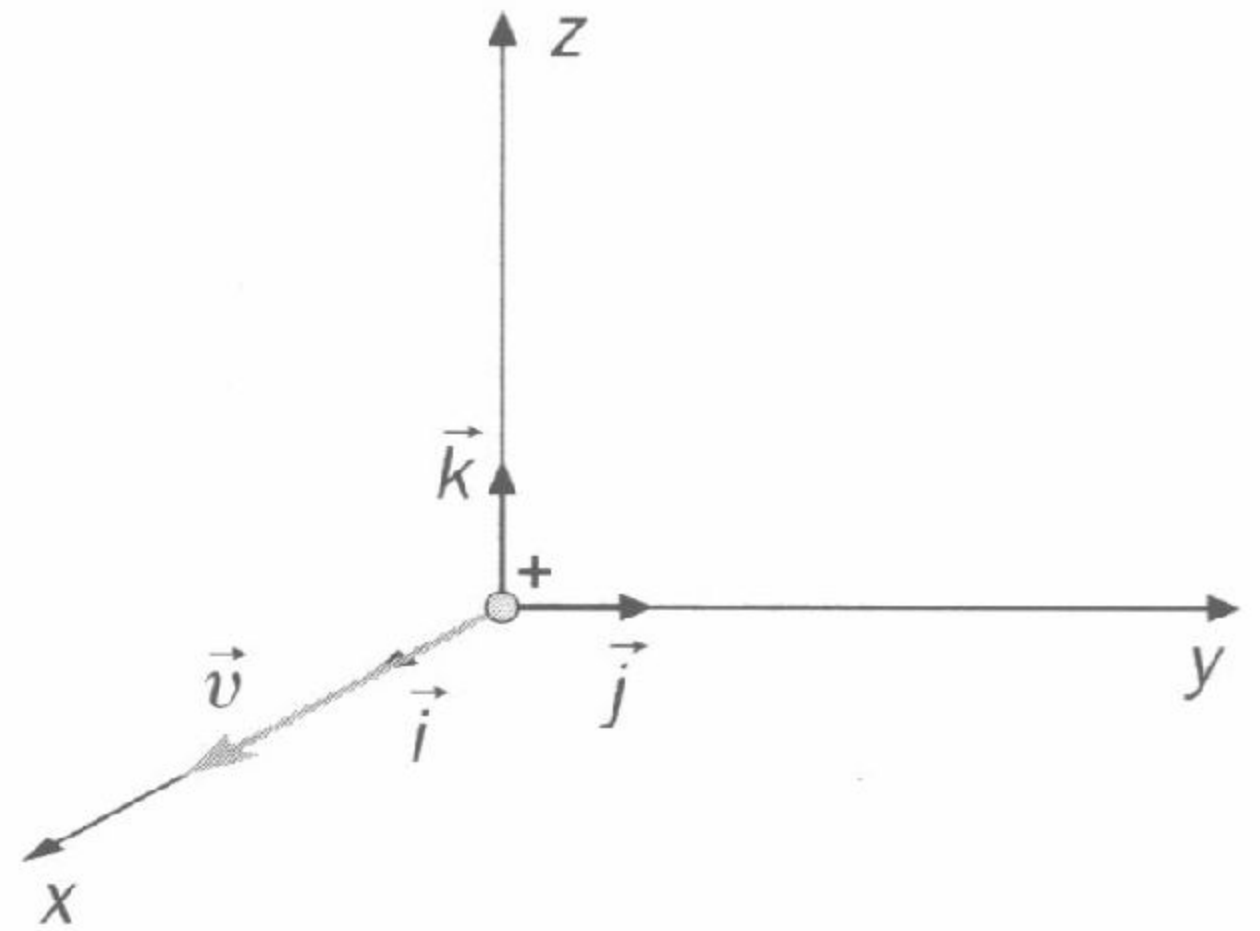
$$(2) \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}.$$

b) Które wektory występujące we wzorach, o których mowa w punkcie a) są zawsze do siebie prostopadłe, a które mogą tworzyć dowolny kąt? Uzasadnij odpowiedź.

zadanie 2.7

Gdy cząstka o ładunku dodatnim $q = 1 \text{ nC}$ porusza się zgodnie ze zwrotem osi x , nie działa na nią siła magnetyczna. Gdy porusza się zgodnie ze zwrotem osi y z szybkością $v = 2 \text{ m/s}$, działa na nią siła Lorentza $\vec{F} = 2 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \vec{k}$.

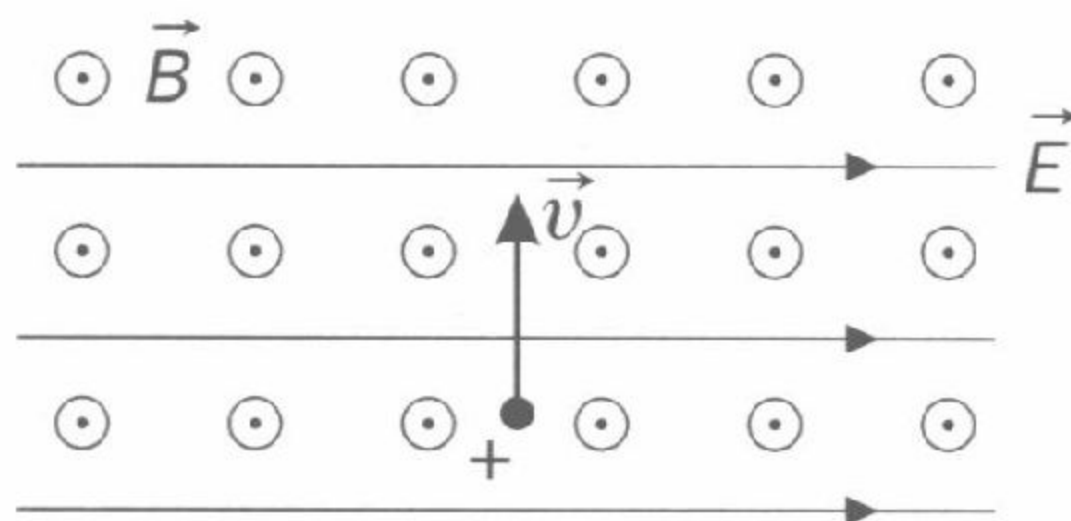
- Jaki jest kierunek i zwrot wektora \vec{B} pola magnetycznego? Zapisz \vec{B} , posługując się wersorem odpowiedniej osi.
- Jaki będzie kierunek i zwrot siły Lorentza działającej na tę cząstkę, jeśli będzie się poruszała z prędkością o tej samej wartości, zwróconą przeciwnie do osi z ? Zapisz tę siłę, posługując się wersorem odpowiedniej osi.
- Jaki będzie kierunek i zwrot siły Lorentza działającej na tę cząstkę, jeśli będzie się poruszała z prędkością o tej samej wartości, zwróconą zgodnie z sumą wersorów $\vec{i} + \vec{j}$? Zapisz tę siłę, posługując się odpowiednim wersorem.
- Wykonaj polecenie takie, jak w punkcie c) jeśli prędkość cząstki będzie zwrócona zgodnie z różnicą wektorów $\vec{j} - \vec{i}$, a jej wartość będzie taka sama, jak poprzednio.



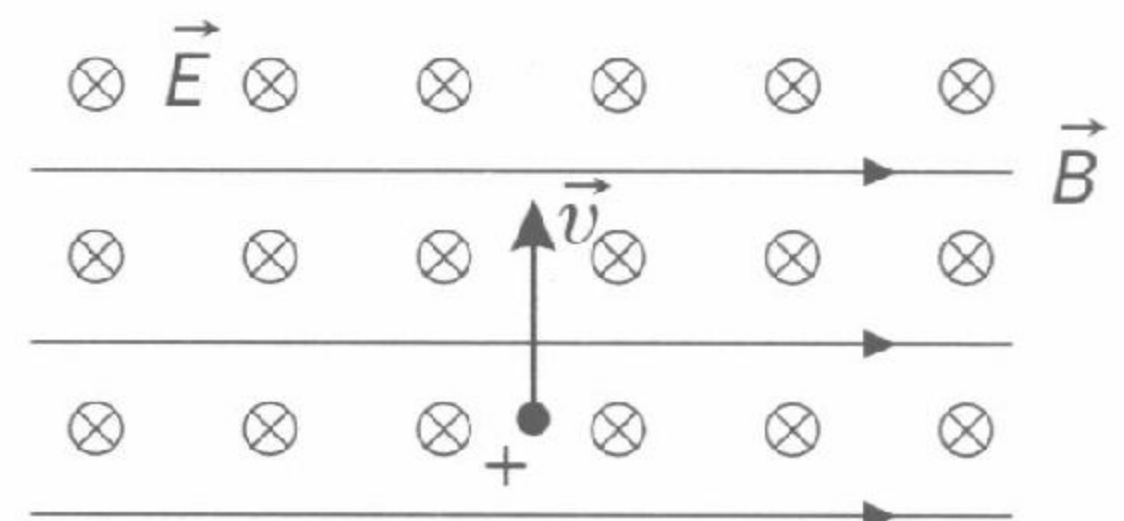
Rys. 2.13

zadanie 2.8

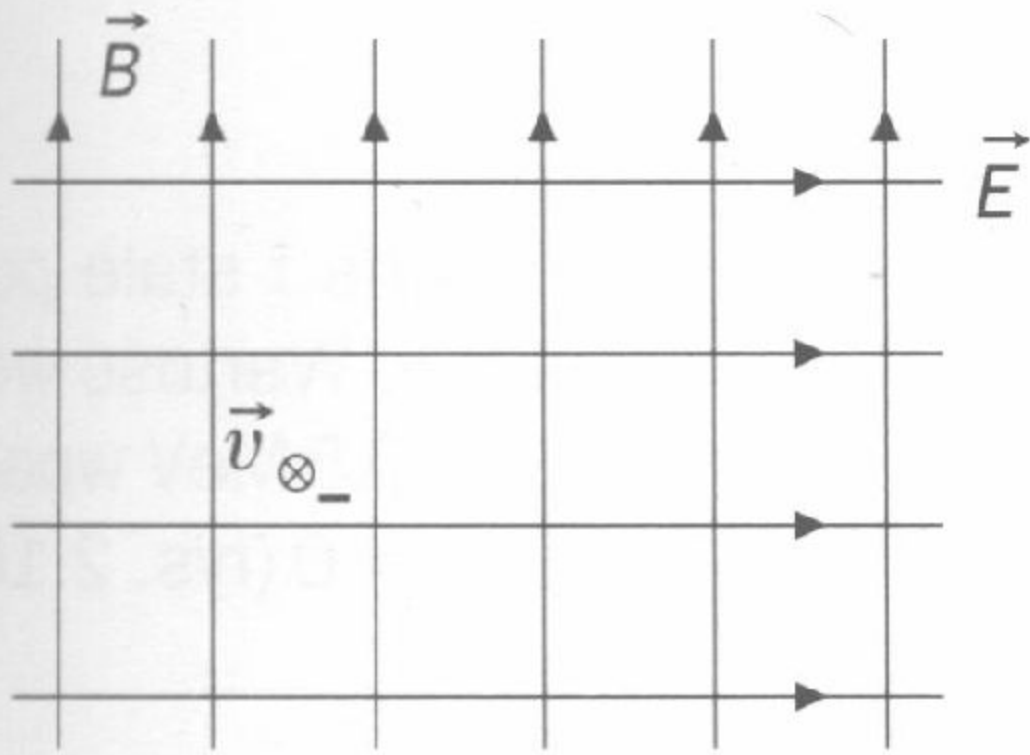
Rysunki 2.14, 2.15, 2.16, 2.17 przedstawiają skrzyżowane pola jednorodne – elektryczne i magnetyczne.



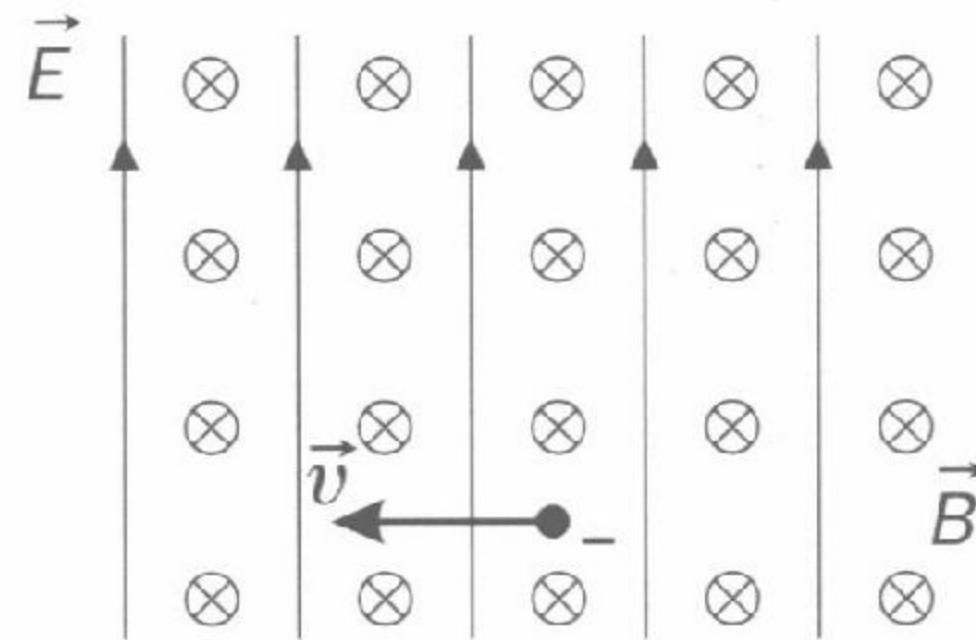
Rys. 2.14



Rys. 2.15



Rys. 2.16



Rys. 2.17

W którym przypadku cząstka naładowana (w każdej sytuacji zwróć uwagę na znak ładunku!) mogłaby minąć te pola, poruszając się ze stałą prędkością \vec{v} ?

- | | |
|-------------------|-------------------|
| A. W przypadku 1. | B. W przypadku 2. |
| C. W przypadku 3. | D. W przypadku 4. |

zadanie 2.9

Elektrony przechodzą bez odchylenia przez selektor prędkości (skrzyżowane pola \vec{E} i \vec{B}) gdy $E = 10^5$ V/m, a $B = 0,1$ T.

- Przedstaw na rysunku tę sytuację (zaznacz na rysunku wektory \vec{v} , \vec{E} i \vec{B} oraz sily: elektryczną i magnetyczną).
- Oblicz szybkość elektronów przechodzących przez selektor.
- Zbadaj, czy protony, mające taką samą prędkość \vec{v} również przejdą bez odchylenia przez te same skrzyżowane pola. Jeśli nie, uzasadnij dlaczego; jeśli tak, przedstaw tę sytuację na rysunku, podobnym, jak w punkcie a).

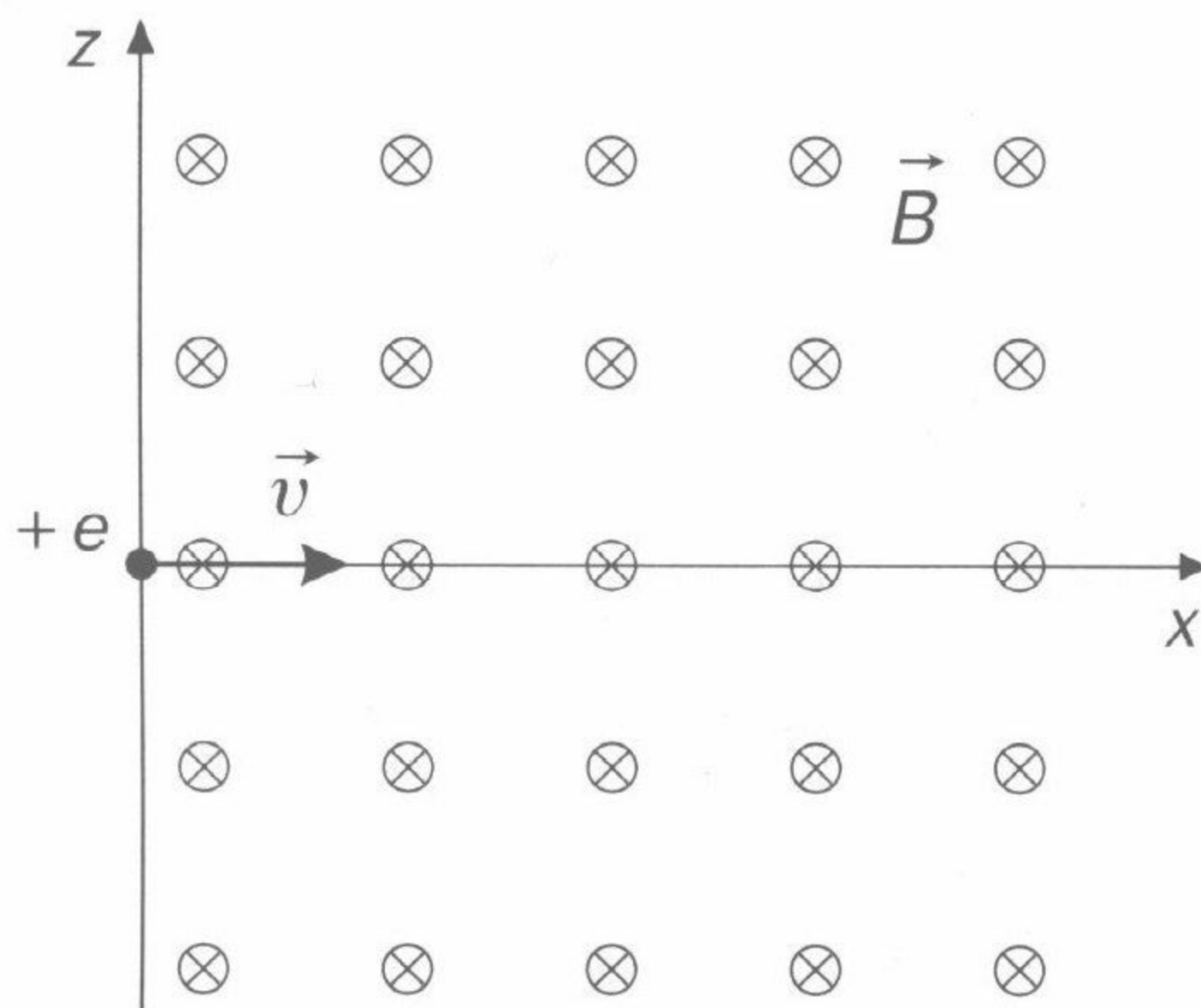
zadanie 2.10

W pewnym obszarze (w próżni) porusza się elektron ruchem jednostajnym po linii prostej. Czy na tej podstawie możemy być pewni, że w tym obszarze nie ma pola magnetycznego?

Rozważ różne przypadki.

zadanie 2.11

W części przestrzeni $x \geq 0$ zostało wytworzone jednorodne i stałe pole magnetyczne, którego linie są zwrócone zgodnie z osią y . Wartość wektora indukcji $B = 0,2 \text{ T}$. Proton o energii kinetycznej $E = 0,5 \text{ MeV}$ wpada w obszar pola w punkcie o współrzędnych $x = 0, y = 0, z = 0$ (rys. 2.18). Masa protonu $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

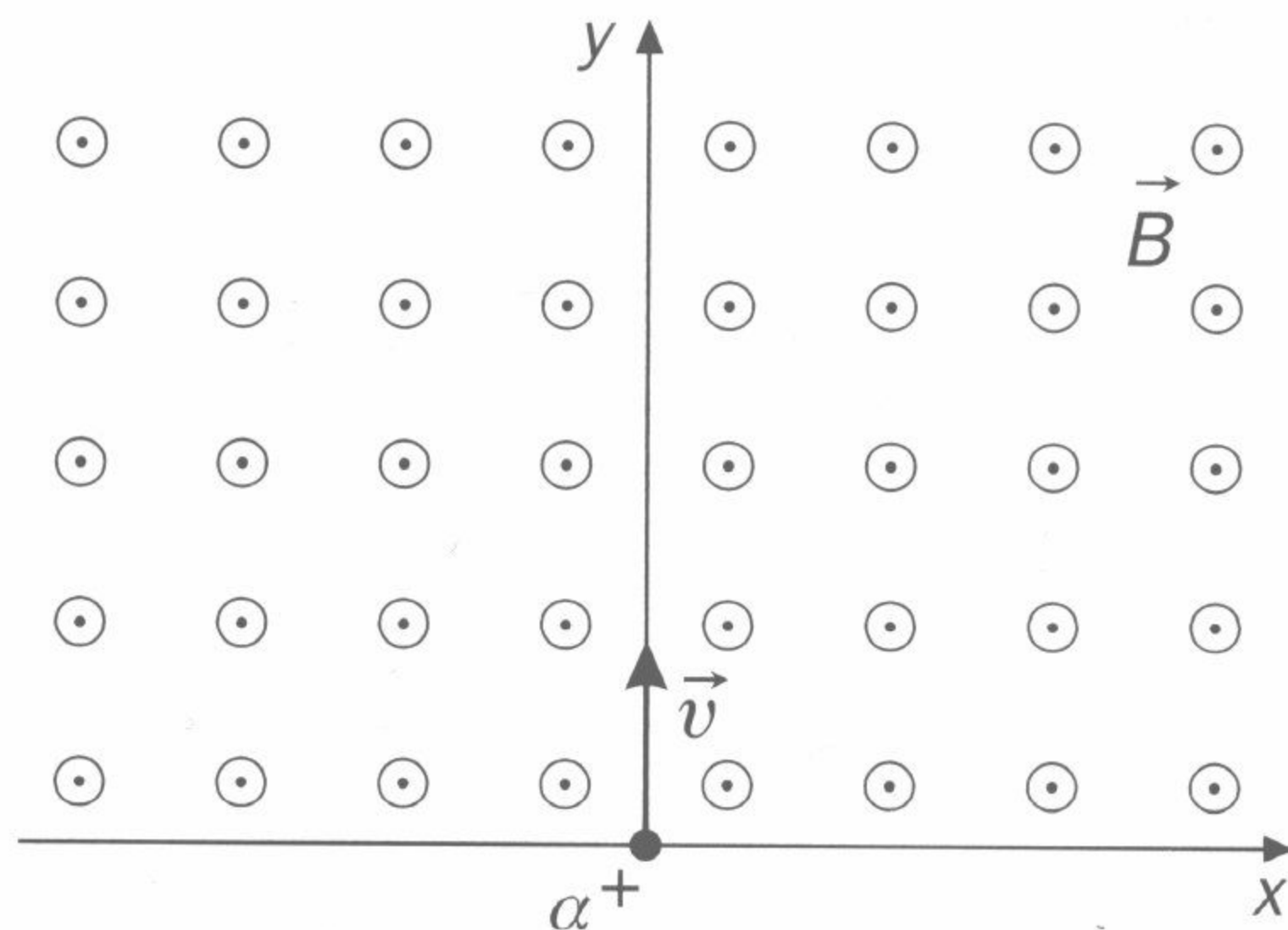


Rys. 2.18

- Narysuj tor protonu w polu.
- Oblicz współrzędne x, y, z punktu, w którym proton opuści pole magnetyczne.
- Oblicz czas przebywania protonu w polu.
- Oblicz współrzędne siły dośrodkowej działającej na proton w chwili, w której opuszcza pole magnetyczne.
- Które z obliczonych wielkości zmienią się, gdy energia kinetyczna protonu będzie dwa razy mniejsza? Ile razy zmieni się każda z tych wielkości?

zadanie 2.12

Cząstka α wpada do obszaru $y \geq 0$, w którym wytworzono jednorodne i stałe pole magnetyczne; indukcja pola ma wartość $B = 3,26 \cdot 10^{-4} \text{ T}$. Prędkość cząstki jest zwrócona tak, jak pokazuje rysunek 2.19, jej masa $m = 6,65 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.



Rys. 2.19

- Narysuj tor cząstki α w polu magnetycznym.
- Oblicz, jak długo cząstka będzie przebywała w polu.
- Oblicz kąty, które utworzy prędkość cząstki α z osiami x i y po czasie $t = 0,1 \text{ ms}$?
- Jakie byłyby odpowiedzi na pytania b) i c), gdyby energia kinetyczna cząstki α była dwa razy większa? Porównaj jej tory w polu magnetycznym w obu przypadkach.

Zakładamy, że w każdym przypadku 1) szybkość cząstki α jest znacznie mniejsza od szybkości światła w próżni, 2) obszar pola magnetycznego jest wystarczająco duży, aby zwrot prędkości cząstki zmienił się o 180° .

zadanie 2.13

W odbiorniku telewizyjnym elektrony przyspieszane są napięciem $U = 10 \text{ kV}$.

Oblicz:

- szybkość końcową elektronów,
- maksymalną wartość siły Lorentza, która będzie działać na przyspieszane tym napięciem elektrony w polu magnetycznym układu cewek odchylających, jeśli $B = 0,2 \text{ T}$.

Masa elektronu $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

- Narysuj, jak muszą być ustawione cewki odchylające w stosunku do kierunku ruchu elektronów.

zadanie 2.14

Elektron został wystrzelony w stałym i jednorodnym polu magnetycznym z prędkością prostopadłą do linii pola. Energia kinetyczna elektronu jest równa 25 eV, a wartość indukcji pola magnetycznego wynosi $1 \cdot 10^{-3}$ T. Elektron ma masę $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Oblicz:

- wartość magnetycznej siły Lorentza, działającej na elektron,
- promień okręgu zakreślonego przez elektron,
- okres jego obiegu,
- wartość przyspieszenia dośrodkowego elektronu.

zadanie 2.15

Średnica duantów cyklotronu $2R = 1$ m, wartość indukcji pola magnetycznego $B = 1$ T, a napięcie przyspieszające $U = 10^5$ V. W cyklotronie przyspieszane są protony; masa protonu $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg.

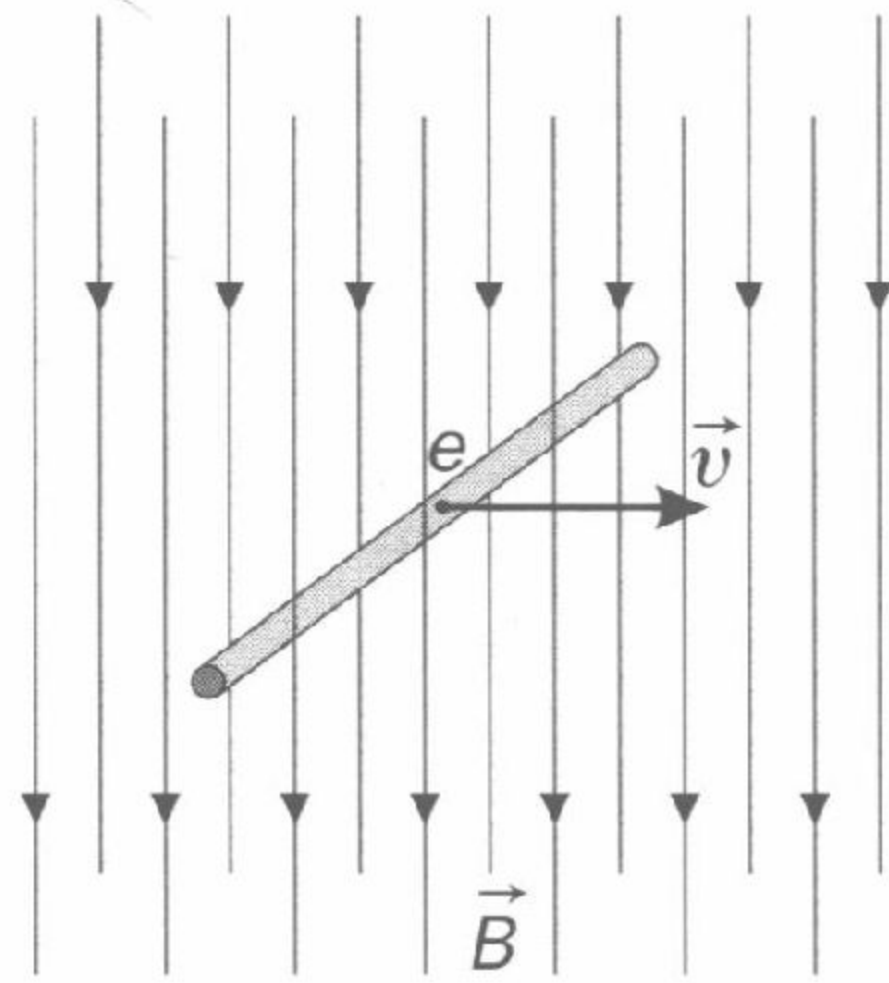
Oblicz:

- szybkość protonów opuszczających cyklotron,
- kończącą energię kinetyczną protonów oraz przyrost energii kinetycznej podczas każdego przejścia między duantami,
- liczbę przejść protonów przez szczelinę,
- łączy czas przyspieszania wiązki protonów (uwaga: pomiń czas przejścia protonów przez szczelinę).

zadanie 2.16

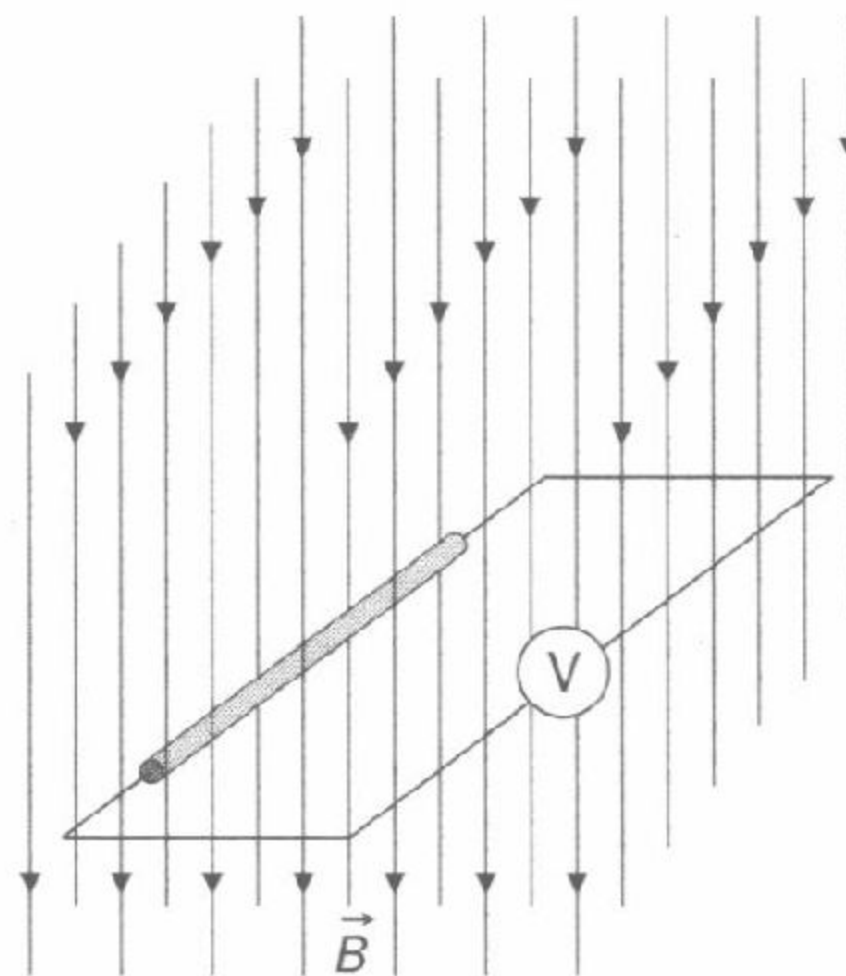
Pręt w kształcie walca o długości $l = 20$ cm porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym z szybkością $v = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ w jednorodnym polu magnetycznym (rys. 2.20). Wartość wektora indukcji magnetycznej pola jest równa $B = 0,2$ T.

- Wyjaśnij, dlaczego wewnątrz takiego pręta istnieje pole elektryczne.



Rys. 2.20

- b) Narysuj wektory sił pochodzących od pól: magnetycznego i elektrycznego działających na zaznaczony na rysunku elektron swobodny. Co można powiedzieć o wartościach tych sił?
- c) Oblicz napięcie panujące między końcami poruszającego się pręta.
- d) Jaką wartość napięcia wskaże woltomierz podłączony do końców pręta i poruszającego się wraz z nim (rys. 2.21).



Rys. 2.21

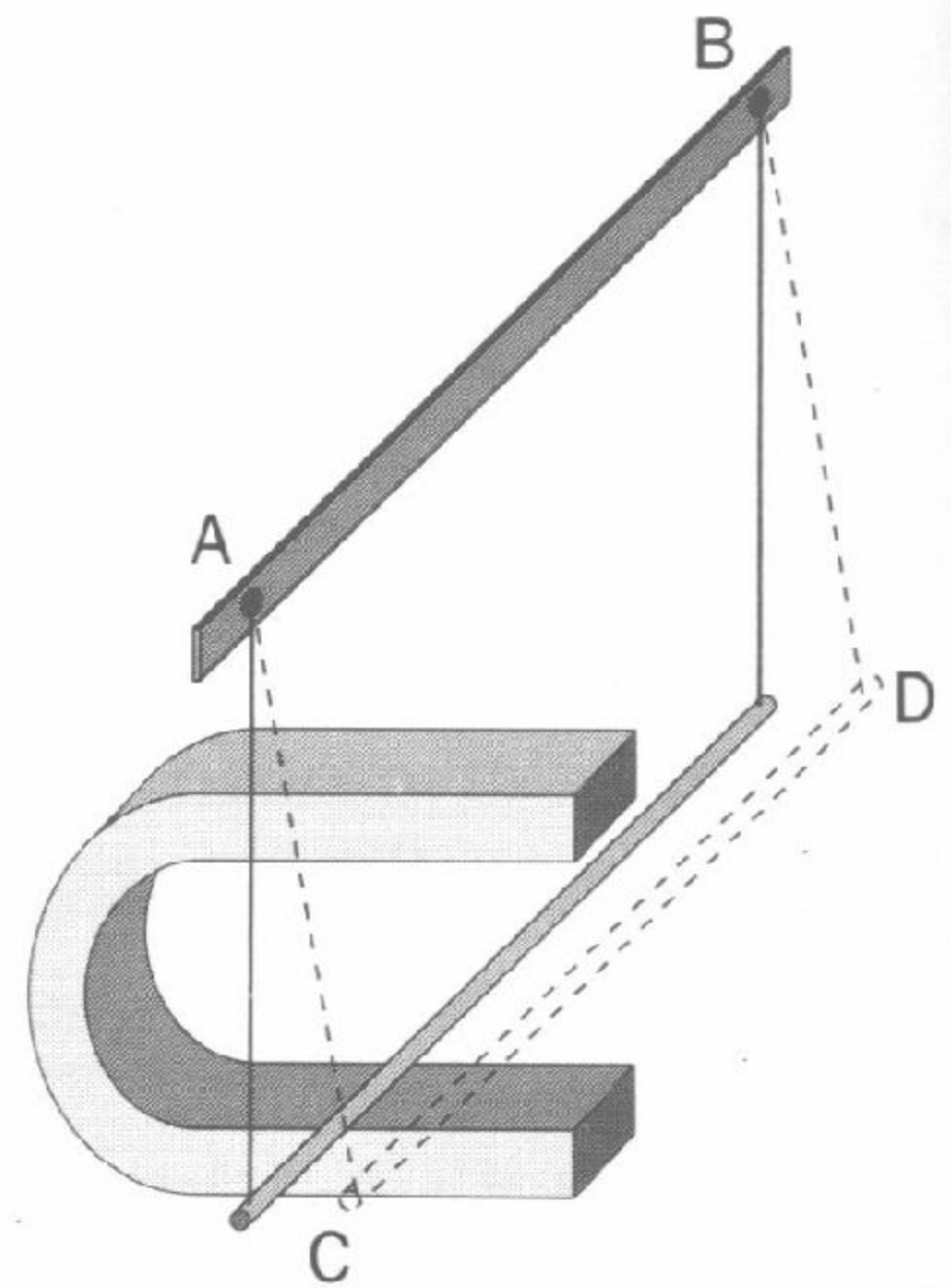
zadanie 2.17

Lekką ramkę z drutu aluminiowego zawieszono w taki sposób, aby było możliwe jej swobodne wychylenie. Pozioma część ramki CD (rys. 2.22) ma długość $l = 5 \text{ cm}$, a jej część o długości $\Delta l = 2 \text{ cm}$ jest umieszczona w polu magnetycznym magnesu podkowiastego. Do zacisków A i B ramki

podłączono ogniwo o sile elektromotorycznej $\mathcal{E} = 4,5\text{ V}$ i oporze wewnętrznym $R = 0,5\ \Omega$. Wskutek tego ramka wychyliła się w prawo.

Gęstość aluminium wynosi $\rho = 2700\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a średnica przewodu stanowiącego poziomą część ramki $2r = 2\ \text{mm}$.

- Oznacz bieguny magnetyczne magnesu podkowiastego i wyznacz kierunek prądu w poziomej części ramki (rozważ dwa przypadki).
- Narysuj siły działające na poziomą część ramki w chwili, gdy jest ona wychylona i pozostaje w spoczynku.
- Oblicz natężenie prądu płynącego przez ramkę. Przyjmij, że jej opór elektryczny jest bardzo mały.
- Oblicz kąt, który tworzy z kierunkiem pionowym część AC ramki, jeśli $B = 0,005\ \text{T}$.

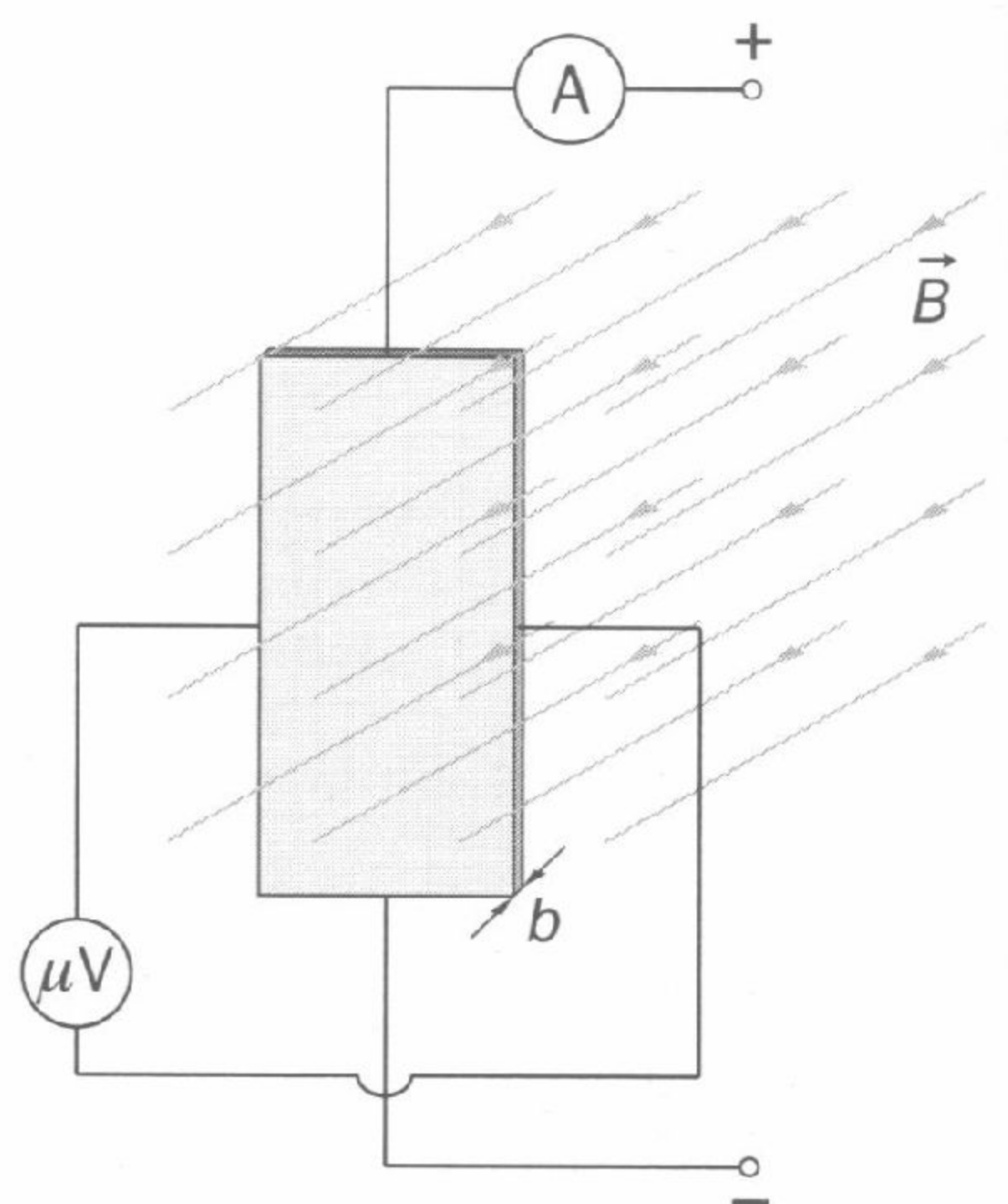


Rys. 2.22

zadanie 2.18

W celu wyznaczenia wartości wektora \vec{B} pola magnetycznego, wytworzonego przez silny elektromagnes, umieszczono prostopadle do jego linii cieką płytkę miedzianą. Grubość płytki, zmierzona z bardzo dużą dokładnością jest równa $b = 0,10\ \text{mm}$. Gdy wzdłuż płytki płynął prąd o natężeniu $I = 2\ \text{A}$, pomiędzy jej ściankami zmierzono napięcie Halla $U_H = 2,4\ \mu\text{V}$ (rysunek 2.23).

Koncentracja swobodnych elektronów w miedzi $n = 8,5 \cdot 10^{28}\ \frac{1}{\text{m}^3}$.



Rys. 2.23

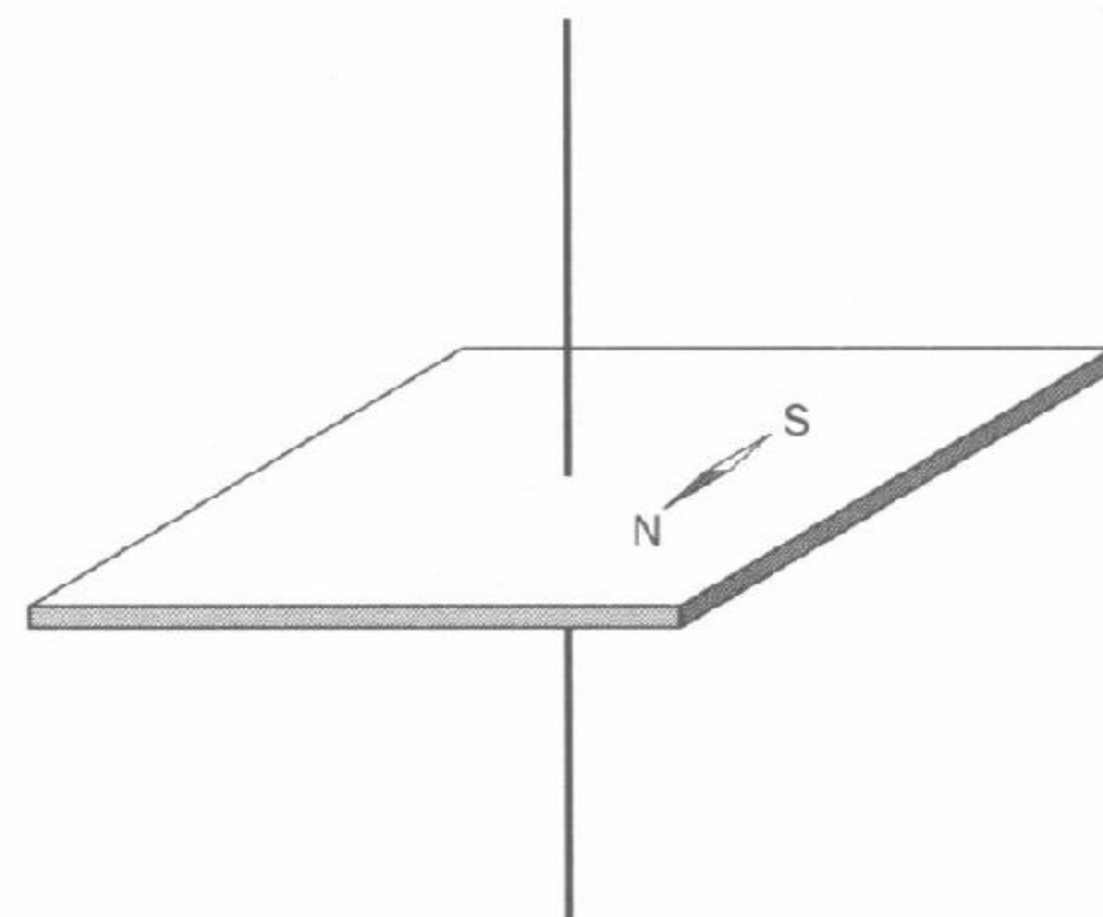
- a) Wskaż na rysunku, która ścianka płytki uzyskała potencjał dodatni, a która ujemny (podaj uzasadnienie).

Oblicz:

- b) stałą Halla dla miedzi,
 c) stały dla danej płytki współczynnik proporcjonalności we wzorze na wartość wektora \vec{B} ,
 d) wartość wektora indukcji pola magnetycznego elektromagnesu,
 e) względną niepewność pomiarową (w procentach), z którą wyznaczono B na podstawie jednej pary pomiarów I i U_H ; natężenie prądu zmierzono z dokładnością $\Delta I = 0,05 \text{ A}$, a napięcie z dokładnością $\Delta U_H = 0,2 \mu\text{V}$.

Obok długiego prostoliniowego przewodu ustawiono igłę magnetyczną. Gdy przez przewód zaczął płynąć prąd stały igła magnetyczna ustawiła się tak, jak pokazano na rysunku 2.24.

- a) Narysuj kilka linii pola magnetycznego wytworzonego przez prąd płynący w przewodzie i zaznacz ich zwroty.
 b) Wyznacz kierunek prądu w przewodzie.
 c) Oblicz natężenie prądu płynącego w przewodzie, jeśli w punkcie odległym od przewodu o $r = 6 \text{ cm}$ wartość wektora indukcji jest równa $B = 1 \cdot 10^{-4} \text{ T}$.
 d) Oblicz w SI wartość liczbową współczynnika C we wzorze $B = C \frac{1}{r}$, wypełnij tabelę 2.1, a następnie naszkicuj wykres zależności wartości wektora indukcji B od odległości r od przewodu, w którym płynie prąd o natężeniu I .



Rys. 2.24

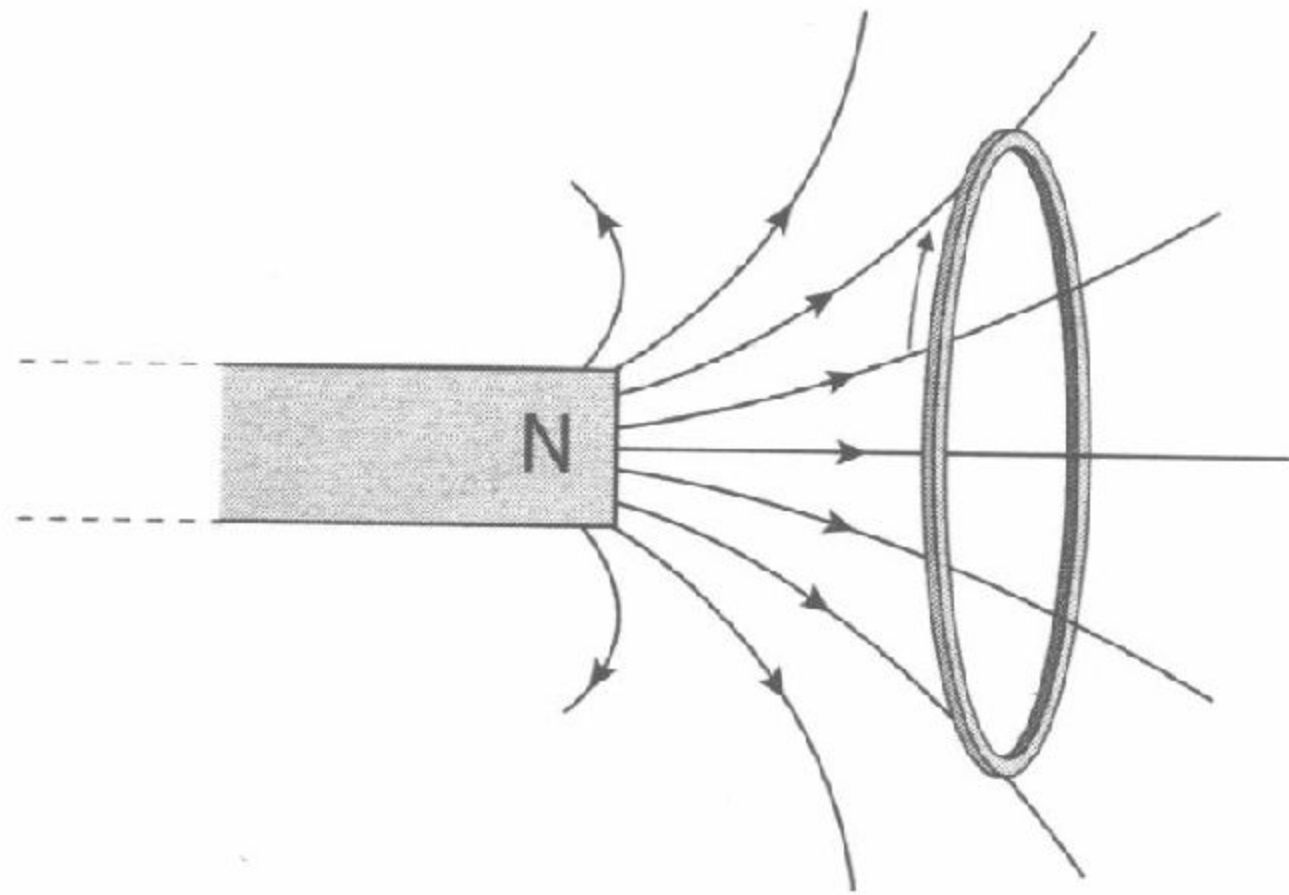
zadanie 2.19

Tabela 2.1

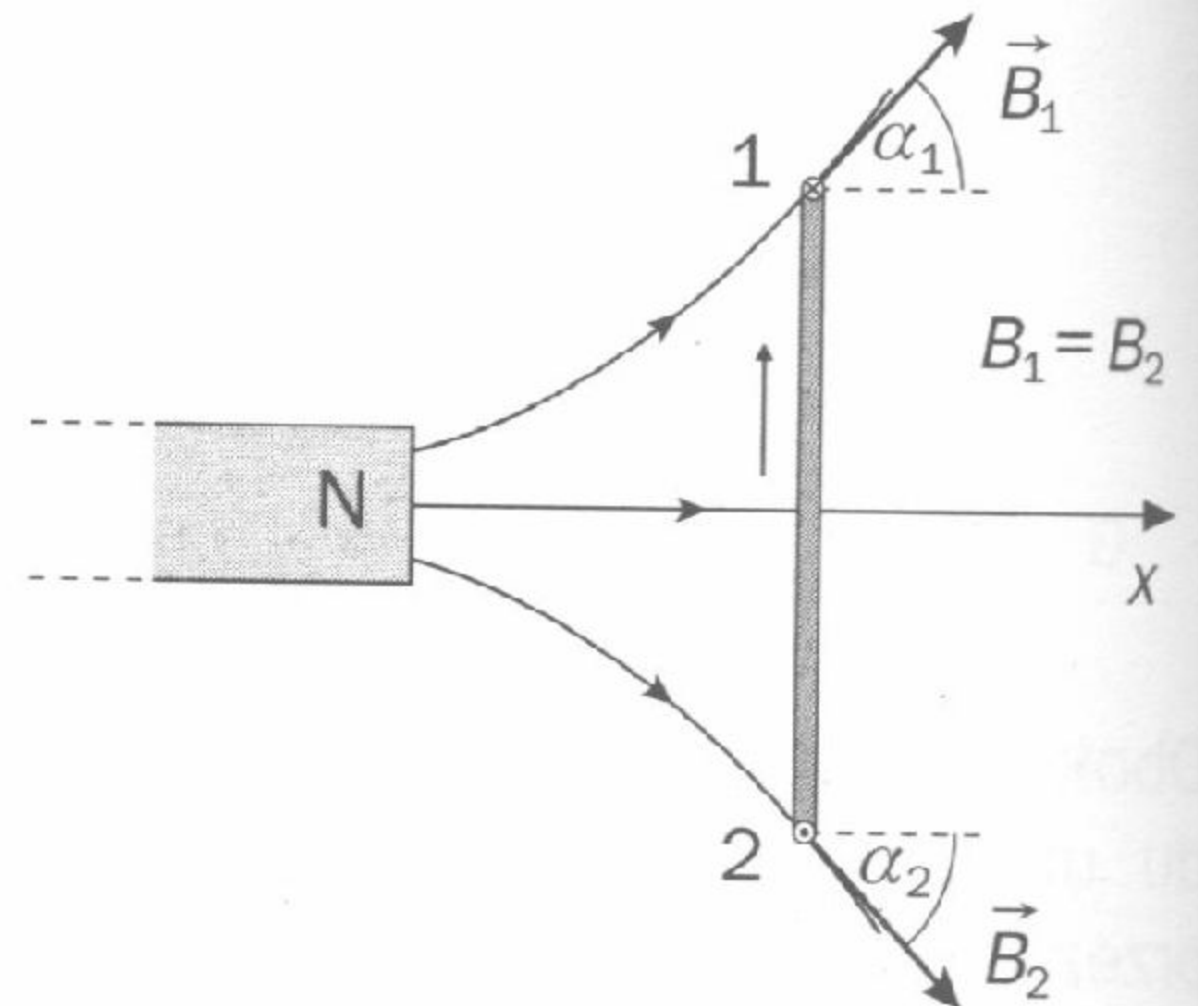
$r \text{ (m)}$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
$B \text{ (} 10^{-6} \text{ T)}$								

zadanie 2.20

W pobliżu północnego bieguna magnesu sztabkowego umieszczono tak, jak pokazuje rysunek 2.25 kołowy zwoj o średnicy $d = 10$ cm, w którym płynie prąd o natężeniu $I = 1$ A. Zwoj umieszczono w takiej odległości od magnesu, że w każdym jego punkcie wartość \vec{B} jest równa $0,01$ T, a wektor ten tworzy z osią x kąt $\alpha = 30^\circ$ (rysunek 2.26).



Rys. 2.25



Rys. 2.26

- Narysuj wektory sił $\Delta\vec{F}_1$ i $\Delta\vec{F}_2$, działających na elementy zwoju o małej długości Δl w punktach 1 i 2.
- Oblicz wartość składowej siły $\Delta\vec{F}$ równoległej do osi x , działającej na dowolny element zwoju o małej długości Δl oraz wartość składowej do niej prostopadłej (tj. równoległej do odpowiedniego promienia zwoju).
- Co sądzisz o wypadkowej wszystkich sił (działających na poszczególne elementy zwoju), zwróconych do środka zwoju (tj. prostopadłych do osi x)?
- Sumując wartości wszystkich składowych równoległych do osi x , znajdź wartość siły wypadkowej, działającej na cały zwoj i zwróconej zgodnie z osią x .
- Sformułuj wniosek dotyczący siły, którą magnes działa na zwoj z prądem w przypadku przedstawionym na rysunku. Czy sytuacja uległaby zmianie, gdyby kierunek prądu w zwoju był przeciwny?

zadanie 2.21 *

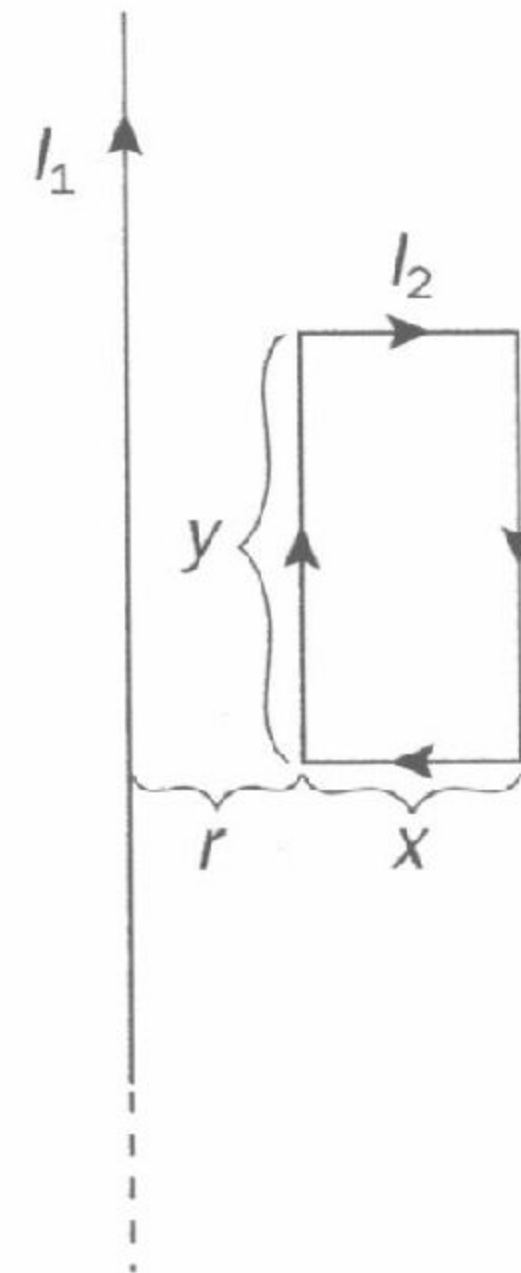
To zadanie możesz rozwiązać, jeśli umiesz badać funkcję (obliczać jej maksimum).

Z drutu o długości $l = 60$ cm wykonano prostokątną ramkę o bokach, których długości oznaczono literami x i y . Równoległe do boku ramki o długości y umieszczono w odległości $r = 10$ cm bardzo długi przewodnik prostoliniowy (rys. 2.27). Ramka i przewodnik leżą w jednej płaszczyźnie.

- Narysuj wektory sił działających na wszystkie boki ramki, gdy w przewodniku i w ramce płyną prądy tak, jak zaznaczono na rysunku. Napisz, jakie relacje zachodzą między wartościami sił, działających na pary boków równoległych.
- Oblicz długości boków x i y , przy których siła wypadkowa \vec{F} , działająca na ramkę ma największą wartość.

Wskazówka: Znajdź funkcję $F(x)$ i zbadaj jej maksimum.

- Oblicz wartość siły wypadkowej dla długości boków, obliczonych w punkcie b) zadania, jeśli $I_1 = 2$ A, $I_2 = 1$ A.
- Oblicz wartość siły, jaka działałaby na ramkę, gdyby miała ona kształt kwadratu.

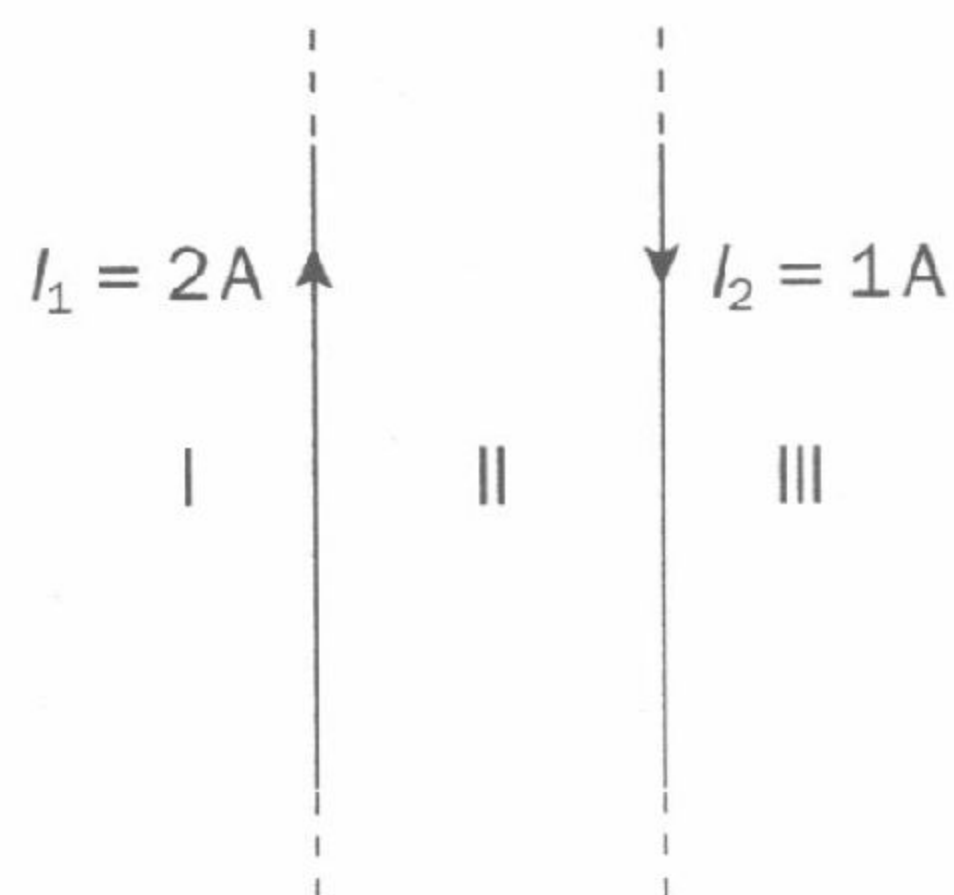


Rys. 2.27

zadanie 2.22

W płaszczyźnie rysunku są umieszczone dwa długie, równoległe do siebie przewody prostoliniowe, w których płynie prąd. Natężenia prądów i ich kierunki podano na rysunku 2.28.

- Nie wykonując obliczeń, odpowiedz na pytanie: W której części (lub w których częściach) płaszczyzny rysunku znajdują się punkty o zerowej indukcji magnetycznej \vec{B} ?
- Podaj uzasadnienie odpowiedzi.

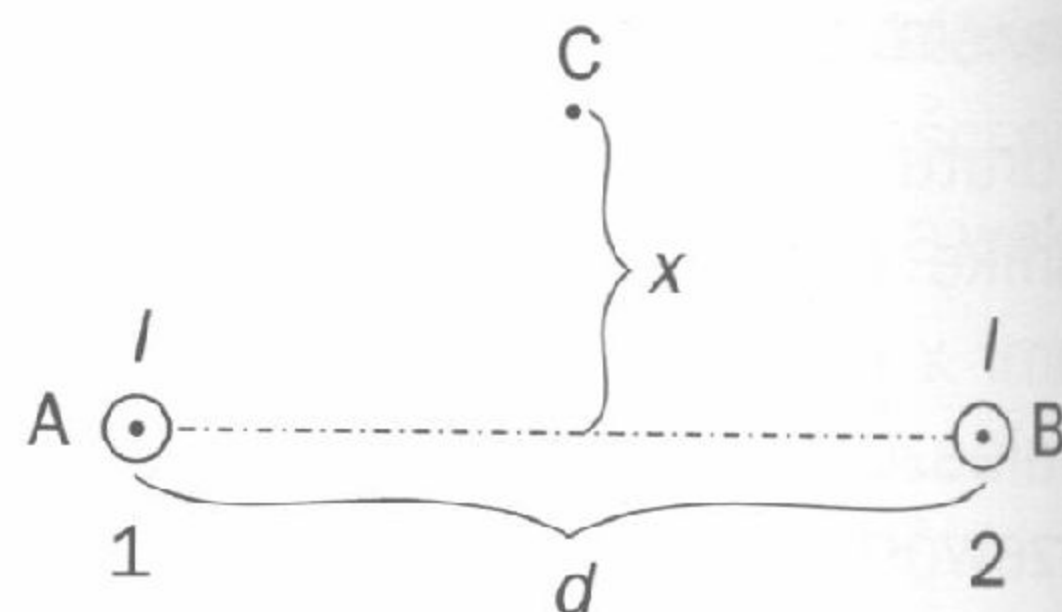


Rys. 2.28

zadanie 2.23

Punkty A i B płaszczyzny rysunku przebiegają prostopadle dwa bardzo długie przewodniki prostoliniowe 1 i 2, w których płyną prądy o takich samych natężeniach $I = 1 \text{ A}$ i kierunkach pokazanych na rysunku 2.29.

Wzajemna odległość przewodników $d = 0,5 \text{ m}$. Punkt C leży w płaszczyźnie rysunku na symetralnej odcinka AB w odległości x od niego.

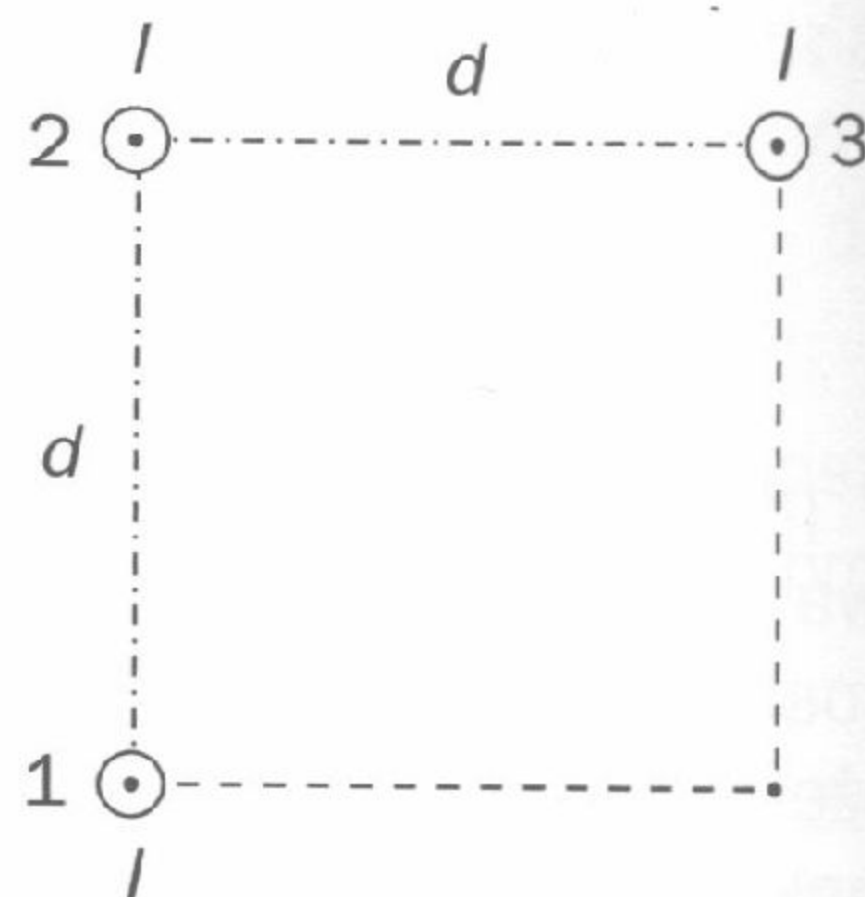


Rys. 2.29

- W punkcie C narysuj starannie wektory indukcji \vec{B}_1 i \vec{B}_2 pól magnetycznych wytworzonych przez te przewodniki oraz wektor \vec{B} wypadkowego pola magnetycznego.
- Oblicz wartość wektora \vec{B} jako funkcję x .
- Ile wynosi B dla $x = 0$? Narysuj wektory \vec{B}_1 i \vec{B}_2 w tym przypadku.
- Znajdź przybliżoną postać funkcji $B(x)$ dla $x \gg d$.

zadanie 2.24

W trzech wierzchołkach kwadratu o boku $d = 0,3 \text{ m}$ powierzchnię rysunku przebiegają prostopadle trzy długie, prostoliniowe przewody. W każdym z nich płynie prąd o takim samym natężeniu $I = 4 \text{ A}$ tak, jak pokazuje rysunek 2.30.



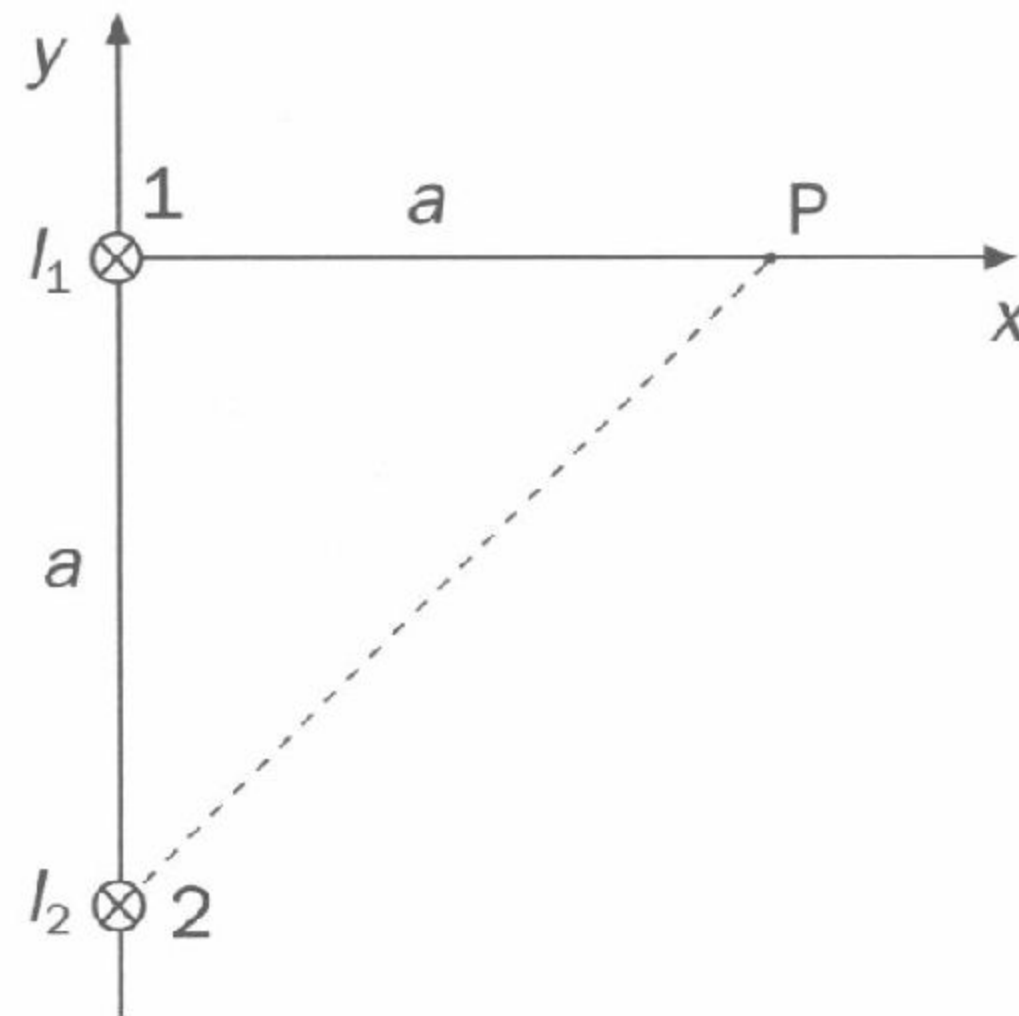
Rys. 2.30

- narysuj wektory \vec{B}_1 , \vec{B}_2 , \vec{B}_3 pól magnetycznych wytworzonych przez te przewody w czwartym wierzchołku kwadratu.
- Narysuj wektor \vec{B} wypadkowego pola magnetycznego w tym punkcie i oblicz jego wartość.

zadanie 2.25

Dwa bardzo długie, prostoliniowe przewody, w których płyną prądy w tych samych kierunkach są prostopadłe do powierzchni rysunku. W przewodzie 1 płynie prąd o natężeniu $I_1 = 2\text{ A}$, a w przewodzie 2 o natężeniu $I_2 = 4\text{ A}$. Ich wzajemna odległość $a = 0,2\text{ m}$ (patrz rysunek 2.31).

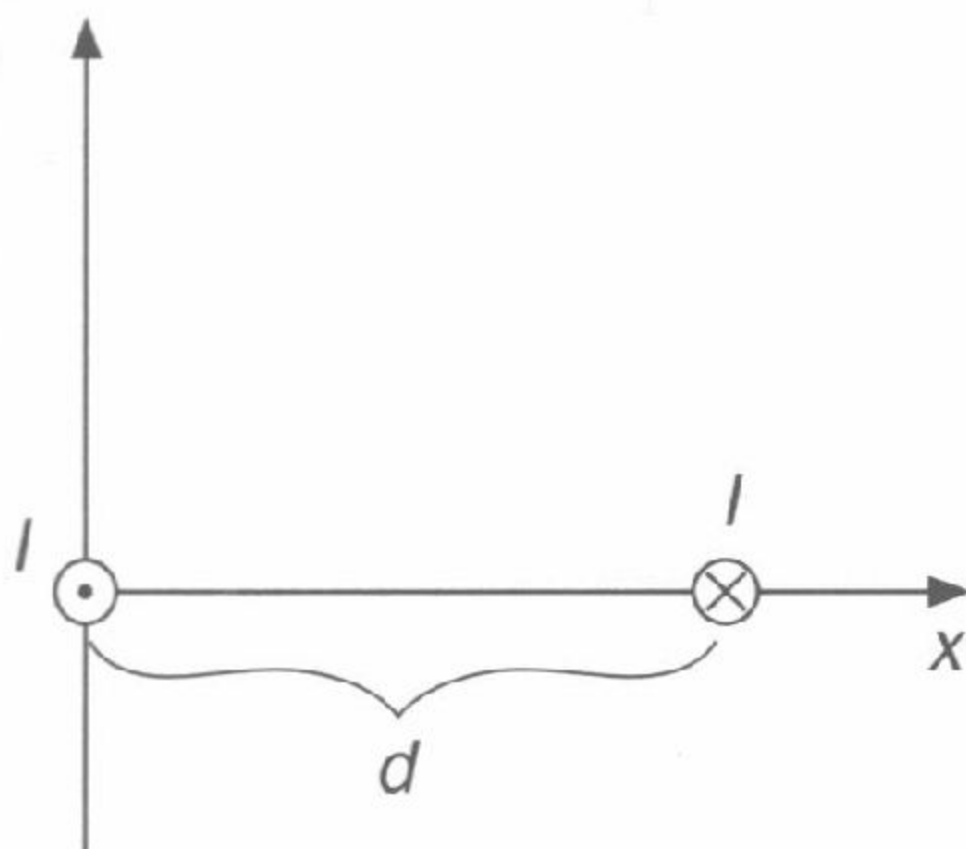
- W punkcie P, położonym tak, jak pokazuje rysunek, narysuj wektory \vec{B}_1 i \vec{B}_2 oraz współrzędne B_x i B_y sumy tych wektorów.
- Oblicz wartość wektora \vec{B} ($\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$).
- Narysuj wektor \vec{B} i oblicz kąt, jakie ten wektor tworzy z osiami x i y .



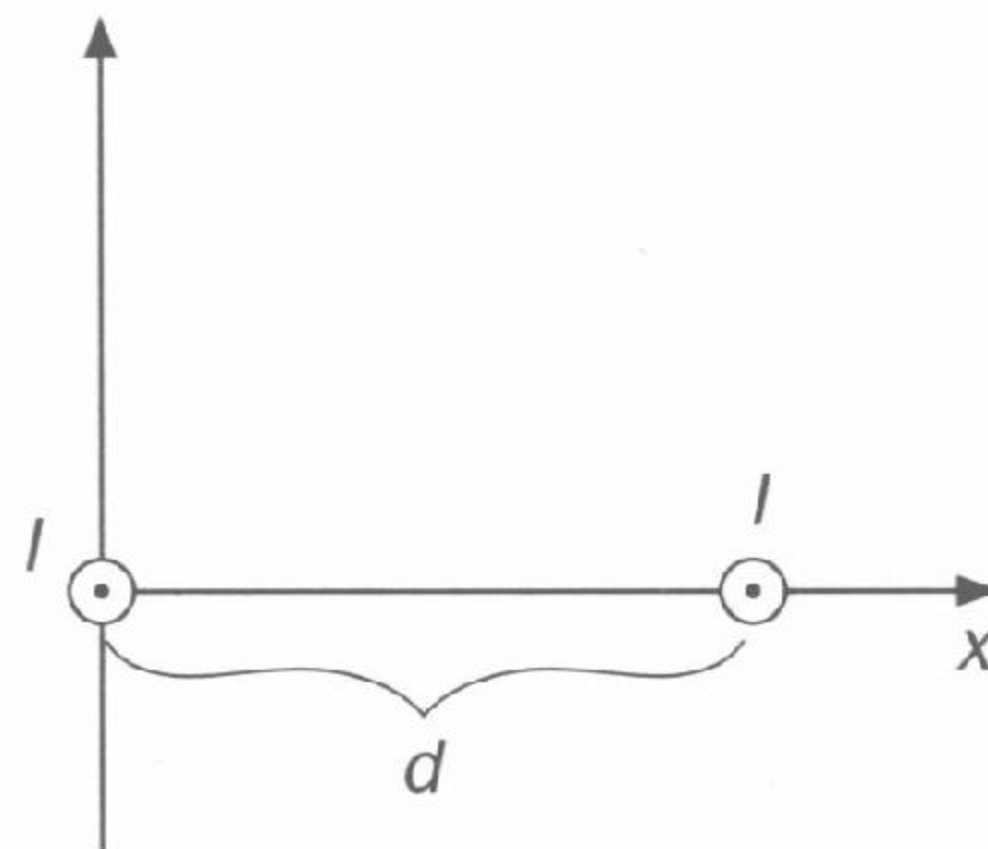
Rys. 2.31

zadanie 2.26

Dwa długie, prostoliniowe przewody odległe od siebie o d są prostopadłe do płaszczyzny rysunku (rys. 2.32). Prądy płynące w kierunkach przeciwnych mają jednakowe natężenia I .



Rys. 2.32



Rys. 2.33

a) Zbadaj, jaką funkcją x jest współrzędna B_y wektora \vec{B} pola magnetycznego, wytworzonego przez obydwa przewody na odcinku, który je łączy, czyli dla $x \in (0, d)$.

b) Narysuj wykres funkcji $\frac{B_y(x)}{\mu_0}$ w tym przedziale. Przyjmij, że $I = 2\pi$ A.

Uwaga: Jeśli nie znasz matematycznych metod badania funkcji, narysuj wykres na podstawie wcześniej przygotowanej tabeli, obliczając wartości $\frac{B_y(x)}{\mu_0}$ dla kilku różnych wartości x , np.: $0,2 d$, $0,3 d$, $0,4 d$, $0,5 d$, $0,6 d$, $0,7 d$, $0,8 d$.

c) Takie same polecenia wykonaj dla przypadku, gdy w przewodach płyną prądy w zgodnych kierunkach (rys. 2.33).

zadanie 2.27

Często mówimy (niezbyt precyzyjnie), że wzór $F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \Delta l}{2\pi d}$ opisuje oddziaływanie dwóch równoległych do siebie, nieskończenie długich przewodników prostoliniowych, w których płyną prądy o natężeniach I_1 i I_2 . Z wzoru tego wynika, że przewodnik, w którym płynie prąd o natężeniu I_1 działa na odcinek o długości Δl drugiego przewodnika, w którym płynie prąd o natężeniu I_2 **siłą o takiej samej wartości**, jak drugi, przez który płynie prąd o natężeniu I_2 na odcinek o długości Δl pierwszego (w którym płynie prąd o natężeniu I_1).

Czy siły, o których mowa w powyższym zdaniu

- mają przeciwne zwroty?
- stanowią przykład na III zasadę dynamiki?

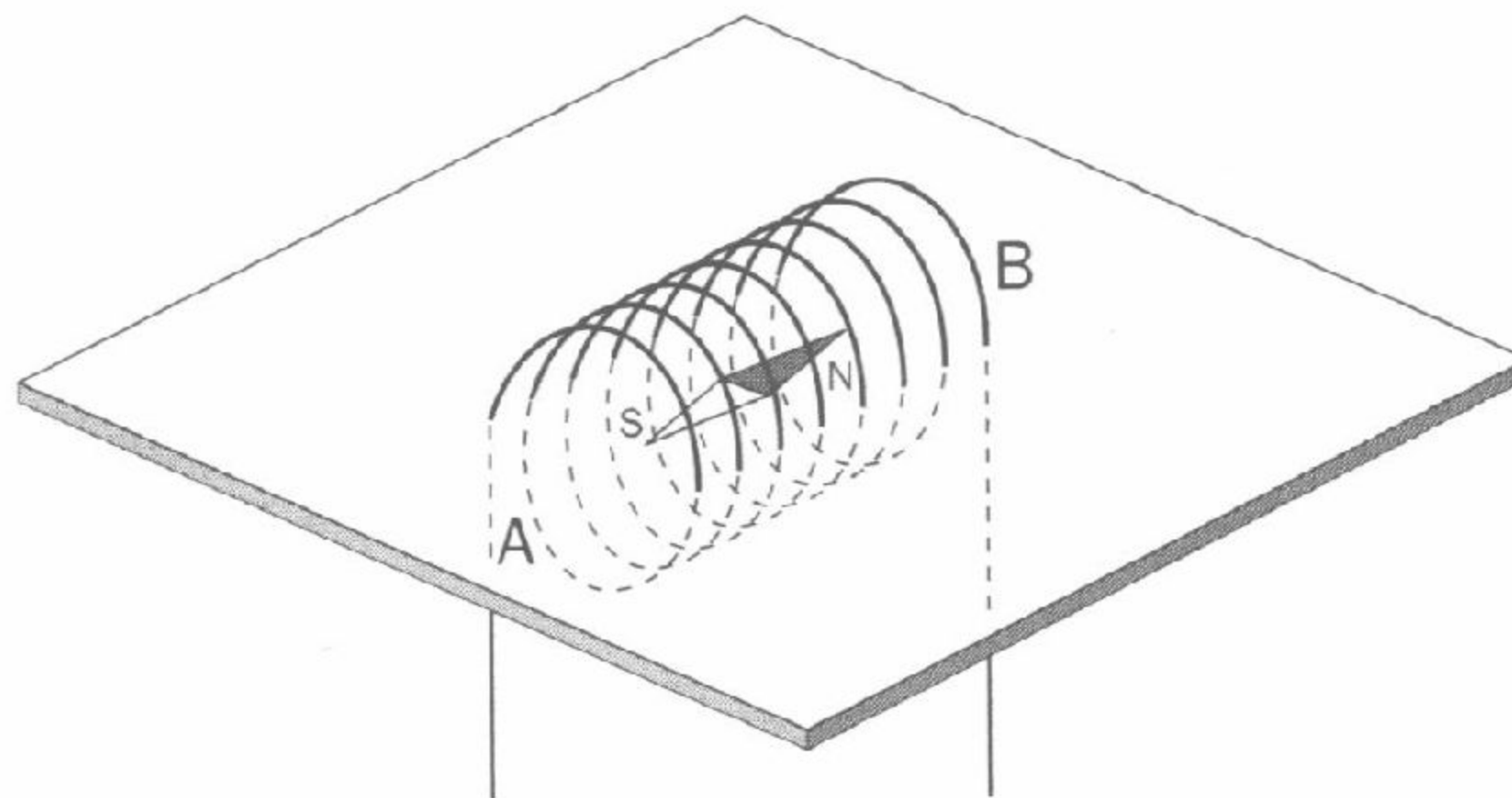
Uzasadnij odpowiedzi.

zadanie 2.28

Mając do dyspozycji ogniwo, długi kabelek i starą igłę magnetyczną, z której dawno start się lakier zaproponuj metodę wyznaczania położenia biegunów magnetycznych N i S tej igły.

zadanie 2.29

Wewnątrz solenoidu w pobliżu jego osi umieszczono igłę magnetyczną. Gdy przez solenoid płynął prąd, igła ustawiła się tak, jak pokazano na rysunku 2.34.



Rys. 2.34

- Zaznacz bieguny magnetyczne zwojnicy.
- Zaznacz na rysunku kierunek prądu płynącego przez tę zwojnicę.

zadanie 2.30

Zwojnicę wykonano z izolowanego drutu miedzianego o długości $d = 31,5\text{m}$ i średnicy $2r = 0,4\text{mm}$ nawiniętego zwój obok zwoju na wałek o średnicy $2R = 4\text{cm}$, pozostawiając po $\Delta l = 4\text{cm}$ drutu na odczepy.

Oszacuj:

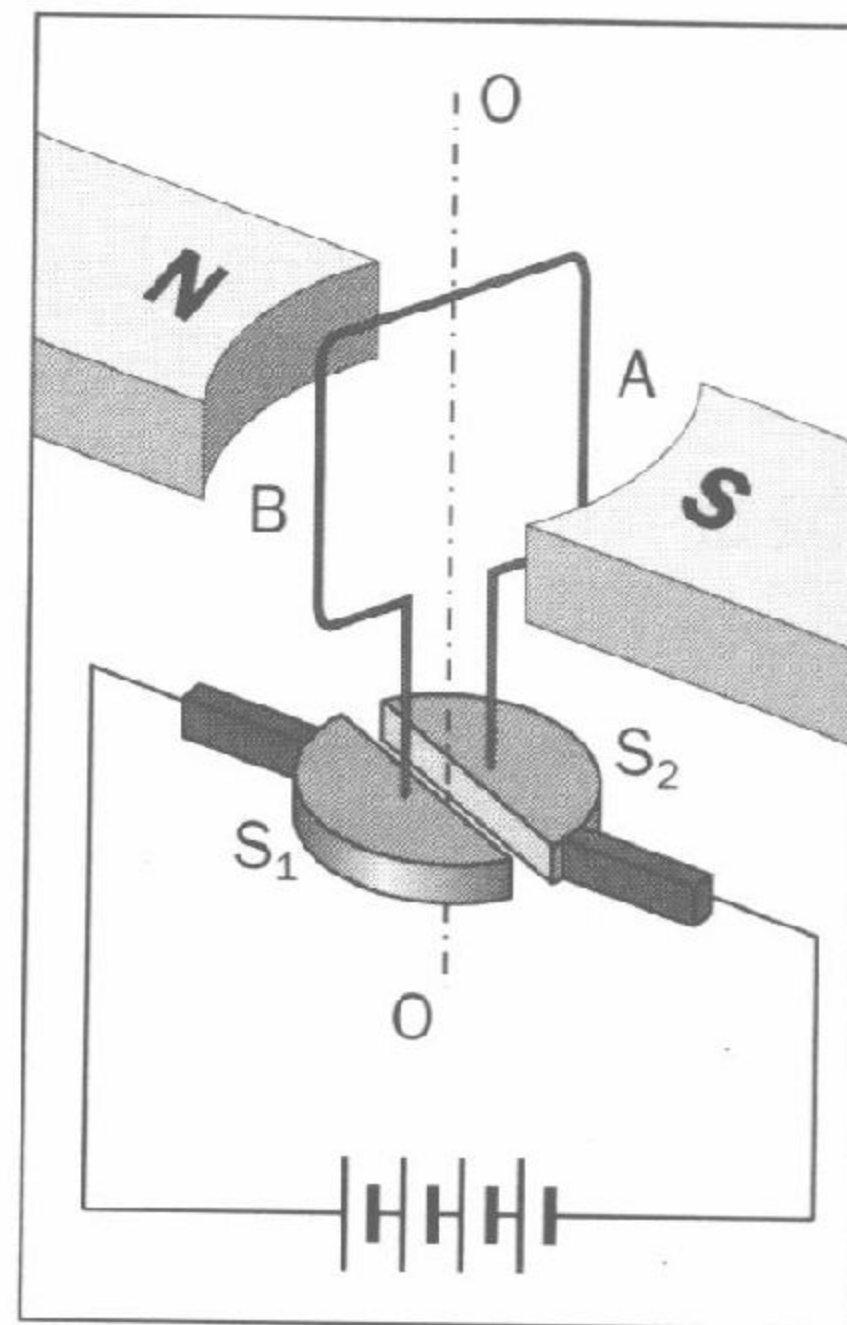
- liczbę uzwojeń tej zwojnicy,
- długość zwojnicy,
- strumień indukcji magnetycznej przechodzący przez zwojnicę (tzn. przez wszystkie zwoje), jeśli natężenie płynącego przez nią prądu wynosi $I = 1\text{A}$.

zadanie 2.31

Między dwoma biegunami magnesu umieszczona jest ramka, która może obracać się wokół osi OO (rys. 2.35)

- Zaznacz na rysunku kierunek prądu płynącego przez ramkę.
- Zbadaj, w którą stronę wiruje ramka: czy jej ruch jest zgodny z ruchem wskazówek zegara, czy przeciwny do ruchu wskazówek zegara.
- Naszkiej wykres zależności od czasu strumienia indukcji magnetycznej przechodzącego przez powierzchnię ramki.

Wskazówka: Przyjmij, że kąt utworzony przez wektory indukcji \vec{B} i powierzchni ramki \vec{S} jest liniową funkcją czasu: $\alpha = \omega t$, gdzie ω oznacza szybkość kątową obracającej się ramki.

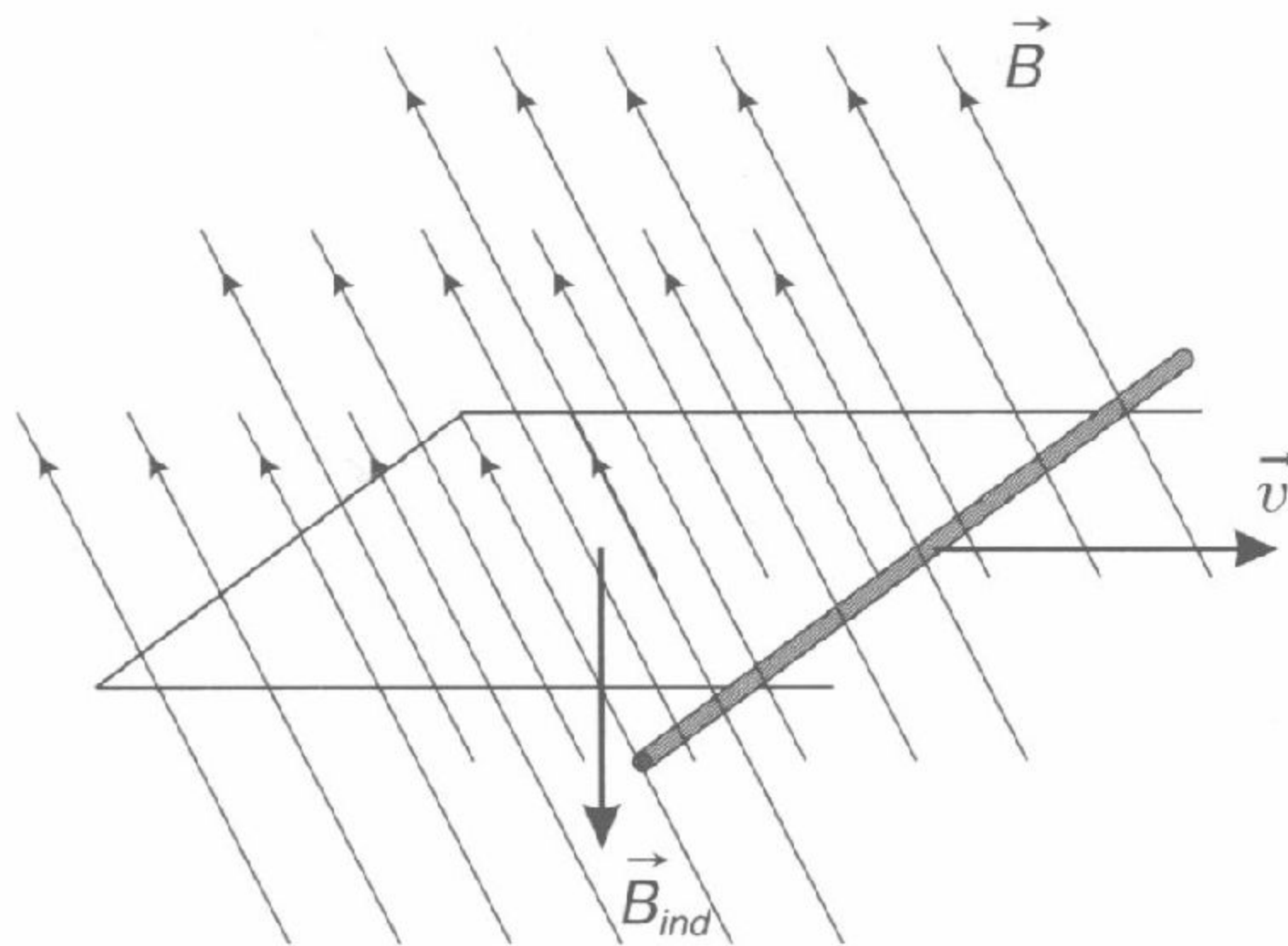


Rys. 2.35

1. Prąd indukcyjny

Warunkiem powstawania prądu indukcyjnego w obwodzie zamkniętym jest **zmiana strumienia magnetycznego** obejmowanego przez ten obwód. Zmiana strumienia magnetycznego może zostać zrealizowana przez zmianę wartości wektora \vec{B} pola magnetycznego w obszarze, w którym znajduje się obwód, przez zmianę powierzchni obwodu lub przez zmianę kąta, który tworzą linie pola magnetycznego z wektorem tej powierzchni.

Kierunek prądu indukcyjnego wyznaczamy na podstawie **reguły Lenza**, według której prąd indukcyjny ma taki kierunek, że jego własne pole magnetyczne przeciwdziała zmianie strumienia (a więc przyczynie), która ten prąd wywołała. Zatem jeśli strumień indukcji \vec{B} przechodzący przez powierzchnię obwodu **wzrasta** (w którykolwiek sposób, wymieniony powyżej), to wektor \vec{B}_{ind} pola magnetycznego powstającego prądu ma zwrot **przeciwny** do składowej \vec{B} prostopadłej do powierzchni obwodu. Jeśli strumień indukcji, przechodzący przez powierzchnię obwodu **maleje**, to wektor \vec{B}_{ind} pola magnetycznego powstającego prądu ma zwrot **zgodny** ze zwrotem składowej \vec{B} prostopadłej do powierzchni obwodu.

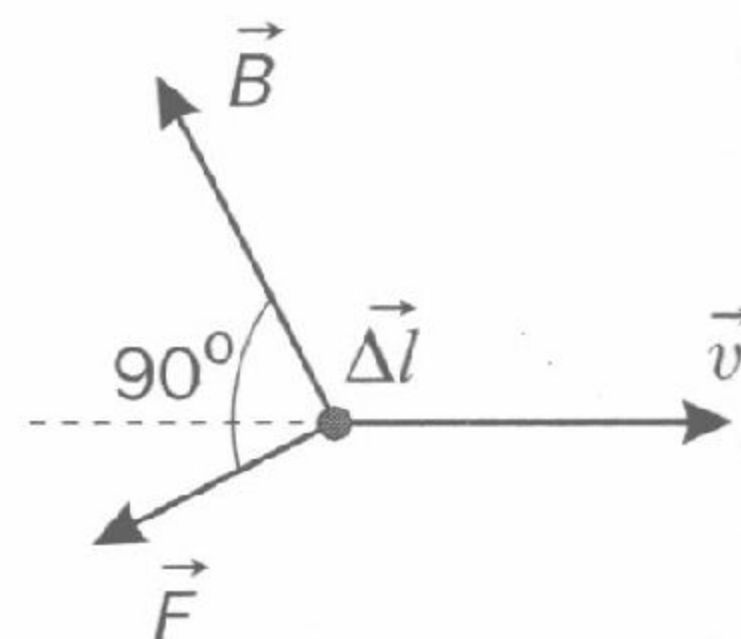


Rys. 3.1

Na rysunku 3.1 podano przykład wzrastania powierzchni zamkniętego obwodu, umieszczonego w polu magnetycznym o indukcji \vec{B} . Jeśli rośnie powierzchnia, to strumień Φ obejmowany przez obwód rośnie. Zatem \vec{B}_{ind} pola magnetycznego wytworzonego przez powstający prąd indukcyjny ma przeciwny zwrot do składowej \vec{B} prostopadłej do powierzchni obwodu. Na rysunku zaznaczono tylko jeden wektor \vec{B}_{ind} zaczepiony w środ-

kowym punkcie powierzchni. Znając wektor \vec{B}_{ind} możemy, posługując się regułą prawej dłoni, wyznaczyć kierunek prądu indukcyjnego. Dla osoby patrzącej z góry jest on zgodny z ruchem wskazówek zegara.

W omówionym przykładzie regułę Lenza można także zastosować nieco inaczej. Prąd indukcyjny ma przeciwdziałać przyczynie jego powstawania; w tym przypadku bezpośrednią przyczyną jest przesuwanie ruchomego drutu w prawo. Przeciwdziałanie będzie polegało na zadziałaniu siły elektrodynamicznej w lewo (siła ta na ruchomy przewód działa dlatego, że powstaje w nim prąd, a przewód ten znajduje się w polu magnetycznym o indukcji \vec{B}). Siła elektrodynamiczna (zawsze prostopadła do $\Delta\vec{l}$ i \vec{B} musi w tym przypadku mieć kierunek i zwrot przedstawiony na przekrojowym rysunku 3.2, bowiem tylko wtedy ma w kierunku wskazywanym przez \vec{v} składową przeciwną do \vec{v} .



Rys. 3.2

Z omówionego przykładu, i wielu innych, analizowanych w podręcznikach widać, że reguła Lenza jest konsekwencją zasady zachowania energii: przesuując przewód ruchem jednostajnym musimy działać siłą równoważącą siłę elektrodynamiczną (lub jej składową), tzn. musimy wykonywać pracę. Kosztem wykonanej pracy powstaje w obwodzie energia elektryczna.

Siła elektromotoryczna indukcji według **prawa Faradaya** indukcji elektromagnetycznej jest równa

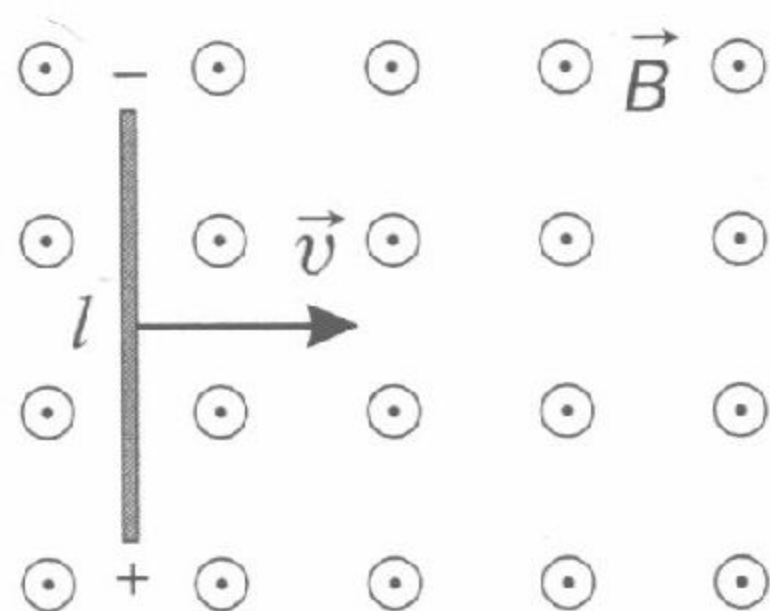
$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \text{lub} \quad \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (1)$$

a więc jej wartość bezwzględna jest tym większa, im zmiana strumienia, objętego przez obwód, zachodzi szybciej. Znak „-” we wzorze (1) jest związany z regułą Lenza.

Jeśli zmienny strumień Φ jest obejmowany przez obwód otwarty, to oczywiście prąd w nim nie płynie, ale między jego końcami pojawia się siła elektromotoryczna \mathcal{E} (różnica potencjałów).

Gdy pręt (drut) o długości l ustawiony prostopadle do linii indukcji \vec{B} porusza się z prędkością \vec{v} prostopadłą do pręta i do \vec{B} (rys. 3.3), to między jego końcami indukuje się różnica potencjałów

$$\mathcal{E} = Blv, \quad (2)$$



Rys. 3.3

(zgodnie z regułą Lenza część elektronów swobodnych unoszonych przez pręt spleśnie na jego górny koniec).

2. Zjawisko samoindukcji

Obwód, przez który płynie prąd (np. ze źródła) obejmuje **swój własny** strumień magnetyczny Φ , zawsze wprost proporcjonalny do natężenia prądu w obwodzie. Gdy natężenie prądu ulega zmianie o ΔI , to proporcjonalnie zmienia się także strumień:

$$\Phi \sim I \quad \Delta\Phi \sim \Delta I.$$

Stały iloraz $\frac{\Delta\Phi}{\Delta I}$ charakteryzuje kształt obwodu i nosi nazwę jego **współczynnika samoindukcji** lub **indukcyjności** L :

$$L = \frac{\Delta\Phi}{\Delta I}, \quad [L] = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{A}} = 1 \text{ H (henr)}.$$

Indukcyjność zwojnicy (wewnątrz której znajduje się rdzeń ferromagnetyczny o względnej przenikalności magnetycznej μ_r) jest równa

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r S n^2}{l},$$

gdzie S to pole powierzchni przekroju zwojnicy, l – jej długość, a n – liczba zwojów.

Gdy natężenie prądu w obwodzie z jakichkolwiek powodów ulega zmianie, a więc zmienia się także własny strumień magnetyczny obejmowany przez obwód, to w obwodzie powstaje prąd indukcyjny, zwany samoindukcyjnym, a zjawisko to nosi nazwę **zjawiska samoindukcji** lub **indukcji własnej**.

Siła elektromotoryczna samoindukcji

$$\varepsilon = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \quad \left(\text{lub } \varepsilon = -L \frac{dI}{dt} \right), \quad (3)$$

iloraz $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ (lub $\frac{dI}{dt}$) jest szybkością zmian natężenia prądu.

3. Prądnicą prądu przemiennego

W prądnicą wytwarzany jest prąd indukcyjny przez obrót uzwojeń w polu magnetycznym; siła elektromotoryczna jest sinusoidalną funkcją czasu (prąd przemienny)

$$\varepsilon = BS n \omega \cdot \sin \omega t = \varepsilon_0 \sin \omega t, \quad (4)$$

gdzie: n jest liczbą zwojów, S – polem ich przekroju poprzecznego, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – szybkością kątową obrotów, B – wartością indukcji pola magnetycznego. Iloczyn ωt nosi nazwę **fazy** prądu przemiennego.

Natężenie skuteczne I_s prądu zmiennego to natężenie takiego prądu stałego, który płynąc w tym samym obwodzie wydzielałby w tym samym czasie taką samą energię, jak dany prąd zmienny (inaczej mówiąc – miałby taką samą moc). W przypadku prądu sinusoidalnie zmiennego (przemiennego)

$$I_s = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U_s = \frac{U_0}{\sqrt{2}}.$$

Jeśli obwód zasilany prądem przemiennym nie zawiera zwojnic ani kondensatorów, to chwilowe napięcie pomiędzy dwoma dowolnymi punktami obwodu jest zgodne w fazie z chwilowym natężeniem prądu:

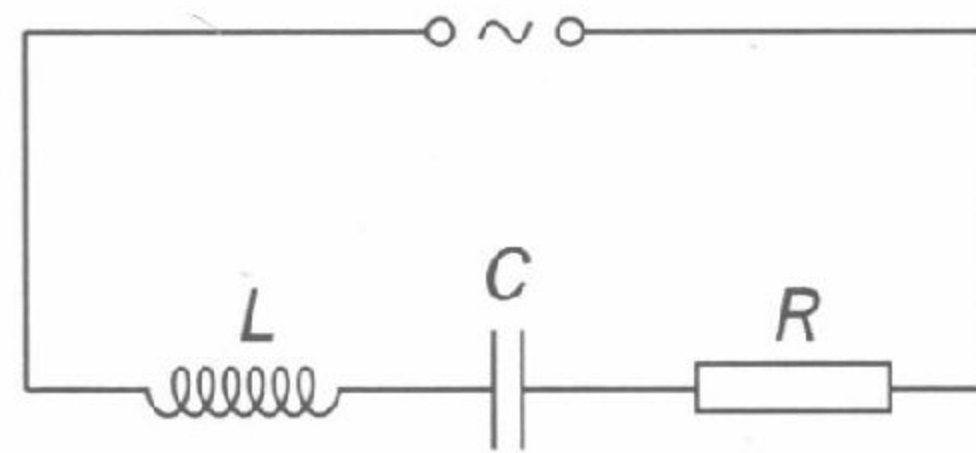
$$U(t) = U_0 \sin \omega t, \quad I(t) = I_0 \sin \omega t = \frac{U_0}{R} \sin \omega t,$$

a moc skuteczna (czyli średnia)

$$P_s = I_s U_s = \frac{I_0 U_0}{2}.$$

4. Obwód RLC

Gdy do obwodu, w którym występują: zwojnica o indukcyjności L , kondensator o pojemności C i opornik o rezystancji (oporze omowym) R , połączone z sobą szeregowo (rys. 3.4) doprowadzimy napięcie sinusoi-



Rys. 3.4

dalnie zmienne, to chwilowa wartość przyłożonego napięcia nie jest na ogół zgodna w fazie z chwilową wartością natężenia prądu w obwodzie.

Zapisujemy to następująco:

$$\text{(natężenie prądu w obwodzie)} \quad I = I_0 \sin \omega t,$$

$$\text{(napięcie na zaciskach źródła)} \quad U = U_0 \sin(\omega t + \varphi);$$

φ jest różnicą faz między natężeniem prądu i napięciem, przy czym

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}, \quad (5)$$

Mogą zajść następujące przypadki:

$$1) \quad \omega L > \frac{1}{\omega C}, \quad \text{(mówimy, że obwód ma charakter indukcyjny),}$$

$$\operatorname{tg} \varphi > 0, \quad \varphi > 0.$$

W chwili $t = 0$, $I = 0$, a $U = U_0 \sin \varphi > 0$.

Natężenie prądu spóźnia się w fazie w stosunku do napięcia na zaciskach źródła (patrz rysunek 3.5 a).

$$2) \quad \omega L < \frac{1}{\omega C}, \quad \text{(mówimy, że obwód ma charakter pojemnościowy),}$$

$$\operatorname{tg} \varphi < 0, \quad \varphi < 0.$$

W chwili $t = 0$, $I = 0$, a $U = U_0 \sin \varphi < 0$.

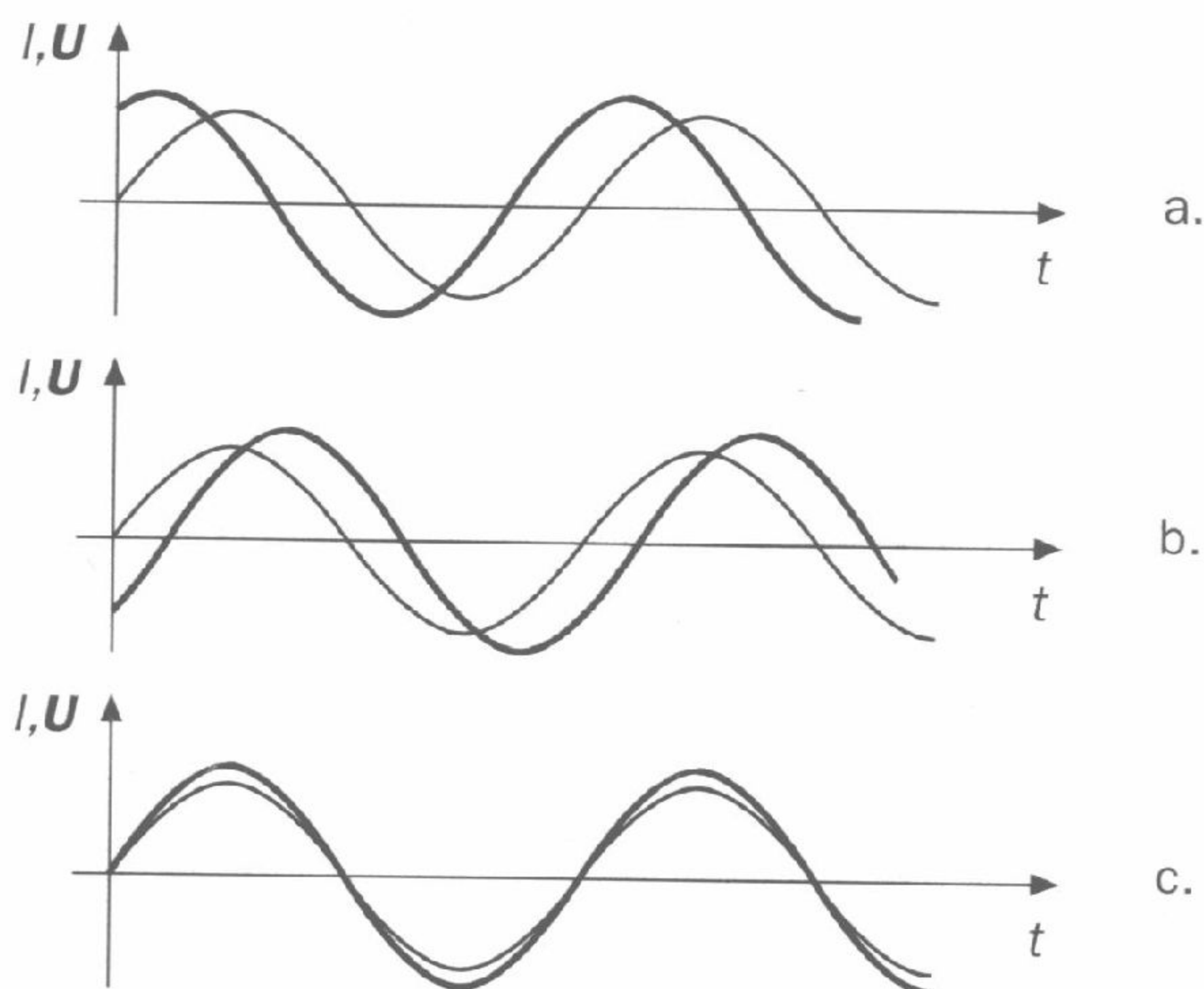
Napięcie na zaciskach źródła spóźnia się w fazie w stosunku do natężenia prądu (patrz rysunek 3.5 b).

$$3) \quad \omega L = \frac{1}{\omega C},$$

$$\operatorname{tg} \varphi = 0, \quad \varphi = 0.$$

W chwili $t = 0$, $I = 0$, $U = U_0$.

Napięcie na zaciskach źródła jest zgodne w fazie z natężeniem prądu, tak jak w przypadku, gdy w obwodzie nie ma zwojnic ani kondensatorów (patrz rysunek 3.5 c).



Rys. 3.5

Stosunek $\frac{U_0}{I_0} = \frac{U_s}{I_s} = \text{const}$ nazywamy **zawadą** Z (lub impedancją) obwodu RLC.

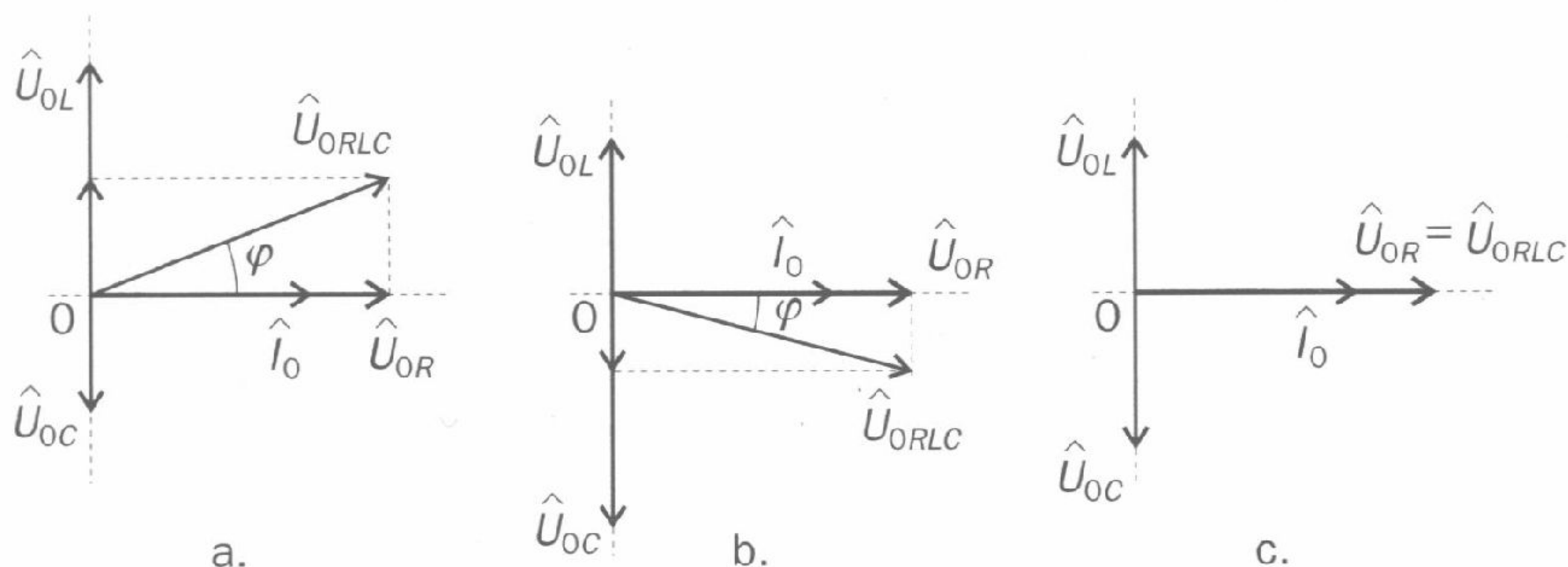
$$Z_{RLC} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (6)$$

We wzorze (6) $\omega L = Z_L$ jest zawadą zwojnicy (induktancją), $\frac{1}{\omega C} = Z_C$ jest zawadą kondensatora (kapacitancją), a R jest rezystancją (oporem omowym). Z wzoru (6) wynika, że w przypadku 3), gdy $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ (tj. $Z_L = Z_C$) i $\text{tg} \varphi = 0$, zawada obwodu RLC $Z_{RLC} = R$ i ma wówczas najmniejszą wartość, a natężenie skuteczne prądu w obwodzie jest maksymalne. Przypadek ten nazywamy **rezonansem napięć** w obwodzie RLC. Częstotliwość drgań rezonansowych $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, a okres $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

Sytuację w obwodzie RLC wygodnie jest przedstawiać na tzw. **diagramach wskazowych**. Poniżej (rys. 3.6 a, b, c) przedstawiono **wskazy** napięć i natężenia prądu w chwili $t = 0$ (mogą to być wielkości maksy-

malne lub skuteczne). Wskazy: natężenia prądu i napięcia na rezystancji (\hat{I}_0 i \hat{U}_{0R}) leżą na jednej, poziomej osi i mają zgodne zwroty, bo I i U_R są zawsze zgodne w fazie. Wskaz \hat{U}_{0L} leży na osi pionowej i ma zwrot w górę, bo napięcie na indukcyjności wyprzedza w fazie natężenie prądu (i napięcie na rezystancji) o $\frac{\pi}{2}$; wskaz \hat{U}_{0C} ma zwrot przeciwny, bo U_C spóźnia

się w fazie za natężeniem prądu o $\frac{\pi}{2}$, a w stosunku do U_L jest przesunięte w fazie o π . Wskazy napięć \hat{U}_{0L} , \hat{U}_{0C} , \hat{U}_{0R} sumują się tak, jak wektory. Z diagramu można odczytać kąty przesunięcia fazowego między wszystkimi wielkościami, w szczególności kąt φ między doprowadzonym do obwodu napięciem i natężeniem prądu. Na rysunku 3.6 a $\varphi > 0$, na rysunku 3.6. b $\varphi < 0$, na rysunku 3.6 c $\varphi = 0$.



Rys. 3.6

Wraz z upływem czasu wszystkie wskazki, jak sztywna konstrukcja, obracają się względem punktu O przeciwnie do ruchu wskazówek zegara, a ich rzuty na kierunek pionowy przedstawiają wartości chwilowe odpowiednich wielkości.

Moc skuteczną (lub średnią) prądu przemiennego dla dowolnej wartości przesunięcia fazowego φ obliczamy z wzoru:

$$P_s = U_s I_s \cos \varphi .$$

Wzór ten jest równoważny następującemu:

$$P_s = I_s U_{sR} = I_s^2 R ,$$

bowiem z rysunku 3.6 a. widać, że $\cos \varphi = \frac{U_{0R}}{U_{0RLC}} = \frac{U_{sR}}{U_s}$, a $U_{sR} = I_s R$.

5. Drgania w obwodzie LC

W obwodzie LC o bardzo małej rezystancji ($R \approx 0$) jednorazowe naładowanie kondensatora powoduje tzw. oscylacyjne jego rozładowanie, tj. drgania elektromagnetyczne o okresie $T = 2\pi\sqrt{LC}$, zwanym okresem drgań własnych obwodu. Napięcie na okładkach kondensatora jest przesunięte w fazie względem natężenia prądu o $\frac{\pi}{2}$. Podczas drgań

energia pola elektrycznego (pomiędzy okładkami kondensatora) przechodzi okresowo w energię pola magnetycznego (w zwojnicy). Drgania elektryczne w obwodzie LC są tłumione wskutek rozpraszania się energii w postaci ciepła Joule'a i wskutek wysyłania przez obwód fali elektromagnetycznej o takim samym okresie T i o długości $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$. Gdy wysłana fala natrafi na inny obwód drgający o indukcyjności L' i pojemności C' , to na zasadzie indukcji wzbudzi w nim drgania elektryczne. Amplituda tych drgań będzie największa, gdy oba obwody (nadajnik i odbiornik) będą z sobą w rezonansie, tj. gdy $L'C' = LC$. Na tej zasadzie (rezonansu elektromagnetycznego dwóch obwodów LC) odbywa się przekazywanie informacji drogą radiową.

6. Transformator jest urządzeniem pozwalającym zmieniać napięcie przemienne z wyższego na niższe lub odwrotnie. Iloraz $\frac{n_2}{n_1}$, gdzie n_2 i n_1 są to liczby zwojów uzwojenia wtórnego i pierwotnego, nazywamy przekładnią transformatora. Zachodzi równość

$$\frac{U_{s2}}{U_{s1}} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Gdy można pominąć straty energii, to moc w uzwojeniu wtórnym jest równa mocy w uzwojeniu pierwotnym, z czego wynika, że

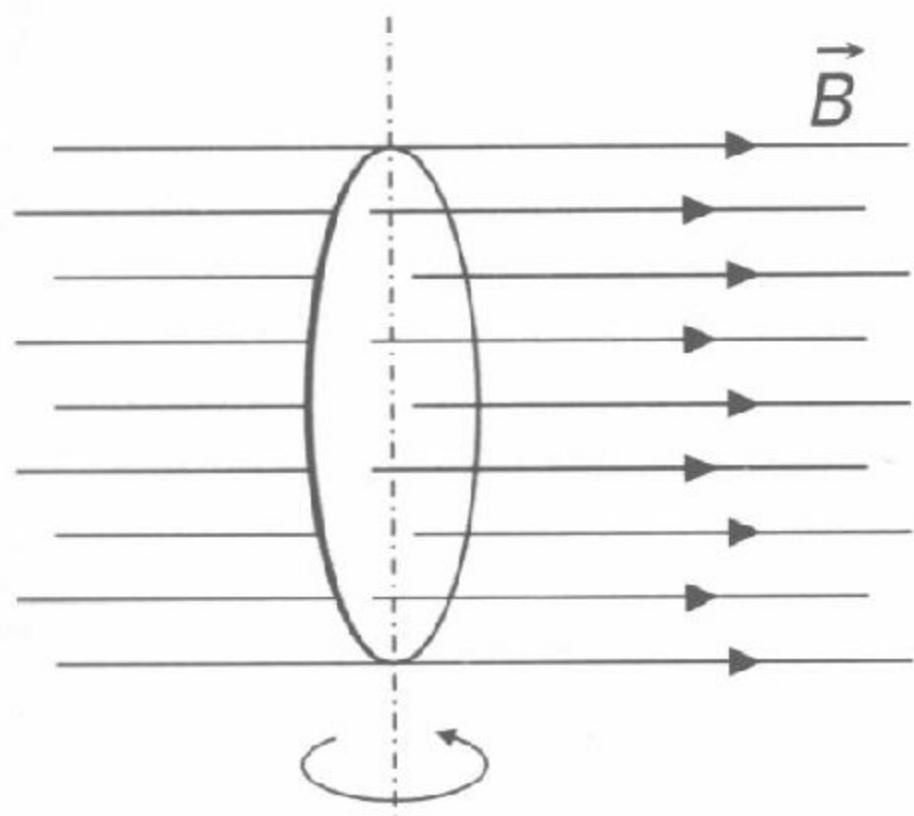
$$\frac{I_{s2}}{I_{s1}} = \frac{U_{s1}}{U_{s2}}.$$

Aby uniknąć strat, przed przestaniem energii elektrycznej z elektrowni do odbiorcy stosuje się transformator podwyższający napięcie, a więc obniżający natężenie prądu w linii przesyłowej. Jest to korzystne z tego względu, że straty energii na ciepło Joule'a są wprost proporcjonalne do kwadratu natężenia prądu.

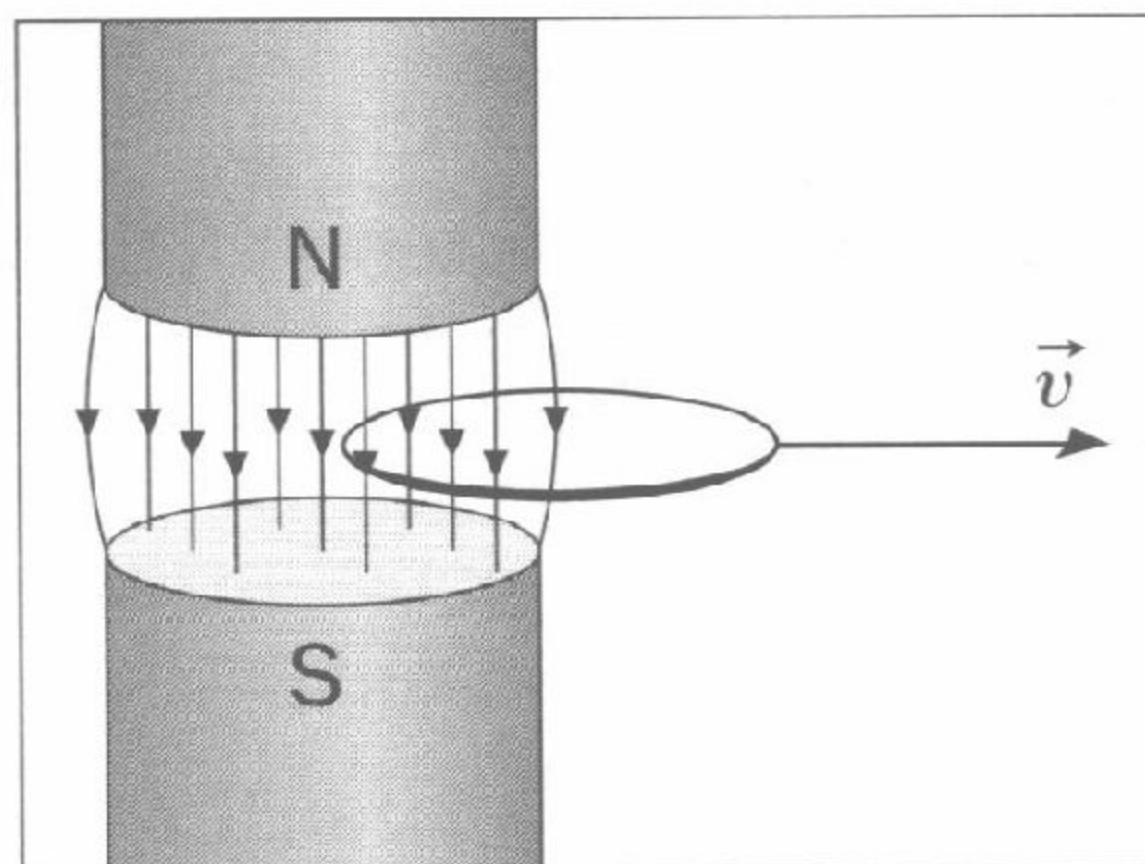
zadania

zadanie 3.1

Wyjaśnij, dlaczego w przykładach przedstawionych na rysunkach 3.7, 3.8 i 3.9 w pierścieniu aluminiowym popłynie prąd indukcyjny.

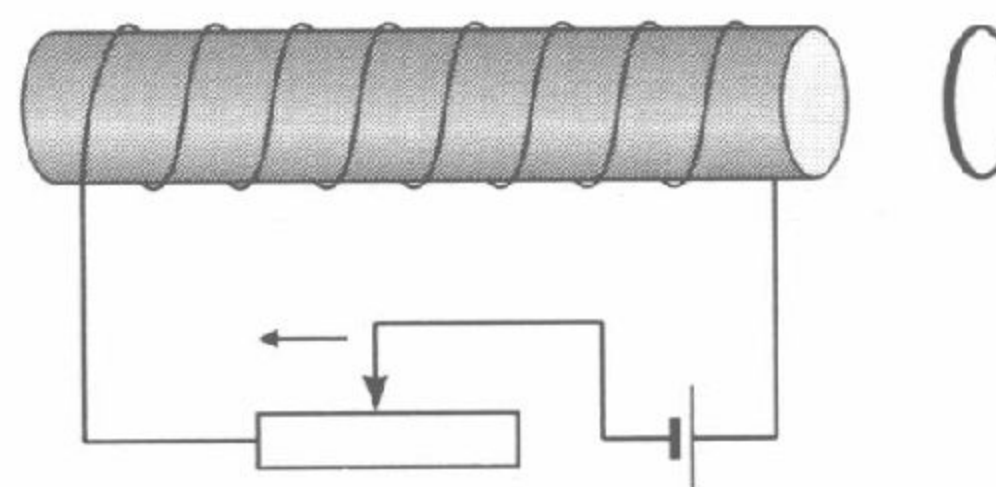


Rys. 3.7



Rys. 3.8

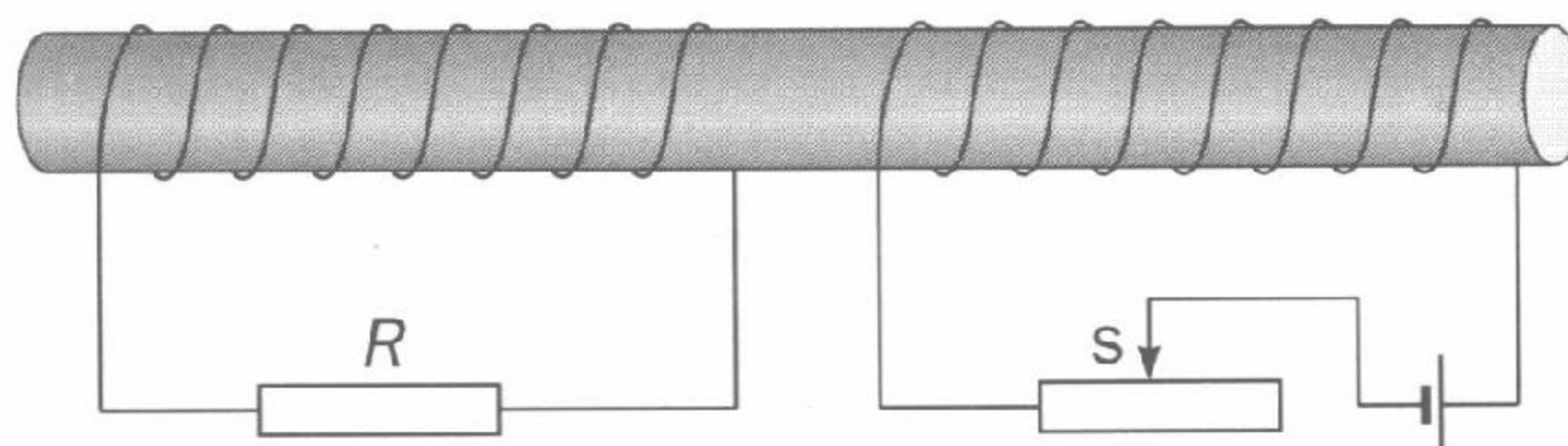
W każdym przypadku podaj przyczynę zmiany strumienia indukcji magnetycznej przechodzącego przez powierzchnię pierścienia.



Rys. 3.9

zadanie 3.2

Zaznacz kierunek prądu indukcyjnego w obwodzie z opornikiem o oporze R w sytuacji przedstawionej na rysunku 3.10, w czasie gdy:



Rys. 3.10

- a) suwak s przesuwamy w lewo,
- b) suwak s przesuwamy w prawo.

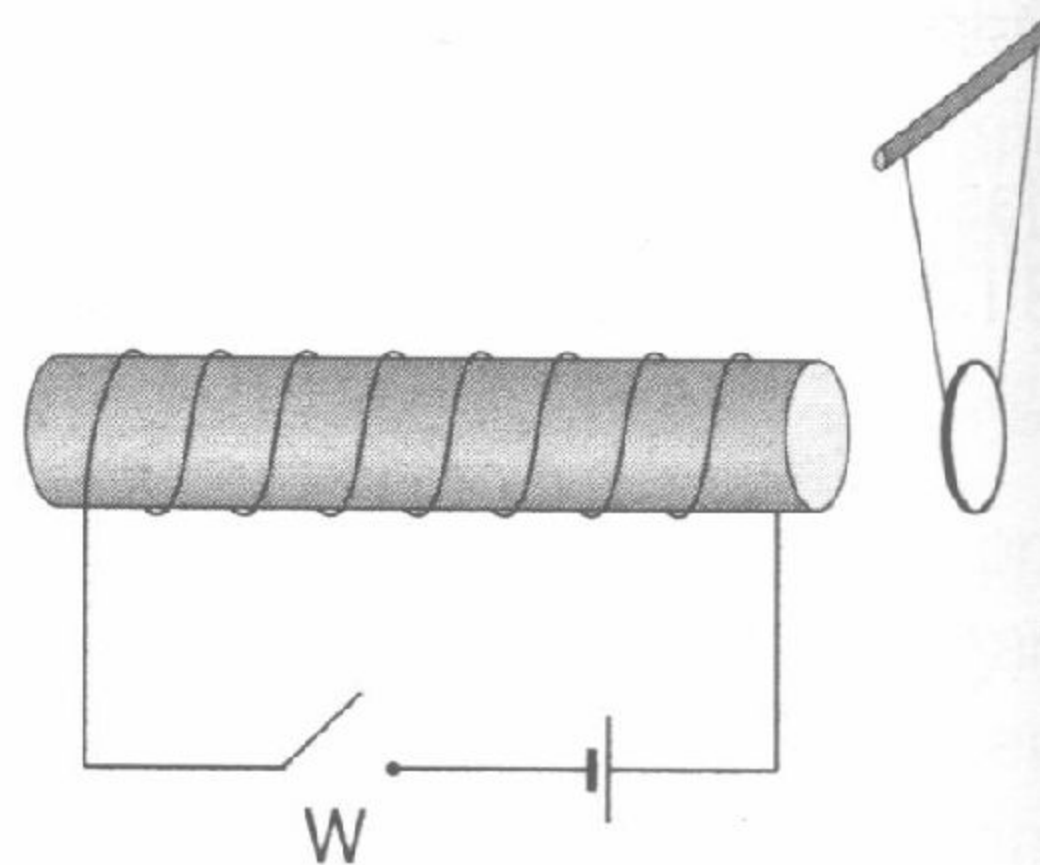
Przedstaw odpowiednie rozumowanie.

zadanie 3.3

Aluminiowy pierścień zawieszono na nitkach. W pobliżu pierścienia ustawiono zwojnicę z rdzeniem ferromagnetycznym (rys. 3.11).

Opisz i wyjaśnij zachowanie się pierścienia:

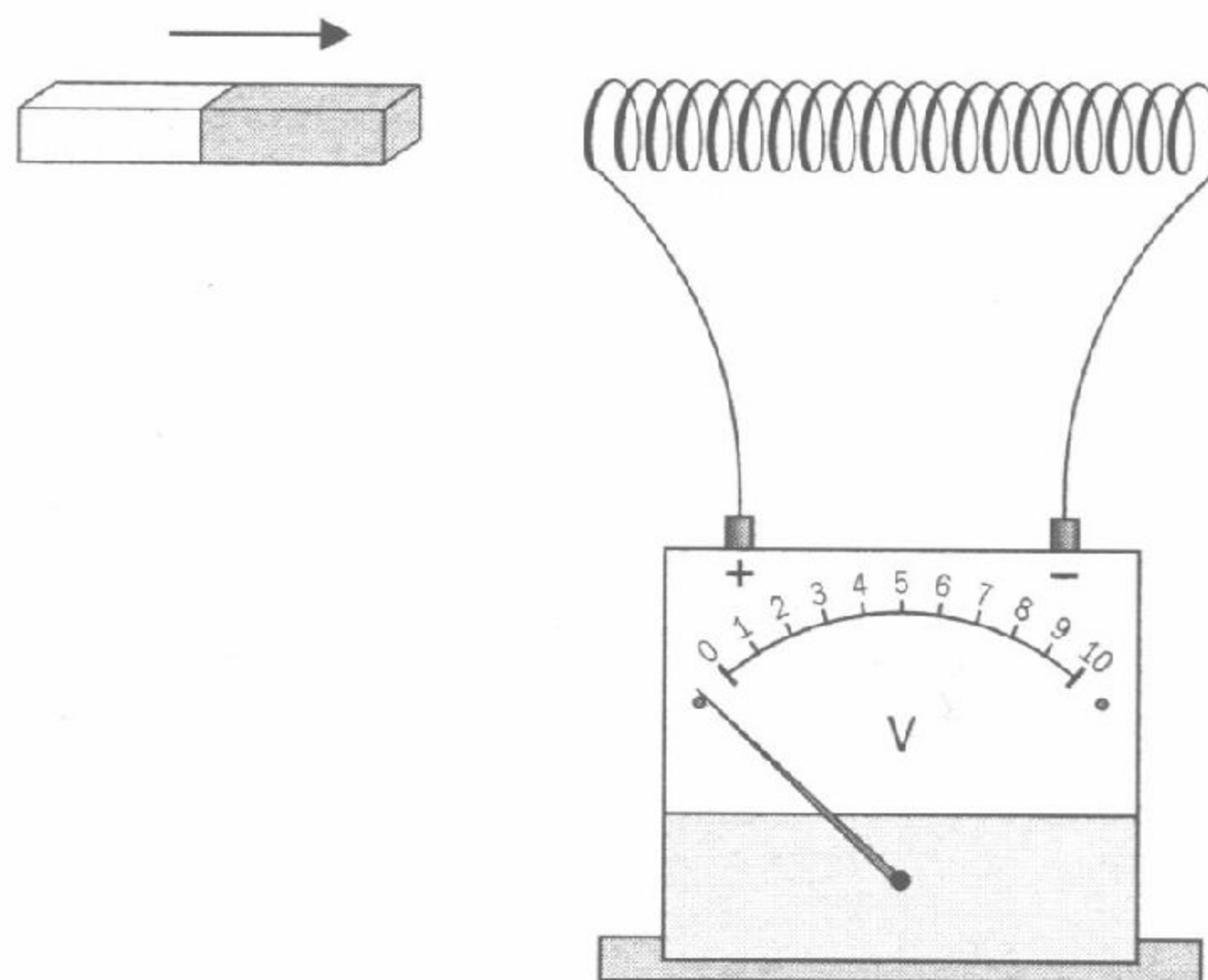
- w chwili włączania prądu w obwodzie zwojnicy,
- w czasie, gdy wyłącznik W jest zamknięty i przez zwojnicę płynie prąd,
- w chwili wyłączenia prądu w obwodzie zwojnicy.



Rys. 3.11

zadanie 3.4

Zwojnicę połączono z woltomierzem wskazówkowym. Podczas wsuwania magnesu sztabkowego do zwojnicy okazało się, że wskazówka woltomierza wychyliła się tak, jak pokazano na rysunku 3.12.

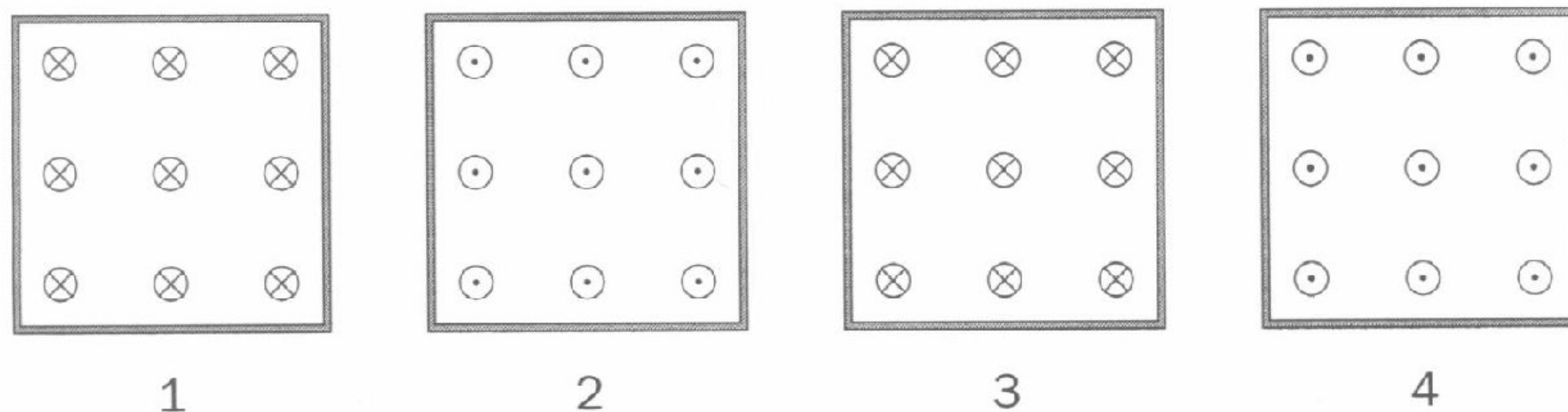


Rys. 3.12

- Zaznacz kierunek prądu indukcyjnego płynącego przez zwojnicę.
- Korzystając z reguły Lenza oznacz bieguny magnetyczne magnesu.

zadanie 3.5

Cztery jednakowe, kwadratowe ramki z drutu umieszczone są w jednorodnych polach magnetycznych (rys. 3.13). W pierwszych dwóch przypadkach wartość indukcji pola magnetycznego rośnie, w pozostałych dwóch przypadkach maleje. Szybkość zmian \vec{B} we wszystkich przypadkach jest stała i jednakowa.



Rys. 3.13

- Zapisz relację między natężeniami prądów indukcyjnych, płynących w ramkach; Podaj jej uzasadnienie.
- Wyznacz kierunki tych prądów. Przedstaw przeprowadzone rozumowanie.

zadanie 3.6

Oceń prawdziwość następującego twierdzenia:

Jeśli prostokątna metalowa ramka obraca się w jednorodnym i stałym polu magnetycznym wokół jednego ze swoich boków, to w ramce powstaje prąd indukcyjny.

Odpowiedź sformułuj w dwóch zdaniach:

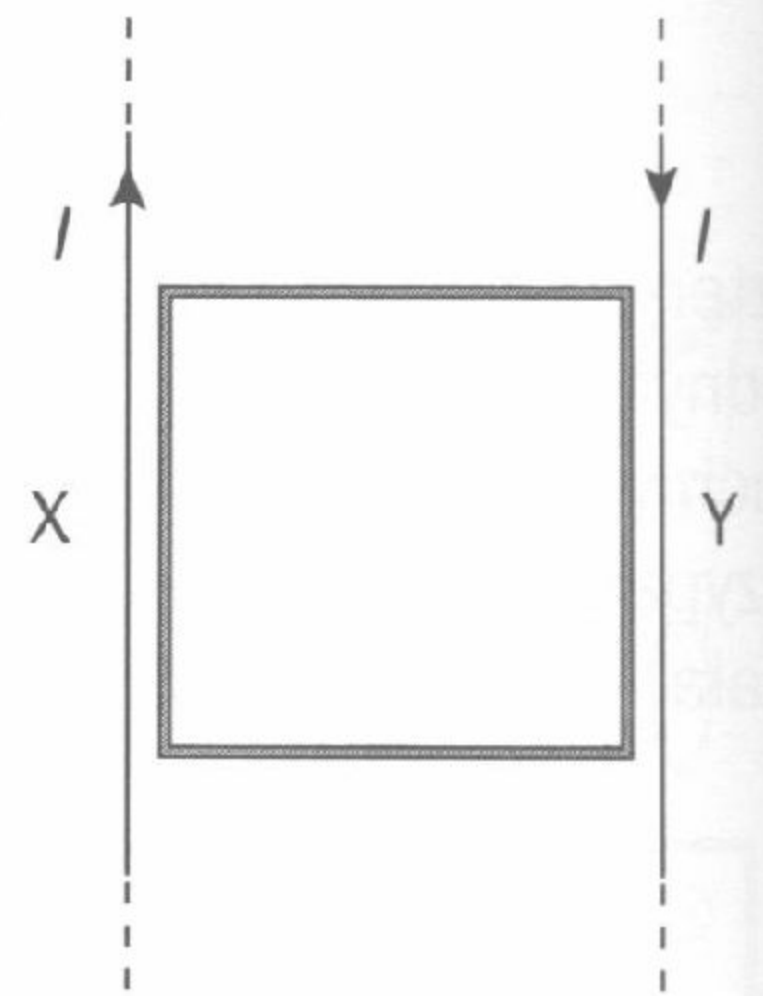
- w pierwszym wyraż swoją opinię dotyczącą prawdziwości twierdzenia,
- w drugim podaj uzasadnienie odpowiedzi.

zadanie 3.7

Prostokątna ramka z drutu jest położona symetrycznie między dwoma długimi przewodami prostoliniowymi X i Y. Ramka i przewody znajdują się w tej samej płaszczyźnie. W przewodach płyną prądy o stałych i jednakowych natężeniach i kierunkach wskazanych na rysunku 3.14 (przyadek 1).

Następnie przez pewien czas Δt natężenie prądu w przewodzie X wzrasta (przypadek 2). Spośród poniższych zdań wybierz prawdziwe.

- A. W przypadku 1 w ramce nie powstaje prąd indukcyjny, a w przypadku 2 płynie w niej prąd stały o kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara;
- B. W przypadku 1 w ramce nie powstaje prąd indukcyjny, a w przypadku 2 płynie w niej prąd o zmieniającym się natężeniu i o kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara;
- C. W przypadku 1 w ramce nie powstaje prąd indukcyjny, a w przypadku 2 płynie w niej prąd o kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara;
- D. W żadnym przypadku w ramce nie powstaje prąd indukcyjny.



Rys. 3.14

zadanie 3.8

Wykonana z przewodnika, kwadratowa ramka o boku, którego długość $a = 5 \text{ cm}$, umieszczona jest w jednorodnym polu magnetycznym o liniach prostopadłych do jej powierzchni. Wartość indukcji tego pola zmienia się w czasie według funkcji:

$$B(t) = 0,08t - 0,01t^2,$$

w której wartości współczynników liczbowych podane są w odpowiednich jednostkach SI. Opór ramki $R = 0,2 \Omega$.

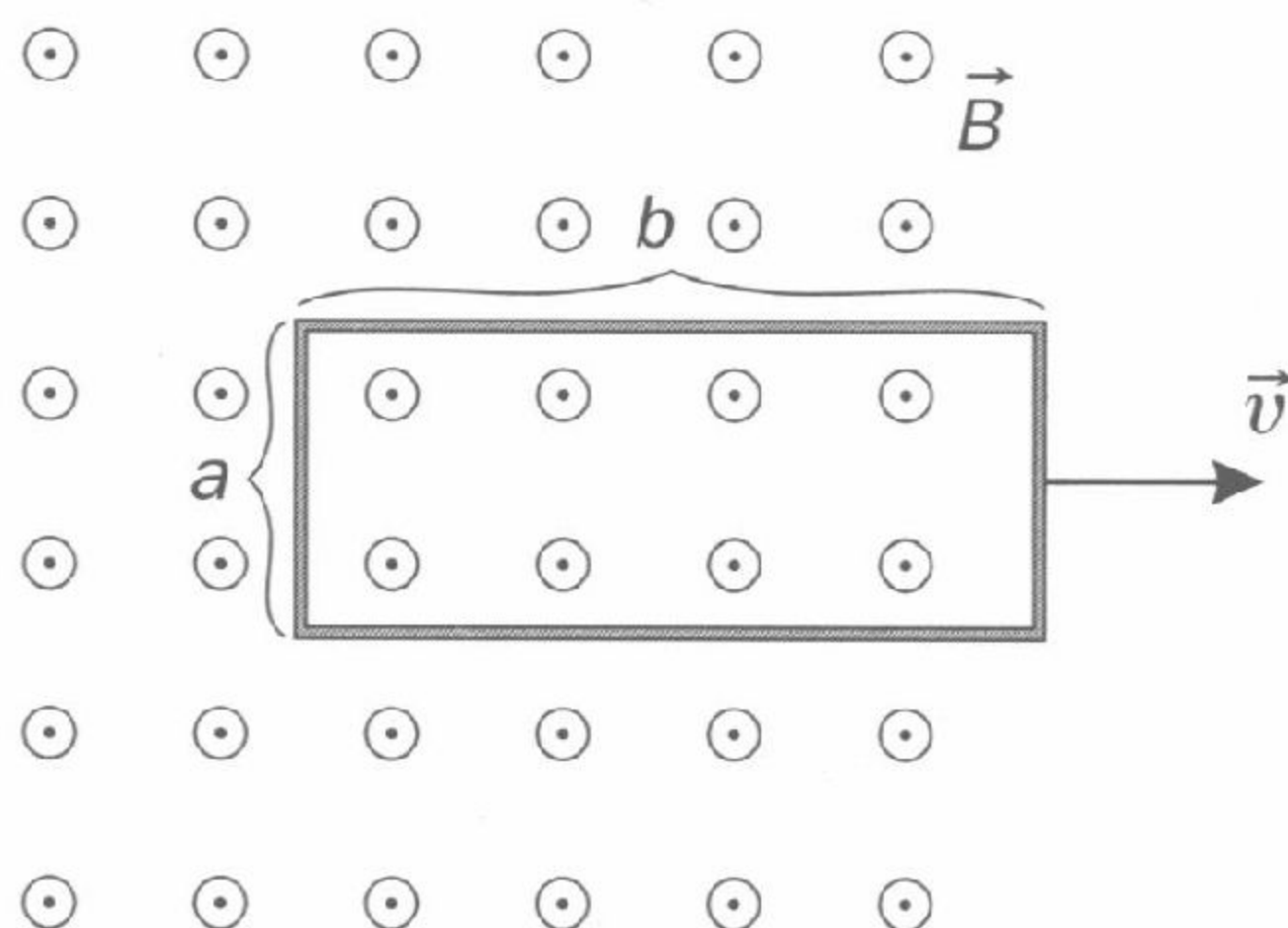
- a) Napisz wzór funkcji $\Phi(t)$ wraz z odpowiednimi jednostkami współczynników liczbowych. Narysuj wykres $\Phi(t)$ w przedziale $\langle 0\text{s}, 8\text{s} \rangle$.
- b*)¹ Napisz wzór funkcji $\mathcal{E}_{ind}(t)$ wraz z odpowiednimi jednostkami współczynników liczbowych; narysuj wykres tej funkcji.

¹ Polecenie skierowane tylko do tych uczniów, którzy umieją obliczać pochodne.

- c) Oblicz, w której chwili (lub w których chwilach) natężenie prądu indukcyjnego w ramce ma wartości maksymalne. W której chwili t (lub w których chwilach) kierunek prądu w ramce ulega zmianie?

zadanie 3.9

Prostokątna ramka o bokach a i b , wykonana z przewodnika jest wyciągana ze stałą prędkością \vec{v} z jednorodnego i stałego pola magnetycznego o liniach prostopadłych do powierzchni ramki (rys. 3.15).



Rys. 3.15

Wartość wektora indukcji wynosi B , a opór ramki jest równy R .

- a) Wyznacz kierunek prądu indukcyjnego w ramce (przedstaw odpowiednie rozumowanie).

Wyprowadź wzory na:

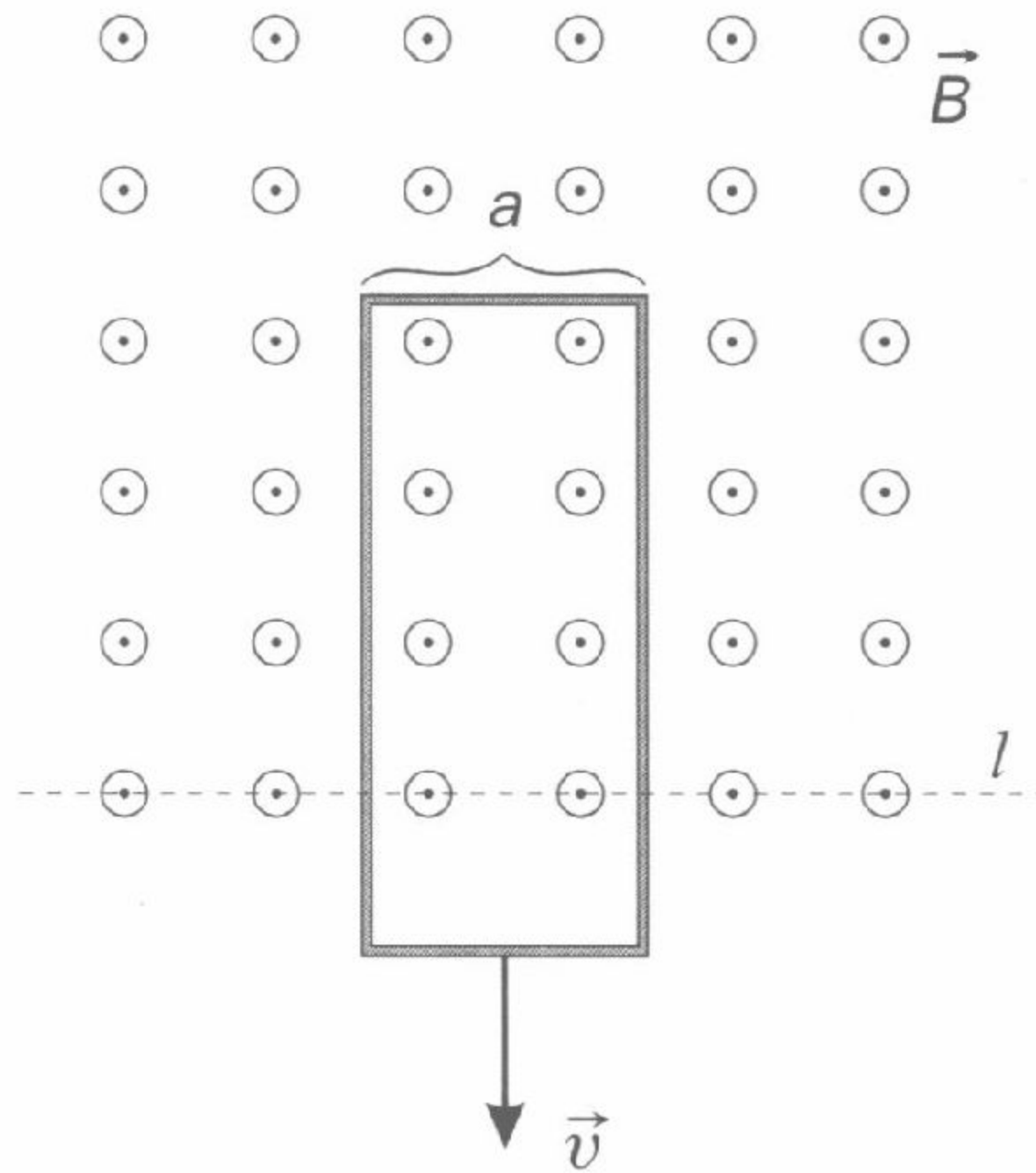
- b) natężenie prądu indukcyjnego, płynącego w ramce,
 c) wartość siły, którą trzeba działać na ramkę, aby ją wyciągać z pola ze stałą prędkością,
 d) moc urządzenia, wyciągającego ramkę z pola magnetycznego.

zadanie 3.10

Pionowo ustawiona ramka z drutu o niewielkiej masie m i szerokości a spada w jednorodnym i stałym polu magnetycznym o liniach prostopadłych do jej powierzchni i o indukcji \vec{B} (rys. 3.16).

Opór ramki wynosi R . Opór powietrza pomijamy.

- a) Jakim ruchem porusza się ramka w pierwszej fazie ruchu, gdy cała znajduje się w polu magnetycznym?



Rys. 3.16

- b) Jakim ruchem porusza się, gdy jej część znajduje się już poniżej granicy l pola magnetycznego? Czy zwrot linii pola ma wpływ na rodzaj tego ruchu?

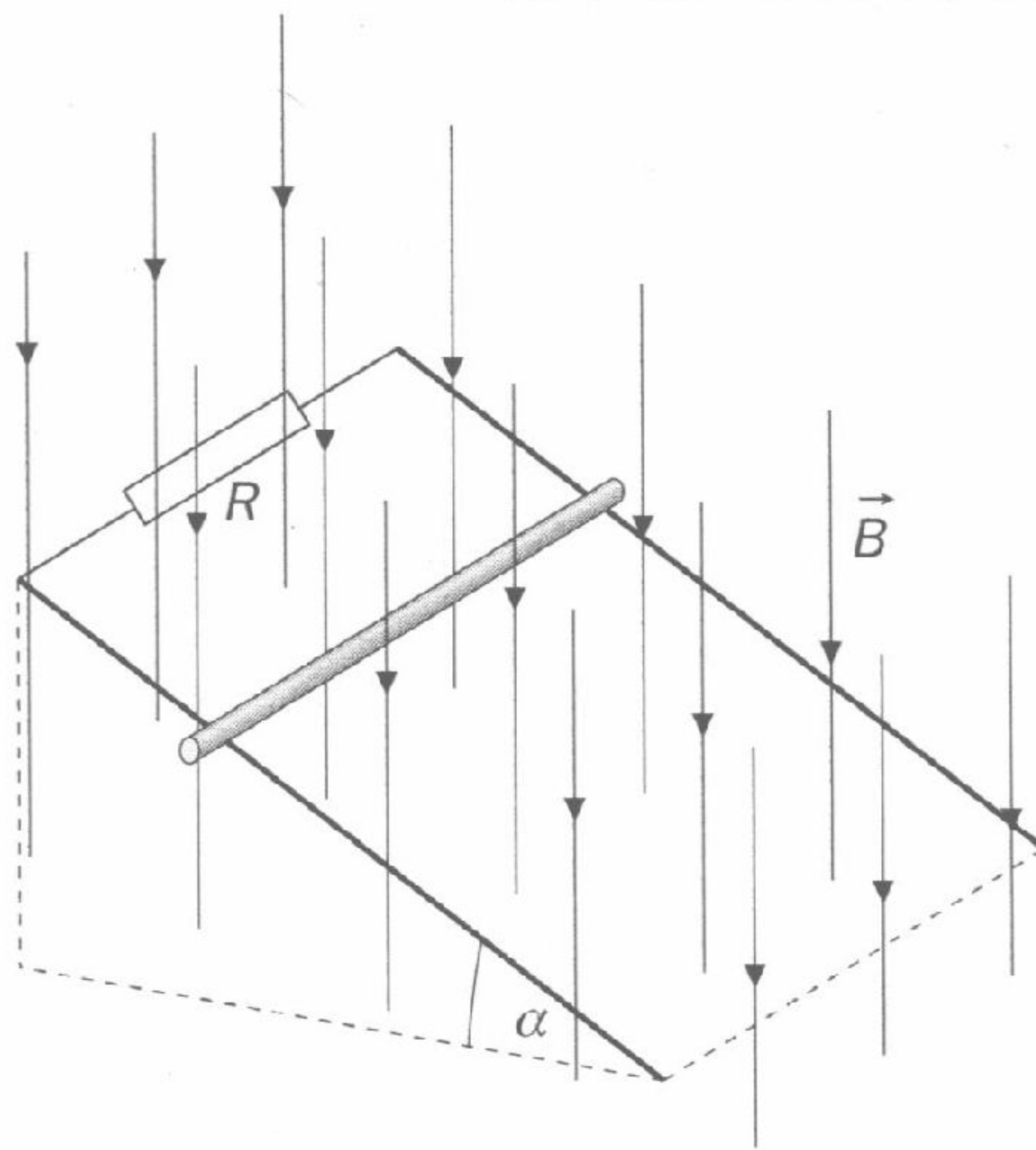
Uzasadnij odpowiedzi na wszystkie pytania.

- c) Wyprowadź wzór na maksymalną wartość prędkości, którą osiągnie ramka przy założeniu, że jest wystarczająco długa.
d) Narysuj wykres $v(t)$ dla ramki.

zadanie 3.11

Na dwóch metalowych szynach nachylonych pod kątem $\alpha = 30^\circ$ do płaszczyzny poziomej umieszczono metalowy pręt o średnicy $2r = 0,5\text{mm}$. Odległość punktów styku pręta z szynami jest równa długości pręta $l = 30\text{cm}$. Szyny zwarto opornikiem o oporze $R = 5\Omega$. Opór elektryczny szyn i pręta jest bardzo mały w porównaniu z oporem R . Pręt przesuwa się po szynach bez tarcia. Układ umieszczono w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji $B = 0,5\text{T}$ (rys. 3.17).

- a) Oblicz ciężar pręta, wiedząc, że jest wykonany z miedzi o gęstości $\rho = 8,95 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.
b) Narysuj siły działające na pręt przed włączeniem pola magnetycznego i oblicz wartość przyspieszenia pręta.



Rys. 3.17

- c) Wyjaśnij, dlaczego w obwodzie złożonym z pręta, szyn i opornika R popłynie prąd, gdy układ umieścimy w polu magnetycznym, o którym mowa w zadaniu. Przeprowadź rozumowanie doprowadzające do ustalenia kierunku prądu w tym obwodzie.
- d) Wyraż natężenie prądu indukcyjnego w obwodzie jako funkcję szybkości pręta.
- e) Narysuj wektor siły elektrodynamicznej działającej na pręt podczas jego ruchu po szynach.
- f) Wyjaśnij, dlaczego po pewnym czasie od chwili startu pręt zacznie poruszać się ruchem jednostajnym.
- g) Oblicz maksymalną szybkość, z którą pręt może się zsuwać i maksymalne natężenie prądu.

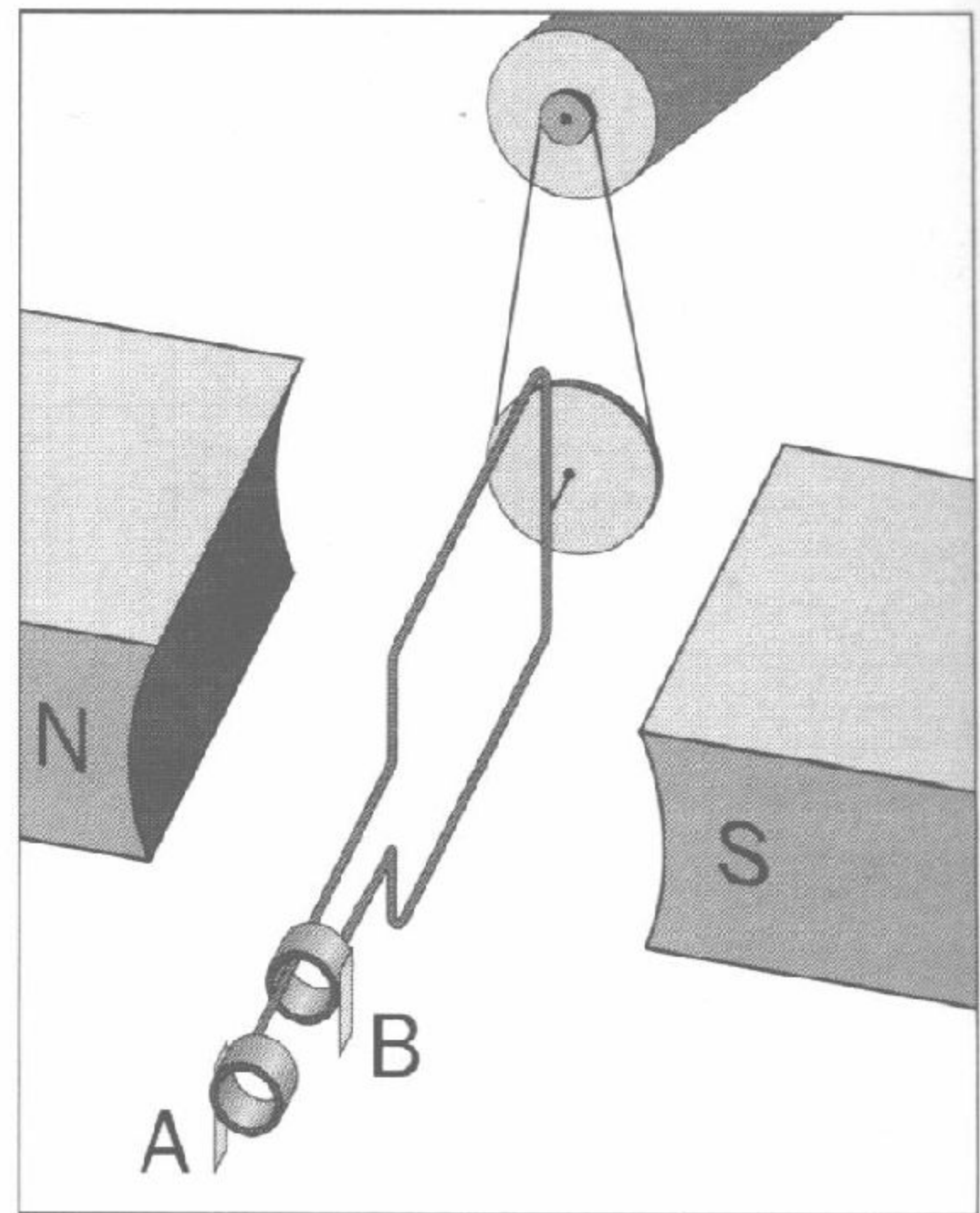
zadanie 3.12

Na zajęciach koła fizycznego uczniowie zbudowali prosty model prądnicy prądu przemiennego. Twornik miał kształt prostokątnej ramki o bokach $a = 5 \text{ cm}$ i $b = 10 \text{ cm}$, na którą nawinięto $n = 150$ uzwojeń cienkiego izolowanego drutu miedzianego. Ramkę połączono przekładnią z silnikiem elektrycznym (rys. 3.18). Średnica większego koła jest równa $d_1 = 7 \text{ cm}$, a mniejszego $d_2 = 2,5 \text{ cm}$. Po podłączeniu silnika do źródła napięcia okazało się, że mniejsze koło zamocowane na osi silnika wiruje z częstotliwością $\nu_2 = 400$ obrotów na minutę.

- a) Oblicz szybkość kątową małego i dużego koła.
- b) Oblicz, jakie napięcie (skuteczne) wskaże woltomierz podłączony do zacisków A i B, jeśli maksymalny strumień indukcji magnetycznej przechodzący przez ramkę $\Phi_{\max} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ Wb}$.

Przyjmij, że opór wewnętrzny woltomierza jest bardzo duży.

- c) Oszacuj częstotliwość, z którą powinien obracać się wirnik silnika elektrycznego, aby częstotliwość prądu płynącego przez opornik podłączony do zacisków A i B była równa $\nu = 50 \text{ Hz}$.
- d) Oblicz napięcie skuteczne, które po zmianie częstotliwości wskazałby woltomierz podłączony do zacisków A i B.



Rys. 3.18

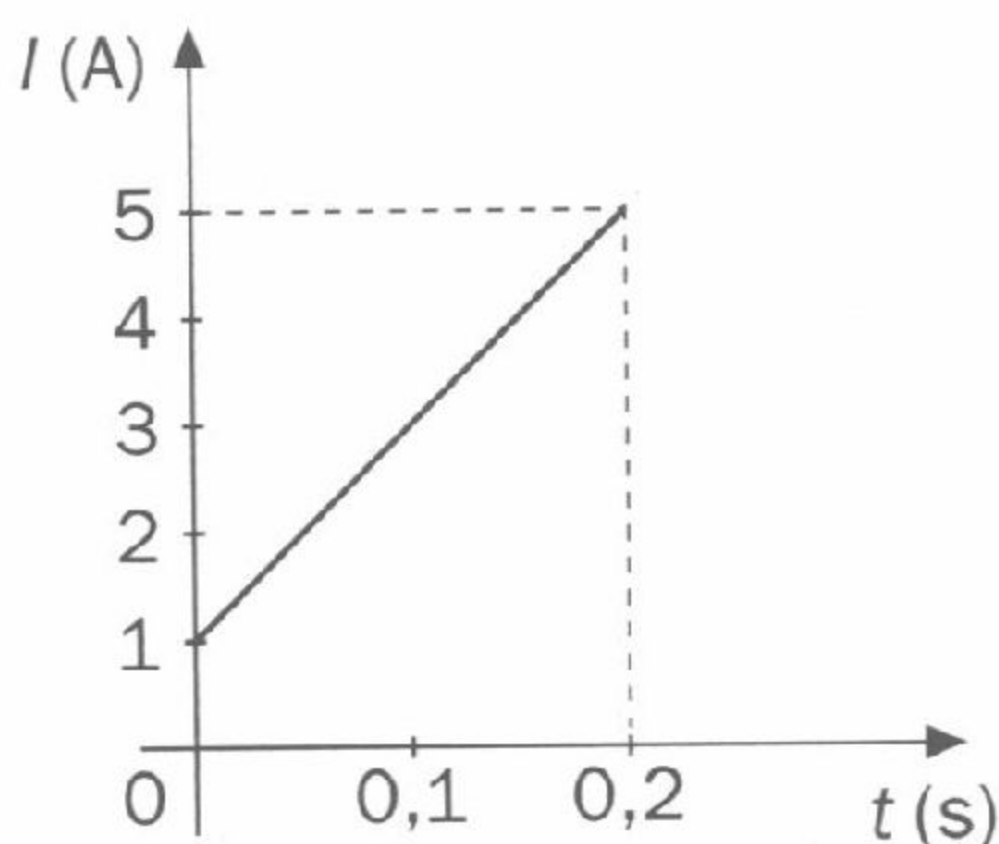
zadanie 3.13

Uzwojenie pierwotne transformatora podłączono do źródła napięcia przemiennego. W uzwojeniu wtórnym powstało napięcie $U_1 = 40 \text{ V}$. Gdy uzwojenie wtórne transformatora podłączono do tego samego źródła napięcia, to na uzwojeniu pierwotnym powstało napięcie $U_2 = 360 \text{ V}$.

- a) Oblicz napięcie źródła prądu.
- b) Oblicz przekładnię transformatora.
- c) Oblicz napięcie w uzwojeniu wtórnym, jeśli uzwojenie pierwotne podłączymy do sieci energetycznej ($U_3 = 230 \text{ V}$).
- d) W celu ustalenia liczby zwojów obu uzwojeń uzwojenie pierwotne transformatora podłączono do sieci ($U_3 = 230 \text{ V}$), a na rdzeń transformatora nawinięto dodatkowo jeden zwój izolowanego drutu i do jego końców podłączono woltomierz, który wskazał napięcie $U_4 = 0,4 \text{ V}$. Na tej podstawie oblicz liczbę zwojów n_1 i n_2 .

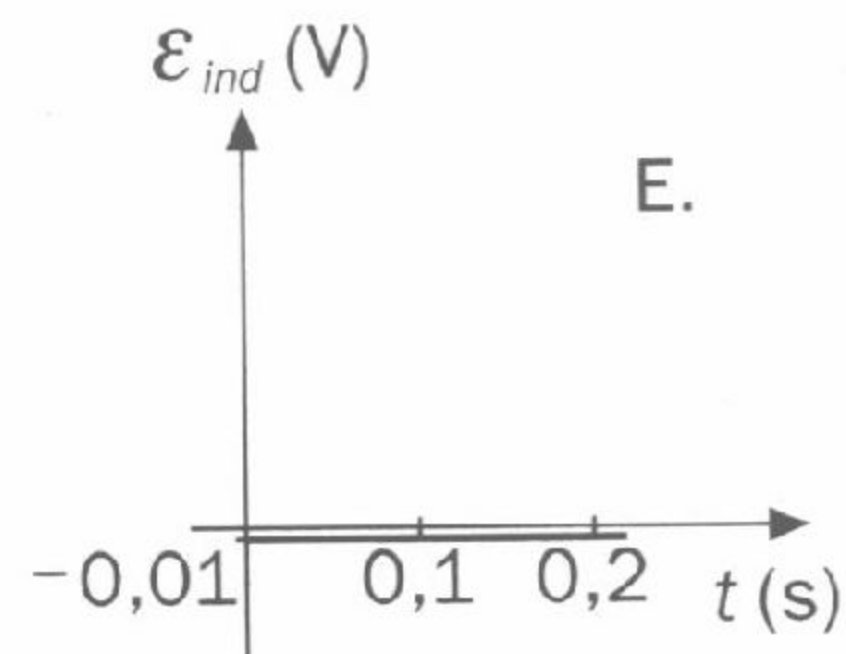
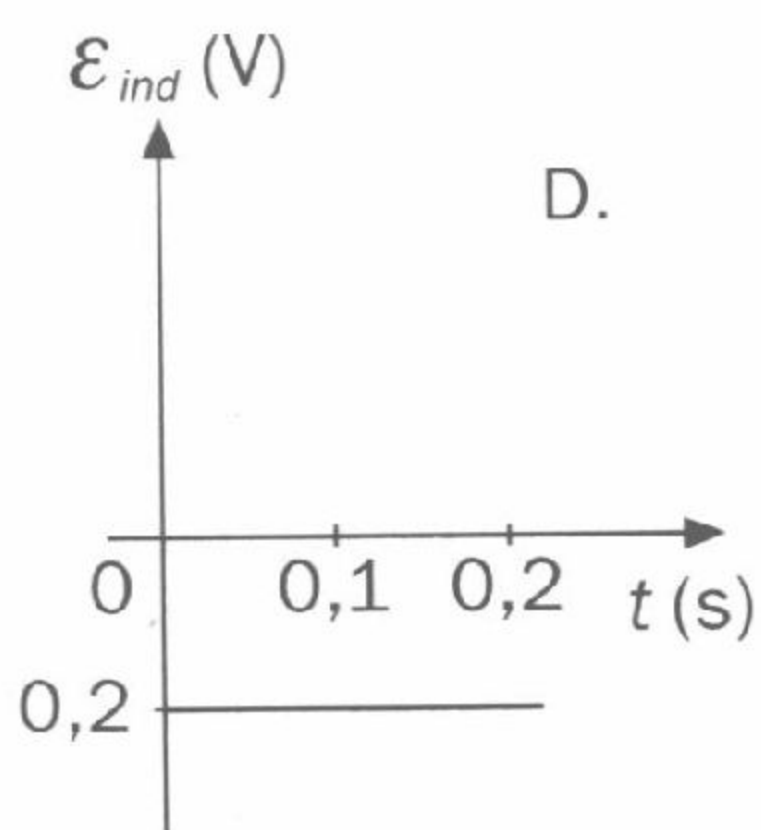
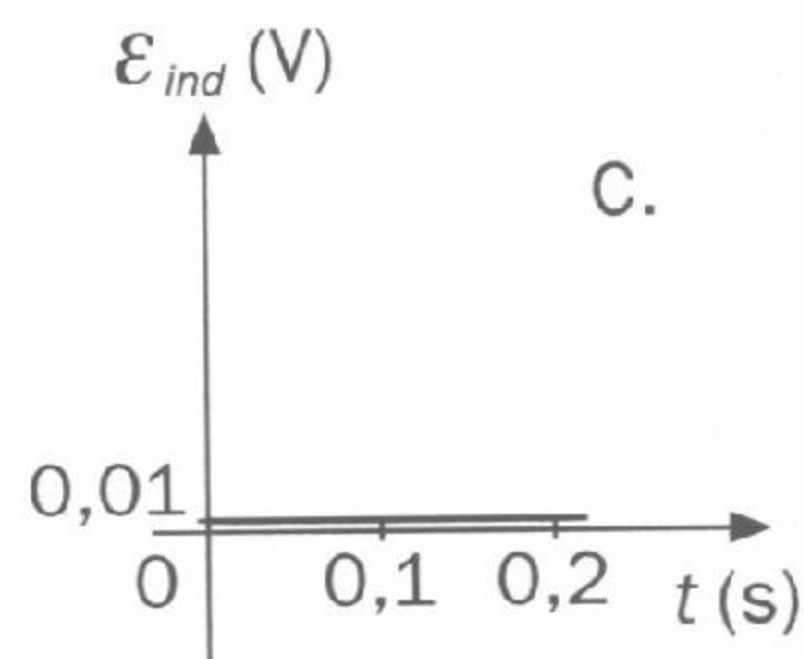
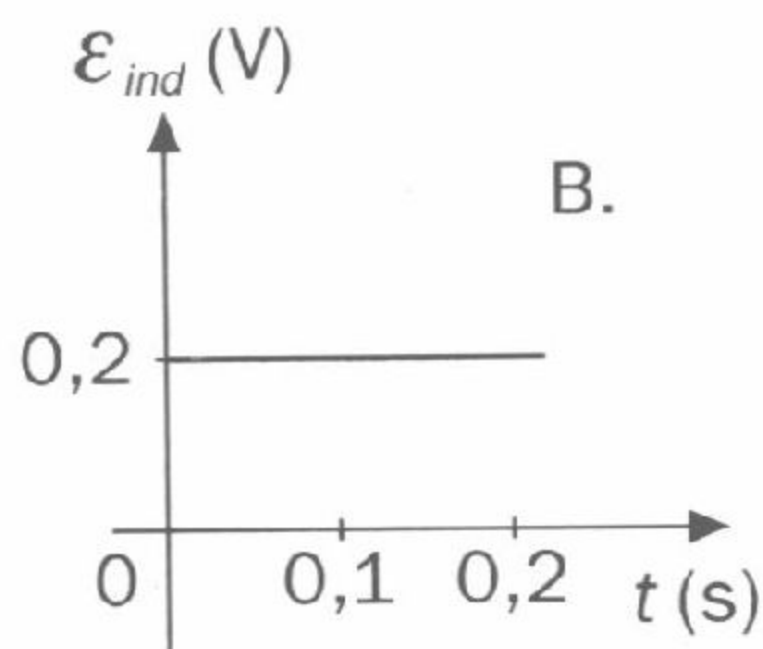
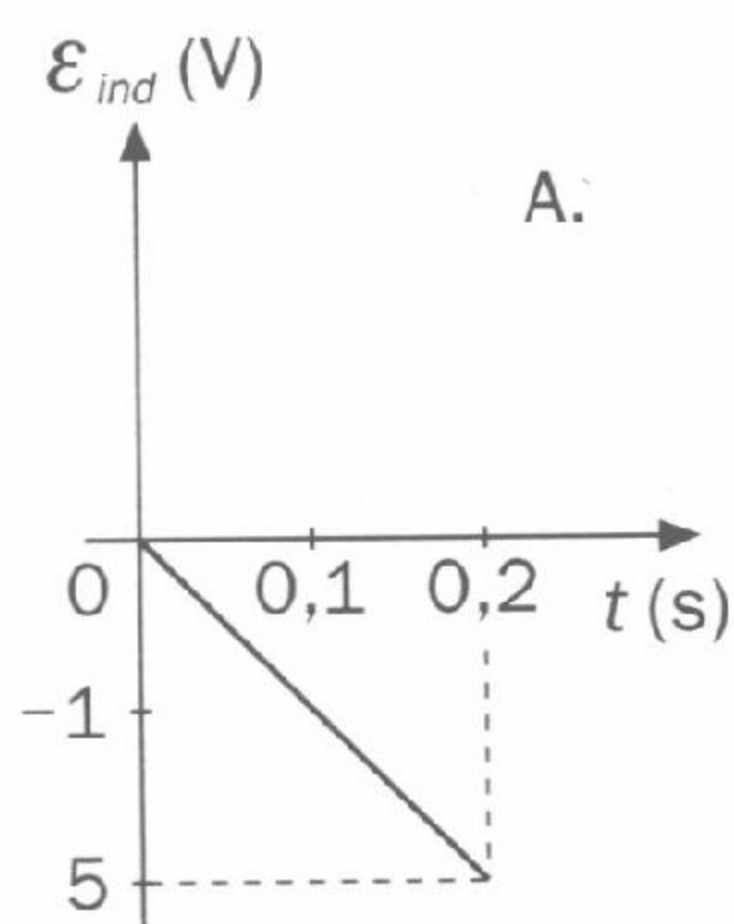
zadanie 3.14

Wskutek zmiany oporu obwodu natężenie prądu płynącego ze źródła stałego napięcia zmieniało się tak, jak pokazuje wykres (rysunek 3.19).



Rys. 3.19

- Który (lub które) z wykresów poniżej może (mogą) przedstawiać powstającą w tym obwodzie siłę elektromotoryczną samoindukcji?
- Oblicz możliwe indukcyjności obwodu na podstawie wybranych w punkcie a) wykresów $\mathcal{E}_{ind}(t)$.



- Czy siła elektromotoryczna samoindukcji dodaje się w tym przypadku do SEM źródła, czy odejmuje się od niej? Uzasadnij odpowiedź.

zadanie 3.15

Współczynnik samoindukcji zwojnicy $L = 0,1 \text{ H}$. W zwojnicy płynie prąd stały o natężeniu $I = 3 \text{ A}$. Po 8 sekundach natężenie prądu zaczęło się zmieniać w taki sposób, że w zwojnicy powstała siła elektromotoryczna indukcji $\mathcal{E} = +0,02 \text{ V}$; wartość ta utrzymywała się w ciągu 10 sekund.

- Oblicz szybkość zmian natężenia prądu płynącego w zwojnicy ze źródła.
- Napisz wzór funkcji $I(t)$ w przedziale czasu $\langle 8\text{s}, 18\text{s} \rangle$, wpisując do wzoru współczynniki liczbowe z odpowiednimi jednostkami.
- Narysuj wykres $I(t)$ w przedziale czasu $\langle 0\text{s}, 18\text{s} \rangle$.

zadanie 3.16

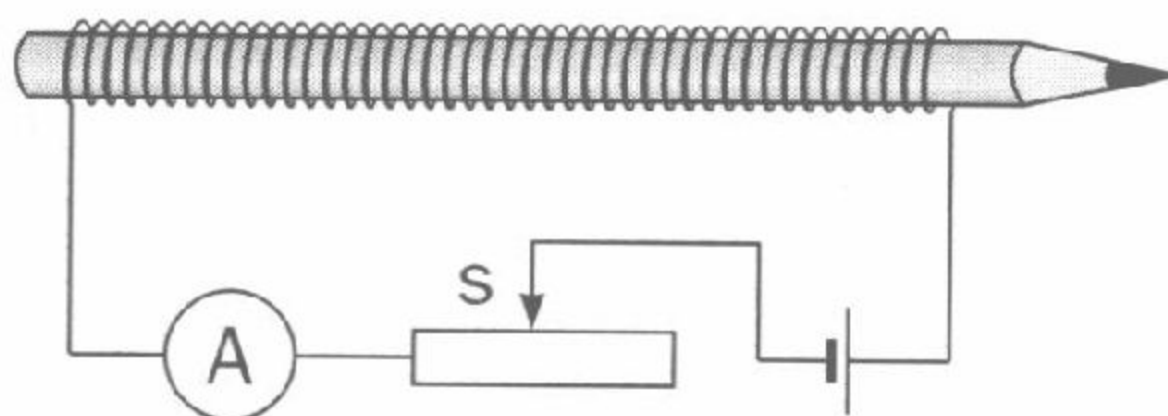
Całkowity, własny strumień indukcji magnetycznej objęty przez solenoid, w którym płynie prąd o natężeniu I jest równy $\Phi = 0,01 \frac{\text{Wb}}{\text{A}} \cdot I$. Solenoid jest nawinięty na tekturowym walcu, a zwoje tworzą pojedynczą warstwę i stykają się ze sobą. Długość solenoidu $l = 25 \text{ cm}$, a średnica zwojów $d = 2 \text{ cm}$.

Oszacuj:

- liczbę zwojów tego solenoidu,
- średnicę drutu, z którego został on nawinięty (nie uwzględniaj cienkiej warstwy izolatora, którym powleczony jest drut).

zadanie 3.17

Uczniowie nawinęli na ołówek $n = 24$ zwoje drutu, otrzymując w ten sposób zwojnicę o średnicy $2r = 8 \text{ mm}$. Aby wyznaczyć jej indukcyjność postąpili następująco: Po usunięciu ołówka zwojnicę połączyli z opornikiem suwakowym i taki układ podłączyli do źródła napięcia (rys. 3.20).



Rys. 3.20

Do pomiaru wartości wektora indukcji magnetycznej wewnątrz zwojnicy użyli hallotronu (urządzenie służące do pomiaru wartości wektora indukcji przez wykorzystanie zjawiska Halla – patrz zadanie 2.18). Dla różnych położeń suwaka s odczytywali wartości natężenia prądu w obwodzie i odpowiadające im wartości wektora indukcji wewnątrz zwojnicy. Na podstawie otrzymanych danych (tabela 3.1) sporządzili wykres $B(I)$.

Tabela 3.1

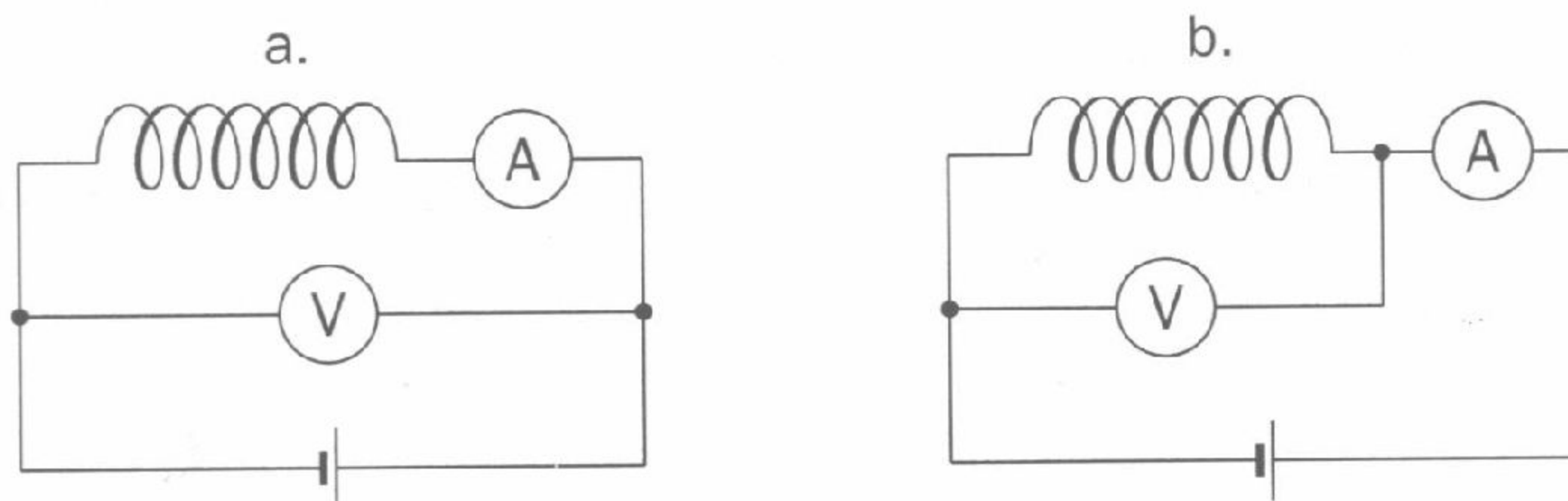
I (A)	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50
B (10^{-4} T)	0,75	1,25	2,50	2,75	4,00	4,50

- Wyjaśnij, w jaki sposób uczniowie wyznaczyli indukcyjność zwojnicy, dysponując tymi danymi.
- Wyznacz L , realizując tę koncepcję.
- Oszacuj długość zwojnicy.

zadanie 3.18

Radioamator chcąc wyznaczyć współczynnik samoindukcji cewki złożonej z kilkudziesięciu zwojów cienkiego miedzianego drutu włączył ją kolejno do obwodu zasilanego ze źródła napięcia stałego i przemiennego (o znanej częstotliwości ν i dokonał pomiarów: natężenia prądu I i napięcia U oraz skutecznego natężenia prądu I_s i napięcia skutecznego U_s . Opór wewnętrzny użytego amperomierza był równy 6Ω , a woltomierza $10 \text{ k}\Omega$.

- Którego obwodu z przedstawionych na schematach (rys. 3.21) powinien użyć radioamator do wyznaczenia oporu omowego cewki? Podaj uzasadnienie odpowiedzi.

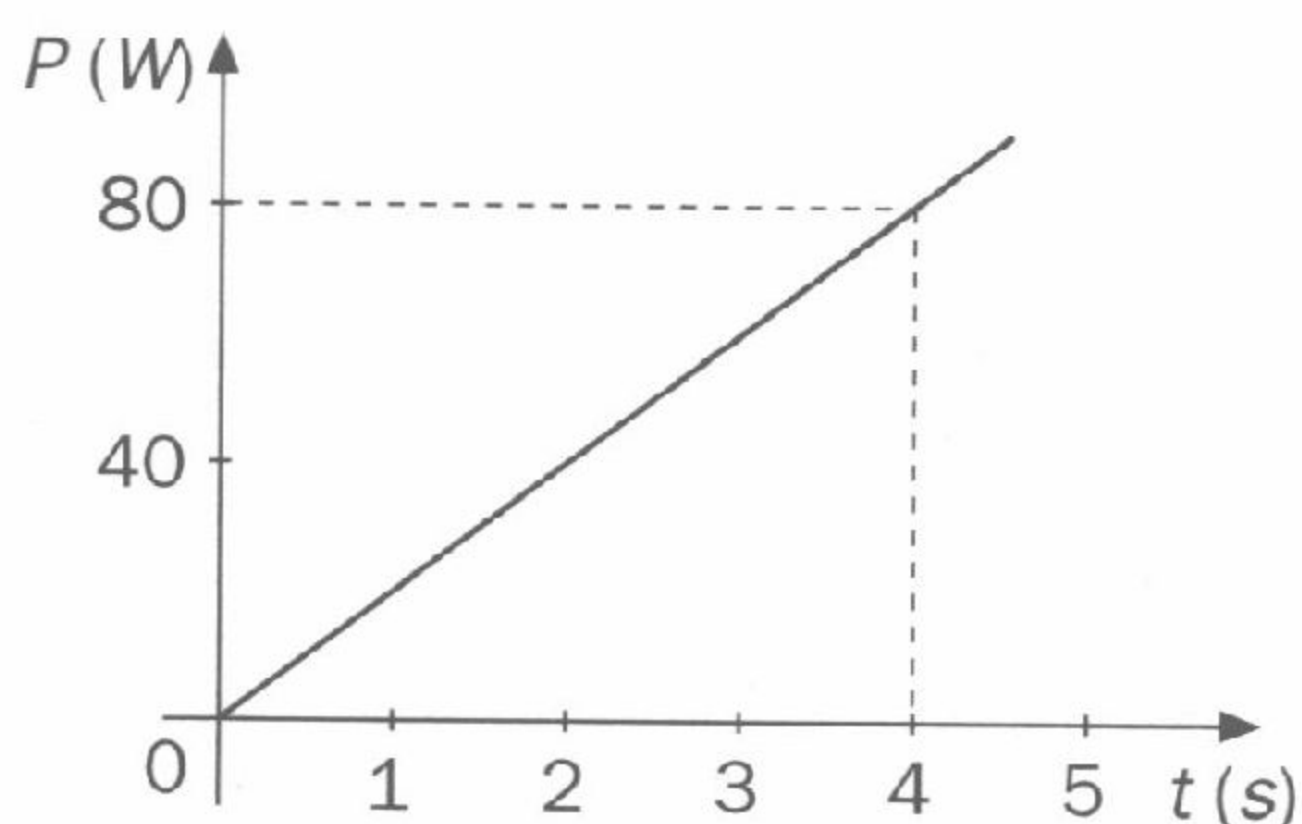


Rys. 3.21

- Wyprowadź wzór, na podstawie którego radioamator obliczy indukcyjność cewki.

zadanie 3.19

Na rysunku 3.22 przedstawiono zależność mocy chwilowej od czasu dla pewnego urządzenia. Gdy po 4 sekundach urządzenie osiągnęło moc maksymalną, napięcie było równe $U = 60 \text{ V}$. Opór elektryczny urządzenia nie ulegał zmianie.



Rys. 3.22

Oblicz:

- ilość energii elektrycznej dostarczonej do tego urządzenia w czasie 4 sekund,
- natężenie prądu płynącego przez urządzenie w chwili, gdy osiągnęło ono maksymalną moc,
- natężenie jakie musiałby mieć prąd stały, aby płynąc przez to urządzenie w ciągu 4 sekund wykonał pracę równą ilości energii, o której mowa w punkcie a).

zadanie 3.20

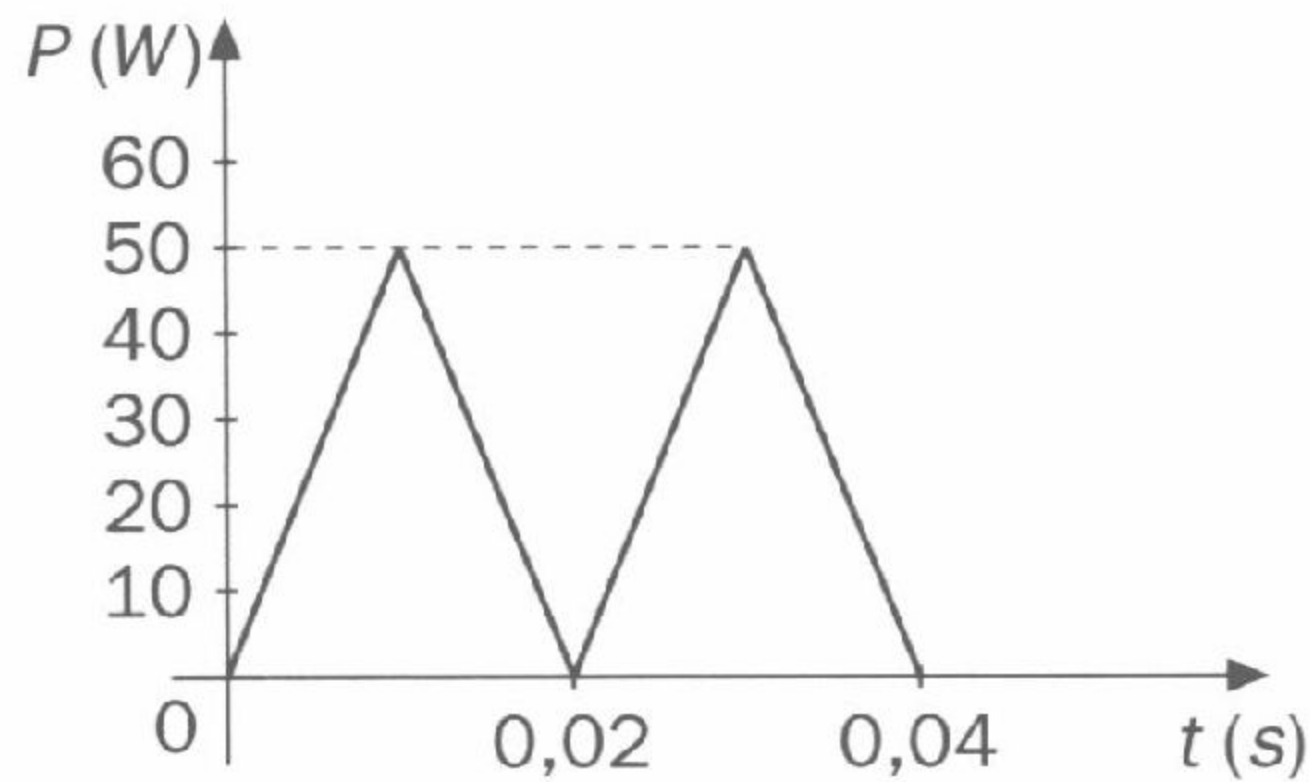
Do sieci energetycznej o napięciu skutecznym $U_1 = 230 \text{ V}$ włączono szeregowo opornik o oporze $R_1 = 200 \Omega$ oraz cewkę o indukcyjności $L = 0,1 \text{ H}$ i oporze omowym $R_2 = 2 \Omega$. Częstotliwość prądu przemiennego płynącego w obwodzie była równa $\nu = 50 \text{ Hz}$.

Oblicz:

- opór indukcyjny cewki,
- zawadę całego obwodu,
- pojemność kondensatora, który należy włączyć szeregowo do obwodu, aby uzyskać prąd o największym natężeniu skutecznym.

zadanie 3.21

Do generatora prądu zmiennego podłączono opornik o oporze $R = 2\Omega$. Na rysunku 3.23 przedstawiono zależność od czasu mocy prądu zmiennego płynącego przez opornik.

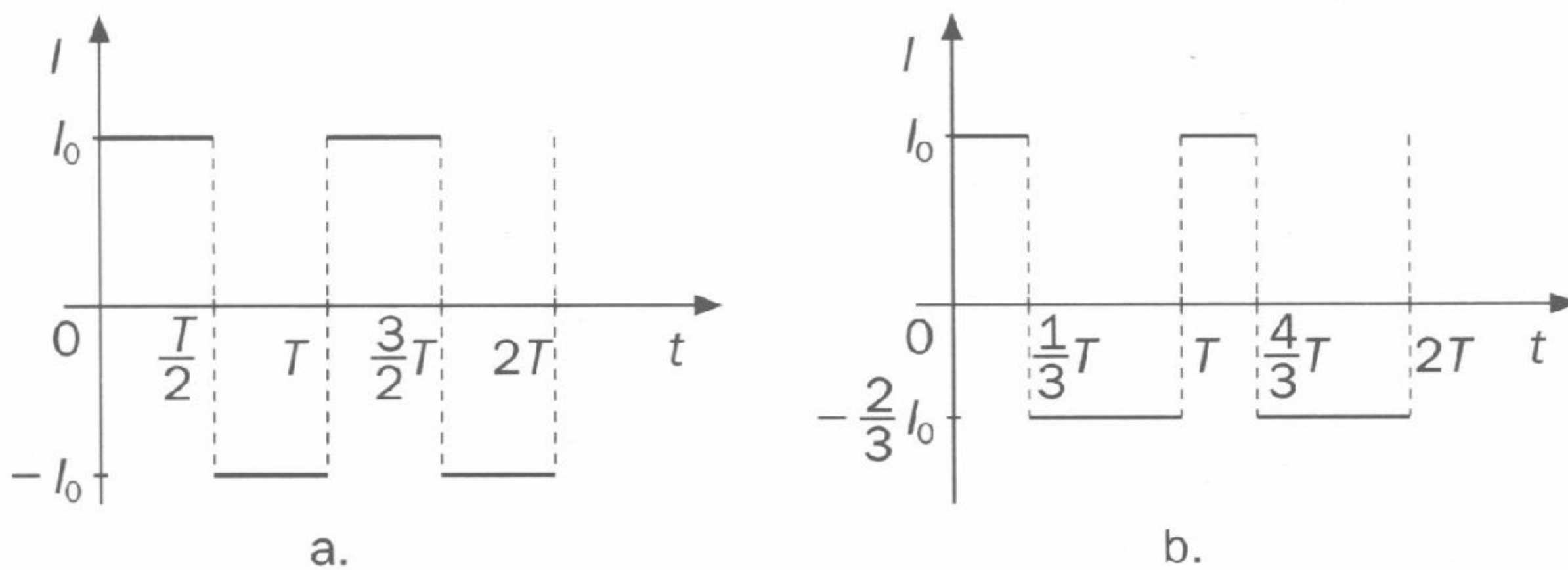


Rys. 3.23

- Oblicz maksymalną wartość natężenia prądu w obwodzie.
- Oblicz natężenie skuteczne prądu płynącego przez opornik.
- Odpowiedz i uzasadnij, czy w przypadku omówionym w zadaniu można obliczyć natężenie skuteczne, korzystając z takiego samego wzoru, jak w przypadku prądu przemiennego.

zadanie 3.22

- Oblicz natężenie skuteczne prądu zmiennego, którego zależność od czasu przedstawiono na wykresach (rys. 3.24).

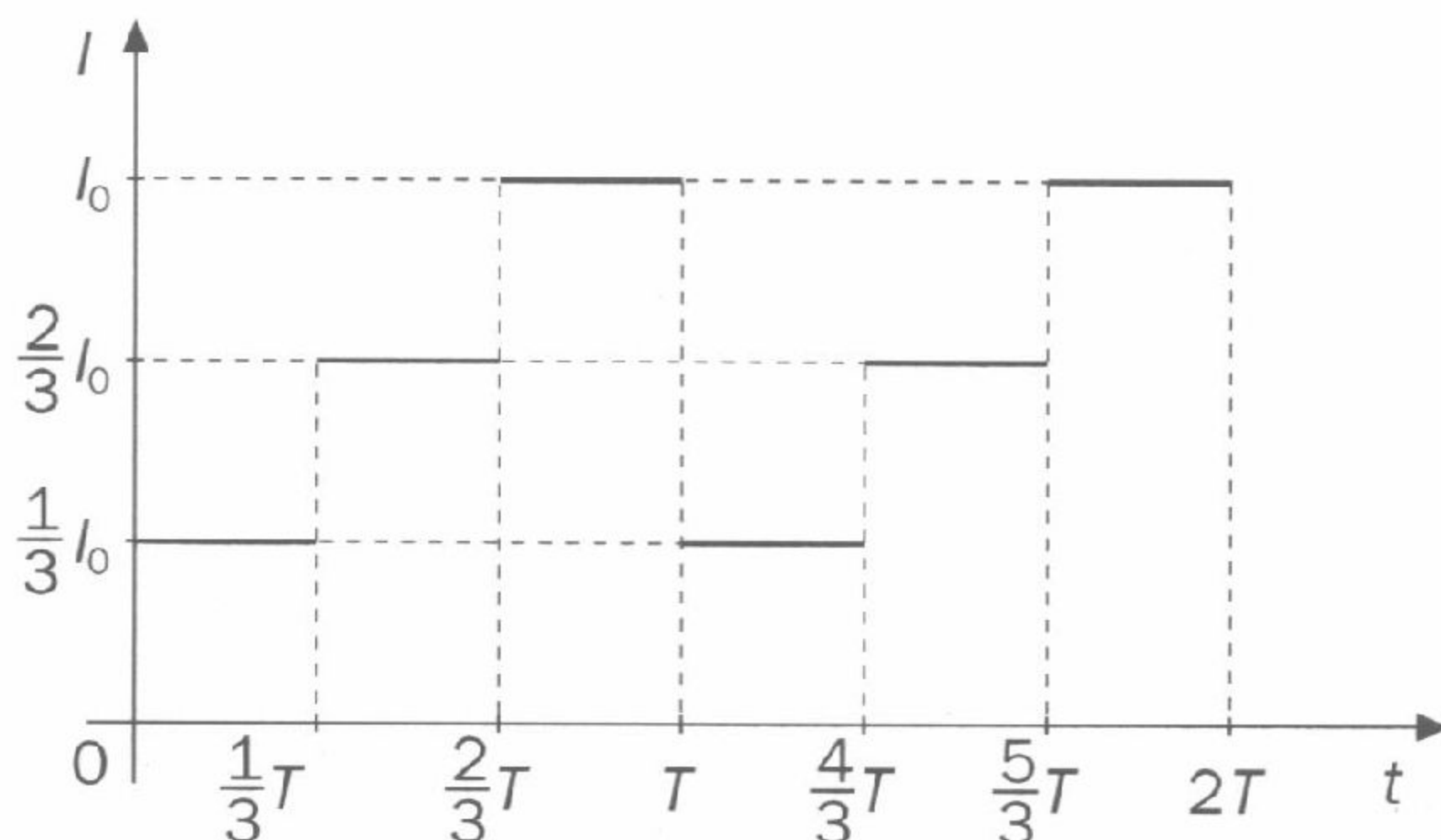


Rys. 3.24

- Ile wynosiłoby natężenie skuteczne w obu przypadkach gdyby do obwodu włączono diodę półprzewodnikową.

zadanie 3.23

- a) Dla prądu zmiennego jednokierunkowego, którego wykres $I(t)$ przedstawia rysunek 3.25 wyprowadź wzór na natężenie skuteczne.



Rys. 3.25

- b) Czy związek między I_{sk} i I_{max} w tym przypadku różni się w zasadniczy sposób od związku między tymi wielkościami dla prądu sinusoidalnie zmiennego?

zadanie 3.24

Gdy do źródła napięcia sinusoidalnie zmiennego dołączymy tylko opór omowy R , to napięcie między zaciskami źródła i natężenie płynącego prądu są zgodne w fazie:

$$I(t) = I_0 \sin \omega t,$$

$$U(t) = U_0 \sin \omega t.$$

- Wyprowadź wzór na moc chwilową $P(t)$.
- Naszkiuj wykres tej funkcji w przedziale $\langle 0, 2T \rangle$.
- Oblicz, w których chwilach podczas jednego okresu moc chwilowa osiągnie wartość równą mocy skutecznej; wyraż te chwile jako części okresu T .

zadanie 3.25

Do źródła napięcia przemiennego dołączono kondensator o pojemności $C = 5 \mu\text{F}$. W obwodzie płynie prąd, którego natężenie następująco zależy od czasu:

$$I(t) = 5 \cdot 10^{-3} \sin 314 t$$

(wszystkie współczynniki liczbowe są podane w SI).

- Oblicz zawadę kondensatora;
- Napisz wzór funkcji $U(t)$;
- Narysuj wykresy funkcji $I(t)$ i $U(t)$.

zadanie 3.26

Energię elektryczną transportuje się liniami przesyłowymi. Różnica potencjałów między przewodami takich linii może wynosić nawet do 750 kV. Wyjaśnij, dlaczego w liniach przesyłowych stosuje się wysokie napięcia.

zadanie 3.27

Zwojnica o rezystancji $R = 30 \Omega$ po dołączeniu do źródła napięcia przemiennego o częstotliwości $\nu = 1000 \text{ Hz}$ ma zawadę $Z_{RL} = 150 \Omega$. Napięcie skuteczne źródła $U = 200 \text{ V}$.

- Oblicz indukcyjność zwojnicy.
- Oblicz maksymalne natężenie prądu płynącego w zwojnicy.
- Napisz wzory funkcji $I(t)$ i $U(t)$.

zadanie 3.28

W obwodzie RLC napięcie skuteczne $U = 230 \text{ V}$, napięcie skuteczne na idealnym solenoidzie $U_L = 180 \text{ V}$, a na kondensatorze $U_C = 60 \text{ V}$. Opór omowy (rezystancja) obwodu $R = 100 \Omega$.

Oblicz:

- napięcie skuteczne U_R na oporze omowym (rezystancji),
- skuteczne natężenie prądu w obwodzie,

- c) kąt przesunięcia fazowego między napięciem i natężeniem prądu (odpowiedz na pytanie, czy natężenie jest spóźnione w fazie w stosunku do napięcia, czy odwrotnie),
- d) zawadę (impedancję) całego obwodu,
- e) zawadę kondensatora,
- f) zawadę zwojnicy,
- g) moc skuteczną, wydzielaną w obwodzie.

zadanie 3.29

Zwojnicę o oporze $R = 50\ \Omega$ i o indukcyjności $L = 0,2\ \text{H}$ połączono szeregowo z kondensatorem o pojemności $C = 10\ \mu\text{F}$. Obwód dołączono do źródła przemiennego napięcia o częstotliwości $\nu = 50\ \text{Hz}$. Skuteczne napięcie źródła $U = 230\ \text{V}$.

Oblicz:

- a) zawadę obwodu,
- b) natężenie skuteczne prądu płynącego w obwodzie,
- c) wskazanie woltomierza, dołączonego do zacisków zwojnicy,
- d) kąt przesunięcia fazowego między natężeniem prądu i napięciem na zaciskach źródła,
- e) kąt przesunięcia fazowego między natężeniem prądu i napięciem na zaciskach zwojnicy.

zadanie 3.30

Założmy, że do zwojnicy, o której mowa w zadaniu 3.29 wsuwamy rdzeń ferromagnetyczny, aby zwiększyć jej indukcyjność.

Oblicz:

- a) do jakiej wartości musiałaby wzrosnąć indukcyjność zwojnicy, aby natężenie prądu osiągnęło taką samą wartość, jak poprzednio (gdy indukcyjność była równa $0,2\ \text{H}$),
- b) wartość L_{rez} , przy której (podczas wsuwania rdzenia) zostanie osiągnięty rezonans,
- c) natężenie skuteczne prądu rezonansowego.

zadanie 3.31 *

Podziemną przesyłową linię tworzy dwużyłowy kabel łączący prądnicę z odbiornikiem. Jego pojemność elektryczna wynosi $C = 3 \mu\text{F}$. Współczynnik samoindukcji przewodów i uzwojeń generatora jest równy $L = 0,5\text{H}$, a częstotliwość prądu $\nu = 50\text{Hz}$. Opór omowy tej linii i uzwojeń generatora $R = 9\Omega$. Gdy kabel odłączono od odbiornika w obwodzie nadal płynął prąd.

- Wyjaśnij, dlaczego po odłączeniu odbiornika od linii przesyłowej w obwodzie nadal płynął prąd.
- Oblicz zawadę obwodu składającego się z uzwojeń generatora i dołączonego do tego generatora kabla przesyłowego.
- Oszacuj natężenie skuteczne prądu płynącego przez kabel (jak przez kondensator, tzn. gdy odbiornik jest odłączony), jeśli maksymalna wartość napięcia na zaciskach generatora jest równa $U_0 = 325\text{V}$.
- Oblicz, ile musiałaby wynosić częstotliwość prądu przemiennego, aby w obwodzie generatora i kabla wystąpił rezonans napięć.
- Oszacuj napięcie między żyłami kabla, które pojawiłoby się, gdyby wystąpił rezonans napięć. Jakie mogłyby być skutki takiego zjawiska?

zadanie 3.32

Obwód LC zawiera zwojnicę o licznie zwojów n i kondensator płaski, w którym odległość okładek wynosi d . Można zmieniać odległość okładek kondensatora oraz liczbę zwojów zwojownicy **bez zmiany jej długości**. Chcemy dwukrotnie zwiększyć częstotliwość drgań własnych obwodu. Spośród niżej podanych wybierz wszystkie właściwe sposoby osiągnięcia tego celu.

- Zmniejszyć dwukrotnie n , a d pozostawić bez zmian.
- Zwiększyć dwukrotnie d , a n pozostawić bez zmian.
- Zwiększyć czterokrotnie d , a n pozostawić bez zmian.
- Zwiększyć dwukrotnie d , a równocześnie dwukrotnie zmniejszyć n .
- Zmniejszyć dwukrotnie zarówno n , jak i d .
- Zmniejszyć czterokrotnie zarówno n , jak i d .

zadanie 3.33

Istnieje analogia między opisem drgań mechanicznych (np. odważnika o masie m zawieszzonego na sprężynie o współczynniku sprężystości k) i drgań elektromagnetycznych w obwodzie LC. Wychyleniu x z położenia równowagi odpowiada ładunek Q na okładkach kondensatora, a $v_x = \frac{dx}{dt}$ odpowiada $\frac{dQ}{dt}$, czyli natężenie prądu I .

- a) Energia potencjalna układu mechanicznego (odważnik-sprężyna) – jak wiadomo – wyraża się wzorem $E_p = \frac{kx^2}{2}$. Wyraż energię naładowanego kondensatora przez jego pojemność C i ładunek Q zgromadzony na okładkach. Na podstawie analogii zauważ, jaka wielkość elektryczna odpowiada współczynnikowi sprężystości k sprężyny.
- b) Porównaj wzór na okres drgań układu mechanicznego z wzorem na okres drgań elektromagnetycznych w obwodzie LC. Na tej podstawie zauważ, jaka wielkość elektryczna odpowiada masie m .
- c) Jeśli założymy, że nie ma strat energii, to maksymalna energia potencjalna układu mechanicznego odważnik-sprężyna jest równa jego maksymalnej energii kinetycznej w chwili przejścia przez położenie równowagi:

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2}$$

Podobnie maksymalna energia naładowanego kondensatora (czyli pola elektrycznego w kondensatorze) jest równa maksymalnej energii pola magnetycznego w zwojnicy, gdy płynie w niej najsilniejszy prąd.

Napisz analogiczny wzór dla obwodu LC. Oblicz z niego maksymalne natężenie prądu w zwojnicy, jeśli największy ładunek na okładkach kondensatora o pojemności $1 \mu F$ wynosił $10 \mu C$, a indukcyjność zwojnicy jest równa $10 mH$.

W otaczającym świecie często spotykamy ruchy powtarzające się okresowo. Przykładami takich ruchów mogą być ruchy obiegowe planet, bicie serca, ruch plamki świetlnej na ekranie oscyloskopu czy też ruchy tłoków w cylindrach silników spalinowych. Innym przykładem ruchu okresowego, czyli tzw. **ruchem drgającym** może być ruch obciążnika zaczepionego na sprężynie lub ruch kulki zawieszony na nitce. Cechą charakterystyczną wymienionych ruchów jest ich powtarzalność. Przy opisywaniu ruchu drgającego ciała najwygodniej wybrać układ współrzędnych, którego początek pokrywa się z **położeniem równowagi** tego ciała, czyli takim położeniem ciała, w którym wypadkowa sił działających na to ciało jest równa zeru. **Wychylenie** x z położenia równowagi w chwili t jest współrzędną położenia ciała drgającego. **Amplitudą** A nazywamy maksymalne wychylenie z położenia równowagi. **Okres** T jest to czas potrzebny do wykonania przez ciało drgające jednego pełnego cyklu, czyli ruchu ciała od położenia jego równowagi do maksymalnego wychylenia i z powrotem przez położenie równowagi do maksymalnego wychylenia w drugą stronę i dalej z powrotem do położenia równowagi. **Częstotliwość** ν jest równa odwrotności okresu $\left(\nu = \frac{1}{T}\right)$ i informuje nas, jaka jest liczba drgań w jednostce czasu.

Szczególny przypadek ruchów okresowych stanowi **ruch harmoniczny**, w którym wychylenie z położenia równowagi opisuje funkcja

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0),$$

gdzie: ω oznacza tzw. **częstość kołową drgań** równą

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Argument $\omega t + \varphi_0$ funkcji $x(t)$ nazywa się **fazą drgań**, natomiast φ_0 oznacza tzw. **fazę początkową** określającą wychylenie $x(t)$ w chwili początkowej $t = 0$, czyli

$$x(0) = A \sin \varphi_0.$$

Współrzędną prędkości w ruchu harmonicznym opisuje funkcja

$$v_x(t) = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0),$$

natomiast współrzędną przyspieszenia

$$a_x(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki współrzędna siły powodującej ruch harmoniczny ciała o masie m wyraża się wzorem: $F_x = m a_x$, czyli

$$F_x(t) = -mA\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0),$$

lub

$$F_x(x) = -m\omega^2 x.$$

Oscylatorem harmonicznym nazywamy ciało o masie m i punktowych rozmiarach (tzw. punkt materialny) wykonujące ruch harmoniczny pod wpływem siły sprężystej

$$F_x = -kx.$$

Przykładem oscylatora harmonicznego może być mała kulka o masie m zawieszona na sprężynie o współczynniku sprężystości k ; masa sprężyny powinna być mała w porównaniu z masą kulki. Okres drgań (własnych) takiej kulki wyraża się wzorem

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

a częstotliwość własna lub **częstotliwość drgań własnych**

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Energia kinetyczna ciała wykonującego ruch harmoniczny jest opisana funkcjami:

$$E_k(t) = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0),$$

lub

$$E_k(x) = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2).$$

Energia potencjalna ciała wykonującego ruch harmoniczny jest opisana funkcjami:

$$E_p(t) = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0),$$

$$E_p(x) = \frac{1}{2} k x^2.$$

Energia całkowita ciała wykonującego ruch harmoniczny jest równa

$$E = E_p + E_k = \frac{1}{2} k A^2,$$

pozostaje więc stała w czasie.

Wahadłem matematycznym nazywamy ciało o masie m i o niezmiernie małej objętości (punkt materialny), zawieszony na nieważkiej i nierozciągliwej nici o długości l . Okres drgań takiego wahadła jest równy

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

gdzie g oznacza wartość przyspieszenia ziemskiego w miejscu, w którym znajduje się wahadło. W praktyce przyjmujemy, że wahadłem matematycznym może być mała kulka zawieszona na nici (średnica kulki powinna być znacznie mniejsza od długości nici). Nierozciągliwa nić, to taka, której wydłużenie pod wpływem działającej siły jest na tyle małe, że można je pominąć przy obliczaniu okresu drgań. Natomiast nieważka nić oznacza, że jej masa jest znacznie mniejsza od masy kulki i dlatego też można ją pominąć, obliczając okres drgań. Podany wzór jest słuszny tylko dla **małych kątów wychylenia**. Przy dużych kątach wychylenia wahadło matematyczne nie porusza się ruchem harmonicznym.

Charakterystyczną cechą wahadła matematycznego jest **izochronizm**, czyli niezależność okresu drgań oscylatora harmonicznego od amplitudy drgań dla małych kątów.

W niektórych zadaniach rozważamy wahadło matematyczne w układzie nieinercyjnym, na przykład w windzie poruszającej się ruchem zmiennym. Okres drgań takiego wahadła matematycznego można w tym przypadku obliczyć, korzystając ze wzoru

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \pm a_{ukt}}},$$

gdzie a_{ukt} oznacza wartość przyspieszenia układu (windy względem ścian budynku). Znak plus odnosi się do sytuacji, w której zwroty wektorów \vec{g} i \vec{a}_{ukt} są przeciwne, natomiast znak minus – do sytuacji, gdy zwroty tych wektorów są zgodne.

Jeśli drgania ciała wywołuje siła zewnętrzna okresowo zmieniająca się z czasem, to takie drgania nazywamy **drganiami wymuszonymi**.

Zjawisko rezonansu występuje, gdy częstotliwość siły wymuszającej i częstotliwość drgań własnych oscylatora harmonicznego są równe (lub bardzo zbliżone), wtedy amplituda drgań tego oscylatora osiąga wartość maksymalną.

Ciała stałe ulegają **odkształceniom** pod wpływem działających na nie sił. Jeśli po ustaniu działania siły ciało wraca do pierwotnego kształtu, to odkształcenie jest **sprężyste**.

Odkształcenia sprężyste podlegają prawu **Hooke'a**: przyrost długości Δl pręta jest wprost proporcjonalny do wartości F działającej siły i początkowej długości l_0 pręta, a odwrotnie proporcjonalny do pola S jego przekroju poprzecznego

$$\Delta l = \frac{1}{E} \frac{F l_0}{S}.$$

Występująca we wzorze stała E (tzw. **moduł Younga**) zależy od rodzaju materiału, z którego wykonano pręt.

Przyjmując, że iloraz $\frac{F}{S}$ jest miarą tzw. naprężenia wewnętrznego, którego przyczyną jest wydłużenie pręta spowodowane działaniem na pręt siły zewnętrznej, prawo Hooke'a można także zapisać w innej postaci:

$$p = E \frac{\Delta l}{l_0}.$$

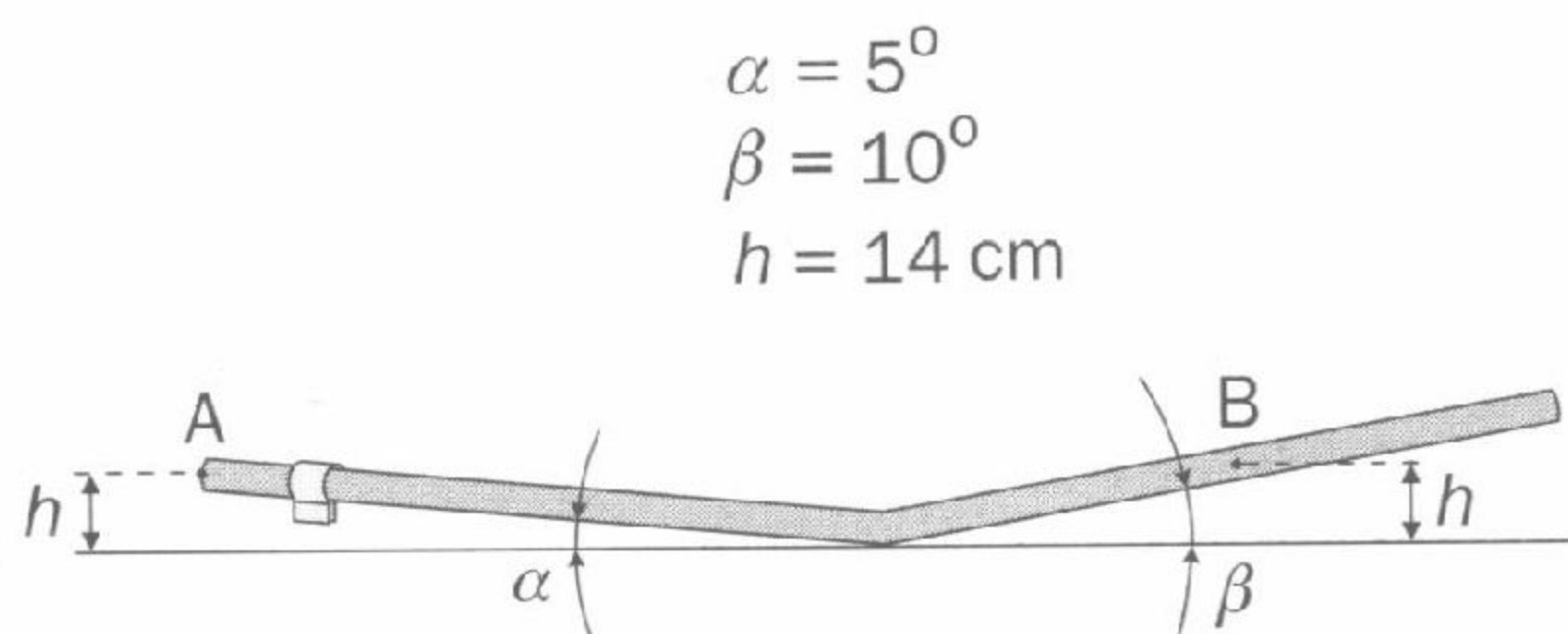
Granica wytrzymałości materiału (np. liny) na rozerwanie nazywamy maksymalne naprężenie wewnętrzne, po przekroczeniu którego następuje zerwanie.

Granica sprężystości nazywamy taką wartość ilorazu $\frac{F}{S}$, po przekroczeniu którego następuje odkształcenie trwałe. Prawo Hooke'a stosuje się tylko w przypadkach, gdy iloraz $\frac{F}{S}$ jest mniejszy od granicy sprężystości.

zadania

zadanie 4.1

Tor powietrzny ukształtowano tak, jak pokazano na rysunku 4.1. W punkcie A umieszczono wózek, który zaczął się poruszać i po pewnym czasie znalazł się w punkcie B. Dzięki poduszce powietrznej wytworzonej pomiędzy rurą toru powietrznego a uchwytem mocującym wózek, siły tarcia występujące podczas ruchu wózka są tak małe, że można je pominąć.



Rys. 4.1

- Oblicz czas, po upływie którego wózek znajdzie się w punkcie B.
- Oblicz okres takiego ruchu. Czy wózek porusza się ruchem harmonicznym?

zadanie 4.2

Zawieszony na sprężynie odważnik o masie $m = 0,4 \text{ kg}$ wykonuje drgania o okresie $T_1 = 2 \text{ s}$. Gdy na tej samej sprężynie zawiesimy inny odważnik, to okres jego drgań wzrośnie do $T_2 = 3 \text{ s}$.

Oblicz:

- współczynnik sprężystości sprężyny,
- masę drugiego odważnika.

zadanie 4.3

Jeżeli na sprężynie zawiesimy odważnik o masie $m = 50 \text{ g}$, to sprężyna wydłuży się o $\Delta l = 6 \text{ cm}$. Oblicz długość wahadła matematycznego, mającego taki sam okres jak odważnik zawieszony na sprężynie

- w laboratorium na powierzchni Ziemi,

- b) w stacji kosmicznej na powierzchni Księżyca; wartość przyspieszenia grawitacyjnego na Księżycu $a_k = \frac{1}{6}g$.

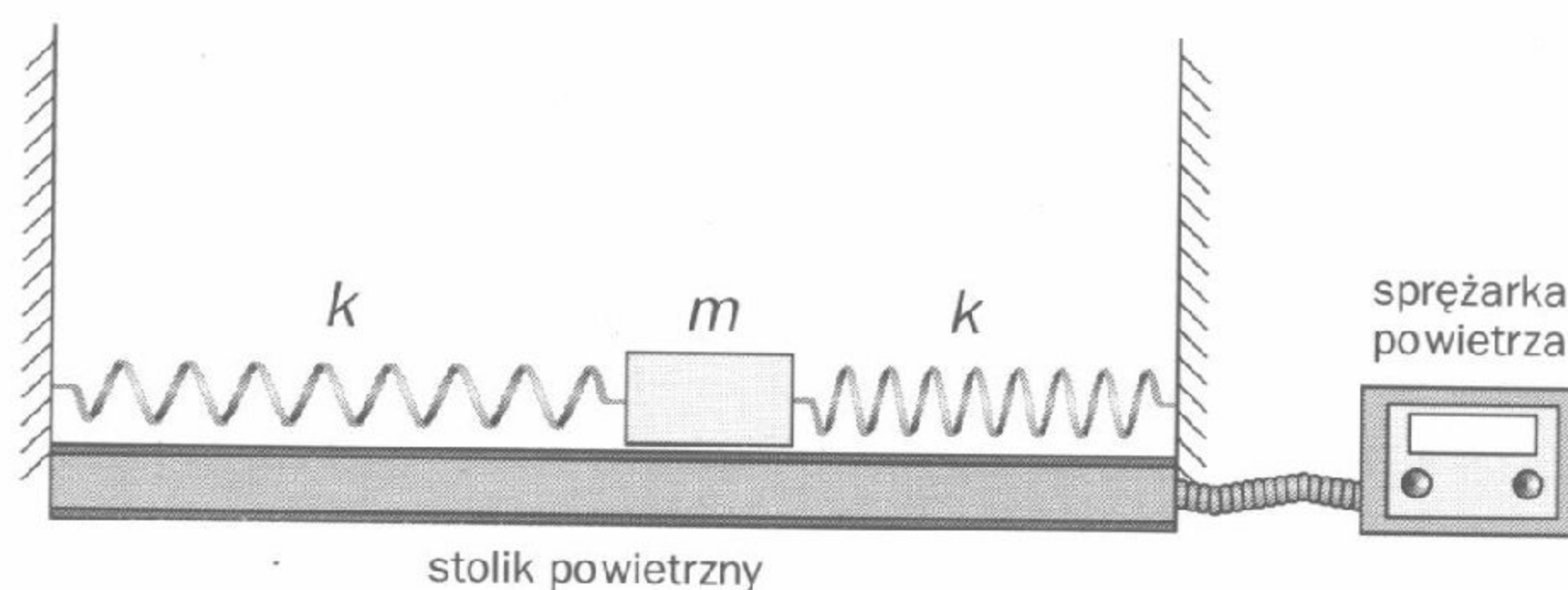
zadanie 4.4

W wagonie pędzącego pociągu zawieszono na sprężynie obciążnik o masie $m = 0,5\text{ kg}$. Współczynnik sprężystości sprężyny $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Odległość sąsiednich spojeń szyn $l = 20\text{ m}$.

- a) Wyjaśnij, dlaczego przy pewnej szybkości pociągu obciążnik zaczął silnie drgać.
b) Oszacuj szybkość pociągu.

zadanie 4.5

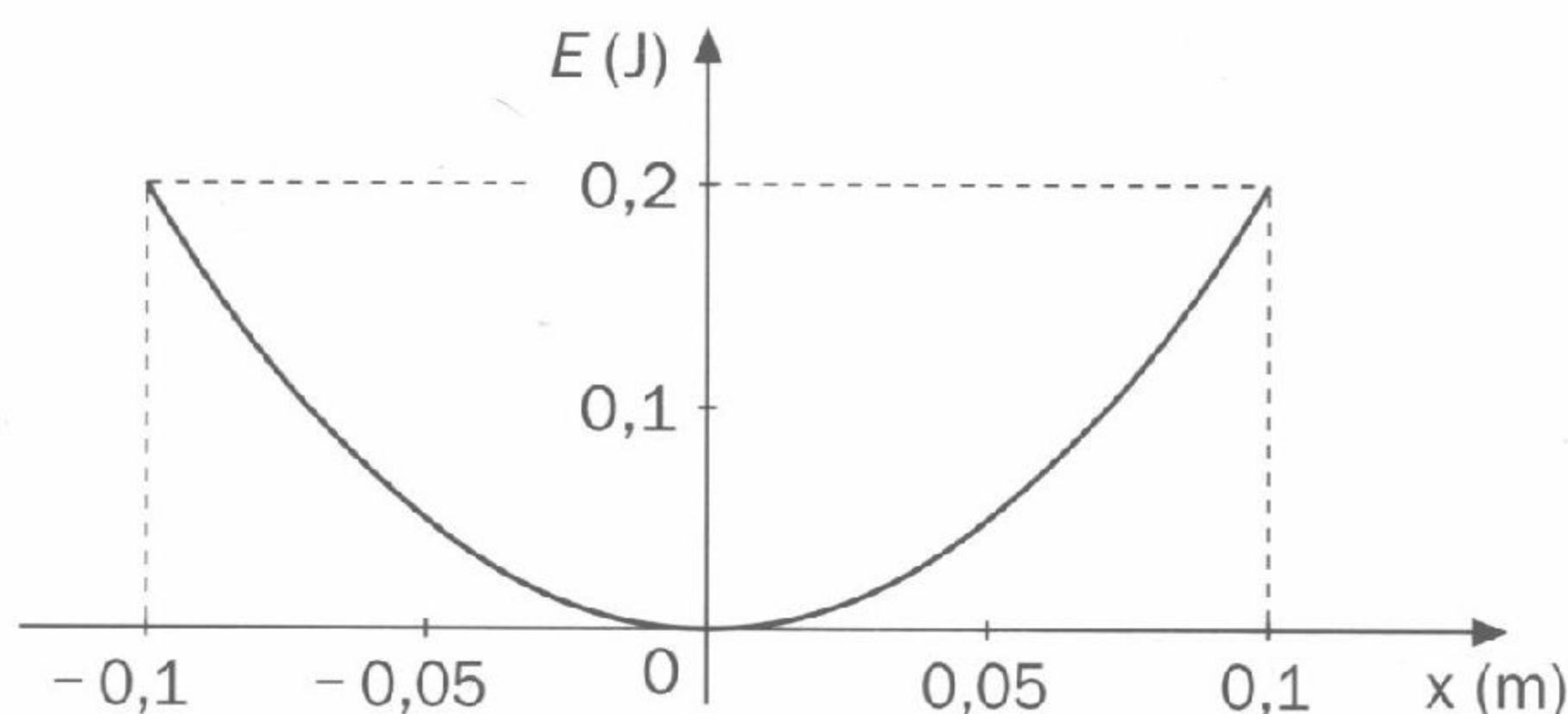
Klocek o masie $m = 500\text{ g}$ przyczepiono do końców sprężyn o jednakowych współczynnikach sprężystości i położono na stole powietrznym (rys. 4.2).



Rys. 4.2

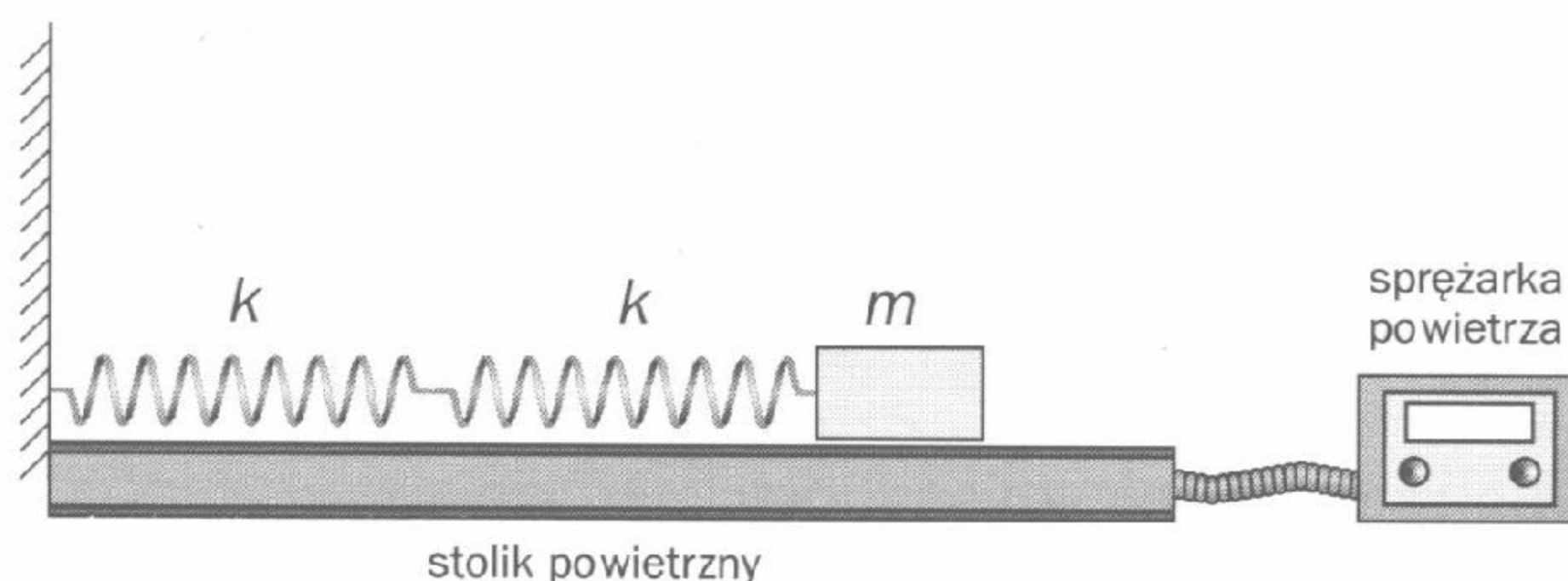
Przez otworki wykonane w blacie stołu wydmuchiwane jest powietrze, które tworzy poduszkę powietrzną pomiędzy powierzchnią stołu a klockiem; dzięki temu wartość siły tarcia klocka o stół jest bardzo mała w porównaniu z wartością wypadkowej sił sprężystości działających na klocek. Na wykresie (rys. 4.3) przedstawiono zależność energii potencjalnej sprężystości układu sprężyn od położenia klocka.

- a) Odczytaj z zamieszczonego wykresu ile wynosi maksymalna energia kinetyczna klocka oraz amplituda jego drgań.
b) Oblicz wartość współczynnika sprężystości k_{ukt} układu oraz każdej sprężyny k .



Rys. 4.3

- c) Oblicz okres drgań klocka.
- d) Oblicz okres drgań klocka w sytuacji przedstawionej na rysunku 4.4.



Rys. 4.4

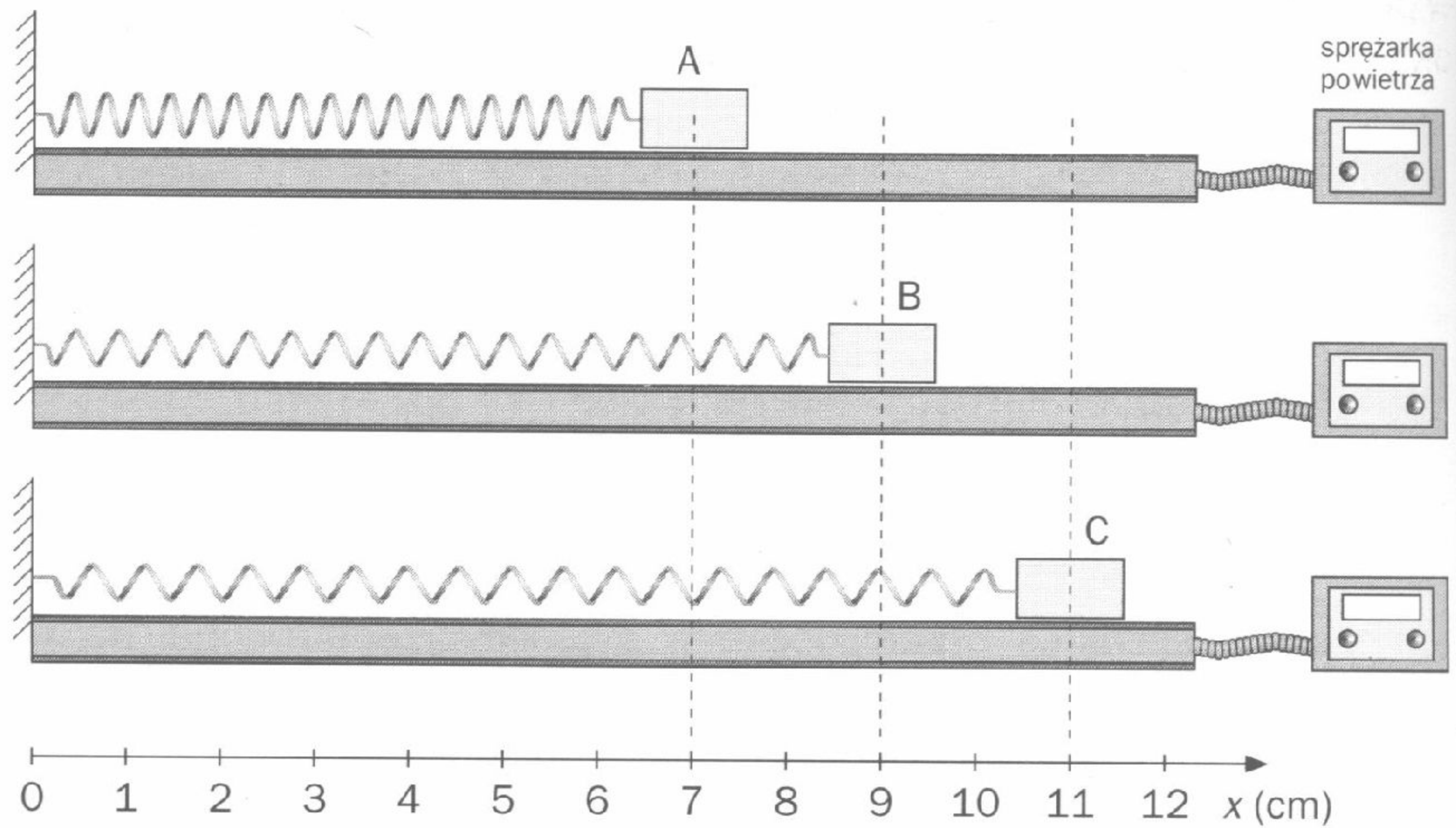
Wskazówka: Wykaż, że okres drgań klocka połączonego ze sprężynami o współczynnikach sprężystości k_1 i k_2 (tak jak na rysunku 4.4) można obliczyć, korzystając ze wzoru:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}; \quad \text{gdzie} \quad \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}.$$

Uwaga: Poniższy tekst wraz z rysunkiem odnosi się do zadań 4.6–4.8.

Klocek o masie $m = 150 \text{ g}$ przyczepiony do końca sprężyny o współczynniku sprężystości $k = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ wykonuje drgania harmoniczne (rys. 4.5).

Między powierzchnią stołu a klockiem wytworzono poduszkę powietrzną tak, że klocek może poruszać się praktycznie bez tarcia. W punktach A i C zwrot prędkości klocka ulega zmianie na przeciwny.



Rys. 4.5

zadanie 4.6

Amplituda drgań harmoniczných klocka jest równa

- A. 4 cm, B. 11 cm, C. 2 cm, D. 9 cm.

zadanie 4.7

Maksymalna wartość siły działającej na klocek jest równa

- A. 4 N, B. 8 N, C. 18 N, D. 22 N.

zadanie 4.8

Szybkość klocka w chwili, gdy przechodzi przez punkt B jest równa

- A. $0,73 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, B. $1,46 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, C. $2,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, D. $3,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

zadanie 4.9

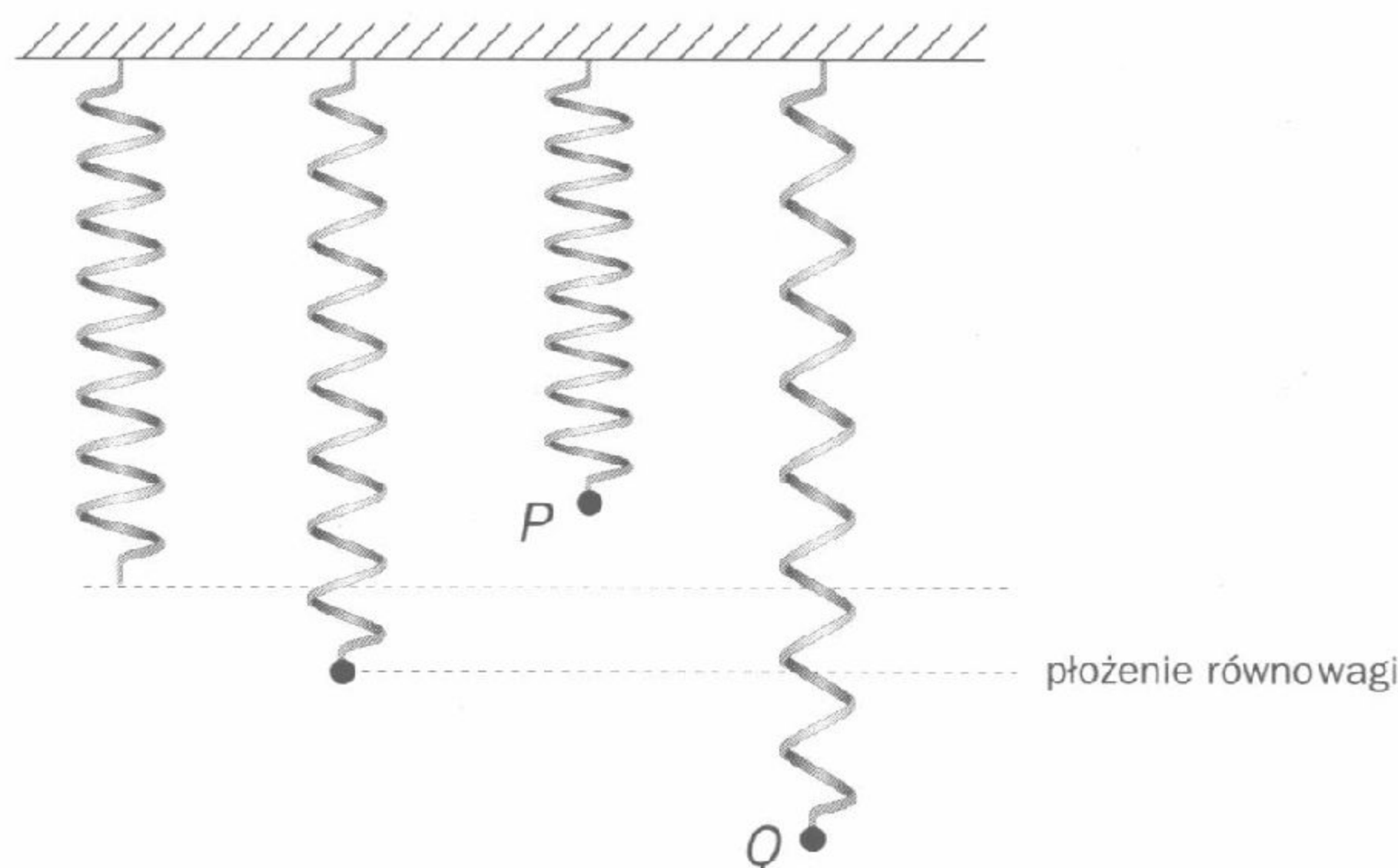
Dwie kulki o tych samych promieniach, pierwsza z ołowiu a druga z drewna, zawieszono na sprężynach o równych współczynnikach sprężystości i wprowadzono w drgania harmoniczne. Masy sprężyn są bardzo małe

w porównaniu z masami kulek. Poniżej napisano kilka zdań dotyczących okresu lub częstotliwości drgań tych kulek. Wybierz zdanie prawdziwe.

- A. Okresy drgań obu kulek są równe.
- B. Okres drgań tej kulki jest większy, która w chwili początkowej była bardziej wychylona z położenia równowagi.
- C. Częstotliwość drgań kulki z ołowiu jest mniejsza od częstotliwości drgań kulki z drewna.
- D. Większą częstotliwość będzie miała ta kulka, która jest zawieszona na sprężynie o mniejszej długości.

zadanie 4.10

Długość bardzo lekkiej, nieobciążonej sprężyny, jest równa 50 cm. Gdy na końcu sprężyny powieszono kulkę o masie 60 g, jej długość (w stanie równowagi) wzrosła do 54 cm. Kulkę wprowadzono w drgania o amplitudzie 8 cm (patrz rysunek 4.6).



Rys. 4.6

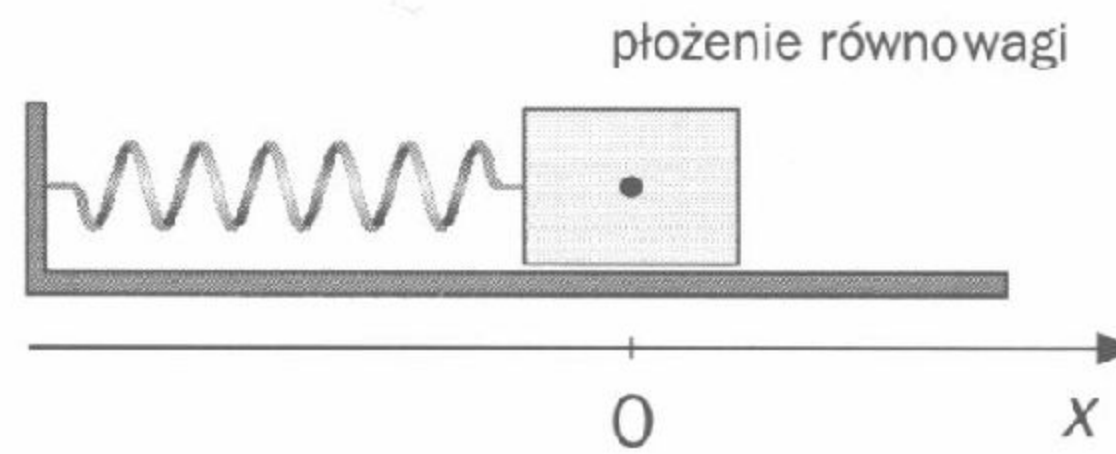
- a) Oblicz wartość siły, którą sprężyna działa na kulkę w punktach największego wychylenia P i Q; w każdym przypadku podaj jej zwrot (pomiń rozmiary kulki).
- b) Sprawdź, że **siła wypadkowa**, działająca na kulkę w położeniach P i Q ma taką samą wartość, równą kA (A – amplituda drgań, k – współczynnik sprężystości sprężyny).
- c) Te same polecenia wykonaj w przypadku, gdy kulka wykonuje drgania o amplitudzie 2 cm.

zadanie 4.11

Drgania klocka o masie $m = 0,1$ kg (rys. 4.7) opisuje funkcja

$$x(t) = 0,085 \cdot \sin \pi \left(0,8t + \frac{5}{12} \right),$$

w której wszystkie współczynniki liczbowe są podane w odpowiednich jednostkach SI.



Rys. 4.7

Oblicz:

- wzajemną odległość skrajnych położeń klocka,
- jego okres drgań,
- stałą sprężystości sprężyny,
- współrzędną początkowego położenia klocka (w chwili $t = 0$),
- całkowitą energię klocka.

zadanie 4.12

Współrzędna prędkości punktu drgającego ruchem harmonicznym dana jest funkcją

$$v_x(t) = 0,24 \cdot \cos \left(3t + \frac{\pi}{6} \right),$$

w której wszystkie liczbowe współczynniki są podane w jednostkach SI.

- Napisz funkcję $x(t)$ dla tego punktu.
- Dla $t = 0$ oblicz współrzędną punktu i współrzędną jego prędkości.
- Napisz funkcję $a_x(t)$ i oblicz współrzędną jego przyspieszenia dla $t = 0$.

zadanie 4.13

Współrzędne środka masy ciała poruszającego się w płaszczyźnie poziomej (x, y) opisane są przez następujące funkcje:

$$x(t) = 0,5\text{m} \cdot \sin \pi \frac{1}{\text{s}} \left(t + \frac{1}{2} \text{s} \right),$$

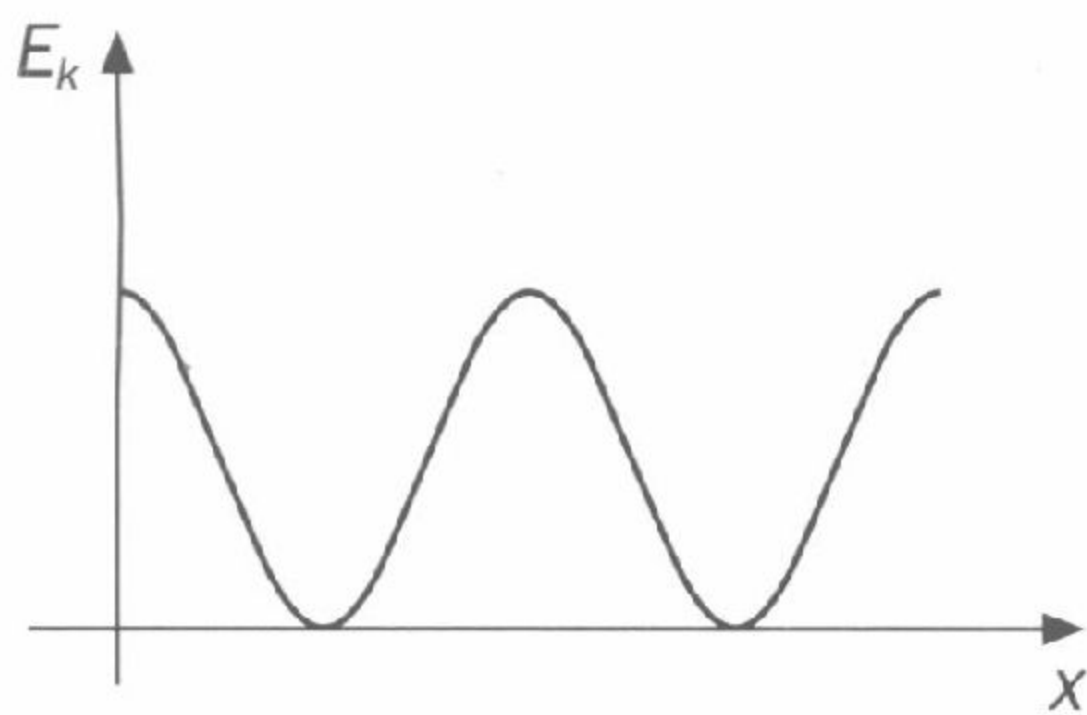
$$y(t) = 0,5\text{m} \cdot \sin \pi \frac{1}{\text{s}} t.$$

Masa ciała jest równa $m = 0,5\text{kg}$.

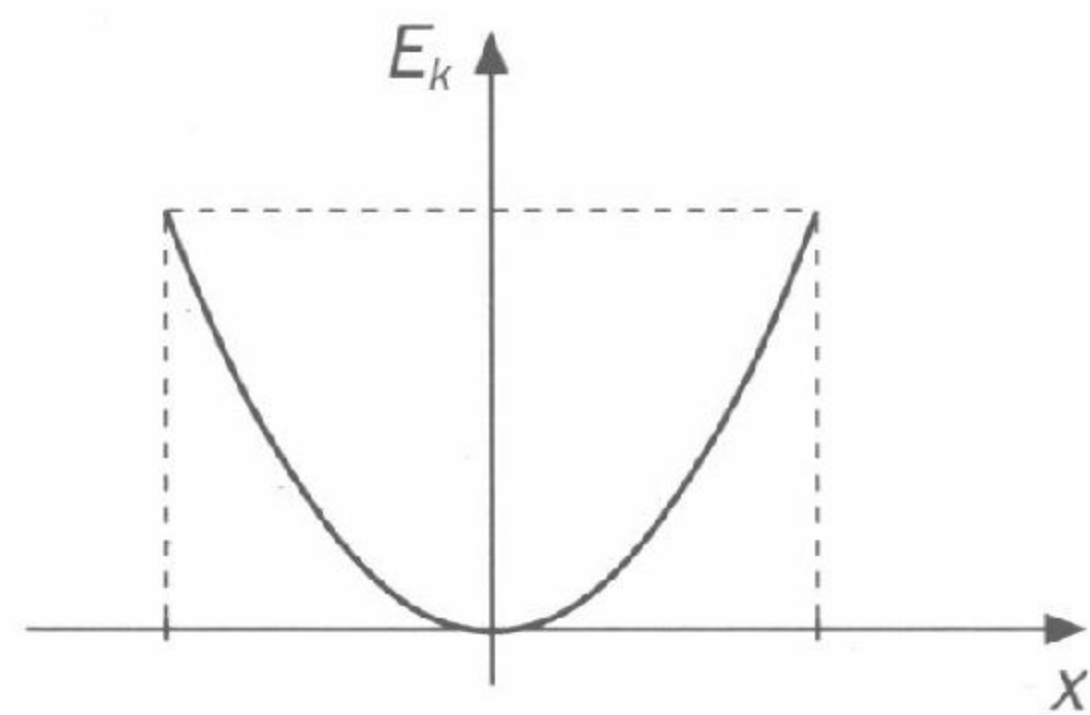
- Sprawdź, że torem ruchu jest okrąg i napisz równanie tego okręgu.
- Oblicz energię kinetyczną tego ciała.

zadanie 4.14

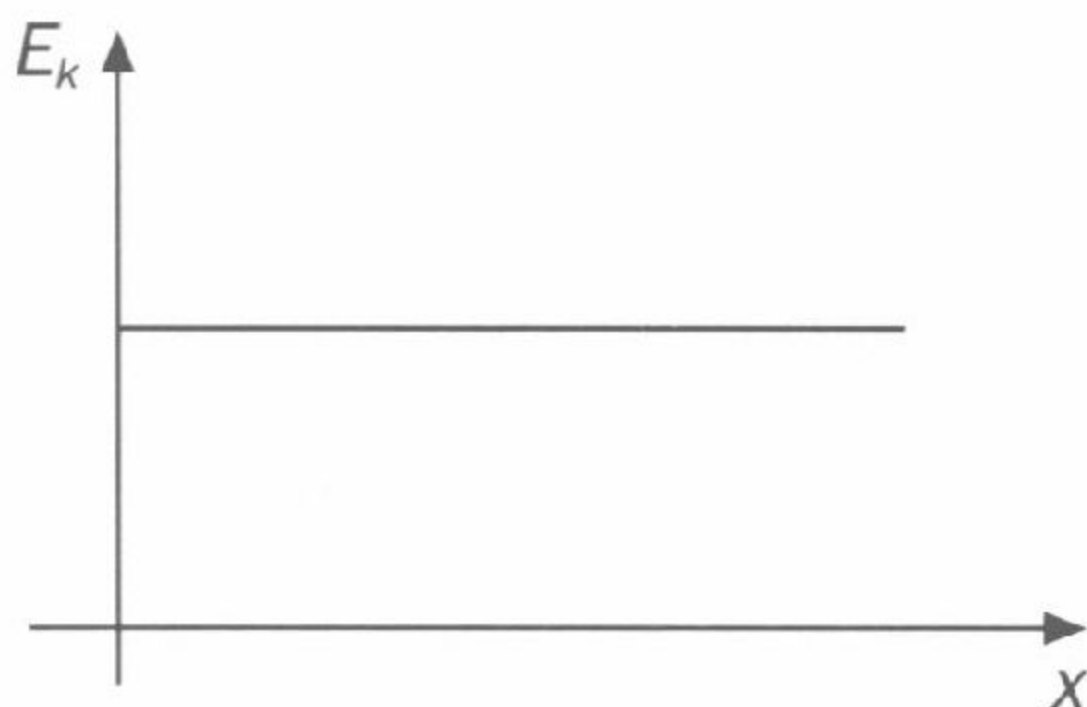
Ciało porusza się ruchem harmonicznym. Zależność energii kinetycznej E_k ciała od wartości jego wychylenia x przedstawia wykres



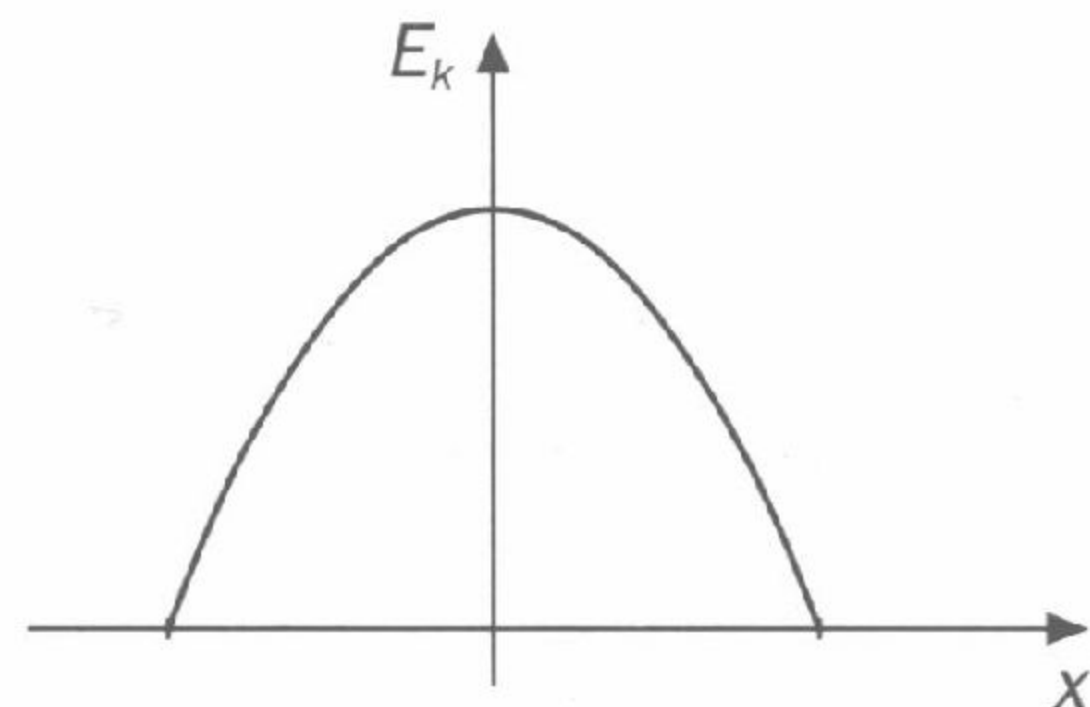
A.



B.



C.



D.

zadanie 4.15

Wypełnij tabelę zamieszczoną poniżej. Obliczone wartości wyraż w ułamkach zwykłych. Staraj się przeprowadzić obliczenia w pamięci, korzystając z informacji, że energia potencjalna w ruchu harmonicznym jest wprost proporcjonalna do kwadratu wychylenia ciała z położenia równowagi, a $E_c = \frac{kA^2}{2}$.

x	E_p	E_k	$\frac{E_p}{E_k}$
$\frac{1}{5}A$			
$\frac{2}{5}A$			
$\frac{1}{2}A$			
$\frac{3}{5}A$			
$\frac{4}{5}A$			

Przykład: Jeśli $x = \frac{3}{10}A$, to $E_p = \frac{9}{100}E_c$, zatem $E_k = \frac{91}{100}E_c$; $\frac{E_p}{E_k} = \frac{9}{91}$.

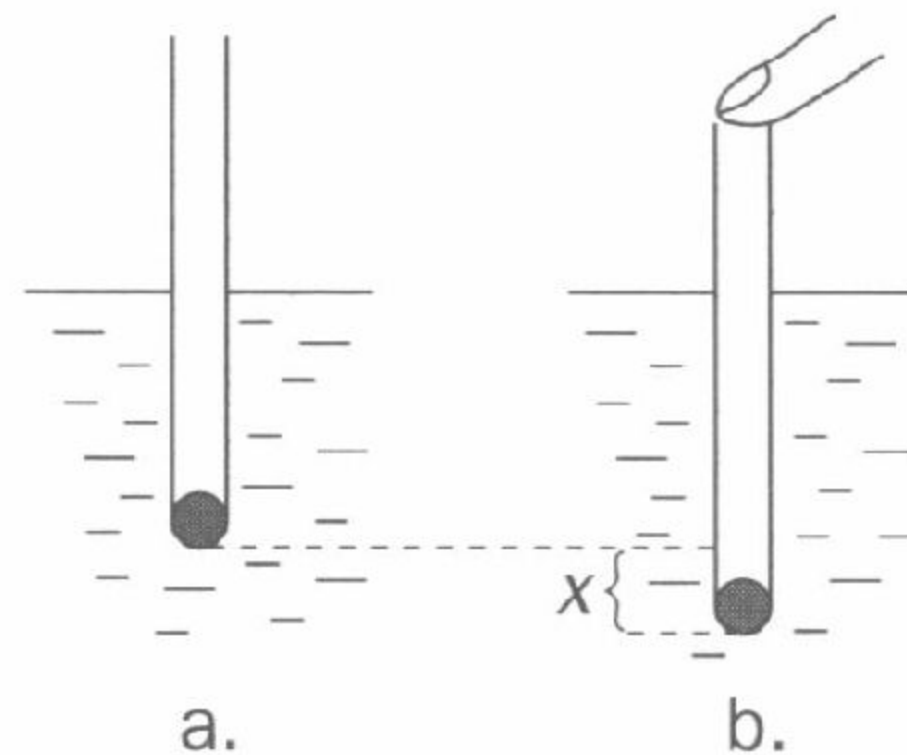
zadanie 4.16

Ciało wykonuje ruch harmoniczny opisany funkcją: $x(t) = A \sin \omega t$.
Oblicz:

- dla jakiej wartości x energia kinetyczna ciała drgającego ruchem harmonicznym jest równa jego energii potencjalnej (wyraż x przez A),
- dla jakiej wartości $t < \frac{T}{4}$ energia kinetyczna jest równa energii potencjalnej,
- dla jakiej wartości x stosunek $E_k : E_p = 4$,
- dla jakiej wartości $t < \frac{T}{4}$ stosunek $E_k : E_p = 4$.

zadanie 4.17

Do próbówki wrzucono niewielki odważnik, aby po zanurzeniu w wodzie pływała w pozycji pionowej (rys. 4.8 a). Naciskając palcem, zwiększono jej głębokość zanurzenia o x (rys. 4.8 b) i puszczono. Próbówka wykonuje drgania. Masa próbówki wraz z odważnikiem $m = 20 \text{ g}$, pole jej poprzecznego przekroju $S = 1 \text{ cm}^2$; gęstość wody $\rho_w = 10^3 \text{ kg/m}^3$.

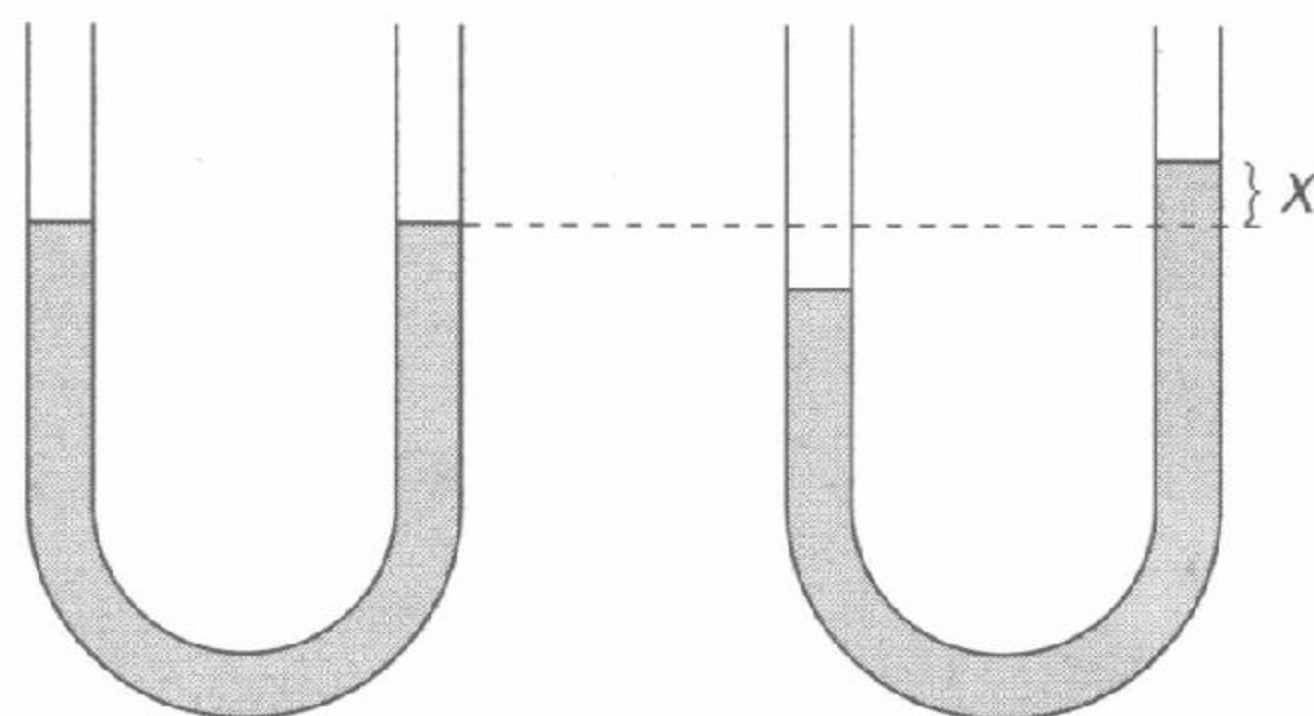


Rys. 4.8

- Wykaż, że w przypadku, gdy pominiemy opór wody, działająca na próbkę siła wypadkowa jest zwrócona w stronę położenia równowagi, a jej wartość jest wprost proporcjonalna do wychylenia $|x|$.
- Oblicz współczynnik proporcjonalności k .
- Oblicz okres drgań próbówki.

zadanie 4.18

Do U-rurki, której przekrój poprzeczny jest wzdłuż całej długości stały i równy $S = 0,5 \text{ cm}^2$ nalano wody o objętości $V = 12 \text{ cm}^3$. Dmuchając do jednego z ramion wyprowadzono wodę z położenia równowagi; jej poziom w jednym z ramion podniósł się o x (rys. 4.9).



Rys. 4.9

- Wykaż, że jeśli pominiemy opór, to siła, która dąży do przywrócenia stanu równowagi jest wprost proporcjonalna do $|x|$; oblicz współczynnik proporcjonalności k .
- Oblicz częstotliwość drgań słupa wody.
- Czy częstotliwość drgań uległaby zmianie, gdyby do U-rurki nalano innej cieczy o takiej samej objętości?

zadanie 4.19

W zadaniu 3.6 rozdziału 3 (część I Zbioru zadań) należało wykazać, że wartość natężenia pola grawitacyjnego wewnątrz Ziemi w odległości r od jej środka ma wartość

$$\gamma = \frac{4}{3}\pi G\rho r,$$

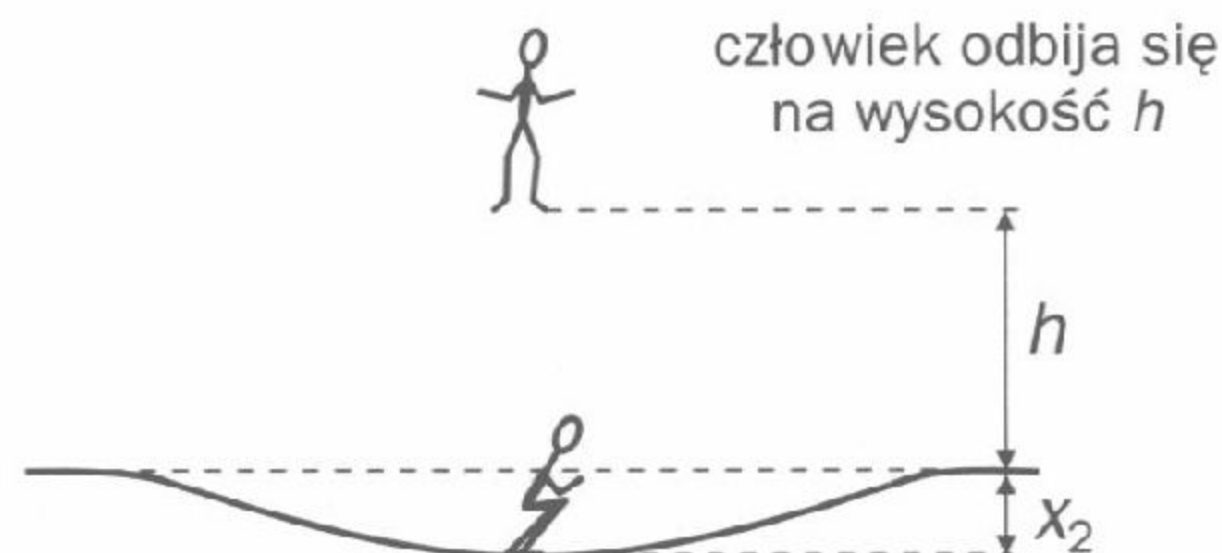
gdzie ρ jest średnią gęstością Ziemi. Natężenie pola grawitacyjnego $\vec{\gamma}$ jest tam zwrócone do środka Ziemi.

Założ, że Ziemia jest jednorodną kulą (tzn. o jednakowej gęstości w każdym punkcie równej średniej gęstości Ziemi). Przez Ziemię przewiercono tunel przechodzący przez jej środek.

- Wykaż, że ciało o masie m wpuszczone do tego tunelu, wykonywałoby drgania harmoniczne.
- Oblicz okres tych drgań, przyjmując, że średnia gęstość Ziemi $\rho = 5,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Czy okres ten zależy od masy ciała?
- Porównaj wynik z okresem obiegu Ziemi przez satelitę poruszającym się po orbicie kołowej z pierwszą prędkością kosmiczną.

zadanie 4.20

Trampolina (tzw. batuta) pozwala na wybicie się akrobacie na wysokość umożliwiającą wykonanie pełnego salta. Pod wpływem siły ciężkości człowieka o masie $m = 65 \text{ kg}$ batuta odkształca się o $x_1 = 10 \text{ cm}$. Oblicz wysokość h , na którą wzniesie się ten człowiek, jeśli w chwili wybicia batuta była odkształcona o $x_2 = 80 \text{ cm}$ (rys. 4.10).



Rys. 4.10

zadanie 4.21

Kulę o masie $0,5\text{ kg}$ zawieszono na cienkiej lince o długości 1 m . Podczas wahań maksymalna szybkość kuli była równa $0,9\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Przyjmij, że wartość przyspieszenia ziemskiego $g = 9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. W chwili przejścia kuli przez położenie równowagi siła naciągu linki miała wartość równą około

- A. $5,3\text{ N}$, B. $4,9\text{ N}$, C. $4,5\text{ N}$, D. $0,4\text{ N}$.

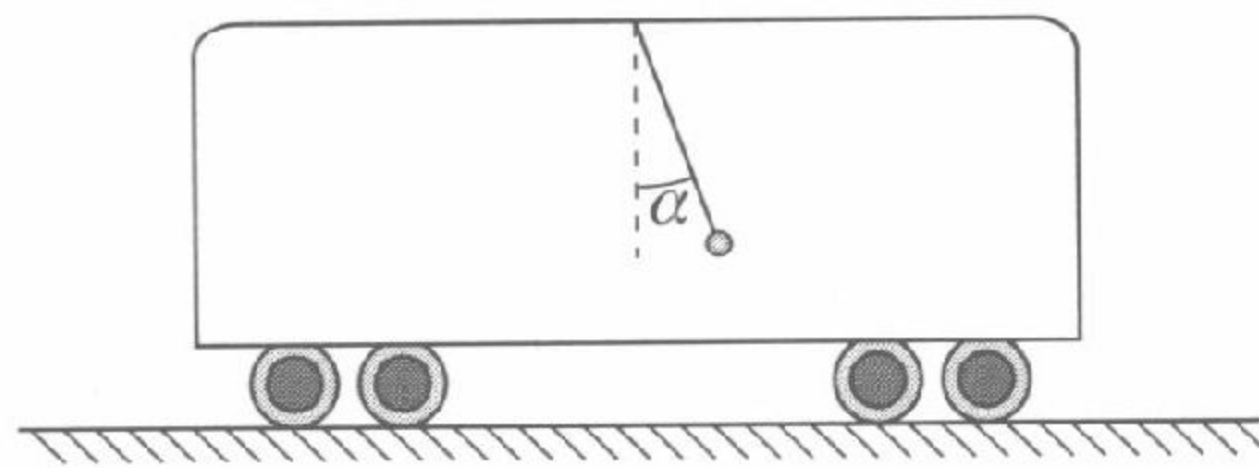
zadanie 4.22

W windzie powieszono wahadłowy zegar ścienny. Gdy winda, jadąc w dół, będzie hamowała, to zegar

- A. będzie się spieszył, B. będzie się spóźniał,
C. będzie szedł normalnie, D. zatrzyma się.

zadanie 4.23

Kulkę metalową o masie m zawieszono na końcu nitki o długości $l = 70\text{ cm}$ i zaczepiono do sufitu wagonu. W pewnej chwili pociąg zaczął gwałtownie hamować tak, że kula znalazła się w nowym położeniu równowagi, w którym nitka utworzyła z kierunkiem pionu kąt $\alpha = 12^\circ$ (rysunek 4.11).



Rys. 4.11

- Narysuj, oznacz i nazwij siły działające na kulkę w nieinercyjnym układzie odniesienia związanym z hamującym wagonem. Czy siły te równoważą się?
- Oblicz przyspieszenie wagonu.
- Zanim kulka zatrzymała się w nowym położeniu równowagi (patrz punkt a)) wykonywała wahania. Oblicz okres tych wahań traktując kulkę na nitce jako wahadło matematyczne.

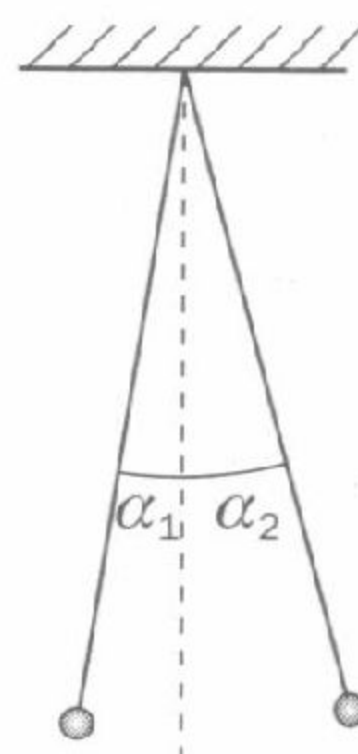
zadanie 4.24

Małą metalową kulkę o masie $m = 1 \text{ g}$ zawieszono na nierozciągliwej i nieprzewodzącej prądu lince o długości $l = 20 \text{ cm}$. Kulkę naelektryzowano ładunkiem $q = 0,1 \mu\text{C}$.

- Oblicz okres wahań takiego wahadła, jeśli w przestrzeni wytworzono stałe i jednorodne pole elektryczne o natężeniu $E = 1,5 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ i liniach skierowanych pionowo. Rozważ dwa przypadki.
- Czy okres drgań wahadła zmieni się, gdy w przestrzeni wytworzymy dodatkowo jednorodne pole magnetyczne, którego linie będą prostopadłe do płaszczyzny rysunku. Odpowiedź uzasadnij.

zadanie 4.25*

Dwie małe kulki (których rozmiary pomijamy) o jednakowych masach wiszą na nitkach o jednakowych długościach $l = 1 \text{ m}$. Nitki są zaczepione w jednym punkcie. Kulki wyprowadzono z położenia równowagi tak, że nitki wychyliły się o kąty $\alpha_1 = \alpha$ i $\alpha_2 = 2\alpha$ (rys. 4.12), przy czym oba kąty są bardzo małe. Kulki **równocześnie** puszczono. Opory pomijamy.



Rys. 4.12

- Zbadaj, w którym położeniu kulki zderzą się i oblicz, po jakim czasie to nastąpi.

Jak zachowają się kulki po zderzeniu, jeśli

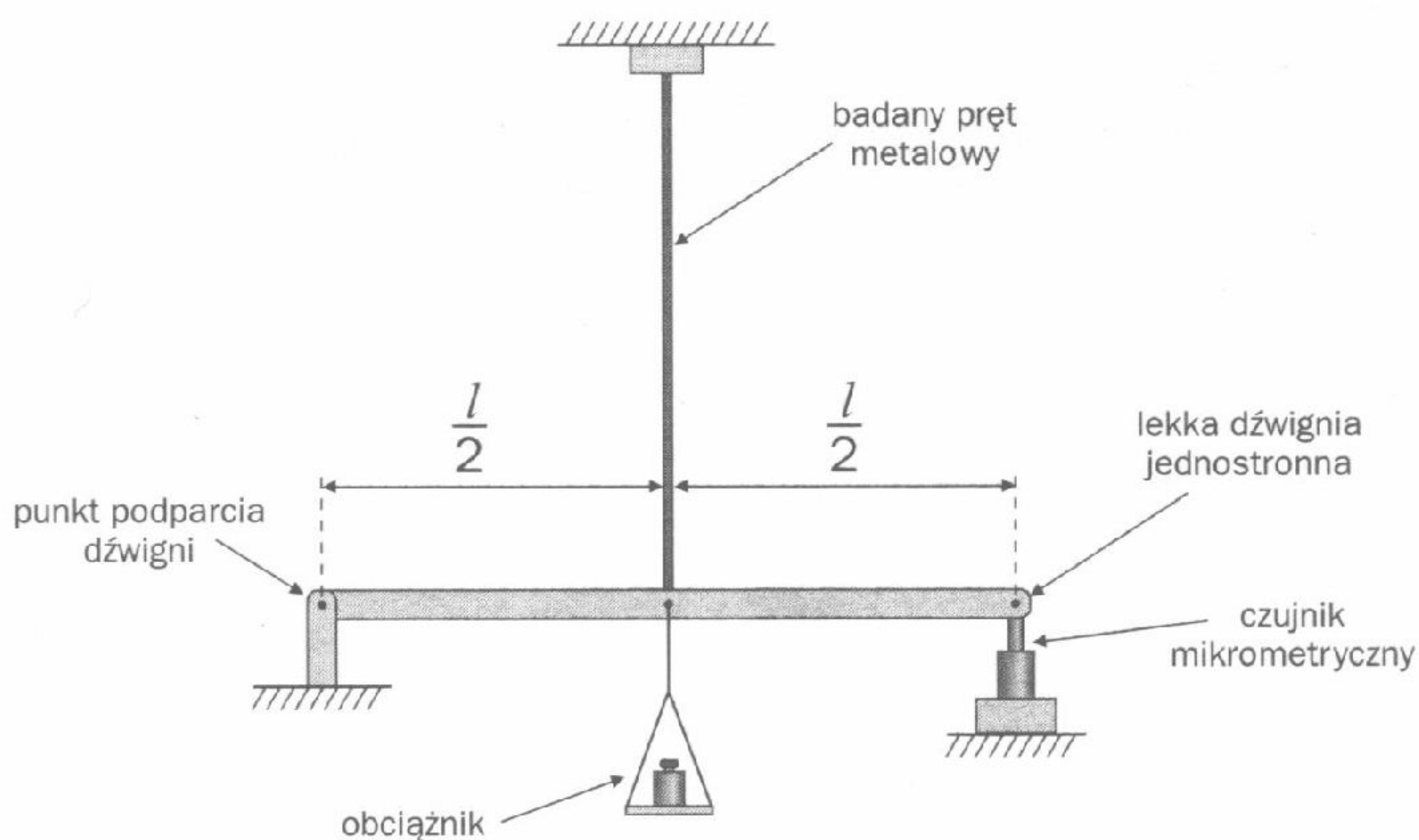
- zderzenie było centralne i doskonale niesprężyste,
- zderzenie było centralne i doskonale sprężyste.

Wskazówka: podczas zderzenia centralnego, doskonale sprężystego kulki o jednakowych masach wymieniają się prędkościami.

- Jeśli po zderzeniu kulek nastąpi zjawisko okresowe, oblicz okres. Pomiń czas zderzenia.
- Wyprowadź wzór na maksymalny kąt odchylenia nici od położenia równowagi w przypadku zderzenia niesprężystego.

zadanie 4.26

W celu wyznaczenia modułu Younga metalowego pręta o długości $l_0 = 1,0\text{ m}$ i średnicy $2r = 2\text{ mm}$ zbudowano układ przedstawiony na rysunku 4.13. Masa szalki oraz dźwigni jest bardzo mała w porównaniu z masą obciążnika. Czujnik mikrometryczny jest przyrządem pozwalającym zmierzyć zmiany położenia końca dźwigni. Dzięki zastosowanej dźwigni wartość wydłużenia wskazywana przez czujnik jest dwa razy większa od wydłużenia drutu. Gdy na szalkę wagi położono obciążnik o masie $m = 1,0\text{ kg}$, czujnik wskazał $4,8 \cdot 10^{-5}\text{ m}$.



Rys. 4.13

- Podaj sens fizyczny modułu Younga.
- Oszacuj wartość modułu Younga substancji, z której wykonano badany pręt.
- Korzystając z tablic fizyczno-astronomicznych zidentyfikuj substancję, z której wykonano pręt.

zadanie 4.27

Winda kosmiczna jest jednym z pomysłów na zmniejszenie kosztów lotów na orbitę geostacjonarną. Satelitę pozostającego na takiej orbicie miałyby połączyć z Ziemią wystarczająco długa lina, która umożliwiłaby transport pojazdów w kosmos.

- a) Wyjaśnij, dlaczego projekt taki jest w chwili obecnej niemożliwy do wykonania. W tym celu oblicz długość liny stalowej, która zerwie się pod działaniem własnego ciężaru. Przyjmij, że gęstość stali jest równa $\rho = 7,7 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, natomiast wytrzymałość stali na zerwanie $P = 400 \text{MPa}$.
- b) W tabeli 4.1 zestawiono gęstości i wytrzymałości na zerwanie różnych materiałów. Wybierz materiał, z którego należałoby wykonać linę, aby ta, wisząc mogła mieć największą długość i nie zerwać się pod wpływem własnego ciężaru.

Tabela 4.1

substancja	$\rho \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$	$P \text{ (MPa)}$
ołów	11340	14
glin	2700	64
mosiądz	8200 – 8950	200
duraluminium	2600 – 2900	500

Fala mechaniczna (sprężysta) jest to **zaburzenie** rozchodzące się **w ośrodku sprężystym i przenoszące energię**. Zaburzenie polega na wychyleniu z położenia równowagi pewnego niewielkiego fragmentu (elementu) ośrodka; przenoszenie się tego zaburzenia w ośrodku następuje na skutek działania sił sprężystych.

Natężeniem fali I nazywamy iloraz energii transportowanej przez ośrodek sprężysty w jednostce czasu $\frac{E}{t}$ przez powierzchnię S (ustawioną prostopadle do kierunku rozchodzenia się fali) i tej powierzchni

$$I = \frac{E}{tS} = \frac{P}{S}.$$

W przypadku braku tłumienia P jest mocą źródła.

Zbiór punktów ośrodka sprężystego o takiej samej fazie drgań nazywamy **powierzchnią falową** lub **czołem fali**. Najmniejsza odległość dwu powierzchni falowych (o tych samych fazach) jest **długością fali λ** .

Okresem fali T nazywamy czas, w ciągu którego zaburzenie przebędzie w ośrodku drogę równą długości fali λ . Częstotliwość fali ν jest równa odwrotności okresu, czyli

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Szybkość fali v jest stała w danym ośrodku (ale różna dla różnych ośrodków) i wyraża się wzorem

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu.$$

Jeżeli fala mechaniczna przechodzi z jednego ośrodka, w którym jej szybkość jest równa v_1 do drugiego ośrodka, w którym szybkość jest równa v_2 , to **częstotliwość fali nie ulega zmianie** na granicy tych ośrodków; zmienia się jej długość

$$\frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2}.$$

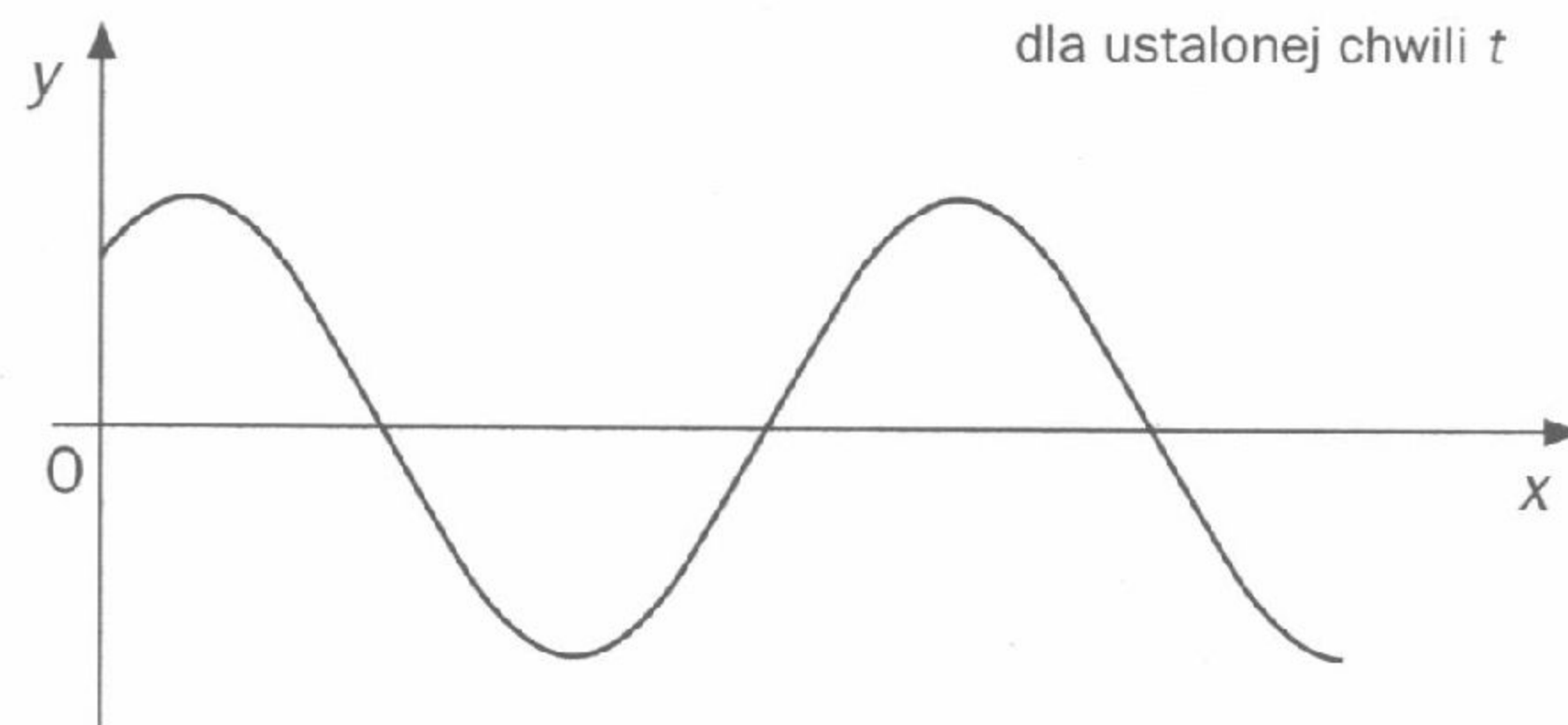
Płaska fala harmoniczna rozchodzi się w ośrodku sprężystym, gdy źródło fali wykonuje drgania harmoniczne a powierzchnie generowanych fal (czoła fali) są płaszczyznami.

Funkcja falowa opisująca płaskie fale harmoniczne rozchodzące się wzdłuż osi x ma postać

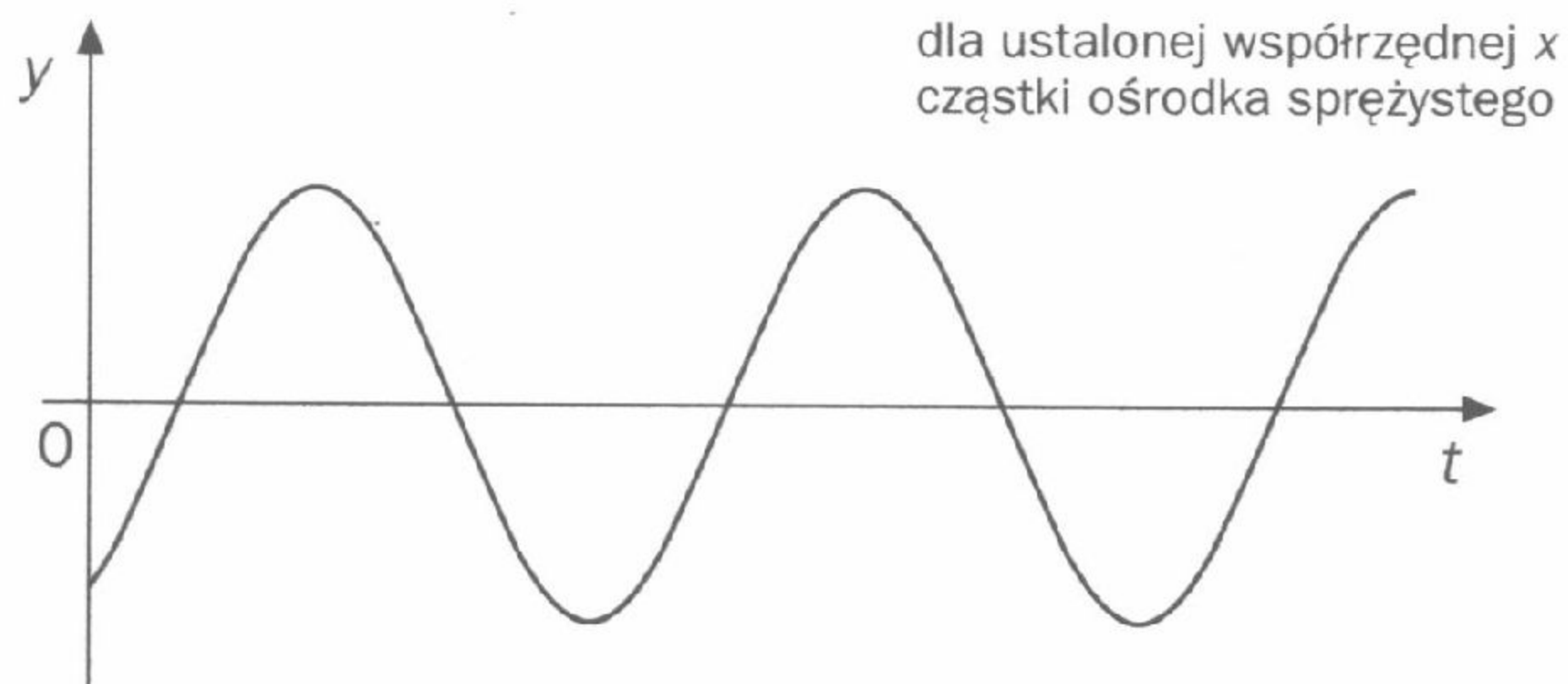
$$y(x,t) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right).$$

Argument funkcji sinus nazywa się **fazą fali**: $\varphi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$. Wartość funkcji $y(x,t)$ jest równa wychyleniu y z położenia równowagi cząstki ośrodka sprężystego o współrzędnej x w chwili t .

Ze względu na to, że wychylenie y jest funkcją dwóch zmiennych (x i t), zależności $y(x,t)$ nie można przedstawić w jednym płaskim kartezjańskim układzie współrzędnych; dla ustalonej chwili t zależność $y(x)$ jest sinusoidą (rys. 5.1), dla ustalonej cząstki ośrodka sprężystego, czyli ustalonej współrzędnej x zależność $y(t)$ też jest sinusoidą (rys. 5.2).



Rys. 5.1



Rys. 5.2

Interferencją fal nazywamy zjawisko nakładania się fal, w wyniku czego amplituda fali wypadkowej może być w danym punkcie ośrodka sprężystego zwiększona lub zmniejszona w zależności od różnicy faz fal składowych. Gdy fazy są zgodne (różnią się o całkowitą wielokrotność 2π) następuje maksymalne wzmocnienie, a gdy przeciwne – maksymalne osłabienie.

Jeżeli **źródła fal drgają w zgodnych fazach**, to w punktach ośrodka sprężystego, których różnica odległości $|r_2 - r_1|$ od źródeł fal jest równa **nieparzystej wielokrotności połowy długości fali**, następuje **maksymalne osłabienie fali**:

$$|r_2 - r_1| = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad \text{gdzie } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

W przypadku, gdy amplitudy interferujących fal są jednakowe, maksymalne osłabienie jest całkowitym wygaszeniem.

Jeżeli **źródła fal drgają w zgodnych fazach**, to w punktach ośrodka sprężystego, których różnica odległości $|r_2 - r_1|$ od źródeł fal jest równa **całkowitej wielokrotności długości fali**, następuje **maksymalne wzmocnienie fali**:

$$|r_2 - r_1| = n \lambda, \quad \text{gdzie } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Fale mechaniczne (tzw. **fale akustyczne**), na które reaguje ucho ludzkie, to fale o częstotliwościach od około 16 Hz do 20 kHz.

Poniżej zakresu częstotliwości słyszalnych przez człowieka mamy do czynienia z tzw. **infradźwiękami**, a powyżej tego zakresu – z **ultradźwiękami**.

Natężenie najłagodniejszego dźwięku (o częstotliwości 1000 Hz), który może być usłyszany, to $I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$, czyli tzw. **próg słyszalności**. Maksymalne natężenie słyszanego dźwięku, czyli tzw. **próg bólu** jest równe około $1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

Poziom natężenia Λ fali akustycznej, której natężenie jest równe I definiujemy wzorem

$$\Lambda = \log \frac{I}{I_0}.$$

gdzie $I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Λ wyrażamy w belach (1 B); 1 bel to poziom natężenia fali akustycznej o natężeniu $I = 10 I_0$. 1 B = 10 decybeli (dB).

Zjawisko Dopplera: Gdy szybkość względna źródła dźwięku i obserwatora (słuchacza) jest różna od zera, to obserwator odbiera dźwięk o częstotliwości ν' różnej od częstotliwości ν wysyłanej przez źródło.

Częstotliwość odbieraną ν' można w ogólnym przypadku (rys. 5.3) obliczyć następująco:

$$\nu' = \nu \frac{v \pm v_o}{v \pm v_z}$$



Rys. 5.3

Oś x jest zwrócona od obserwatora do źródła. W tym wzorze v jest szybkością fali akustycznej, v_o jest szybkością obserwatora, a v_z – szybkością źródła ($v_o < v$ i $v_z < v$). Znaki „+” odnoszą się do przypadku, gdy zwrot danej prędkości (\vec{v}_o lub \vec{v}_z) jest zgodny ze zwrotem osi x , znaki „-” odnoszą się do przypadku, gdy jej zwrot jest przeciwny.

Źródłem fali elektromagnetycznej jest **obwód drgań elektrycznych** (zwany **obwodem drgającym LC**). Okres drgań własnych obwodu LC wyraża się wzorem:

$$T = 2\pi \sqrt{LC},$$

a długość fali elektromagnetycznej, wysyłanej przez ten obwód

$$\lambda = 2\pi c \sqrt{LC}.$$

Wszystkie fale elektromagnetyczne rozchodzą się w próżni z jednakową szybkością równą

$$c = 2,9979 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}.$$

zadania

zadanie 5.1

Jeżeli fala dźwiękowa przechodzi z powietrza ($v_p = 331 \text{ m/s}$) do wody ($v_w = 1402 \text{ m/s}$), to

- A. częstotliwość fali w wodzie jest większa od częstotliwości tej fali w powietrzu.
- B. długość fali w wodzie jest większa od długości tej fali w powietrzu.
- C. częstotliwość fali w wodzie jest mniejsza od częstotliwości tej fali w powietrzu.
- D. długość fali w wodzie jest mniejsza od długości tej fali w powietrzu.

zadanie 5.2

Kuter rybacki płynie prostopadle do powierzchni fal morskich z szybkością $v = 10$ węzłów (tzw. mil morskich na godzinę) względem dna. Fale uderzają w przednią część kadłuba kutra około 75 razy w ciągu minuty. Odległość między sąsiednimi grzbietami fal $l = 5 \text{ m}$. Na pokładzie kutra znajduje się sonar, który w celu identyfikacji ławicy ryb wysyła w głąb wody, prostopadle do dna fale o częstotliwości $\nu = 192 \text{ kHz}$ i długości $\lambda = 7,99 \text{ mm}$. Od chwili wysłania impulsu do chwili jego powrotu po odbiciu się od ławicy ryb upłynęło $t = 70 \text{ ms}$.

- a) Wyraź szybkość kutra rybackiego w metrach na sekundę, wiedząc, że 1 mila morska = 1852 m.
- b) Oblicz szybkość przemieszczania się fal morskich względem dna.
- c) Oblicz szybkość rozchodzenia się w wodzie morskiej fal ultradźwiękowych emitowanych przez nadajnik sonaru.
- d) Oszacuj głębokość, na której znajduje się ławica ryb.

zadanie 5.3

Koniec długiej liny wykonuje drgania opisane funkcją:

$$y = 0,1 \text{ m} \cdot \sin 4\pi \frac{1}{\text{s}} \cdot t .$$

Po linie rozchodzi się fala o długości 1,5 m.

Oblicz:

- szybkość, z którą porusza się fala,
- wychylenie źródła w chwili $t = \frac{1}{6}T$,
- najmniejszy odstęp czasu, po którym punkt liny, leżący w odległości 2,4 m od jej końca (źródła drgań) osiągnie takie samo wychylenie z położenia równowagi (Δt oblicz z funkcji falowej i z wzoru na drogę w ruchu jednostajnym; porównaj wyniki).

zadanie 5.4

Źródło fali płaskiej wykonuje drgania harmoniczne opisane funkcją:

$$y = 0,05 \cdot \sin 2\pi t$$

(współczynniki liczbowe w tej funkcji są podane w SI).

Fala rozchodząca się z tego źródła w danym ośrodku ma szybkość $v = 2 \text{ m/s}$.

Oblicz:

- długość fali w tym ośrodku,
- wychylenie źródła z położenia równowagi w chwili $t = 0,5 \text{ s}$,
- wychylenie w tej samej chwili punktu odległego od źródła o $x = 0,4 \text{ m}$,
- odległość najbliższego punktu, którego wychylenie w tej samej chwili jest równe $y_1 = 0,025 \text{ m}$.

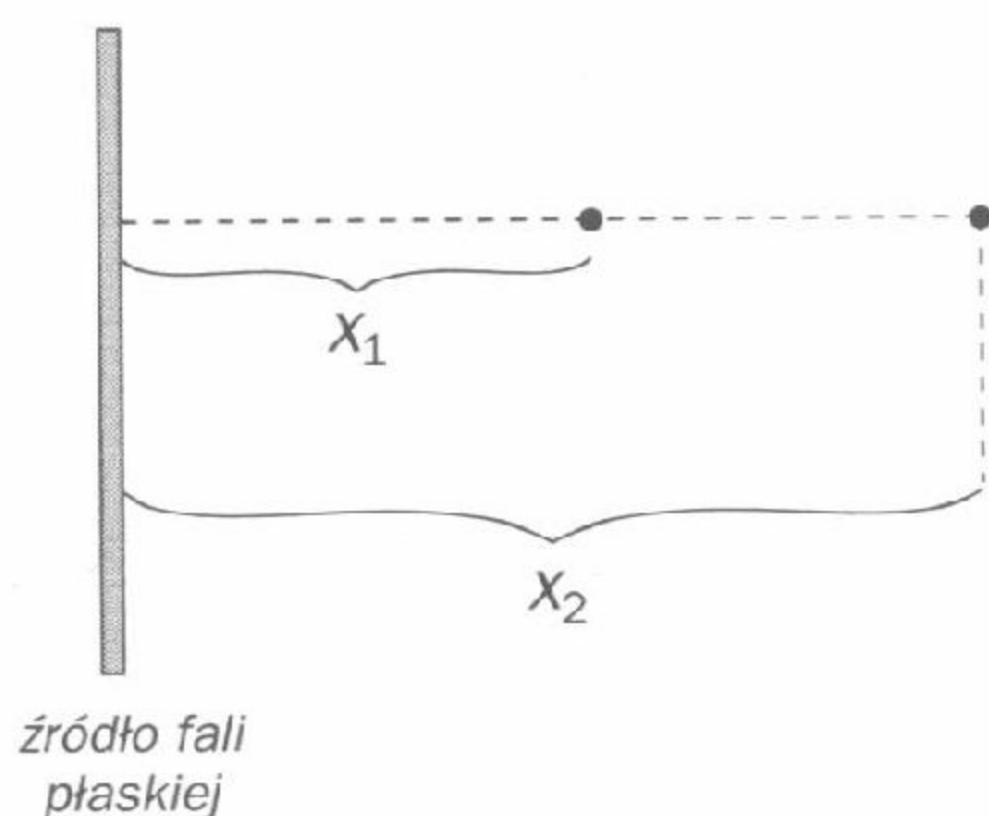
zadanie 5.5

W funkcji falowej

$$y(t, x) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

wielkość $2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = \Phi$ jest fazą drgań, zależną od czasu t i od odległości x od źródła fali.

- a) wyprowadź związek między różnicą faz $\Phi_1 - \Phi_2 = \Delta\Phi$ drgań dwóch punktów 1 i 2 ośrodka, w których rozchodzi się fala o długości λ , a różnicą odległości tych punktów $|x_2 - x_1| = |\Delta x|$ od źródła fali (rys. 5.4). Czy różnica faz drgań tych punktów w innej chwili będzie inna, czy taka sama?



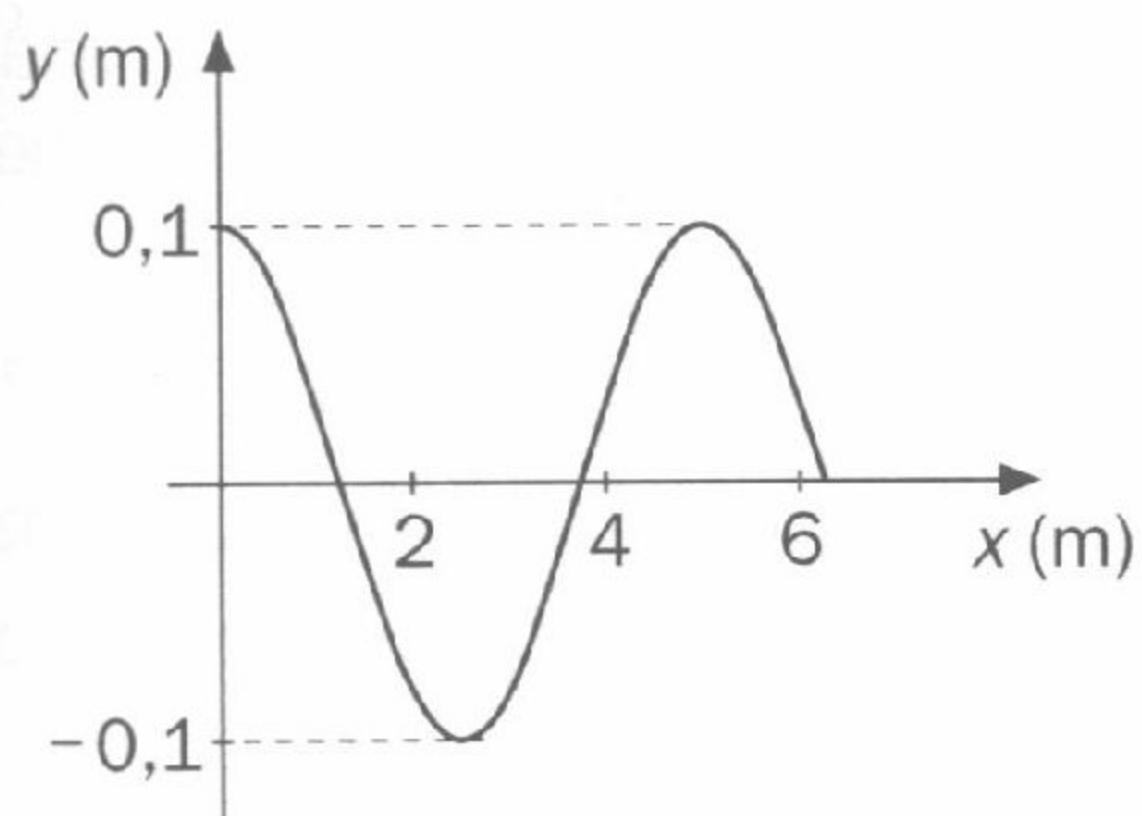
Rys. 5.4

Na podstawie otrzymanego wyniku sprawdź, że

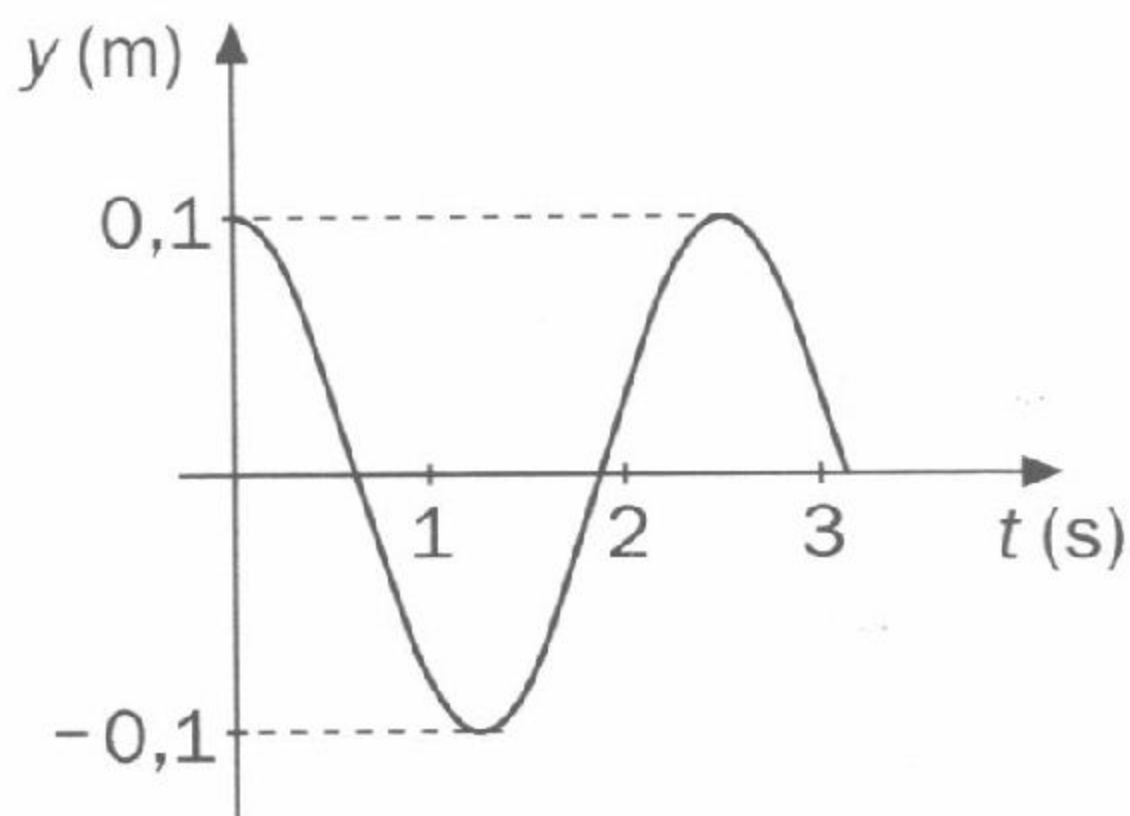
- b) punkty, których wzajemna odległość $|\Delta x|$ jest równa $n\lambda$ mają różnicę faz $\Delta\Phi = n \cdot 2\pi$,
- c) punkty, których wzajemna odległość $|\Delta x|$ jest równa $(2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$ różnią się fazą o $\Delta\Phi = (2n + 1) \cdot \pi$.

zadanie 5.6

Na wykresach (rys. 5.5) przedstawiono zależność $y(x)$ i $y(t)$ dla fali mechanicznej rozchodzącej się w ośrodku sprężystym.



dla pewnej
ustalonej chwili



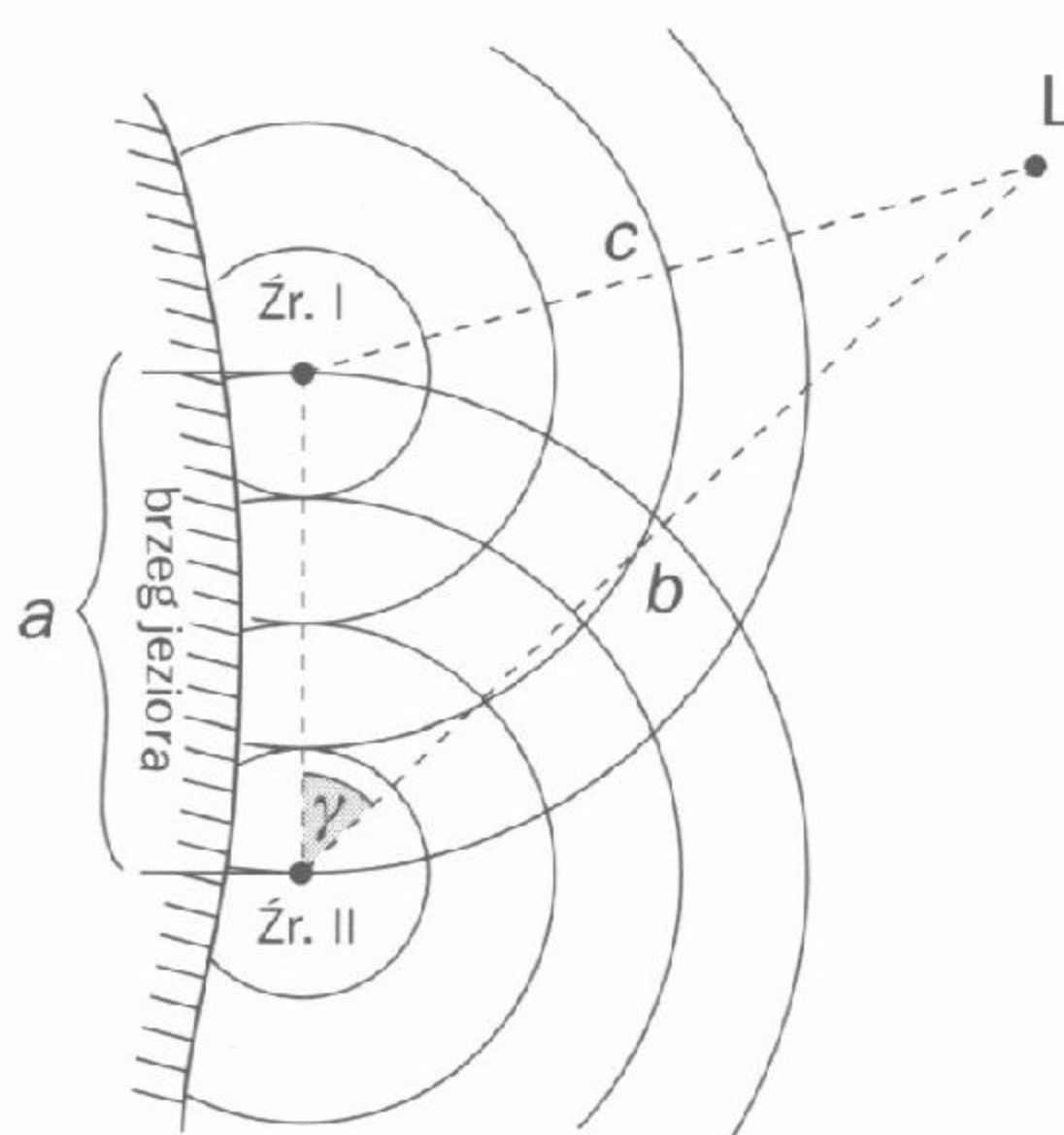
dla pewnego
ustalonego położenia

Rys. 5.5

- Odczytaj z wykresów wartości następujących wielkości fizycznych: amplituda drgań cząstek ośrodka sprężystego, okres drgań cząstek, długość fali.
- Oblicz szybkość rozchodzenia się fali w tym ośrodku.
- Oblicz szybkość cząstek ośrodka sprężystego w chwili przechodzenia przez położenie równowagi.
- Podaj postać funkcji falowej $y(x,t)$ opisującej rozważaną falę.

zadanie 5.7

Podczas lekcji fizyki, która odbywała się nad brzegiem jeziora, grupa uczniów obserwowała interferencję fal na wodzie (rys. 5.6).



Rys. 5.6

Wytworzono dwie fale koliste, których źródła stanowiły końce patyków, uderzające powierzchnię wody ze stałą częstotliwością. Źródła I i II znajdowały się we wzajemnej odległości $a = 1\text{ m}$, ich fazy były zgodne, a długości wysyłanych fal $\lambda = 0,25\text{ m}$.

- Ile linii maksymalnego wzmocnienia zaobserwowano na wodzie?
- Oblicz odległości b i c listka L od obu źródeł, jeśli listek znalazł się na **drugiej** linii maksymalnego wzmocnienia (nie licząc symetrycznej odcinka a), a kąt γ był równy $46,5^\circ$.

Wskazówka: Skorzystaj z twierdzenia cosinusów.

- Sprawdź otrzymane wyniki na modelu, na którym za jednostkę długości przyjmij długość fali λ .

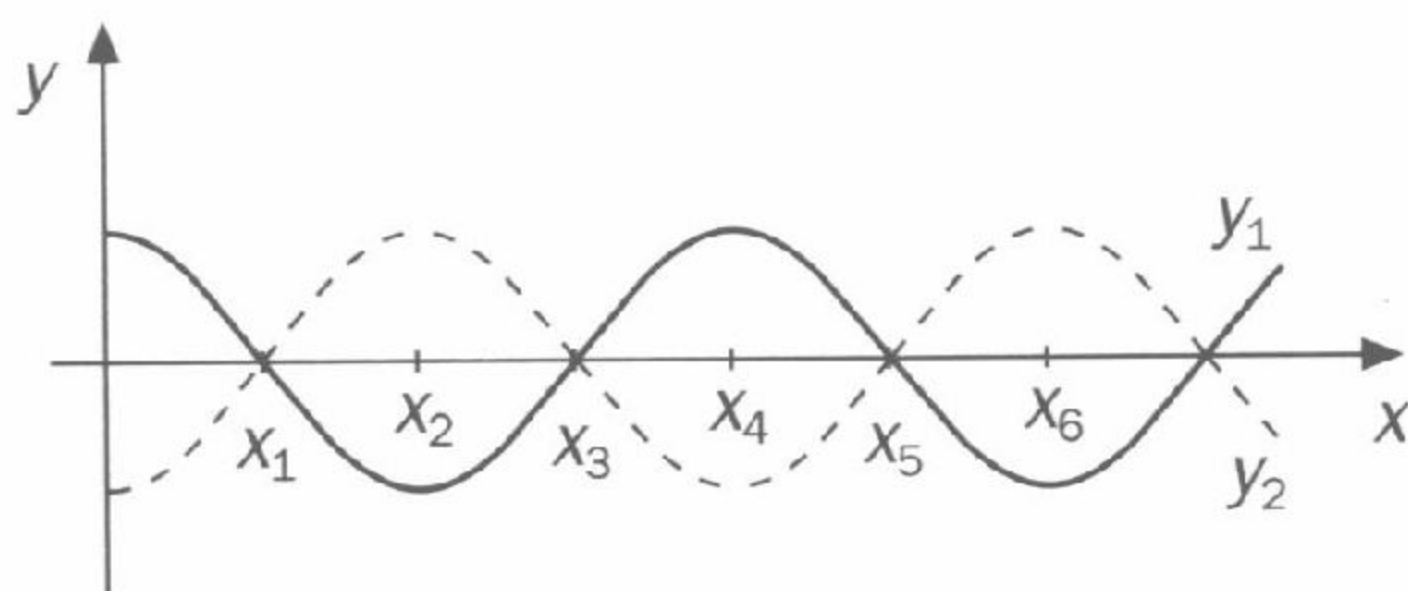
zadanie 5.8

Drewniany krążek K z wbitym gwoździem G zamocowano zamiast wiertła na osi wiertarki elektrycznej. Do gwoźdźcia przyczepiono gumę modelarską przerzuconą przez nieruchomy bloczek B. Na drugim końcu gumy zaczepiono obciążnik M (rys. 5.7). Po włączeniu wiertarki krążek zaczął wirować, wprowadzając w drganie gumę przyczepioną do gwoźdźcia. Po odpowiednim napięciu gumy przez dobranie właściwego obciążnika uzyskano falę stojącą. W odległości $l = 20$ cm od punktu B wytworzyła się strzałka tej fali.



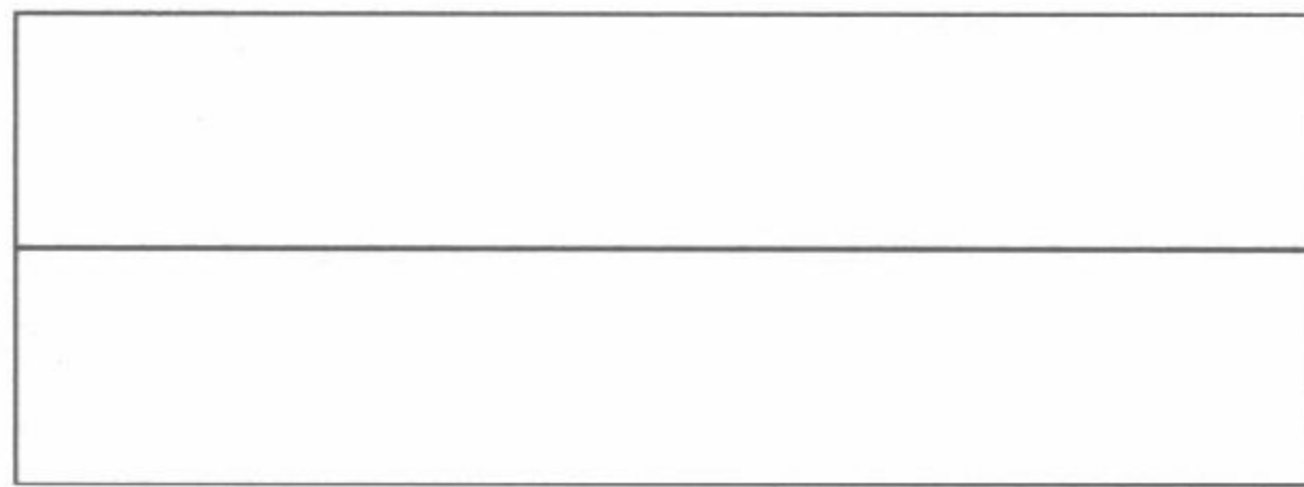
Rys. 5.7

- Oblicz długość wytworzonej fali stojącej.
- Na rysunku 5.8 linią ciągłą przedstawiono wykresy funkcji falowych: $y_1(x)$ dla fali biegnącej do punktu B oraz $y_2(x)$ dla fali biegnącej, odbitej od punktu B (rysunek przedstawia sytuację w pewnej chwili). Podaj i uzasadnij, w których punktach o współrzędnych x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 tworzą się węzły, a w których strzałki.



Rys. 5.8

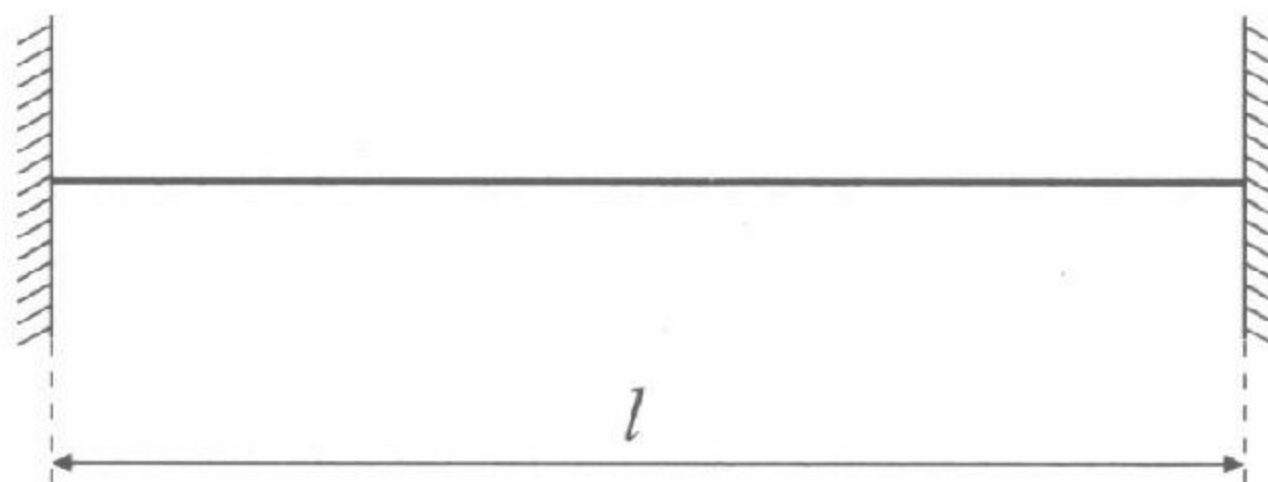
- c) Czy można by uzyskać takie zdjęcie, jak pokazano na rysunku 5.9, fotografując fragment drgającej gumy modelarskiej, na której wytworzono falę stojącą. Uzasadnij odpowiedź.



Rys. 5.9

zadanie 5.9

Metalową strunę zamocowano w miejscach odległych od siebie o $l = 0,6\text{ m}$ (rys. 5.10). Po szarpnięciu struna wydaje dźwięk o określonej częstotliwości.



Rys. 5.10

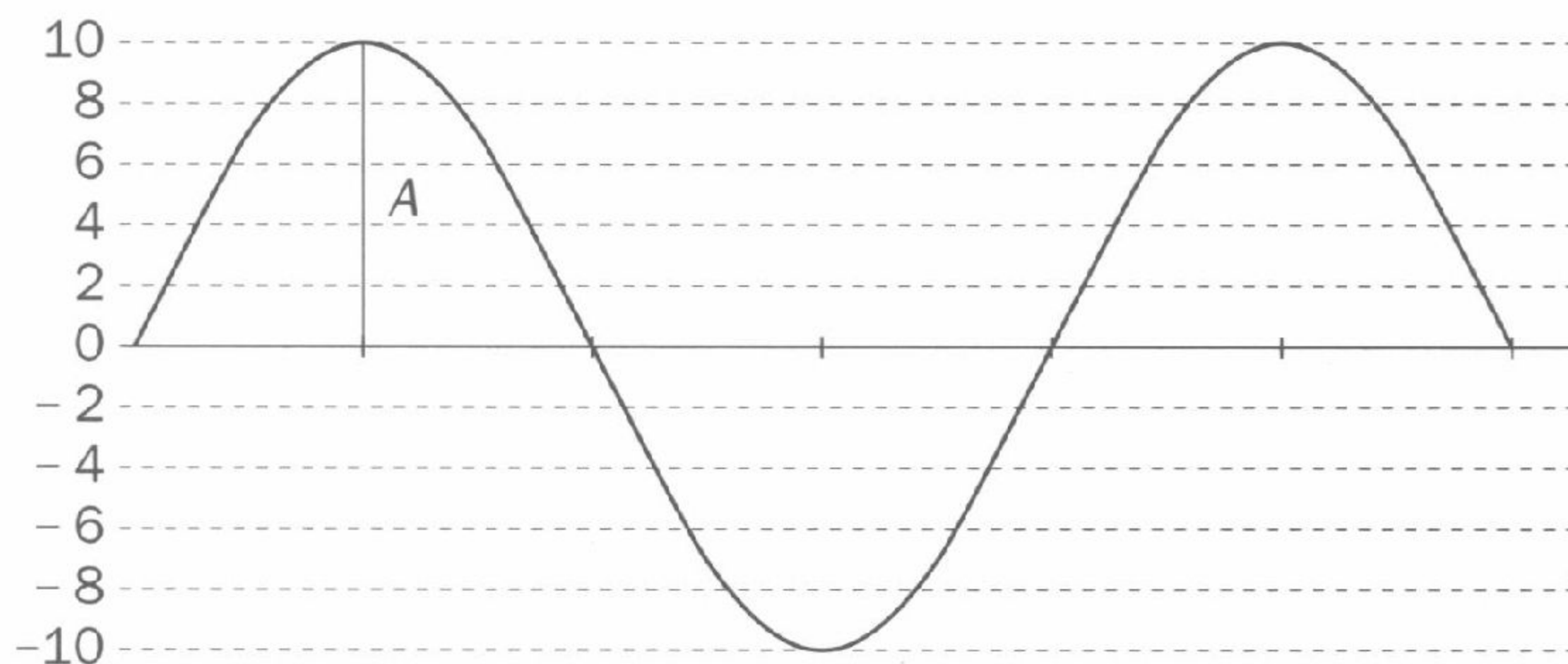
- Wyjaśnij, dlaczego w strunie pobudzonej do drgań wytworzy się fala stojąca.
- Narysuj kilka różnych przypadków fali stojącej, jaka może powstać w tej strunie.
- Sprawdź, że drgająca struna o długości l może wydawać dźwięki o częstotliwościach:

$$\nu = (N - 1) \frac{v}{2l},$$

gdzie v oznacza szybkość rozchodzenia się fali w strunie, a N – liczbę utworzonych węzłów fali stojącej (wliczając węzły na końcach struny w punktach jej zamocowania).

zadanie 5.10

Rysunek 5.11 przedstawia część liny, na której wytworzono falę stojącą, w chwili, gdy wszystkie punkty liny osiągnęły swoje maksymalne wychylenia (amplituda fali wynosi 10 umownych jednostek).



Rys. 5.11

Narysuj obraz tej części liny w chwilach późniejszych (od chwili przedstawionej na rysunku)

a) o $\frac{1}{12}T$,

b) o $\frac{2}{12}T$,

c) o $\frac{3}{12}T$,

d) o $\frac{4}{12}T$,

e) o $\frac{5}{12}T$,

f) o $\frac{6}{12}T$.

zadanie 5.11

Jeden koniec węża gumowego przyczepiono do ściany, a drugi połączono ze źródłem drgań harmonicznymi o częstotliwości 4 Hz. Odległość sąsiednich węzłów fali stojącej wytworzonej na wężu wynosi 50 cm. Fala w wężu rozchodzi się z szybkością

A. $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

B. $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

C.) $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

D. $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

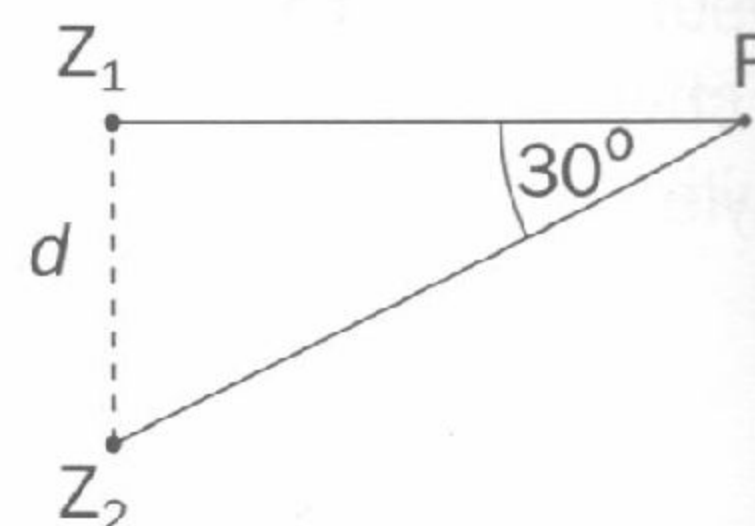
zadanie 5.12

W punkcie Z_1 znajduje się generator fal akustycznych emitujący dźwięk o częstotliwości $\nu = 1320 \text{ Hz}$ (rys. 5.12). Dźwięk ten jest odbierany przez eksperymentatora znajdującego się w punkcie P.

Szybkość rozchodzenia się fal dźwiękowych w powietrzu $v = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Gdy w punkcie Z_2

w odległości $d = 1 \text{ m}$ od Z_1 ustawiono drugi generator emitujący fale dźwiękowe o takiej samej częstotliwości, jak pierwszy generator, ale o przeciwnej fazie, wtedy okazało się, że

- A. częstotliwość dźwięku odbieranego przez eksperymentatora była większa od 1320 Hz ,
- B. natężenie dźwięku odbieranego przez eksperymentatora zwiększyło się,
- C. natężenie dźwięku odbieranego przez eksperymentatora zmniejszyło się,
- D. częstotliwość dźwięku odbieranego przez eksperymentatora była mniejsza od 1320 Hz .



Rys. 5.12

zadanie 5.13

Nietoperz lecący z szybkością $v_1 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ w kierunku prostopadłym do pionowej ściany jaskini wysyła ultradźwięki o częstotliwości $\nu = 120 \text{ kHz}$. Szybkość rozchodzenia się ultradźwięków w powietrzu jest równa $v_2 = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Fala ultradźwiękowa docierająca do nietoperza po odbiciu od ściany ma częstotliwość równą około

- A. 112 kHz , B. 116 kHz , C. 124 kHz , D.) 129 kHz .

zadanie 5.14

Uczeń zapytany o zjawisko Dopplera stwierdził:

„Zjawisko Dopplera polega na tym, że w przypadku, gdy źródło dźwięku zbliża się do słuchacza (obserwatora), częstotliwość dźwięku odbieranego przez słuchacza **zwiększa się.**”

a) Wyjaśnij, dlaczego zacytowana odpowiedź jest błędna.

Podaj poprawne określenie zjawiska Dopplera dla przypadku, gdy

- b) źródło dźwięku zbliża się do obserwatora lub obserwator zbliża się do źródła,
- c) źródło dźwięku oddala się od obserwatora lub obserwator oddala się od źródła.

zadanie 5.15

Niezależnie od istoty zjawiska Dopplera² **może się zdarzyć**, że podczas oddalania się źródła od obserwatora częstotliwość odbieranego przez obserwatora dźwięku **zmniejsza się**. Jest tak wtedy, gdy

- A. źródło oddala się od obserwatora ze zmniejszającą się szybkością (tj. ruchem opóźnionym),
- B. źródło oddala się od obserwatora ze wzrastającą szybkością (tj. ruchem przyspieszonym),
- C. źródło oddalające się od obserwatora wysyła dźwięk o malejącym natężeniu,
- D. źródło oddalające się od obserwatora wysyła dźwięk o wzrastającym natężeniu.

zadanie 5.16

Czy jest możliwe, aby obserwator, oddalający się od źródła dźwięku odbierał dźwięk o wzrastającej częstotliwości?

- A. Nie jest to możliwe.
- B. Jest to możliwe – zjawisko to wystąpi wtedy, gdy obserwator będzie się oddalał od źródła z coraz większą szybkością.
- C. Jest to możliwe – zjawisko to wystąpi wtedy, gdy obserwator będzie się oddalał od źródła z coraz mniejszą szybkością.

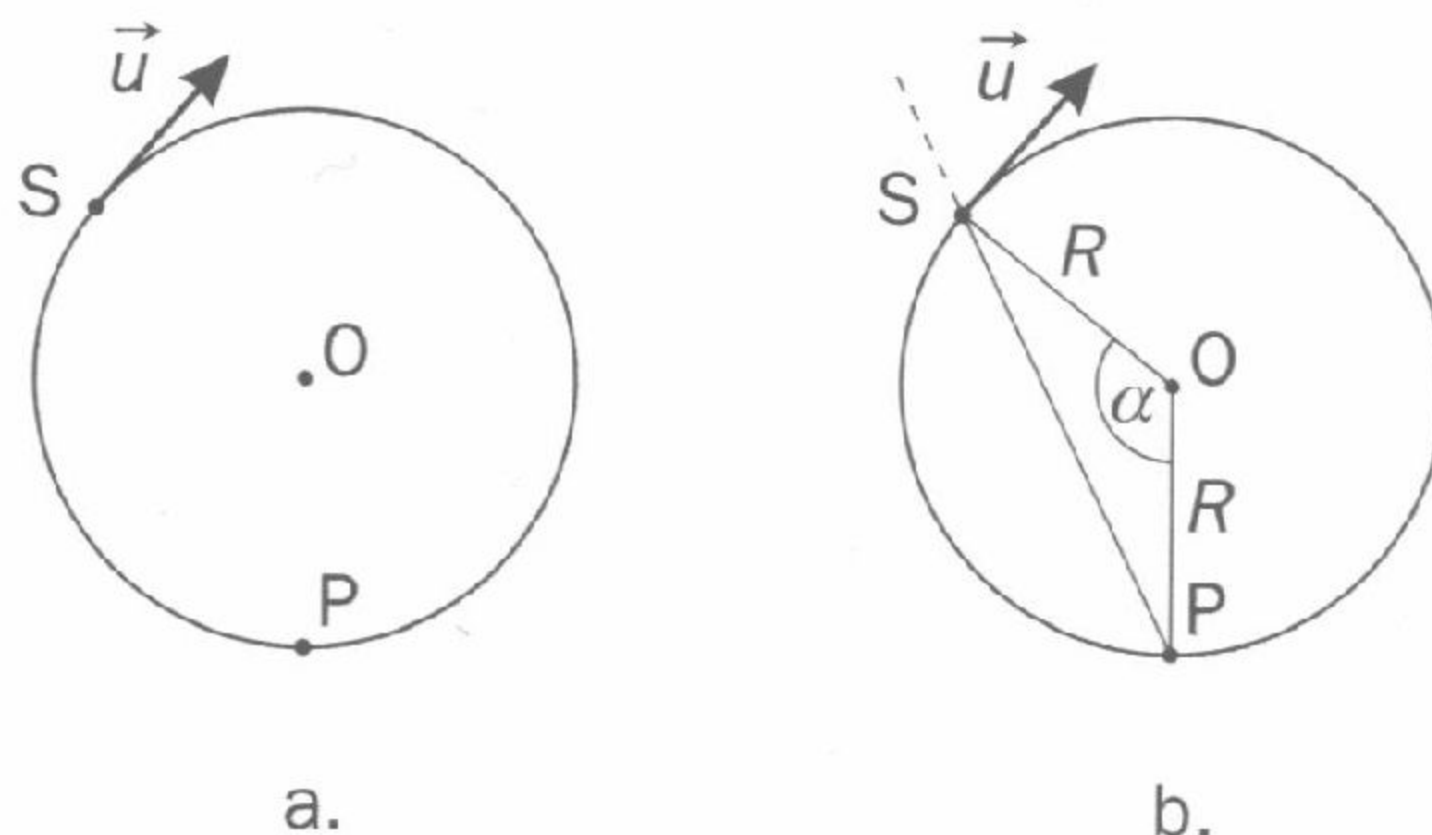
² o którym była mowa w poprzednim zadaniu

zadanie 5.17

- a) Wyprowadź wzór na **różnicę częstotliwości** odbieranej przez obserwatora (ν) i wysyłanej przez źródło (ν_0), gdy źródło dźwięku zbliża się do obserwatora z szybkością u ; szybkość dźwięku jest równa v .
- b) Pokaż, że w przypadku, gdy szybkość źródła jest znacznie mniejsza od szybkości dźwięku ($u \ll v$), to $\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{u}{v}$.
- c) Na tej podstawie oblicz, o ile procent zwiększy się częstotliwość słyszanego dźwięku, gdy do słuchacza zbliża się „na sygnale” karetka pogotowia z szybkością 120 km/h (szybkość dźwięku jest równa 330 m/s).
- d) Porównaj ten wynik z wynikiem, jaki otrzymalibyśmy, nie stosując przybliżenia.

zadanie 5.18*

Samochód, na którym umieszczono syrenę, wydającą dźwięk o stałej częstotliwości $\nu_0 = 1000$ Hz porusza się po okręgu ze stałą szybkością $u = 20$ m/s. W punkcie P znajduje się obserwator (rys. 5.13 a).



Rys. 5.13

W chwili $t_0 = 0$ samochód wystartował z punktu P. Szybkość dźwięku $v = 330$ m/s.

- a) Jak mienia się (tzn. wzrasta, czy maleje) szybkość u_r samochodu **względem obserwatora** podczas ruchu po lewej połowie okręgu, a jak zmienia się ta szybkość podczas ruchu po prawej połowie?

Uwaga: Odpowiedz na to pytanie na podstawie rysunku wiedząc, że chwilowa prędkość \vec{u}_r samochodu względem obserwatora to rzut jego prędkości \vec{u} na prostą, łączącą samochód z obserwatorem.

- Wyrowadź zależność szybkości u_r samochodu względem obserwatora od kąta α , zaznaczonego na rysunku 5.13 b.
- Na podstawie wyprowadzonego wzoru oblicz szybkości samochodu względem obserwatora w chwilach podanych w pierwszej kolumnie tabeli 5.2 (najpierw dla każdej z tych chwil oblicz kąt α); T jest czasem, po którym samochód wrócił do punktu P.
- Korzystając z odpowiedniego wzoru dla zjawiska Dopplera oblicz częstotliwości odbierane przez obserwatora w tych chwilach; wyniki umieść w czwartej kolumnie tabeli 5.2;
- narysuj wykres $\nu(t)$.

Tabela 5.2

t	α	u_r	ν
0			
$\frac{1}{8}T$			
$\frac{2}{8}T$			
$\frac{3}{8}T$			
$\frac{4}{8}T$			
$\frac{5}{8}T$			
$\frac{6}{8}T$			
$\frac{7}{8}T$			
T			

zadanie 5.19

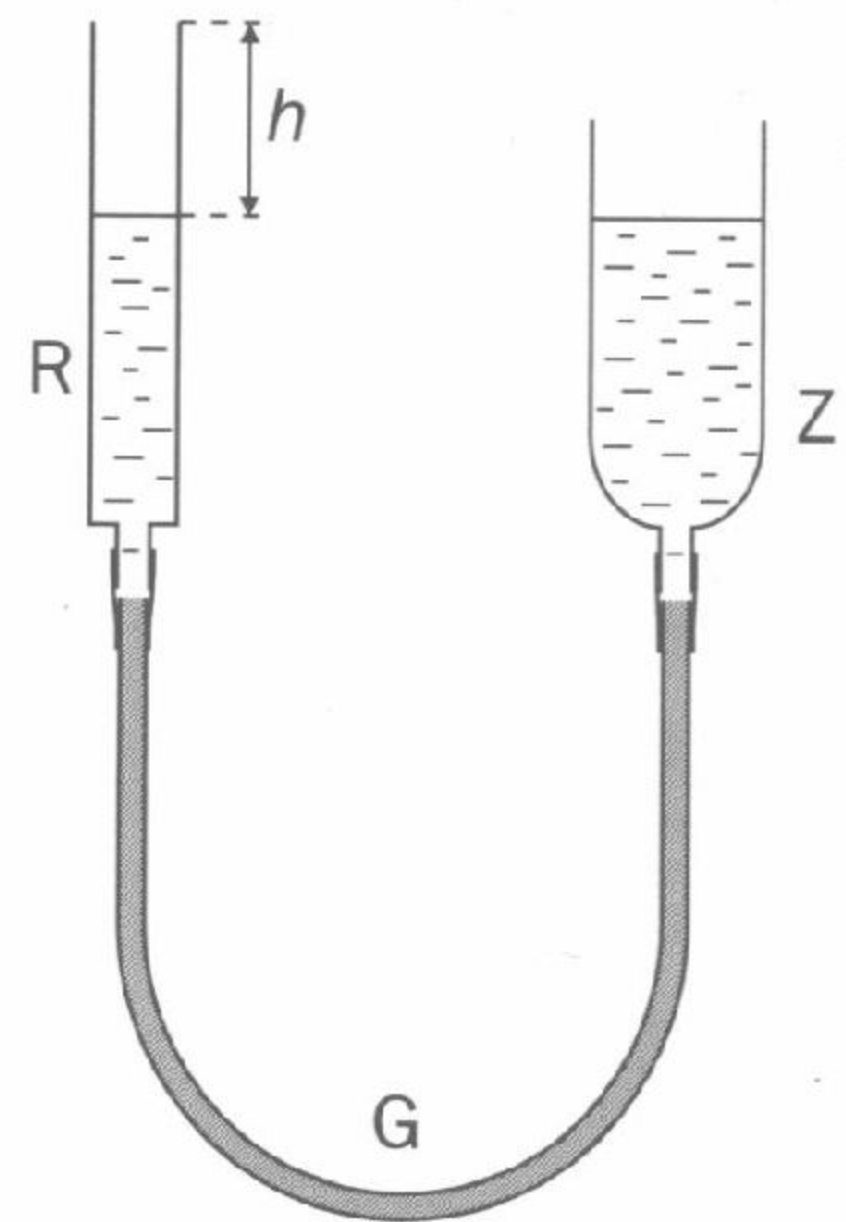
Średnia moc fali akustycznej emitowanej przez mówiącego człowieka wynosi około 10^{-5} W. Próg słyszalności ucha ludzkiego (dla częstotliwości 1000 Hz) jest równy $10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Odległość mówiącego człowieka, przy której można go jeszcze usłyszeć

- A. jest równa 892 m,
- B. nie przekracza 100 m,
- C. jest mniejsza od 892 m i zależy od częstotliwości emitowanego dźwięku,
- D. jest większa od 892 m.

zadanie 5.20

W celu wyznaczenia szybkości dźwięku w powietrzu przygotowano układ przedstawiony na rysunku 5.14.

Rura szklana R jest połączona węzłem gumowym G ze zbiornikiem Z, do którego nalano wody. Nad otwartą rurą R umieszczono kamerton, który pobudzony do drgań przez uderzenie drewnianym młoteczką wytwarzał słabo słyszalny dźwięk o częstotliwości $\nu = 435$ Hz. Gdy zaczęto obniżać zbiornik Z wysokość h słupa powietrza nad poziomem wody w otwartej rurze zaczęła się zwiększać i gdy osiągnęła wartość $h_1 = 19,7$ cm dało się słyszeć wyraźne wzmocnienie dźwięku. Kolejne wzmocnienie dźwięku wystąpiło, gdy wysokość słupa powietrza osiągnęła $h_2 = 59,2$ cm.



Rys. 5.14

- a) Wyjaśnij, dlaczego powietrze w rurze stało się źródłem dźwięku tylko dla określonych wysokości słupa.
- b) Zlokalizuj węzły i strzałki fali stojącej wytworzonej w słupie powietrza między powierzchnią wody a otwartym końcem rury.

- c) Sprawdź, że różnica długości słupów powietrza h_1 i h_2 wyraża się wzorem:

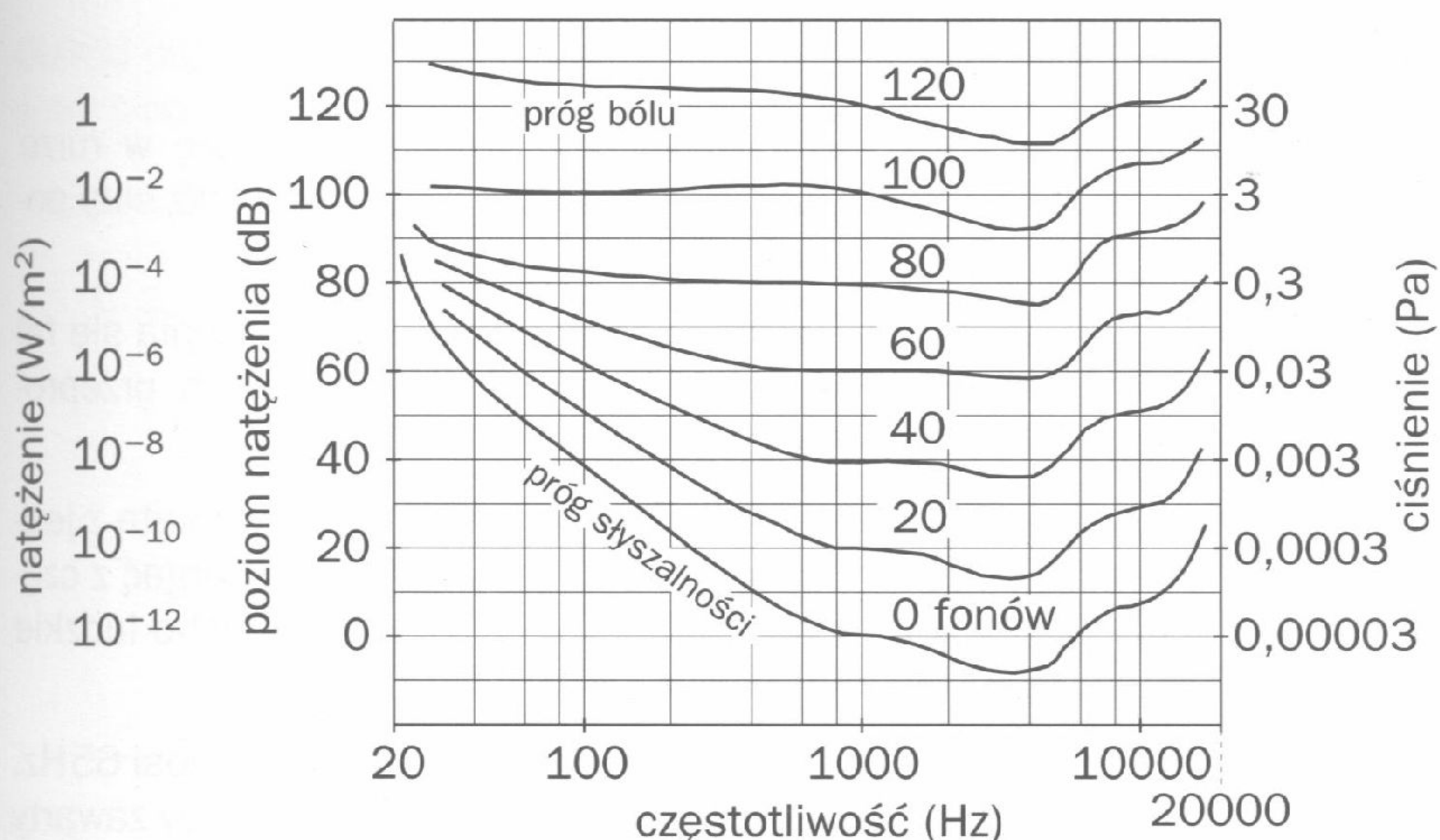
$$h_2 - h_1 = \frac{\lambda}{2},$$

gdzie λ oznacza długość wytworzonej fali stojącej.

- d) Oszacuj szybkość fali dźwiękowej w powietrzu.

zadanie 5.21

Na rysunku 5.15 przedstawiono diagram obrazujący, jak czułość ucha na fale akustyczne zależy od częstotliwości tych fal.



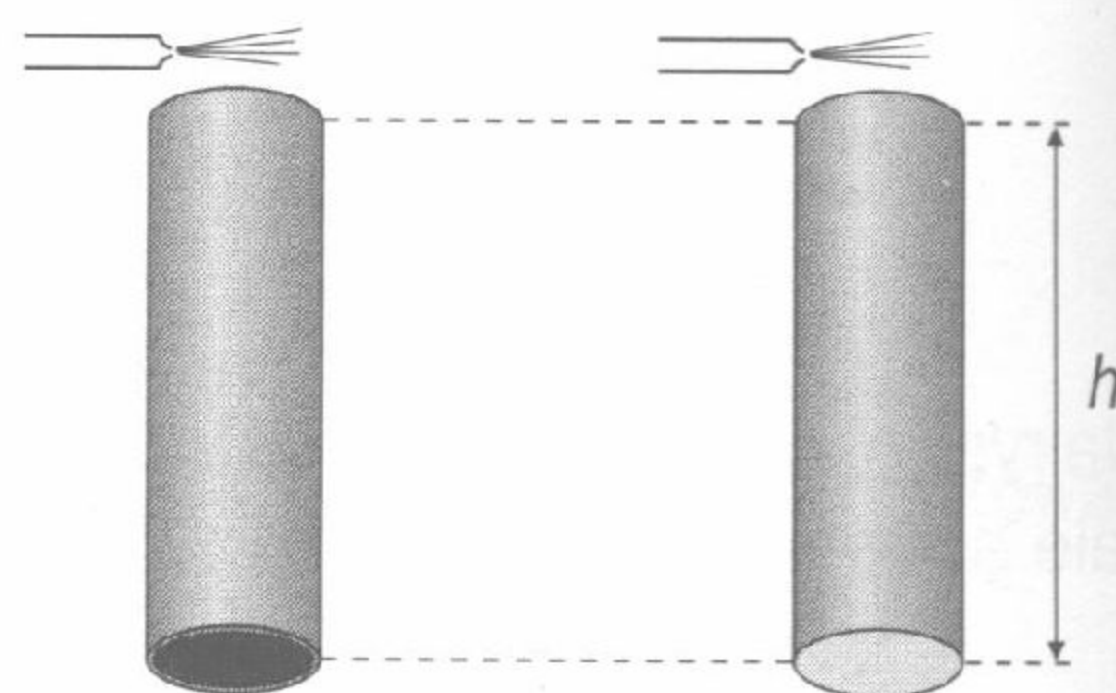
Rys. 5.15

- a) Oblicz największą i najmniejszą długość fali akustycznej, którą może usłyszeć człowiek, jeśli wiadomo, że szybkość dźwięku w powietrzu jest równa $v = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
- b) Odczytaj z wykresu, jaki jest zakres natężeń dźwięków o częstotliwości $\nu = 1000 \text{ Hz}$ słyszalnych przez ludzkie ucho.
- c) Oceń, czy mamy rację stwierdzając, że ludzkie ucho reaguje bólem na dźwięki, których poziom natężenia staje się większy od 120 dB.

- d) Odczytaj z wykresu głośność dźwięku o częstotliwości 100 Hz i natężeniu $10^{-7} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

zadanie 5.22

Nad rurą przepuszczono strumień powietrza (rys. 5.16) Okazało się, że gdy rura była otwarta, to częstotliwość dźwięku wydobywającego się z tej rury wynosiła $\nu_1 = 425,0 \text{ Hz}$, natomiast gdy przepuszczano powietrze nad rurą zamkniętą z dołu, wtedy słup powietrza w rurze drgał z częstotliwością $\nu_2 = 212,5 \text{ Hz}$.



Rys. 5.16

- Wyjaśnij, dlaczego słup powietrza znajdującego się w rurze zamkniętej z dołu drgał z mniejszą częstotliwością niż słup powietrza w rurze otwartej.
- Oblicz długość rury, wiedząc że szybkość rozchodzenia się fal dźwiękowych w powietrzu w warunkach, w których przeprowadzono eksperyment była równa $v = 340 \text{ m/s}$.
- Oblicz, jaką długość musiałaby posiadać rura zamknięta z jednej strony, aby zawarty w niej słup powietrza mógł drgać z częstotliwością podstawową mniejszą od 16 Hz. Czy ucho ludzkie może zarejestrować dźwięk o takiej częstotliwości?
- Najniższa częstotliwość ludzkich strun głosowych wynosi 65 Hz. Oblicz, jaką długość musiałaby mieć rura otwarta, aby zawarty w niej słup powietrza mógł drgać z taką częstotliwością.

zadanie 5.23

Obwód LC składa się z kondensatora płaskiego o pojemności C oraz cewki (zwojnicy) o indukcyjności L . Aby trzykrotnie zwiększyć częstotliwość drgań własnych tego obwodu trzeba odległość między okładkami kondensatora

- zwiększyć trzykrotnie,
- zmniejszyć trzykrotnie,
- zwiększyć dziewięciokrotnie,
- zmniejszyć dziewięciokrotnie.

Uwaga: Poniższy tekst odnosi się do zadań 5.24 i 5.25.

Częstotliwość fali nośnej emitowanej przez nadajnik pewnej stacji radiowej jest równa 101,6 MHz. Przyjmij, że szybkość fal elektromagnetycznych wynosi $c = 299,79 \cdot 10^3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$.

zadanie 5.24

Długość fali nośnej emitowanej przez tę stację radiową jest równa

- A. 0,295 km, B. 2,95 m, C. 29,5 cm, D. 295 mm.

zadanie 5.25

Obwód drgający dostrojony do odbioru tej fali radiowej zawiera kondensator o pojemności C oraz cewkę o indukcyjności L . Iloczyn LC jest równy

- A. $1,57 \cdot 10^{-9} \text{ Hz}^2$, B. $2,45 \cdot 10^{-18} \text{ Hz}^2$,
C. $1,57 \cdot 10^{-9} \text{ s}^2$, D.) $2,45 \cdot 10^{-18} \text{ s}^2$.

1. Przewodnictwo cieplne

Według prawa przewodnictwa cieplnego ilość ciepła przekazywana w jednostce czasu przez poprzeczny przekrój warstwy (ściany lub pręta) Q/t jest wprost proporcjonalna do pola powierzchni tego przekroju S i do spadku temperatury na jednostkę grubości ściany (lub długości pręta) $\Delta T/\Delta l$:

$$\frac{Q}{t} = kS \frac{\Delta T}{\Delta l} \quad (1)$$

W tym wzorze k jest współczynnikiem proporcjonalności, zależnym od rodzaju substancji i nosi nazwę cieplnego przewodnictwa właściwego; k informuje nas, jaka ilość ciepła zostaje przekazana w 1 sekundzie przez warstwę o powierzchni przekroju poprzecznego 1 m^2 , gdy spadek temperatury na jednostkę grubości wynosi 1 K/m . Ciepłne przewodnictwo właściwe w SI wyrażamy w $\text{W}/(\text{mK})$.

Pośród ciał stałych metale są dobrymi przewodnikami ciepła, ciecze i gazy na ogół są izolatorami. Warstwa próżni (brak czasteczek) stanowi dobry izolator.

Podobną postać do (1) ma prawo opisujące przepływ ładunku w przewodnikach prądu (patrz zadanie 6.4). Substancje, które są dobrymi przewodnikami ciepła (metale) są także dobrymi przewodnikami ładunku. Dużą rolę odgrywają tutaj elektrony swobodne, które w wysokich temperaturach uzyskują dużą średnią energię kinetyczną bezładnego ruchu; zderzając się z jonami sieci krystalicznej przekazują im część swojej energii.

2. Fala jako sposób przekazywania energii

Miarą energii przenoszonej przez falę jest jej natężenie I , które określamy jako stosunek energii ΔE przechodzącej przez powierzchnię S (ustawioną prostopadle do kierunku rozchodzenia się fali) w czasie Δt do tej powierzchni i czasu:

$$I = \frac{\Delta E}{S \cdot \Delta t} \quad (2)$$

Jednostką tej wielkości w SI jest W/m^2 .

Gdy nie ma tłumienia, to natężenie fali płaskiej nie zależy od odległości od źródła, a natężenie fali kulistej jest odwrotnie proporcjonalne do kwadratu odległości od źródła.

W zjawisku przewodnictwa cieplnego mamy do czynienia jedynie z transportem energii (bez transportu masy), bowiem cząsteczki ciała,

które ją przekazują, nie poruszają się wraz z nią – wykonują jedynie drgania wokół swych położeń równowagi. Podobnie odbywa się transport energii w środowisku, w którym rozchodzi się fala sprężysta. Jednak w przypadku fali pewne niewielkie obszary ośrodka drgają jednakowo, można więc powiedzieć, że cząsteczki w tych mikroobszarach (które są niewielkie, ale zawierają bardzo dużo cząsteczek) drgają w sposób uporządkowany. Obszary te zostały wprowadzone w ruch drgający przez źródło fali, które wytrąciło je z położenia równowagi; energia udzielona im przez źródło zostaje kolejno przekazana sąsiednim obszarom. W odróżnieniu od tego cząsteczki ośrodka, przewodzącego ciepło wykonują drgania całkowicie chaotyczne, nieuporządkowane.

Fale elektromagnetyczne, mimo, że nie polegają na drganiu cząsteczek, lecz na rozchodzących się zmianach pól elektrycznego i magnetycznego, powodują także przenoszenie energii, bowiem pola te posiadają energię. Gęstość energii pola elektrycznego (będąca miarą energii zmagazynowanej w jednostce objętości przestrzeni, w której wytworzone zostało pole) jest wprost proporcjonalna do kwadratu jego natężenia, a gęstość energii pola magnetycznego jest wprost proporcjonalna do kwadratu jego indukcji magnetycznej.

3. Konwekcja

Innym sposobem przenoszenia energii (ciepła) jest konwekcja, czyli unoszenie. Zjawisko to zachodzi w cieczach i gazach i polega na przemieszczaniu się całych ogrzanych warstw w polu grawitacyjnym. Tak więc w zjawisku konwekcji ciepło (energia wewnętrzna) wędruje wraz z materią. Warstwy dolne, pobierające ciepło np. od płomienia lub innego źródła, uzyskując wyższą temperaturę rozszerzają się, ich gęstość maleje, zatem unoszą się do góry, a ich miejsce zajmują warstwy chłodniejsze, które znów się ogrzewają i wędrują ku górze. Proces trwa aż do wyrównania się temperatury w całym obszarze.

4. Promieniowanie

Ciało znajdujące się w próżni może tracić energię wewnętrzną jedynie przez promieniowanie. Każde ciało mające temperaturę T wysyła promieniowanie elektromagnetyczne o różnych długościach fal (widmo ciągłe). Prawa promieniowania elektromagnetycznego zostały sformułowane dla ciała doskonale czarnego, czyli takiego, które całkowicie pochłania padające nań promieniowanie, a w procesie odwrotnym ma w danej temperaturze największą zdolność emisyjną.

Prawo Stefana-Boltzmannna

Całkowita moc P promieniowania, wysyłanego z powierzchni S ciała doskonale czarnego o temperaturze T jest wprost proporcjonalna do tej powierzchni i czwartej potęgi jego temperatury:

$$P = \sigma ST^4, \quad (3)$$

gdzie $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$

Prawo Wiena

Długość fali, odpowiadająca maksimum natężenia w widmie promieniowania ciała doskonale czarnego (λ_{max}) jest odwrotnie proporcjonalna do temperatury bezwzględnej tego ciała:

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = \text{const} = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{mK}. \quad (4)$$

Zgodnie z tym prawem ciało stałe rozgrzane do kilkuset stopni Celsjusza ma barwę czerwoną. Gdy jego temperatura wzrasta, barwa wysyłanego światła staje się coraz bardziej zbliżona do białej (bo w widmie zaczynają dominować fale krótkie).

5. Transport energii mechanicznej

Maszyny proste (dźwignie: bloki nieruchome i ruchome, kołowroty, wielokrążki; przekładnie pasowe i trybowe, kliny) transportują energię mechaniczną (potencjalną lub kinetyczną), tj. umożliwiają przenoszenie energii z jednych elementów urządzeń do innych. Przekaz tej energii odbywa się przez wykonanie pracy. Prace te mogą być wykonywane siłami o różnych wartościach (tzw. „ułatwianie pracy”, będące celem stosowania maszyn prostych, polega na ogół na jej wykonywaniu za pomocą siły o mniejszej wartości). Jednak użycie maszyny prostej nie zmniejsza wykonanej pracy, bowiem mniejsza siła wykonuje ją na odpowiednio dłuższej drodze.

Uwaga: Dźwignia jest w równowadze, gdy suma momentów wszystkich sił względem osi obrotu jest równa zeru.

zadania

zadanie 6.1

Ściana budynku wykonana z cegły ma grubość $d = 30$ cm. Ciepłe przewodnictwo właściwe cegły $k_c = 0,8$ W/(mK).

- Oblicz grubość ściany o takiej samej powierzchni, wykonanej z drewna, przez którą tracilibyśmy w tym samym czasie taką samą ilość ciepła, jak przez ścianę z cegły. Ciepłe przewodnictwo właściwe drewna $k_d = 0,2$ W/(mK).
- Oszacuj ciepło stracone w ciągu doby przez taką ścianę, jeśli jej powierzchnia $S = 6,5$ m², temperatura wewnątrz budynku $t_1 = 20^\circ$ C, a na zewnątrz $t_2 = 0^\circ$ C.
- Oszacuj, ile kilogramów węgla należałoby spalić, aby pokryć tę stratę; ciepło spalania węgla $c_s = 30$ MJ/kg.

zadanie 6.2

Jeden koniec miedzianego pręta o długości $l = 25$ cm i przekroju $S = 1$ cm² jest zanurzony we wrzącej wodzie, a drugi w naczyniu, w którym znajduje się mieszanina wody z lodem.

Współczynnik przewodnictwa właściwego miedzi $k = 400$ W/(mK), a ciepło topnienia lodu $c_t = 3,55 \cdot 10^5$ J/kg.

Oszacuj, jak długo musielibyśmy czekać, aby w ten sposób stopić $m = 0,2$ kg lodu przy założeniu, że nie ma strat ciepła.

zadanie 6.3

Jezioro o powierzchni 1 km² pokryte jest warstwą lodu o grubości 10 cm. Przewodnictwo ciepłe lodu wynosi 2,3 W/(mK).

- Oblicz, ile ciepła traci woda w jeziorze w czasie 1 minuty podczas mroźnego dnia, w którym temperatura powietrza jest równa -15° C; dolna powierzchnia warstwy lodu ma temperaturę 0° C.
- Oblicz moc elektrowni, która w ciągu 1 minuty dostarczałaby tyle energii.

zadanie 6.4

Istnieje analogia między prawem opisującym przepływ ciepła Q , a prawem opisującym przepływ ładunku q przez poprzeczny przekrój pręta lub drutu.

$$\frac{Q}{t} = kS \frac{\Delta T}{l}, \quad (1)$$

$$I = \frac{U}{R}, \quad (2)$$

gdzie $I = \frac{q}{t}$, $U = \Delta V$, $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$.

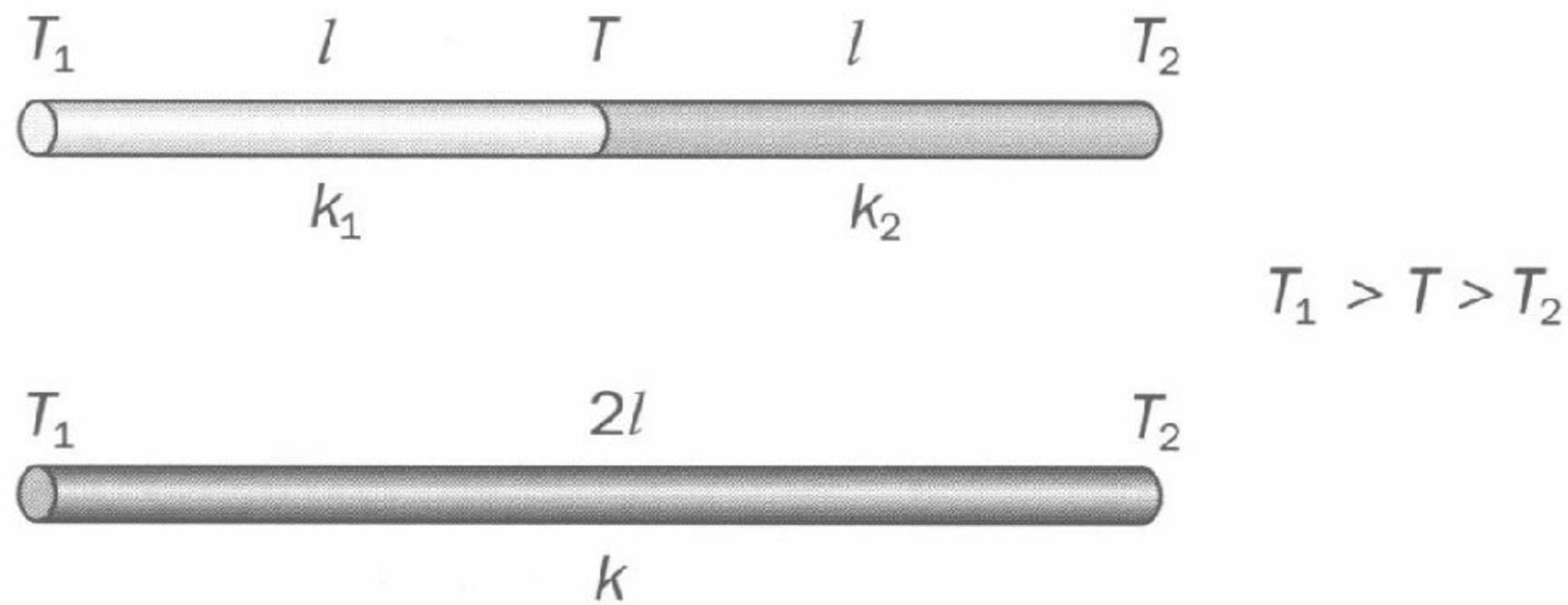
- Napisz, jaki jest warunek przepływu ciepła, a jaki jest warunek przepływu ładunku wzdłuż pręta (drutu).
- Wstawiając do wzoru (2) wyrażenia przypomniane poniżej, doprowadź wzór (2) do postaci podobnej do wzoru (1).
- Na podstawie porównania tych dwóch wzorów, wyrażających prawa transportu ciepła i ładunku, uzupełnij zamieszczoną poniżej tabelę analogicznych wielkości:

przepływ ciepła Q	przepływ ładunku q
$\frac{Q}{t}$	
	ΔV
$\frac{1}{k}$	
	$\rho \frac{l}{S}$

Jak można by nazwać wyrażenie występujące w ostatnim wierszu pierwszej kolumny?

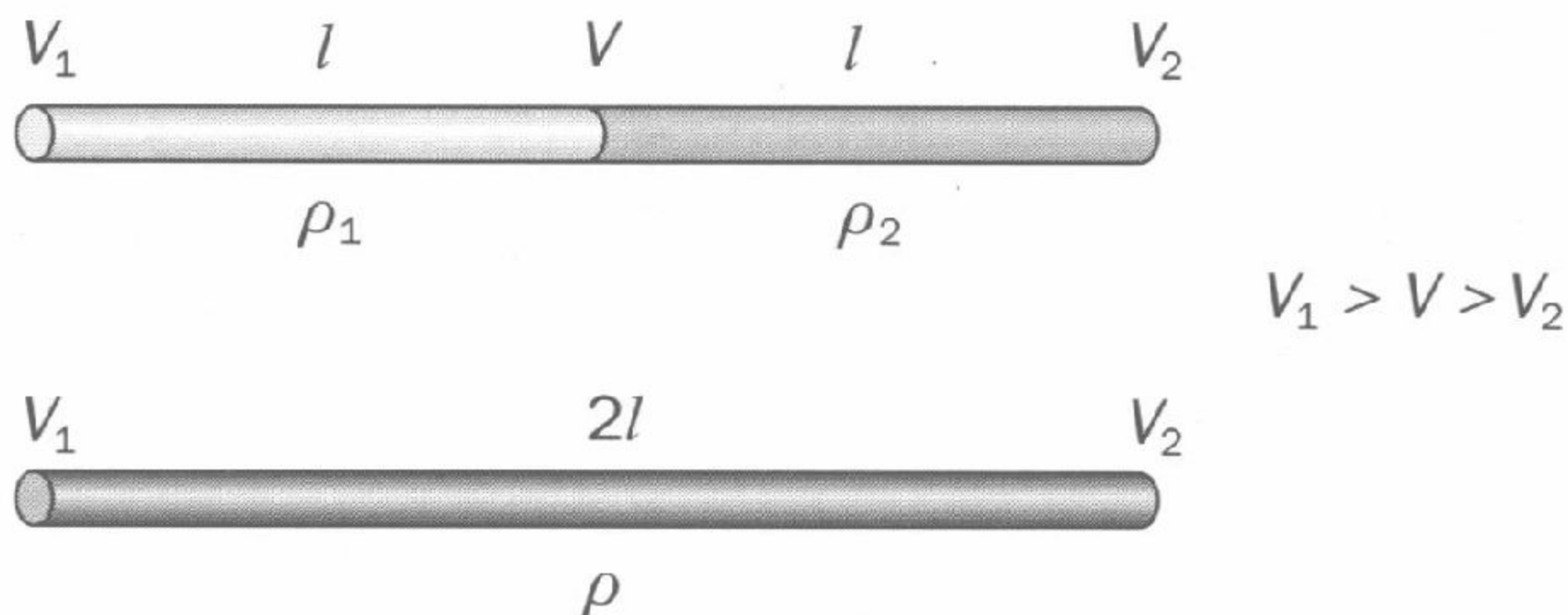
zadanie 6.5

Dwa pręty z różnych metali o jednakowych długościach l i przekrojach poprzecznych S połączone tak, jak pokazują rysunki 6.1 i 6.2. Na rysunku 6.1 wzdłuż prętów następuje przepływ ciepła, a na rysunku 6.2 przepływ ładunku.



Rys. 6.1

- a) W przypadku 1 wyprowadź związek między cieplnymi przewodnictwami właściwymi k_1 i k_2 prętów, a zastępczym przewodnictwem właściwym k pręta o długości $2l$.



Rys. 6.2

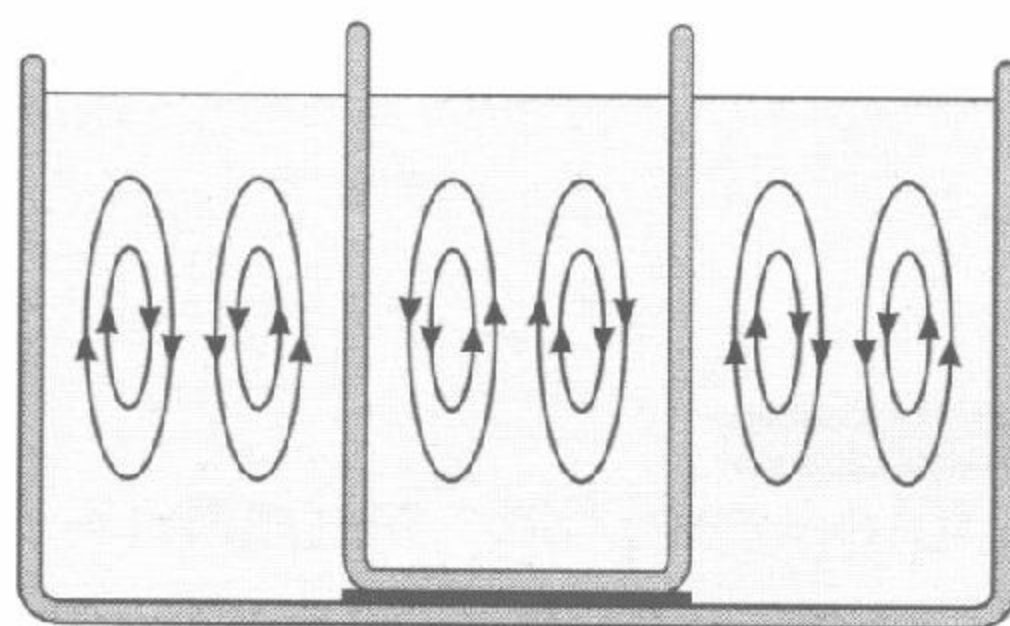
- b) W przypadku 2 wyprowadź związek między elektrycznymi oporami właściwymi ρ_1 i ρ_2 prętów, a zastępczym oporem właściwym ρ pręta o długości $2l$.

*Wskazówka: Skorzystaj z faktu, że ilości ciepła przepływającego w czasie t przez wszystkie trzy pręty muszą być jednako-
 kowe; to samo stwierdzenie odnosi się do przepływającego ładunku.*

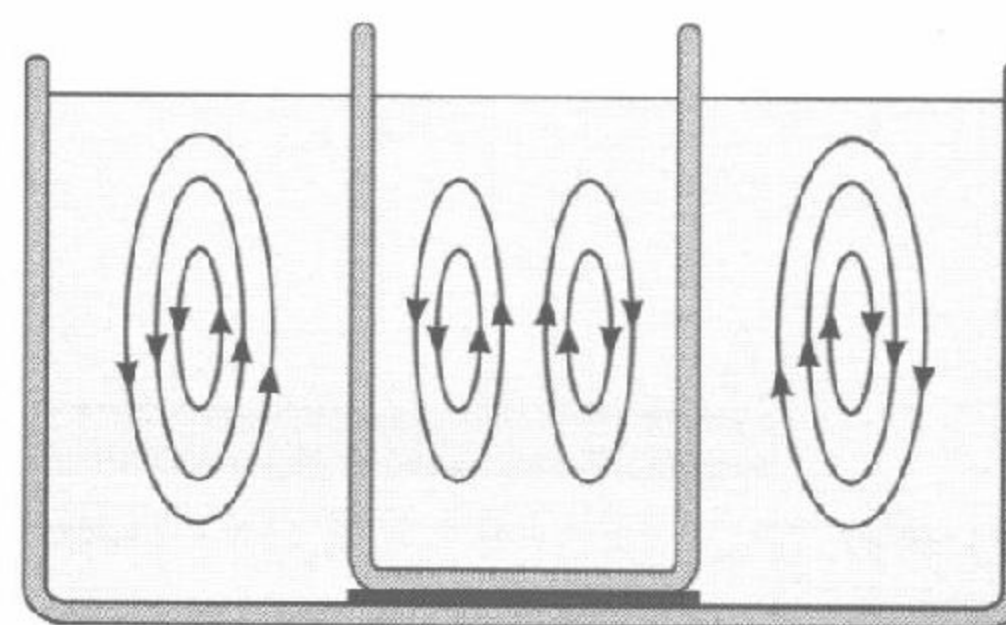
zadanie 6.6

Wewnętrzne naczynie z gorącą wodą wstawiono do zewnętrznego, do którego nalano wody zimnej. Boczne ścianki naczyń dobrze przewodzą ciepło.

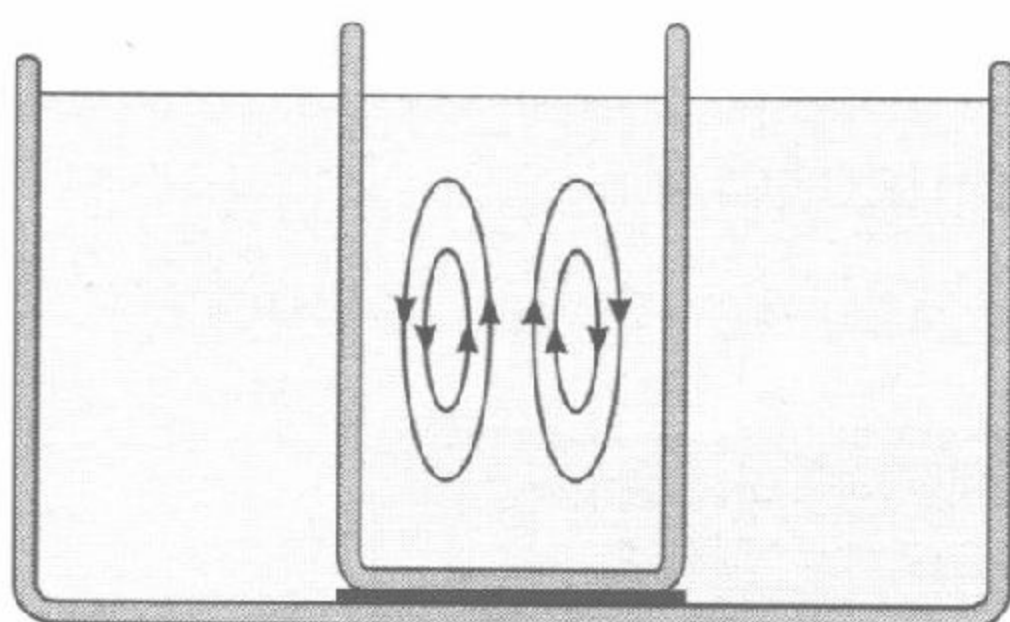
Na którym rysunku poprawnie przedstawiono prądy konwencyjne w wodzie w obu naczyniach?



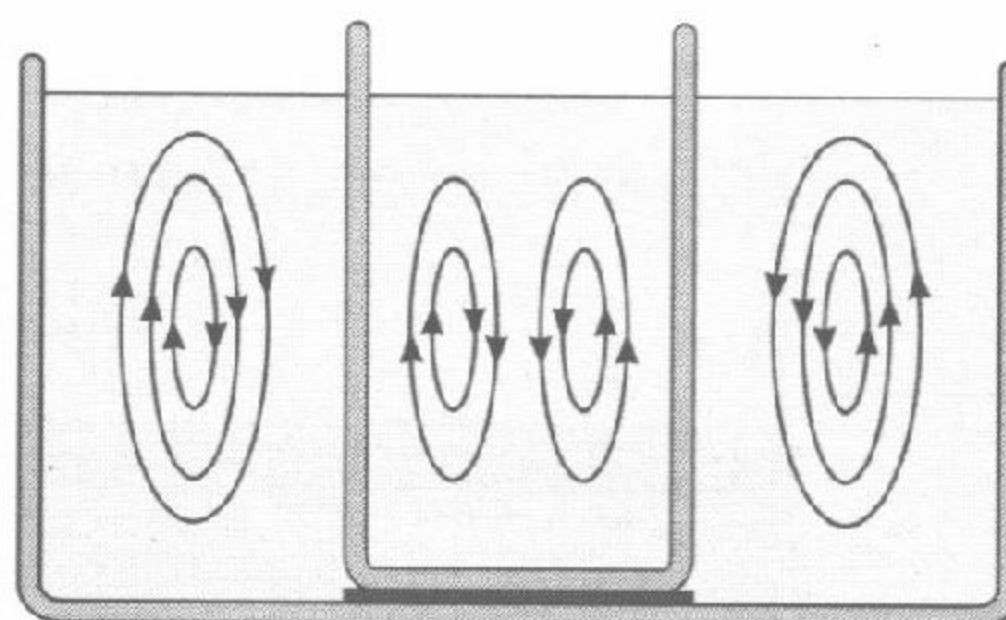
A



B



C



D

zadanie 6.7

Stała słoneczna $s = 1,35 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$ oznacza ilość energii, która w czasie 1 sekundy dociera ze Słońca do 1 m^2 powierzchni Ziemi ustawionej prostopadle do kierunku Ziemia-Słońce. Odległość Ziemi od Słońca $a = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$, promień Ziemi $R_Z = 6,67 \cdot 10^6 \text{ m}$.

Oszacuj:

- energję dochodzącą ze Słońca w czasie 1 sekundy do całej Ziemi,
- energję wysyłąną przez Słońce w czasie 1 sekundy we wszystkich kierunkach (czyli moc promieniowania Słońca).

zadanie 6.8

Celem tego zadania jest oszacowanie temperatury powierzchni Słońca. Przyjmijmy założenie, że zarówno Słońce, jak i Ziemię, można traktować jak ciała doskonale czarne.

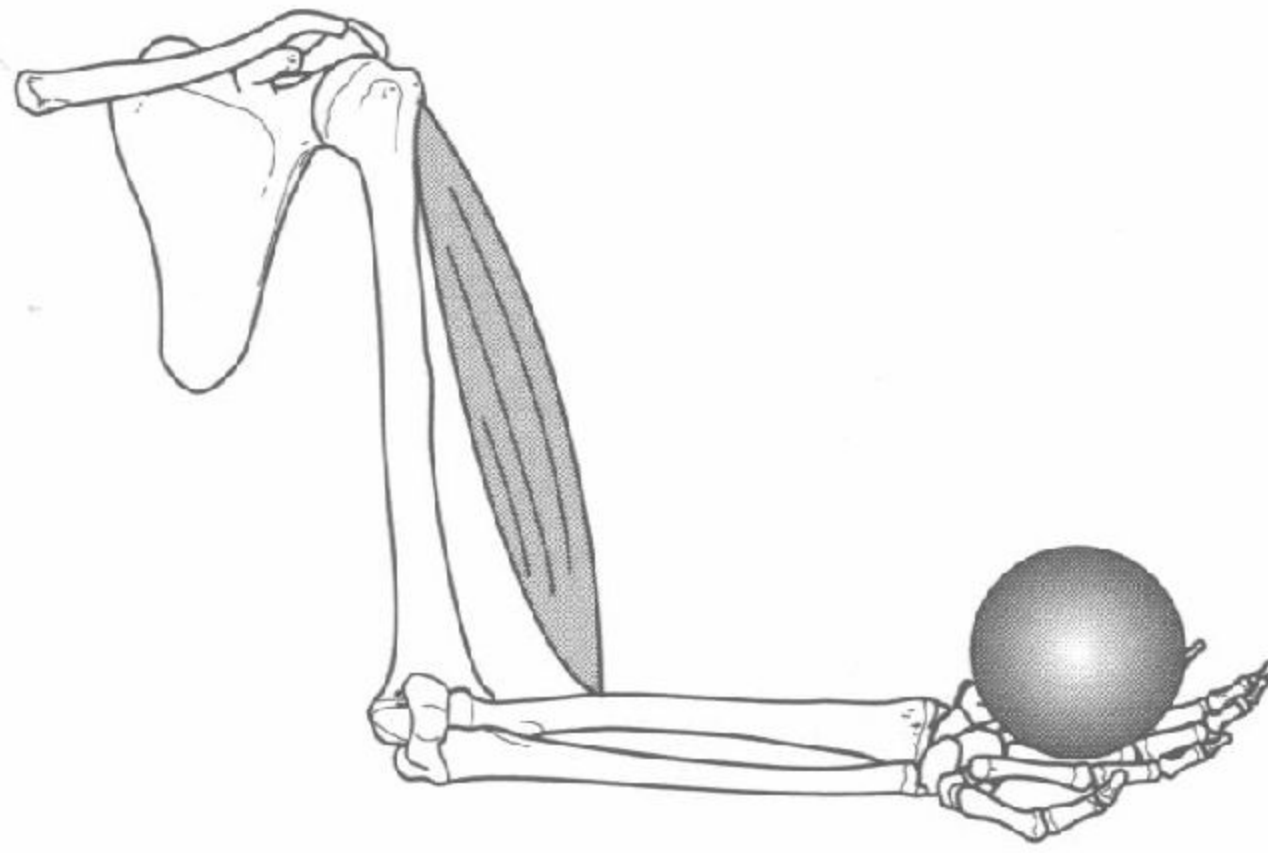
- Przyjmując oznaczenia: T_s – temperatura Słońca, R_s – promień Słońca, wyraż odpowiednim wzorem energię wysyłąną przez Słońce w czasie t we wszystkich kierunkach.
- Wyraż za pomocą odpowiedniego wzoru energię, która dociera w czasie t ze Słońca do Ziemi (i jest przez nią pochłaniana). Potraktuj Ziemię jako tarczę o promieniu R_z . Odległość od Ziemi do Słońca jest równa r .
- Wyraż odpowiednim wzorem całkowitą energię promieniowaną przez Ziemię we wszystkich kierunkach w czasie t , jeśli średnia temperatura powierzchni Ziemi jest równa T_z , a promień Ziemi wynosi R_z .
- W stanie równowagi energia pochłaniana przez Ziemię musi być równa energii wysyłanej przez nią w tym samym czasie. Zakładając, że jedynym źródłem energii na Ziemi jest Słońce, porównaj wzory (otrzymane w punktach b) i c) zadania), wyrażające te energie i wyprowadź w ten sposób wzór na szacowaną temperaturę T_s powierzchni Słońca.
- Zauważ, że ostateczny wzór da się sprowadzić do postaci:

$$T_s = \frac{2T_z}{\sqrt{\frac{2R_s}{r}}}$$

Wyrażenie pod pierwiastkiem jest średnicą kątową Słońca widzianego z Ziemi; wynosi ona $\alpha = 32' \approx 0,533^\circ$. Wyraż α w radianach i oblicz T_s . Średnią temperaturę powierzchni Ziemi T_z szacuje się na 285 K.

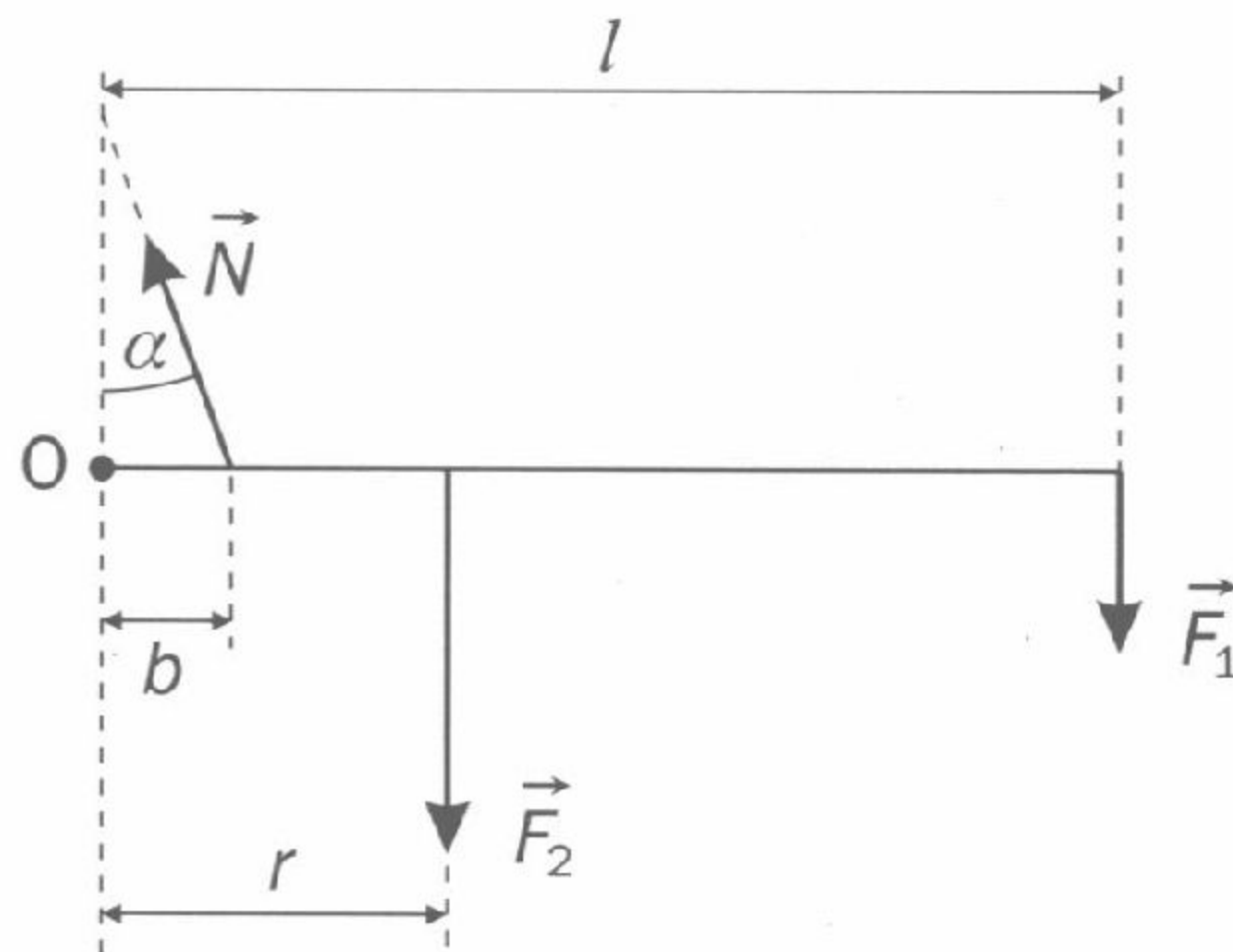
zadanie 6.9

Człowiek chce unieść położoną na dłoni kulę o ciężarze $F_1 = 20$ N (rys. 6.3). Odległość od łokcia do środka dłoni $l = 30$ cm. Przedramię ma ciężar $F_2 = 30$ N, a jego środek ciężkości znajduje się w odległości $r = 10$ cm od łokcia.



Rys. 6.3

- a) Oblicz wartość N siły napięcia mięśnia, jeśli mięsień jest zaczepiony w odległości $b = 3 \text{ cm}$ od łokcia i tworzy z ramieniem kąt $\alpha = 20^\circ$. Sytuację tę przedstawia schematycznie rysunek 6.4.



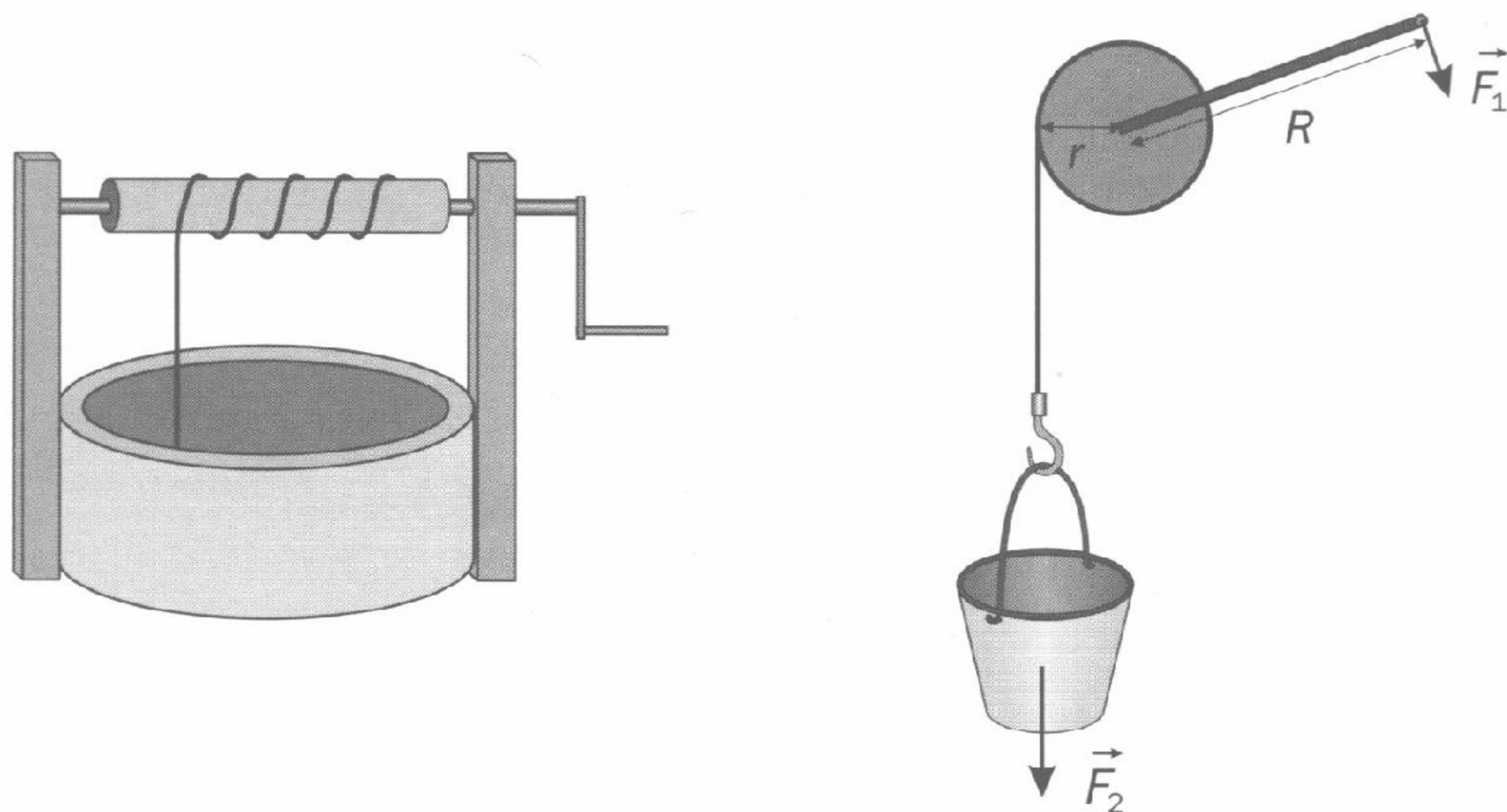
Rys. 6.4

- b) Oszacuj, o ile skróci się mięsień, gdy kula uniesie się o $h = 10 \text{ cm}$.

zadanie 6.10

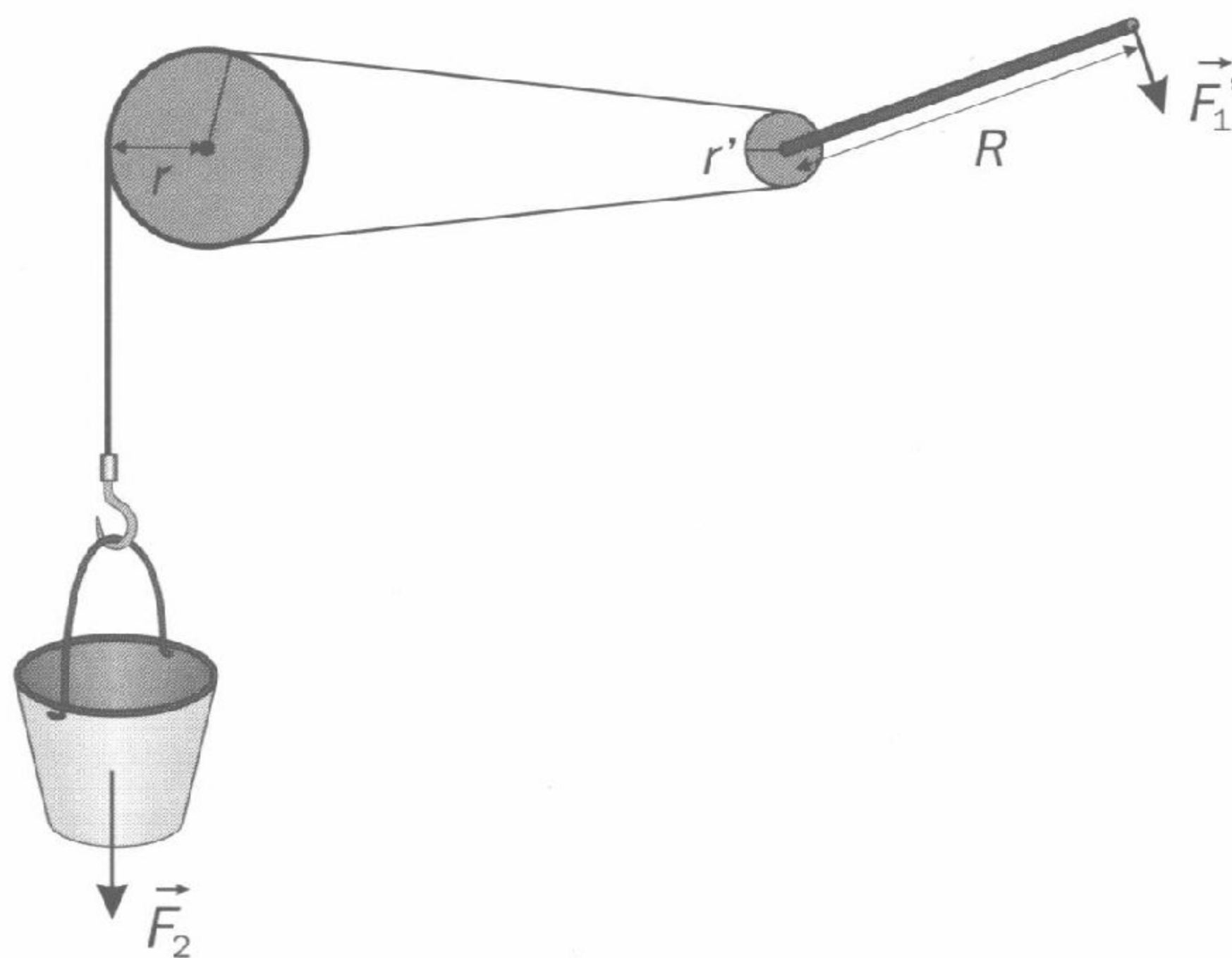
W studniach do transportu wiadra z wodą stosowano tzw. kołowrót (rys. 6.5) Ramię kołowrotu ma długość $R = 0,6 \text{ m}$, a promień wału, na który nawija się lina $r = 14 \text{ cm}$.

- a) Oblicz wartość siły \vec{F}_1 , którą należy działać na ramię kołowrotu, aby wyciągnąć ze studni wiadro z wodą o łącznym ciężarze $F_2 = 120 \text{ N}$; pominięciem masy liny.



Rys. 6.5

- b) Ile razy mniejszą siłą \vec{F}_1 należałoby działać, gdyby w studni zastosowano dodatkową przekładnię pasową (rys. 6.6); promień $r' = 7$ cm.

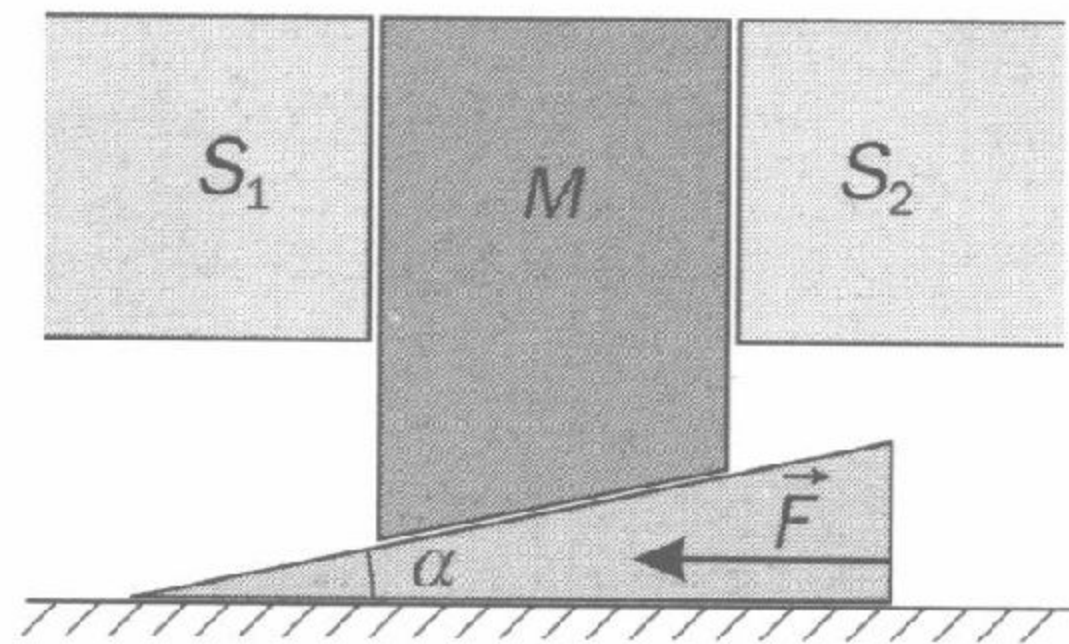


Rys. 6.6

- c) Wiadro chcemy wyciągnąć ze studni, w której lustro wody znajduje się na głębokości $H = 10$ m. Ile obrotów korby należy wykonać w przypadku a), a ile w przypadku b)?

zadanie 6.11

Ciężkie ciało o masie M znajdujące się między dwiema ścianami S_1 i S_2 podnosimy za pomocą klina o kącie $\alpha = 12^\circ$. Pomijamy siły tarcia między wszystkimi powierzchniami (rys. 6.7). Na klin działamy siłą \vec{F} o kierunku poziomym.



Rys. 6.7

- Oblicz, o ile podniesie się ciało, gdy klin przesunie się o Δs ,
- Korzystając z równości pracy wykonanej przez siłę \vec{F} podczas przesunięcia klina o Δs i pracy wykonanej wówczas przez siłę unoszącą klin (równoważającej jego ciężar), oblicz stosunek wartości tych sił.

Optyka geometryczna zajmuje się zagadnieniami związanymi z rozchodzeniem się światła w różnych ośrodkach. W **ośrodku jednorodnym** światło nie napotykające na żadne przeszkody rozchodzi się po liniach prostych zwanych **promieniami**.

Kąt padania α , to kąt zawarty między promieniem padającym a prostą prostopadłą do powierzchni granicznej (tzw. normalną), wystawioną w punkcie padania.

Kąt odbicia α' jest to kąt, który tworzy normalna z promieniem odbitym.

Prawo odbicia światła: Kąt odbicia światła jest równy kątowi padania,

$$\alpha' = \alpha ,$$

a promień padający, promień odbity i normalna leżą w jednej płaszczyźnie.

Kąt załamania β , to kąt zawarty między normalną a promieniem załamanym.

Prawo załamania światła (tzw. prawo Snella): Stosunek sinusa kąta padania α do sinusa kąta załamania β jest dla dwóch danych ośrodków wielkością stałą, równą stosunkowi szybkości światła w tych ośrodkach i zwaną **względny współczynnikiem załamania światła** $n_{1/2}$ ośrodka drugiego (czyli ośrodka, do którego światło wpada) względem ośrodka pierwszego

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n_{1/2} .$$

Bezwzględny współczynnikiem załamania światła n (często nazywanym krótko współczynnikiem załamania światła) danego ośrodka nazywamy współczynnikiem załamania tego ośrodka względem próżni, czyli

$$n = \frac{c}{v} ,$$

gdzie v oznacza szybkość światła w tym ośrodku.

Względny współczynnik załamania ośrodka drugiego względem pierwszego jest równy stosunkowi bezwzględnych współczynników załamania tych dwóch ośrodków, czyli

$$n_{2/1} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Współczynnik załamania próżni jest równy 1. W przybliżeniu przyjmujemy, że również współczynnik załamania powietrza jest równy 1.

Jeśli światło przechodzi z ośrodka o większym współczynniku załamania n_1 do ośrodka o mniejszym współczynniku załamania n_2 , to kąt załamania jest większy od kąta padania. **Kątem granicznym** α_{gr} nazywamy kąt padania, dla którego kąt załamania jest równy 90° , czyli

$$\sin \alpha_{gr} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Jeśli drugim ośrodkiem jest powietrze, to

$$\sin \alpha_{gr} = \frac{1}{n_1}.$$

Dla kątów padania większych od kąta granicznego występuje zjawisko **całkowitego wewnętrznego odbicia**.

Zwierciadło jest to gładko wypolerowana powierzchnia graniczna niektórych materiałów, która niemal w całości odbija padające światło. Powierzchnia odbijająca zwierciadła płaskiego jest częścią płaszczyzny, natomiast powierzchnia zwierciadła kulistego ma kształt sferyczny.

Promień kuli, której częścią jest zwierciadło nazywamy promieniem krzywizny r tego zwierciadła.

Dla zwierciadła kulistego o promieniu krzywizny r i jego ogniskowej f możemy zapisać związek:

$$f = r - \frac{r}{2 \cos \alpha} = r \left(1 - \frac{1}{2 \cos \alpha} \right),$$

gdzie α oznacza kąt padania na zwierciadło promienia świetlnego równoległego do osi. Jeśli promienie biegną blisko osi (tzw. **promienie przyosiowe**), kąty padania α są małe (czyli $\cos \alpha \approx 1$), wówczas

$$f = \frac{r}{2}.$$

Oznaczając odległości przedmiotu i obrazu od zwierciadła odpowiednio przez x i y oraz ogniskową zwierciadła przez f możemy zapisać tzw. **równanie zwierciadła**:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}.$$

Jeśli przedmiot znajduje się między zwierciadłem wklęsłym a jego ogniskiem, czyli $0 < x < f$, z równania zwierciadła wynika, że $y < 0$; obraz (**pozorny**) powstaje po przeciwnej stronie zwierciadła w odległości $|y|$ od tego zwierciadła. W innych przypadkach (z wyjątkiem $x = f$) otrzymujemy obrazy **rzeczywiste**, które obserwujemy na ekranie.

W zwierciadłach wklęsłych otrzymujemy zawsze obrazy pozorne.

Powiększeniem liniowym p nazywamy stosunek wysokości obrazu h' do wysokości przedmiotu h :

$$p = \frac{h'}{h}.$$

Powiększenie jest równe stosunkowi

$$p = \frac{|y|}{x}.$$

Pryzmatem nazywamy ciało przezroczyste ograniczone dwiema nierównoległymi powierzchniami płaskimi. Powierzchnie te przecinają się wzdłuż prostej zwanej krawędzią pryzmatu i tworzą kąt dwuścienny φ (tzw. **kąt łamiący pryzmatu**).

Kąt odchylenia ε promienia w pryzmacie o współczynniku załamania n (kąt zawarty między kierunkiem promienia padającego na pryzmat a kierunkiem promienia wychodzącego z pryzmatu) można obliczyć stosując przybliżony wzór (ważny dla małych kątów padania i małych kątów łamiących pryzmatu):

$$\varepsilon = (n - 1) \varphi.$$

Soczewką sferyczną nazywamy ciało przezroczyste ograniczone dwiema powierzchniami kulistymi (wypukłymi lub wklęsłymi) lub jedną powierzchnią kulistą a jedną płaską.

Oznaczając, podobnie jak dla zwierciadła, odległości przedmiotu i obrazu od środka soczewki odpowiednio przez x i y oraz ogniskową soczewki przez f możemy zapisać tzw. **równanie soczewki**:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}.$$

Dla cienkiej soczewki o promieniach krzywizn r_1 i r_2 , wykonanej z substancji o współczynniku załamania n znajdującej się w ośrodku o współczynniku załamania n' słuszny jest tzw. **wzór soczewkowy**, który odpowiada na pytanie: od czego zależy ogniskowa soczewki?

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n'} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right).$$

Odwrotność ogniskowej soczewki (wyrażonej w metrach!) nazywamy **zdolnością skupiającą** Z i wyrażamy ją w tzw. dioptriach (D)

$$Z = \frac{1}{f}.$$

Zdolność skupiająca układu n cienkich soczewek, ustawionych blisko siebie wyraża się wzorem:

$$Z = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n, \quad \text{zatem} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \dots + \frac{1}{f_n}.$$

Jeśli przedmiot i lupę (soczewkę skupiającą o ogniskowej f) umieścimy w takich odległościach od oka, aby obraz (pozorny) powstał w odległości dobrego widzenia d , to **powiększenie lupy** p można obliczyć ze wzoru:

$$p = \frac{d}{f} + 1.$$

Jeśli ogniskowa obiektywu mikroskopu jest równa f_{ob} , ogniskowa okularu f_{ok} , a długość tubusa wynosi l , **powiększenie mikroskopu** p można obliczyć, wykorzystując przybliżony wzór:

$$p = \frac{l d}{f_{ob} f_{ok}}.$$

Częstotliwość fali elektromagnetycznej ν nie ulega zmianie przy przejściu z jednego ośrodka o współczynniku załamania n_1 do drugiego o współczynniku załamania n_2 – nie obserwujemy wtedy zmiany barwy

światła. Po przejściu fali do ośrodka o większym współczynniku załamania ($n_1 < n_2$) długość fali maleje zgodnie ze wzorem:

$$\lambda_2 = \lambda_1 \frac{n_1}{n_2}.$$

Fale są spójne, gdy różnica faz spotykających się fal w każdym punkcie jest niezależna od czasu (warunek powstania niezmiennego się w czasie obrazu interferencyjnego).

Dla **interferujących** fal maksymalne wzmocnienia występują w punktach, dla których różnica odległości od szczelin jest całkowitą wielokrotnością długości fali, a całkowite wygaszenia, gdy jest ona nieparzystą wielokrotnością połowy długości fali.

Długość fali świetlnej możemy wyznaczyć za pomocą siatki dyfrakcyjnej, w której zachodzi ugięcie i interferencja światła. Skierowując na siatkę wiązkę światła monochromatycznego (o jednej długości fali), na ekranie ustawionym po drugiej stronie otrzymujemy maksima interferencyjne (prążki różnych rzędów). Jest tak dlatego, że na każdej szczelinie fale uginają się pod różnymi kątami, ale wzmocnienie na ekranie następuje tylko dla takiego kąta α , pod którym ugięte fale spotykają się zgodnymi fazami. Dla prążka „n-tego rzędu”.

$$n\lambda = d \sin \alpha, \quad \text{skąd} \quad \lambda = \frac{d \sin \alpha}{n}.$$

W tym wzorze kąt α nosi (niezbyt szczęśliwą) nazwę kąta ugięcia, a d jest stałą wyrażającą odległość między środkami sąsiednich szczelin (tzw. stałą siatki).

Zjawisko polaryzacji

Wiązka światła niespolaryzowanego to taka, w której kierunki drgań wektora \vec{E} są różne (ale zawsze prostopadłe do kierunku rozchodzenia się wiązki). W wiązce spolaryzowanej liniowo wektory \vec{E} są uporządkowane w jednej płaszczyźnie.

Urządzenia porządkujące drgania \vec{E} w jednej płaszczyźnie to polaryzatory. Każdy polaryzator przepuszcza drgania w jednej charakterystycznej dla siebie płaszczyźnie.

Załóżmy, że z polaryzatora I wychodzi wiązka światła spolaryzowanego, w której amplituda drgań ma wartość E_0 . Jeśli na drodze tej wiązki ustawimy drugi polaryzator (II), który przepuszcza drgania w innej płasz-

czyźnie, to wyjdzie z niego wiązka, której wartość amplitudy drgań będzie równa E , przy czym

$$E = E_0 \cos \alpha,$$

gdzie α jest kątem utworzonym między płaszczyznami drgań wektora \vec{E} w obu polaryzatorach (rys. 7.1).

Drugi polaryzator spełnia rolę analizatora światła spolaryzowanego przez pierwszy.

Natężenie wiązki światła I jest wprost proporcjonalne do kwadratu amplitudy drgań E , zatem między natężeniami światła wychodzącego z analizatora (II) i wychodzącego z polaryzatora (I) zachodzi związek:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{E^2}{E_0^2},$$

skąd

$$I = I_0 \frac{E^2}{E_0^2} = I_0 \cos^2 \alpha.$$

Ostatni wzór nosi nazwę **prawa Malusa**.

Obracając analizator względem osi pokrywającej się z osią wiązki światła o kąt pełny, 2 razy otrzymamy maksymalne natężenie wiązki, a dwa razy jej wygaszenie, co wynika z prawa Malusa.

Wiele substancji, w tym niektóre substancje organiczne, ma własność skręcania płaszczyzny polaryzacji światła. Światło spolaryzowane w pewnej płaszczyźnie po przejściu przez warstwę takiej substancji ma inną płaszczyznę polaryzacji.

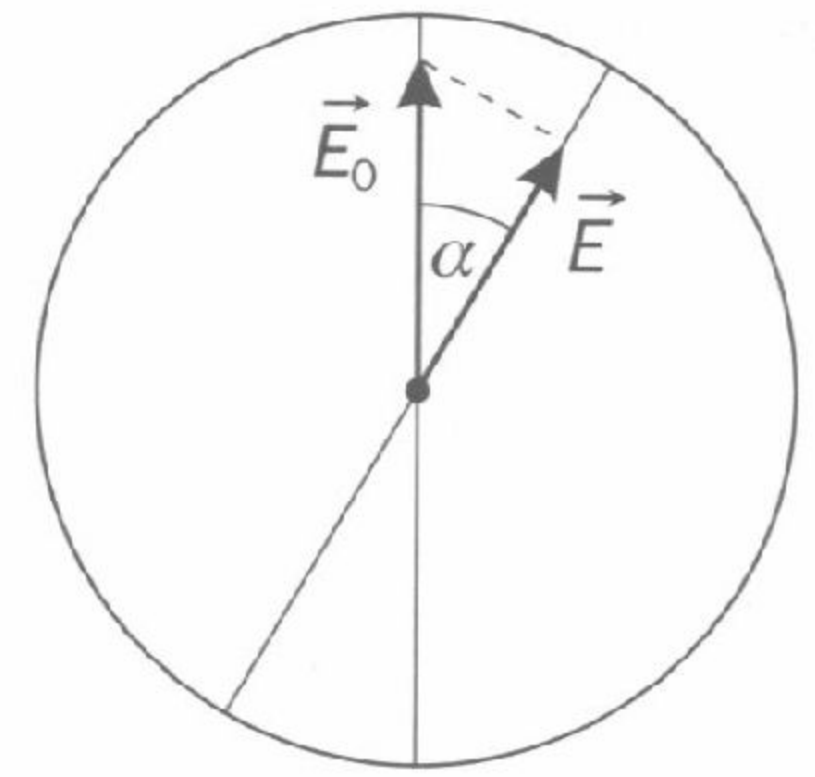
Kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji α jest zależny od grubości warstwy l :

$$\alpha = \alpha_0 l.$$

Współczynnik proporcjonalności α_0 nosi nazwę skręcalności właściwej i zależy od rodzaju substancji, a także od długości fali świetlnej. W przypadku roztworu substancji skręcającej płaszczyznę polaryzacji, kąt skręcenia α zależy dodatkowo od jego stężenia:

$$\alpha = \alpha_0 c l.$$

Światło można także spolaryzować przez odbicie od powierzchni przezroczystych izolatorów. Przy pewnym kącie padania zwanym **kątem**



Rys. 7.1

Brewstera promień odbity jest całkowicie spolaryzowany (drgania wektora \vec{E} są prostopadłe do płaszczyzny padania); promień załamany jest także częściowo spolaryzowany.

Promień odbity i załamany tworzą wówczas kąt 90° , zatem

$$\operatorname{tg} \alpha_B = n.$$

Zjawisko fotoelektryczne polega na emisji elektronów z powierzchni metalu pod wpływem promieniowania elektromagnetycznego o dostatecznie krótkiej fali. Zjawisko to i prawa nim rządzące wyjaśnia teoria kwantowa promieniowania elektromagnetycznego, według której wiązka światła to zbiór porcji energii zwanych kwantami lub cząstek – fotonów.

Liczba emitowanych elektronów (zwanych fotoelektronami) zależy od liczby padających fotonów, zaś energia maksymalna fotoelektronu zależy od energii fotonu:

$$E_k = h\nu - W,$$

gdzie W jest pracą wyjścia elektronu z metalu.

Prawo to (wynikające z zasady zachowania energii stosowanej w pojedynczym akcie emisji) nosi nazwę prawa Einsteina-Millikana.

Najmniejsza energia fotonu, który spowoduje emisję elektronu z metalu jest równa pracy wyjścia, czyli

$$h\nu_{gr} = W.$$

Elektrony emitowane z katody fotokomórki stanowią prąd w jej obwodzie. Przykładając do elektrod napięcie hamujące elektrony i zwiększając odpowiednio jego wartość, możemy zmniejszyć natężenie prądu w obwodzie fotokomórki do zera. Mierząc to napięcie hamowania, wyznaczamy maksymalną energię kinetyczną elektronów.

$$eU_h = \frac{mv_{\max}^2}{2}.$$

Biorąc pod uwagę prawo Einsteina-Millikana, otrzymujemy związek

$$eU_h = h\nu - W$$

Według modelu Bohra elektron poruszając się wokół jądra wodoru (protonu) po orbicie stacjonarnej w kształcie okręgu nie promieniuje energii.

Pierwszy postulat Bohra:

Dozwolone są tylko takie orbity, na których wartość momentu pędu elektronu o masie m (mvr) jest całkowitą wielokrotnością stałej Plancka podzielonej przez 2π .

$$mvr = n \frac{h}{2\pi}.$$

Siłą utrzymującą elektron na orbicie (siłą dośrodkową) jest siła Coulomba.

$$\frac{mv^2}{R} = k \frac{e^2}{R^2}.$$

Biorąc pod uwagę dwa powyższe wzory, możemy obliczyć promienie dozwolonych orbit i szybkości elektronu na tych orbitach dla różnych wartości n . Znając te wielkości obliczamy energię kinetyczną i potencjalną elektronu, a dodając je znajdziemy energię całkowitą na orbicie n .

$$E = - \text{const} \cdot \frac{1}{n^2}.$$

Stała występująca w tym wzorze jest większa od zera i wyraża się przez m, e, k, h . Jej wartość wynosi 13,6 eV, zatem energia elektronu w stanie podstawowym ($n = 1$) jest równa

$$E_1 = -13,6 \text{ eV},$$

a dla większych wartości n jest większa, więc stany o większym n nazywamy stanami wzbudzonymi.

Drugi postulat Bohra:

Przy zeskoku elektronu z wyższego poziomu energetycznego n na niższy k , atom emituje kwant (foton) o energii

$$h\nu = E_n - E_k.$$

Z ostatniego wzoru można obliczyć długość fali emitowanego światła

$$\frac{1}{\lambda_{kn}} = R_H \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

$R_H = 1,097 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{m}}$ jest stałą Rydberga.

Długość fal emitowanych przez atom wodoru uszeregowano w tzw. serie widmowe w zależności od numeru orbity, na którą odbywa się zeskoczek elektronu.

Każdy pierwiastek w postaci gazu jednoatomowego pobudzony do świecenia emituje promieniowanie o ściśle określonych (charakterystycznych dla niego) długościach fal. Na tej podstawie, analizując wysyłane promieniowanie, można identyfikować pierwiastki (analiza widmowa).

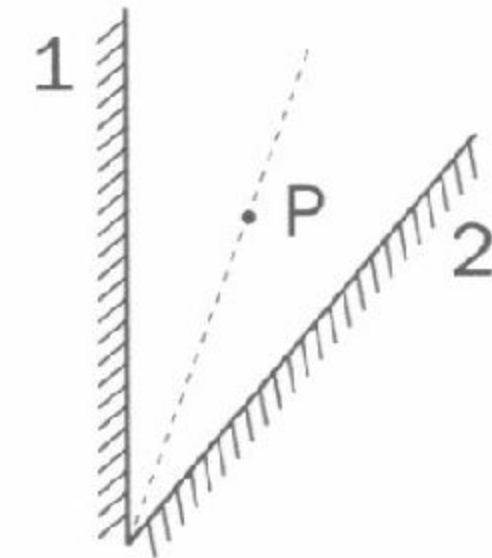
zadania

zadanie 7.1

Dwa zwierciadła płaskkie 1 i 2 tworzą z sobą kąt α . Punktowy przedmiot P umieszczony jest między nimi na dwusiecznej (rys. 7.2).

Dla kątów: $\alpha_1 = 30^\circ$, $\alpha_2 = 45^\circ$, $\alpha_3 = 90^\circ$, $\alpha_4 = 120^\circ$

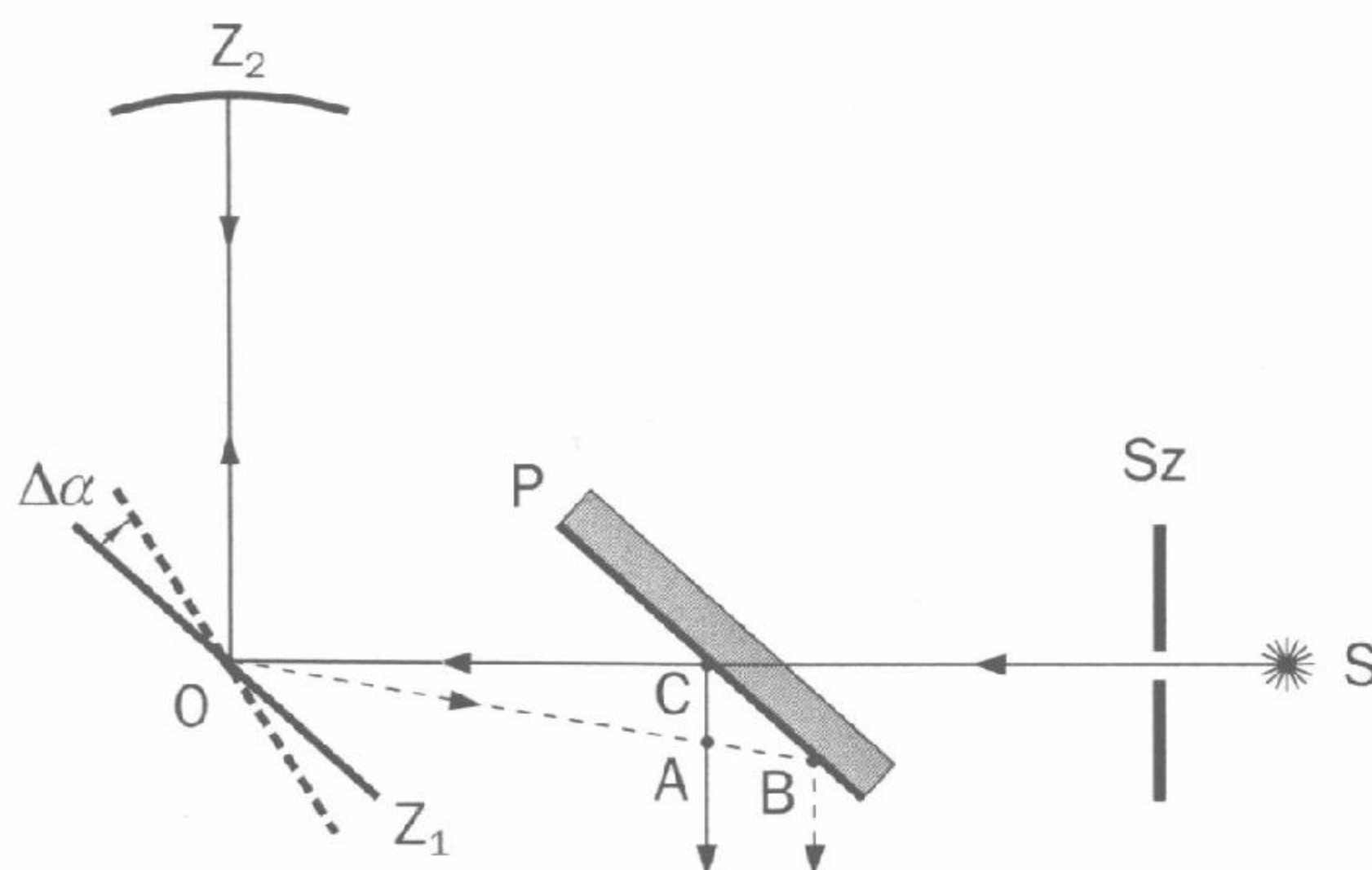
- zaznacz położenia wszystkich obrazów,
- podaj liczbę tych obrazów.
- Ile powstanie obrazów, gdy zwierciadła są do siebie równoległe?



Rys. 7.2

zadanie 7.2

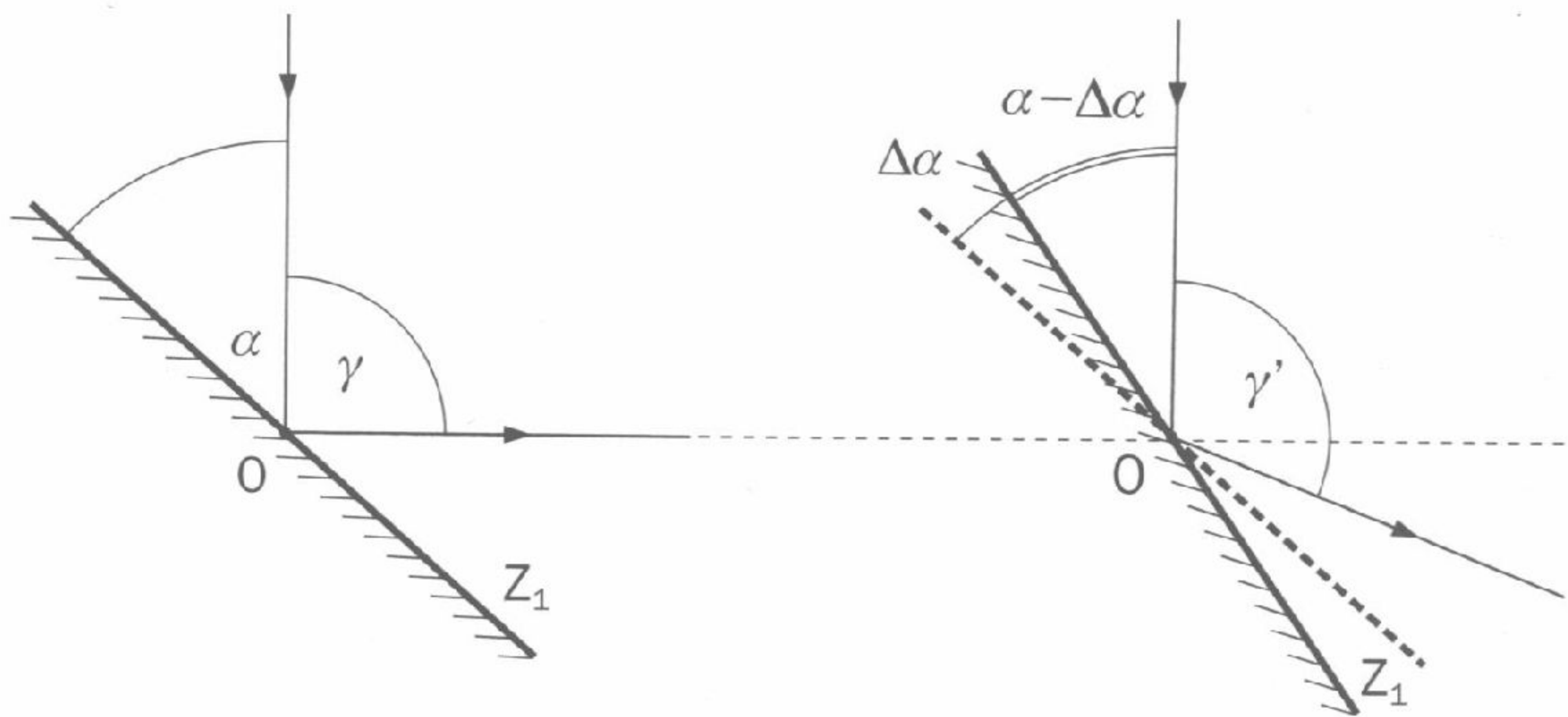
W 1862 roku Jean Foucault dokonał jednego z pierwszych pomiarów szybkości światła w powietrzu i wodzie laboratoryjną metodą wirującego zwierciadła. Na rysunku 7.3 przedstawiono ideę takiego pomiaru szybkości światła. Impuls światła emitowany przez źródło S przechodzi przez szczelinę Sz, a następnie przez płytkę półprzepuszczalną P i po odbiciu w punkcie O od zwierciadła Z_1 pada na zwierciadło Z_2 . Tu następuje kolejne odbicie wiązki, w wyniku którego światło dociera z powrotem do punktu O. Gdy zwierciadło Z_1 nie obraca się, to odbita od niego wiązka światła pada w punkcie C na płytkę półprzepuszczalną i po odbiciu od niej przechodzi przez punkt A. Jeśli zwierciadło Z_1 wiruje, to w czasie, gdy



Rys. 7.3

światło przebywa drogę od punktu O do zwierciadła Z_2 i z powrotem do punktu O , zwierciadło Z_1 obraca się o kąt $\Delta\alpha$ wokół osi prostopadłej do płaszczyzny rysunku i przechodzącej przez punkt O . Wskutek zmiany położenia zwierciadła Z_1 , powracający od zwierciadła Z_2 promień świetlny odbija się od zwierciadła Z_1 i pada na płytkę P w punkcie B . Jeśli znamy szybkość kątową zwierciadła Z_1 oraz kąt $\Delta\alpha$ (patrz punkt c zadania), to z łatwością obliczymy czas, w którym nastąpił obrót zwierciadła, a tym samym czas potrzebny na przebycie drogi OZ_2O przez impuls światła. Szybkość światła otrzymamy, dzieląc drogę OZ_2O przez czas Δt potrzebny na jej przebycie.

- Wyjaśnij, dlaczego środek kuli, której częścią jest zwierciadło kuliste wklęsłe Z_2 , musi znajdować się w punkcie O .
- Korzystając z rysunku 7.4 wykaż, że jeśli zwierciadło Z_1 obróci się o kąt $\Delta\alpha$ wokół osi prostopadłej do płaszczyzny rysunku i przechodzącej przez punkt O , to kąt tworzony przez promienie padający i odbity zmieni się o $2\Delta\alpha$.



Rys. 7.4

- Oblicz kąt AOC na podstawie znajomości odległości punktów O i C oraz punktów A i B , zakładając że kąt ten jest mały.
- Czy kąt AOC jest równy kątowi $\Delta\alpha$? Odpowiedź uzasadnij.

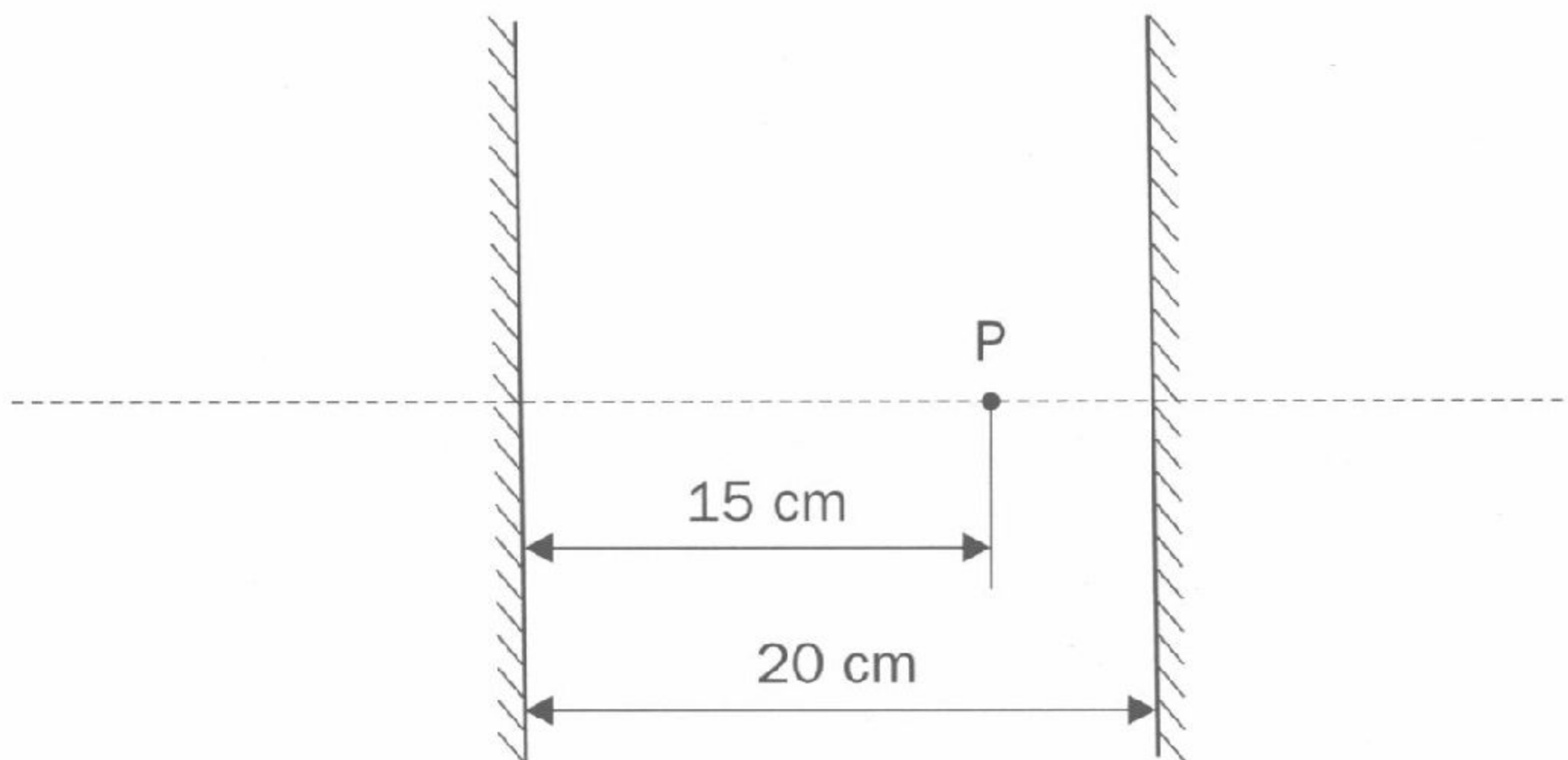
zadanie 7.3

Szybkość światła w próżni wynosi $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a w szkle $2 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Kąt graniczny na granicy szkła i próżni jest

- A. w przybliżeniu równy 0° .
- B. nieco mniejszy od 42° .
- C. większy od 42° i mniejszy od 90° .
- D. równy 90° .

zadanie 7.4

Między dwoma równoległymi zwierciadłami płaskimi umieszczono punktowe źródło światła P w odległości 15 cm od jednego z nich. Odległość wzajemna zwierciadeł wynosi 20 cm (rys. 7.5).

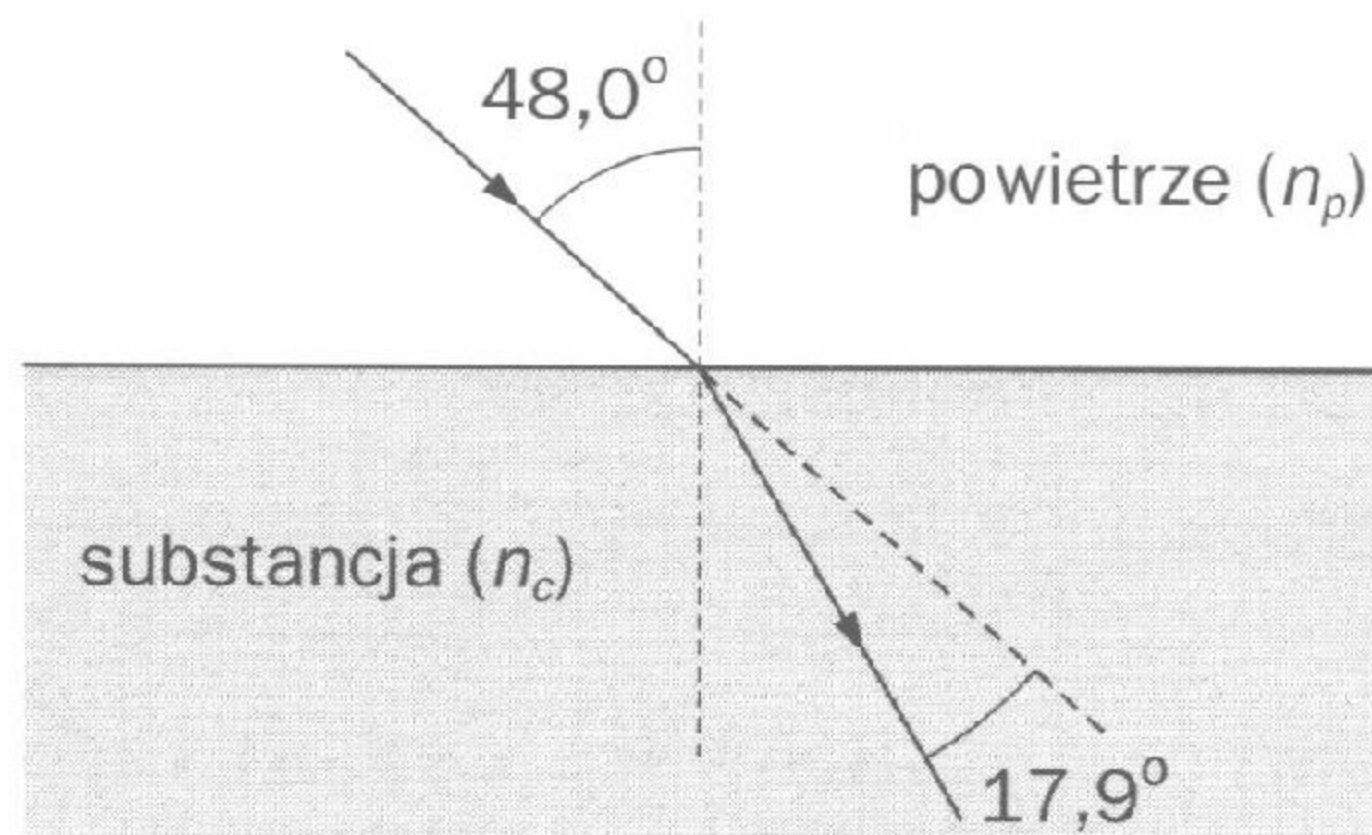


Rys. 7.5

- a) Wyznacz położenia trzech pierwszych obrazów źródła P w każdym zwierciadle.
- b) Oblicz wzajemne odległości obrazów wyznaczonych w punkcie a). Jak zmienią się wzajemne odległości obrazów, jeśli zwierciadła nieco oddalimy od siebie? Odpowiedź uzasadnij.

zadanie 7.5

Wiązka światła przechodzi z powietrza do pewnej substancji (rys. 7.6) i wskutek załamania odchyła się o $17,9^\circ$ od pierwotnego kierunku.



Rys. 7.6

- Oblicz, ile wynosi kąt załamania.
- W tabeli 7.1 podano wartości bezwzględnych współczynników załamania dla kilku różnych substancji. Zidentyfikuj podaną w zadaniu substancję. Przyjmij, że bezwzględny współczynnik załamania powietrza wynosi $n_p = 1,0003$.

Tabela 7.1

substancja	bezwzględny współczynnik załamania
woda	1,33
alkohol etylowy	1,36
dwusiarczek węgla	1,63
jodek metylu	1,74
olejek sosnowy	1,48

- Oblicz współczynnik załamania tej substancji względem wody.
- Gdyby wiązka światła przechodziła ze zidentyfikowanej w punkcie b) substancji do powietrza, kąt padania byłby mniejszy od kąta załamania. Oblicz, ile wynosiłby kąt padania, gdyby kąt załamania osiągnął 90° . Jak nazywamy taki kąt padania?

zadanie 7.6

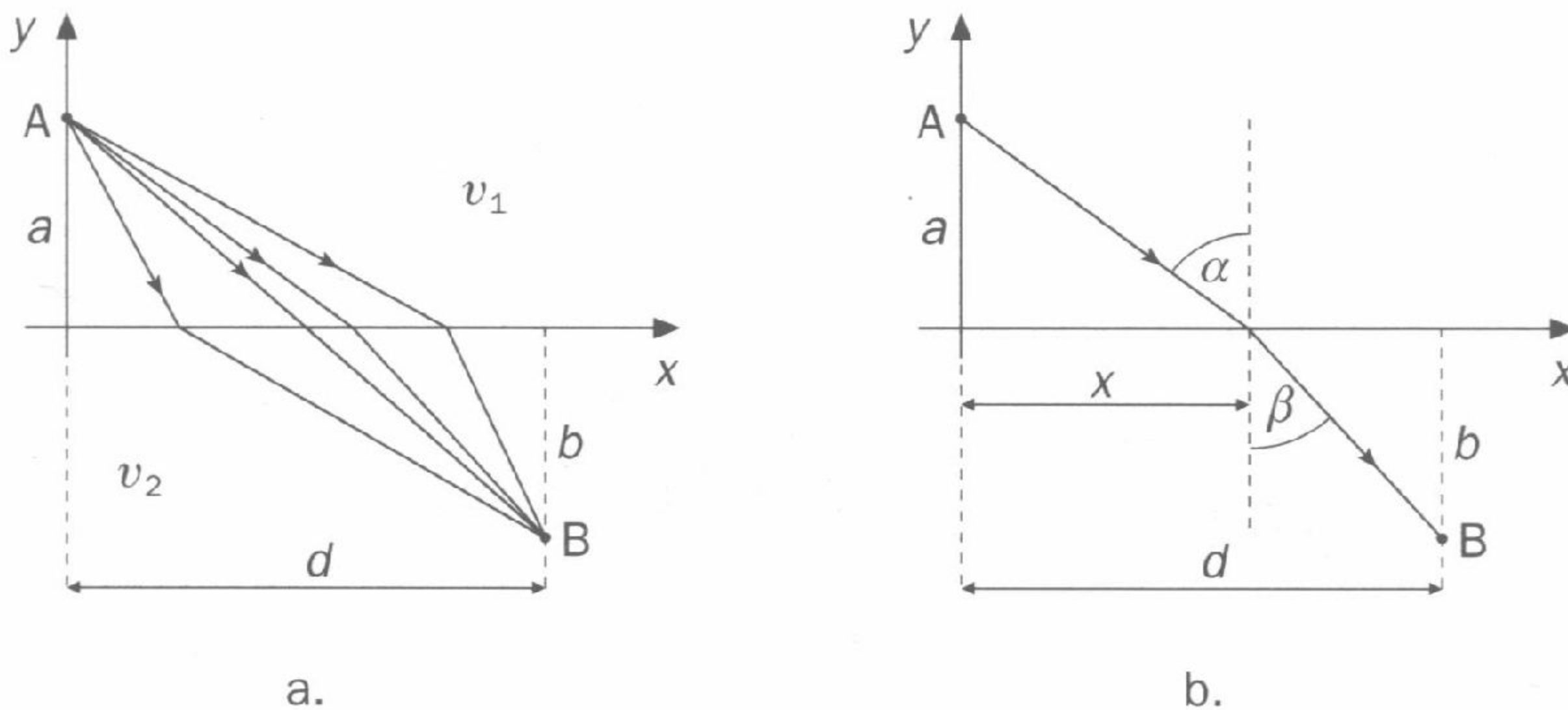
Współczynnik załamania wody względem powietrza $n = \frac{4}{3}$. Dla kątów padania: $\alpha_1 = 30^\circ$, $\alpha_2 = 45^\circ$, $\alpha_3 = 60^\circ$, $\alpha_4 = 75^\circ$ oblicz

- kąty załamania promienia świetlnego w wodzie,
- kąty odchylenia promienia od pierwotnego kierunku po wejściu do wody.

zadanie 7.7

To zadanie możesz rozwiązać, jeśli umiesz obliczać ekstremum funkcji przez przyrównanie do zera jej pierwszej pochodnej.

Według twierdzenia Fermata światło między dwoma punktami przebiega tak (po takim torze), aby czas na to zużyty osiągał najmniejszą wartość.



Rys. 7.7

Na rysunku 7.7 a zaznaczono kilka dróg przejścia światła z punktu A do punktu B przez granicę między dwoma przezroczystymi ośrodkami. Dane są długości odcinków a , b i d oraz szybkości światła v_1 i v_2 w obu ośrodkach.

- Udowodnij, że wymóg najmniejszego czasu potrzebnego na przejście światła z punktu A do B jest jednoznaczny ze spełnieniem prawa załamania

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$$

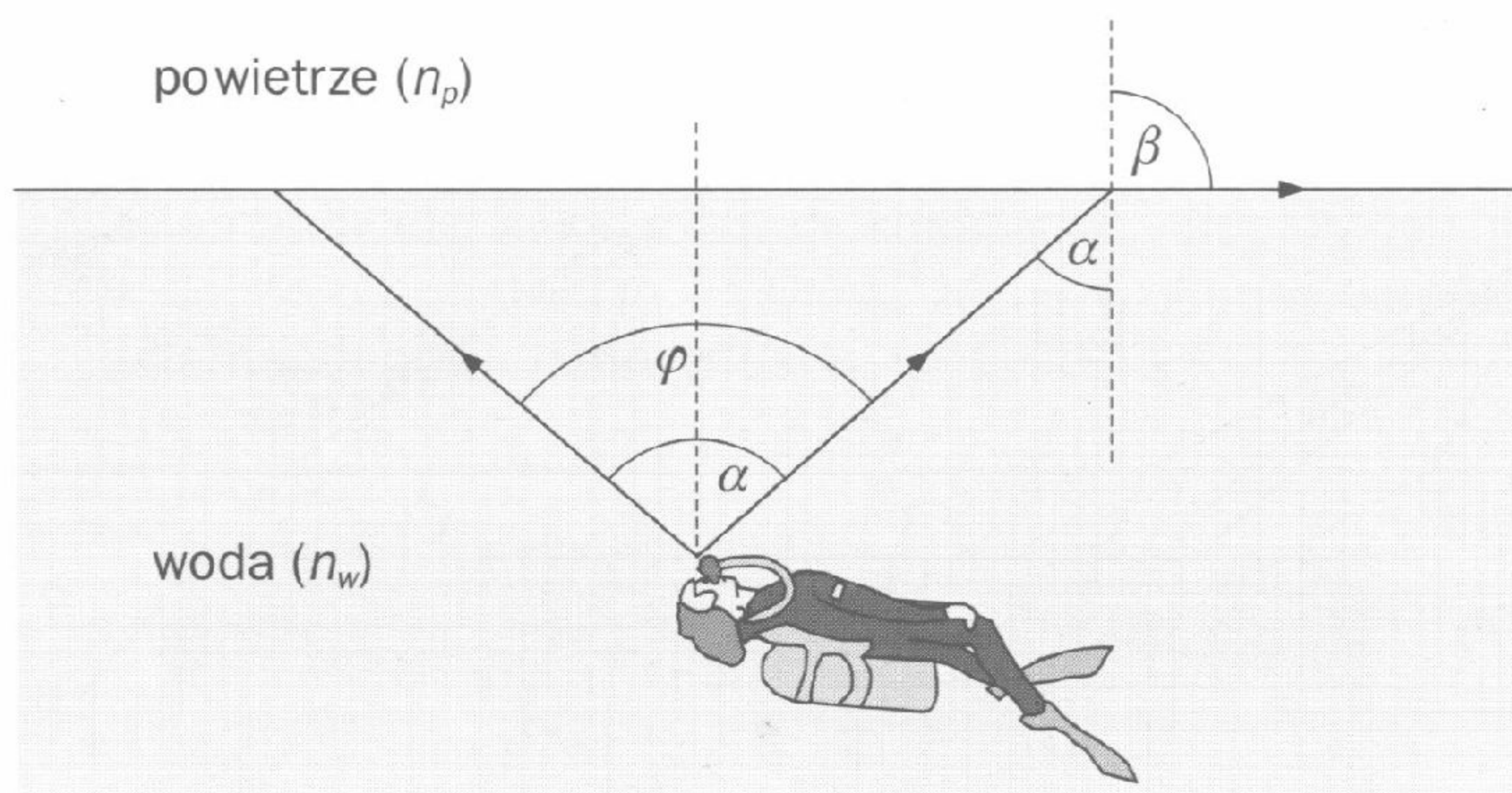
Wskazówka: Wyraź czas przebycia drogi między punktami A i B (rys. 7.7 b) jako funkcję x i znajdź warunek, dla którego funkcja ta osiąga minimum.

- b) Oblicz czas, w którym promień światła padający na powierzchnię wody pod kątem $\alpha = 30^\circ$ ze źródła znajdującego się w powietrzu na wysokości $a = 1$ m nad wodą dotrze na dno basenu. Głębokość basenu $b = 2$ m, współczynnik załamania wody względem powietrza $n = 4/3$.

zadanie 7.8

Nurek znajdujący się pod wodą obserwuje powierzchnię jeziora. Jeśli tafla wody w jeziorze jest idealnie gładka, to nurek przedmioty znajdujące się nad wodą widzi w obrębie pewnego koła.

- a) Wyjaśnij to zjawisko, korzystając z rysunku 7.8.

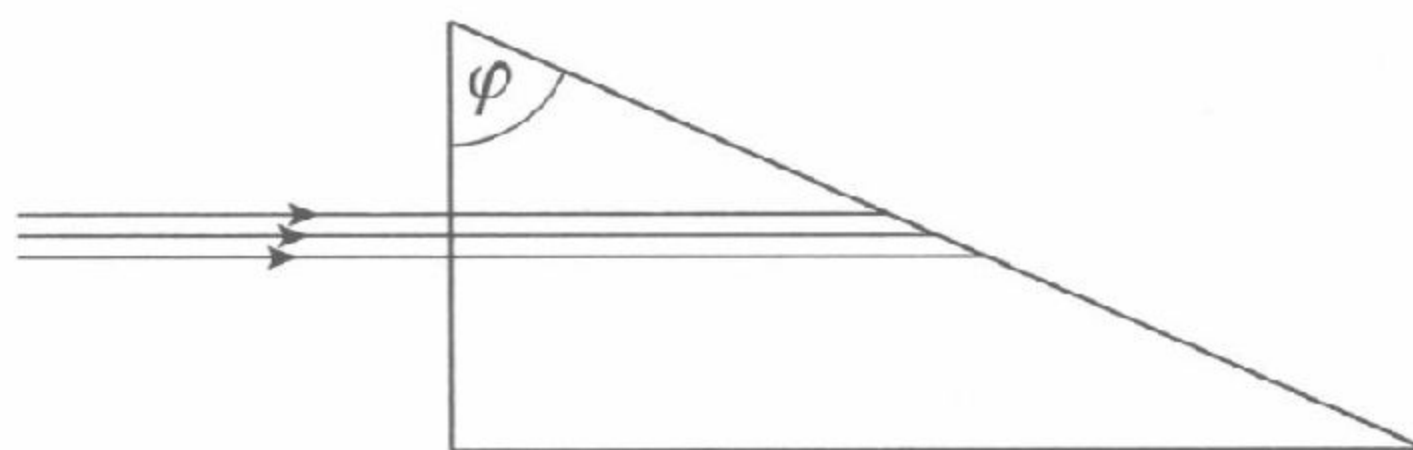


Rys. 7.8

- b) Oblicz kąt φ wiedząc, że bezwzględny współczynnik załamania wody wynosi $n_w = 1,33$. Przyjmij, że bezwzględny współczynnik załamania powietrza jest w przybliżeniu równy 1 ($n_p \approx 1$).
- c) Czy promień koła, przez które wchodzi promienie świetlne z obszaru nad wodą zależy od głębokości, na jakiej znajduje się nurek? Odpowiedź uzasadnij.
- d) Jak zmieniłby się promień tego koła, gdyby nurek znajdował się na tej samej głębokości, ale w wodzie silnie zasolonej? Odpowiedź uzasadnij.

zadanie 7.9

Wiązka światła pada na pryzmat wykonany z flintowego szkła tak, jak pokazuje rysunek 7.9. Bezwzględny współczynnik załamania flintowego szkła $n_1 = 1,65$, a wody $n_2 = 1,33$.



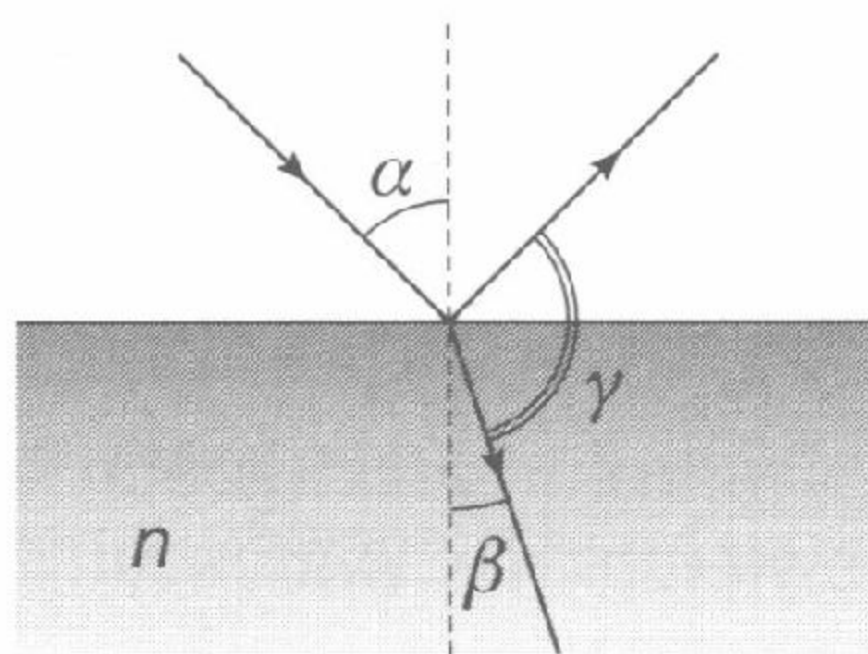
Rys. 7.9

W jakich granicach powinien się zawierać kąt łamiący pryzmatu φ , aby na przeciwległej ścianie wiązka ta uległa całkowitemu wewnętrznemu odbiciu, jeśli pryzmat jest umieszczony

- a) w powietrzu,
- b) w wodzie?

zadanie 7.10

Bezwzględny współczynnik załamania światła w szkłe $n = 1,5$.



Rys. 7.10

- a) Na podstawie praw odbicia i załamania odpowiedz na pytanie: Jak zmienia się kąt γ (zawarty między promieniem odbitym i załamanym), gdy kąt padania α promienia świetlnego w próżni na powierzchnię szkła wzrasta (rys. 7.10)?
- b) Oblicz granice przedziału, w którym zawarty jest w tym przypadku kąt γ ;
- c) Oblicz kąt padania α , dla którego kąt $\gamma = 90^\circ$.

zadanie 7.11

Promień światła pada na powierzchnię płytki równoległościennej o grubości d pod kątem α (rys. 7.11).

Udowodnij, że

- promień wychodzi z płytki przesunięty równolegle w stosunku do promienia padającego,
- przesunięcie równoległe D promienia jest równe

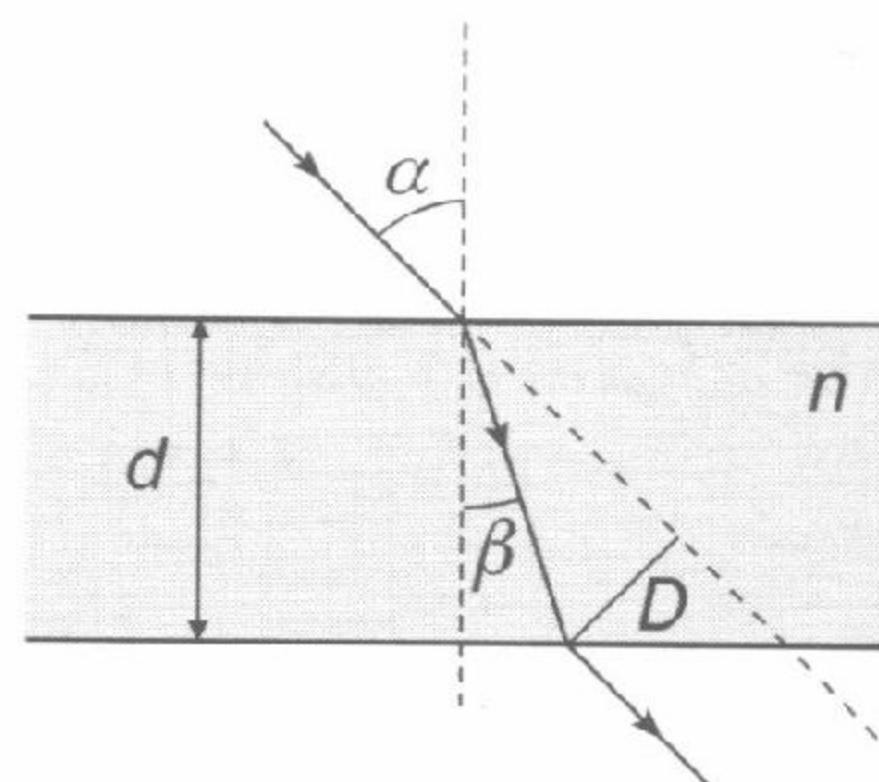
$$D = d \cdot \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta},$$

gdzie β jest kątem załamania promienia w szkłe (rys. 7.11),

- dla małych kątów α wzór ten sprowadza się do wzoru

$$D = \alpha \cdot d \cdot \frac{n-1}{n},$$

gdzie n jest współczynnikiem załamania światła w szkłe, a kąt α jest wyrażony w radianach.

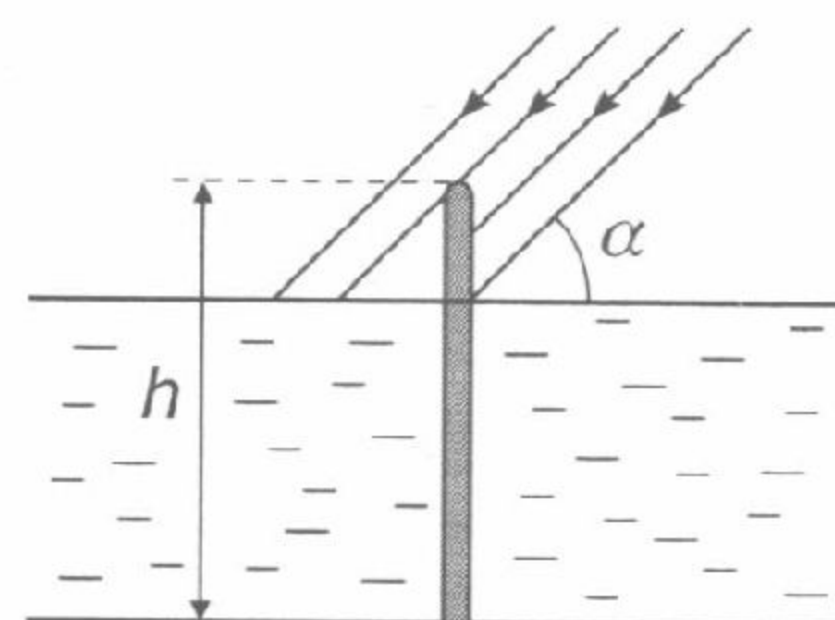


Rys. 7.11

zadanie 7.12

W dno basenu wbite pionowy słupek o wysokości $h = 2\text{ m}$; kawałek słupka o długości $d = 0,5\text{ m}$ wystaje nad powierzchnię wody (rysunek 7.12). Współczynnik załamania wody względem powietrza $n = 4/3$.

- Oblicz długość cienia słupka na dnie basenu, jeśli promienie słoneczne, padające na powierzchnię wody tworzą z nią kąt $\alpha = 60^\circ$.

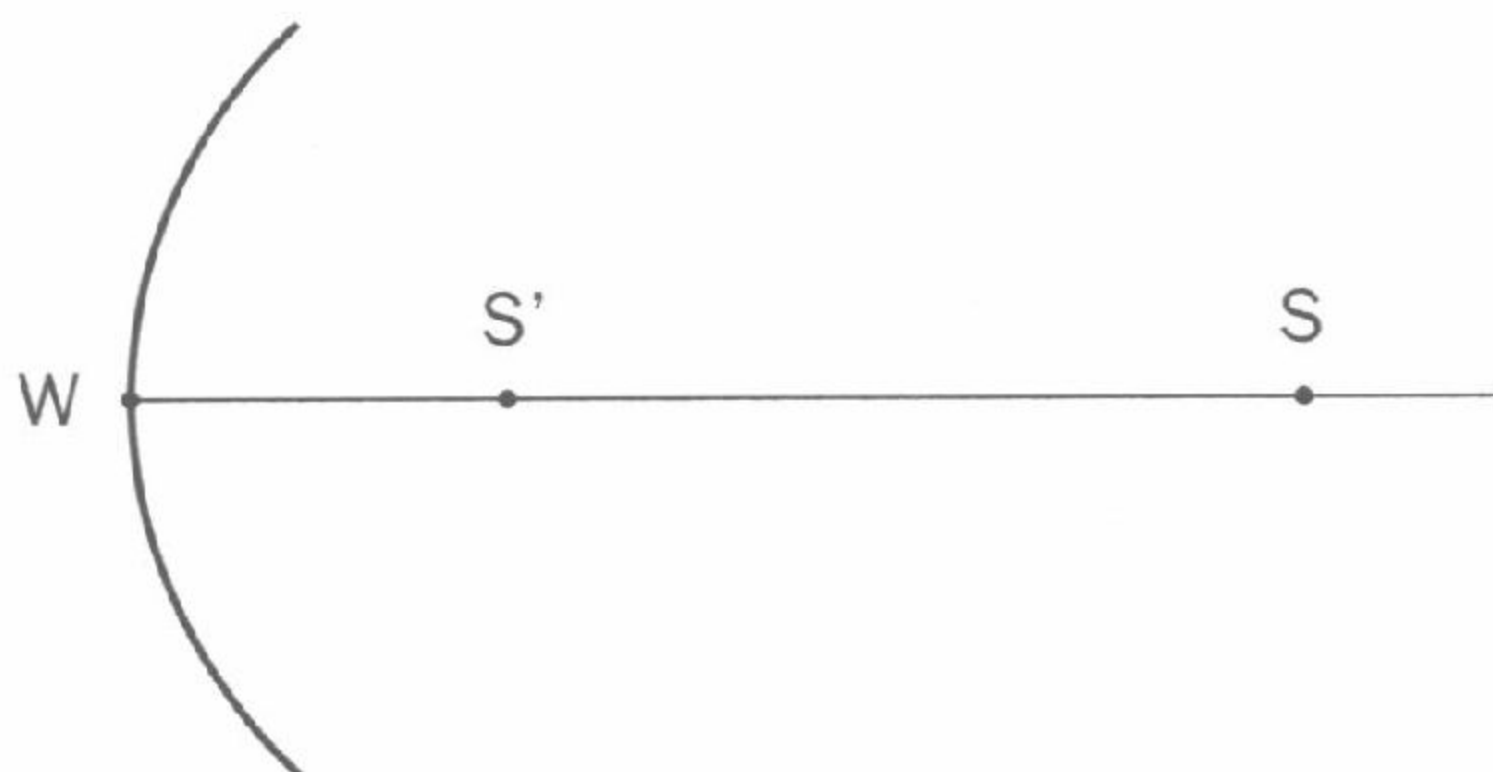


Rys. 7.12

- Dla jakiego kąta α cień słupka **na powierzchni wody** byłby dwa razy dłuższy od jego wystającej części? Ile wówczas wynosiłaby długość jego cienia na dnie basenu?

zadanie 7.13

Na rysunku 7.13 przedstawiono punktowe źródło światła S oraz jego obraz S' w zwierciadle kulistym wklęsłym. Źródło światła i jego obraz leżą na głównej osi optycznej w odległości $d = 16$ cm od siebie.



Rys. 7.13

- Wyznacz graficznie ognisko zwierciadła dla promieni padających na zwierciadło blisko osi optycznej (tzn. pod niewielkim kątem padania).
- Oblicz ogniskową tego zwierciadła, jeśli wiadomo, że odległość punktu S od wierzchołka zwierciadła W jest dwa razy większa od promienia krzywizny zwierciadła.
- Ile wynosiłoby powiększenie obrazu gdyby w punkcie S umieścić przedmiot o pewnych rozmiarach (np. świecącą strzałkę)?

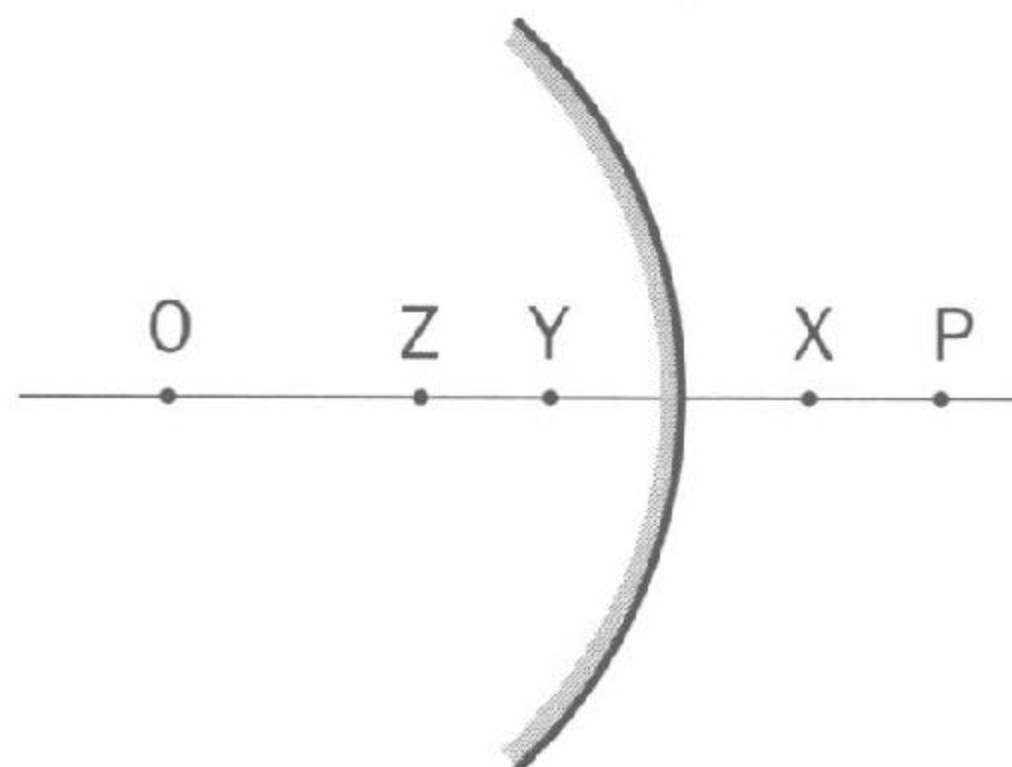
zadanie 7.14

Średnica kątowna Słońca obserwowana z Ziemi wynosi średnio $\varphi = 32'$. Wiązka światła, emitowana wprost ze Słońca, pada na zwierciadło kuliste wklęsłe o promieniu $r = 4$ m.

- Korzystając z równania zwierciadła kulistego wyjaśnij, dlaczego możemy przyjąć, że obraz Słońca powstanie w płaszczyźnie ogniskowej zwierciadła.
- Oblicz średnicę otrzymanego obrazu.

zadanie 7.15

Na rysunku 7.14 przedstawiono zwierciadło kuliste wypukłe.



Rys. 7.14

Punkt O jest środkiem kuli, której częścią zewnętrzną powierzchni jest to zwierciadło. Obrazem punktu P utworzonym przez zwierciadło jest punkt

- A. X. B. Y. C. Z. D. O.

zadanie 7.16

Wyobraź sobie, że weszłaś do zamkowej komnaty, której jedna ściana jest kulistym wklęsłym lustrem o promieniu krzywizny 4 m. Stoisz przed tą ścianą w odległości 1 m od niej.

Oblicz:

- w jakiej odległości od siedzie zobaczysz swój obraz i jakie będą cechy tego obrazu,
- powiększenie swojego obrazu.

zadanie 7.17

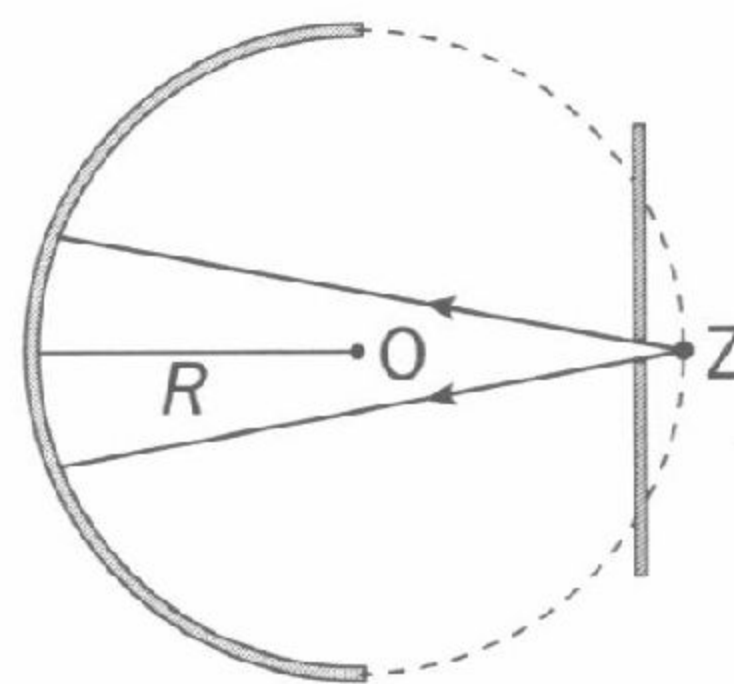
Dentysta dokonujący okresowego przeglądu zębów pacjenta używa zwierciadła kulistego wklęsłego w celu zlokalizowania drobnych ubytków szkliwa. Promień krzywizny takiego zwierciadła wynosi 40 mm. Zwierciadło jest umieszczane w odległości ok. 14 mm od zęba.

- Narysuj obraz, jaki powstaje w tym zwierciadle przyjmując, że przedmiot, czyli ubytek jest odpryskiem szkliwa w kształcie niewielkiej rysy. Wymień cechy tego obrazu.
- Oblicz odległość obrazu od zwierciadła.
- Oblicz uzyskane powiększenie.

zadanie 7.18

Zwierciadło wklęsłe stanowi półkula o promieniu R . Na końcu jego średnicy umieszczone punktowe źródło światła Z .

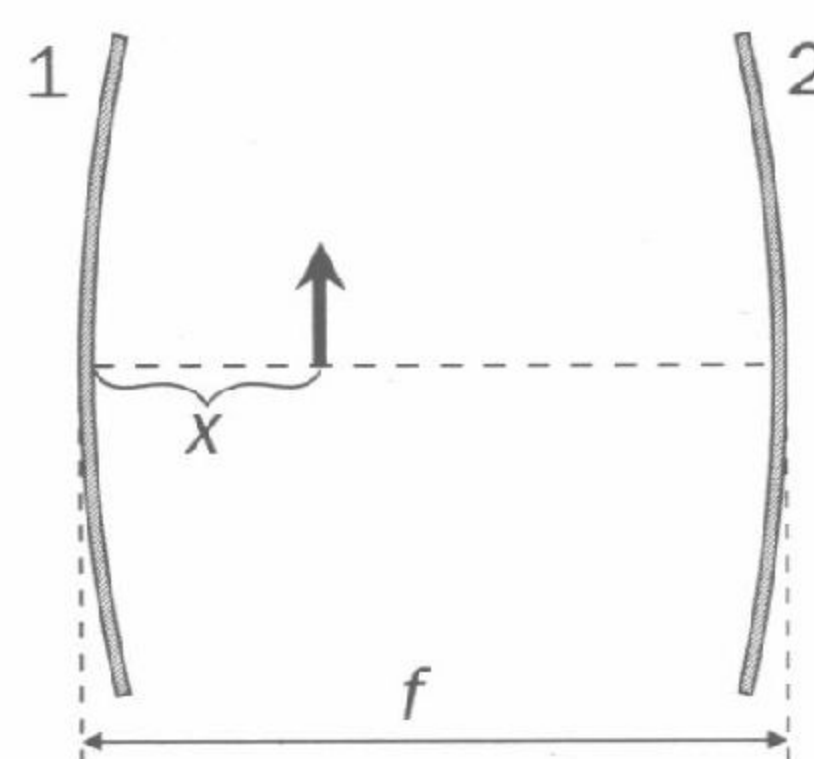
- Jeśli zastosujemy przestonę (rysunek 7.15), to na zwierciadło będą padały promienie pod niewielkimi kątami; wówczas odległość obrazu od środka zwierciadła będzie można obliczyć z równania zwierciadła. Oblicz tę odległość.
- W jakich granicach będą się mieścić kąty padania na zwierciadło promieni wychodzących ze źródła Z , jeśli usuniemy przestonę? Na jakim odcinku promienie odbite będą przecinały oś zwierciadła? Co zatem można powiedzieć o obrazie źródła punktowego Z ?
- c*)* Dla przykładu oblicz odległość od środka zwierciadła punktu przecięcia z osią promieni odbitych, jeśli po wyjściu ze źródła Z padały na zwierciadło pod kątem $\alpha = 30^\circ$.
Uwaga: Chcąc obliczyć tę odległość dla dowolnego kąta α należy skorzystać z twierdzenia sinusów.



Rys. 7.15

zadanie 7.19

Dwa jednakowe, sferyczne zwierciadła wklęsłe o ogniskowych f umieszczono na wspólnej osi tak, że środek każdego z nich znajduje się w ognisku drugiego (rys. 7.16). Pomiedzy zwierciadłami znajduje się przedmiot w odległości $x = \frac{f}{3}$ od jednego z nich.

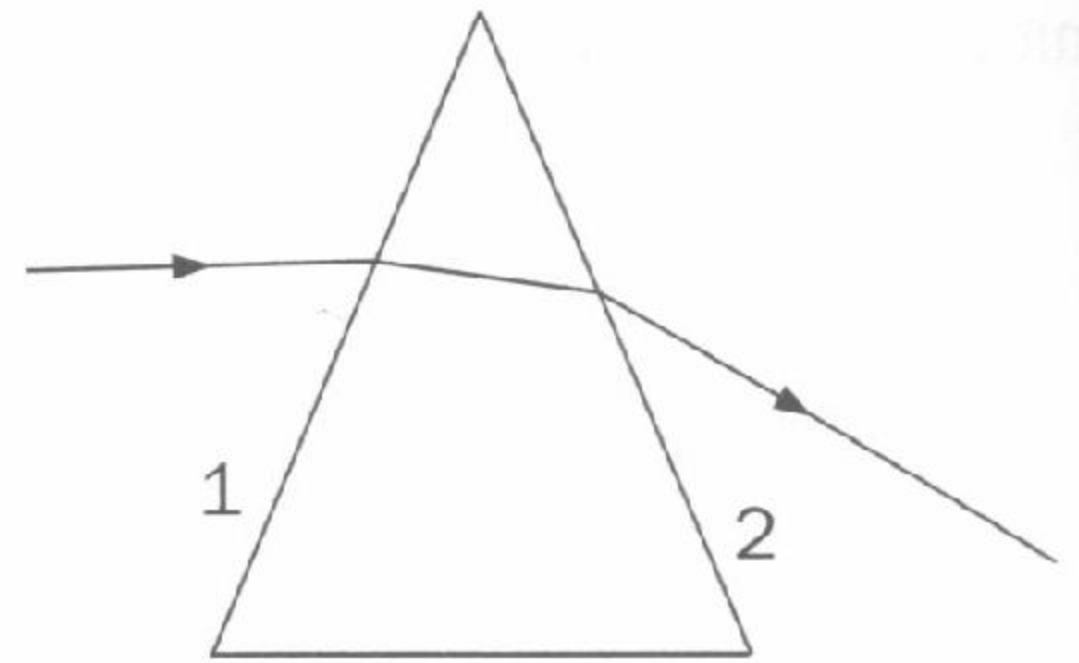


Rys. 7.16

- Oblicz odległość d pomiędzy obrazami tego przedmiotu w obu zwierciadłach.
- Zbadaj, czy funkcja $d(x)$ posiada ekstremum, a jeśli tak, czy jest to minimum, czy maksimum.
- Oblicz ekstremalną wartość d .

zadanie 7.20

W celu wyznaczenia współczynnika załamania za pomocą pryzmatu uczniowie umieścili na kartce papieru, leżącej na powierzchni stołu, pryzmat szklany tak, by krawędź pryzmatu i jego ściany boczne były prostopadłe do kartki i obrysowali pryzmat na kartce. Następnie skierowali na pryzmat światło ze wskaźnika laserowego i zaznaczyli ślady promieni laserowych: padającego i wychodzącego z pryzmatu (rys. 7.17).



Rys. 7.17

- Zmierz (posługując się kątomierzem) kąt łamiący pryzmatu oraz kąty, które tworzą odpowiednio promień padający ze ścianką 1 pryzmatu i promień wychodzący ze ścianką 2 pryzmatu.
- Oblicz kąt ε odchylenia promienia w pryzmacie, korzystając z pomiarów wykonanych w punkcie a).
- Oblicz bezwzględny współczynnik załamania szkła, z którego wykonano pryzmat, mierząc dodatkowo kąt padania promienia świetlnego na ściankę 2 pryzmatu. Przyjmij, że bezwzględny współczynnik załamania powietrza jest równy 1.

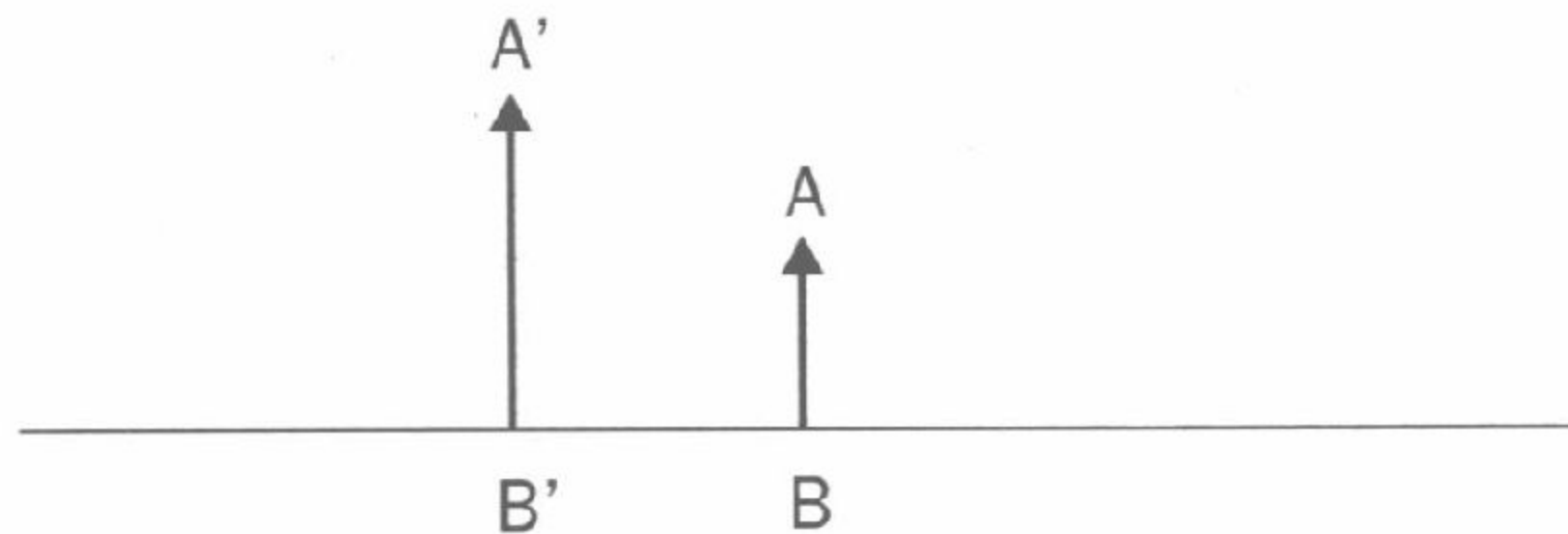
zadanie 7.21

Współczynnik załamania szkła względem powietrza $n = 1,50$. Na podstawie wzoru soczewkowego wyprowadź związek między ogniskową a promieniem krzywizny umieszczonej w powietrzu soczewki szklanej

- płaskowypukłej o promieniu krzywizny r ,
- dwuwypukłej o jednakowych promieniach krzywizny r ,
- dwuwypukłej o promieniach krzywizny $r_1 = r$ i $r_2 = \frac{11}{9}r$.
- wklęsłowypukłej o promieniach krzywizny podanych w punkcie c).

zadanie 7.22

Na rysunku 7.18 przedstawiono główną oś optyczną pewnej soczewki oraz przedmiot i jego obraz (niekoniecznie AB musi być przedmiotem, a A'B' obrazem).



Rys. 7.18

Wyznacz konstrukcyjnie położenie soczewki i jej ogniska, zakładając, że soczewka jest:

- a) skupiająca,
- b) rozpraszająca.

zadanie 7.23

W odległości $x = 30$ cm od soczewki skupiającej, której ogniskowa $f_1 = 12$ cm, na jej osi, znajduje się drucik świecącej żarówki. Następnie soczewkę zastąpiono inną soczewką skupiającą o ogniskowej $f_2 = 2f_1$, ustawiając ją w tym samym miejscu.

- a) Skonstruuj obrazy w obu przypadkach; podaj cechy każdego z nich.

Oblicz:

- b) o ile odsunął się obraz drucika żarówki,
- c) ile razy zmieniło się jego powiększenie.

zadanie 7.24

Trzy cienkie soczewki mają następujące ogniskowe: $f_1 = -40$ cm, $f_2 = 50$ cm, $f_3 = 100$ cm.

- a) Oblicz ich zdolności skupiające.
- b) Ile układów o różnych zdolnościach skupiających można utworzyć z tych soczewek, umieszczając je blisko siebie? Oblicz ogniskowe i zdolności skupiające tych układów.

zadanie 7.25

Przezrocze ma wymiary $24\text{ mm} \times 36\text{ mm}$. Projekcja przezroczy odbywa się na ekran o wymiarach $90\text{ cm} \times 90\text{ cm}$. Zdolność skupiająca obiektywu jest równa $6,5$ dioptrii.

- Oblicz maksymalne powiększenie obrazu, które możemy uzyskać, chcąc otrzymać cały obraz na ekranie. Jakie będą wówczas rozmiary obrazu?
- Oblicz, w jakiej odległości od ekranu należy umieścić rzutnik (tzn. jego obiektyw), aby uzyskać ostry obraz na ekranie.
- Ile powinna wynosić zdolność skupiająca obiektywu, aby na ekranie uzyskać obraz o takich samych rozmiarach, jak poprzednio, ale przy dwukrotnie mniejszej odległości rzutnika od ekranu?
- Jak zmieni się obraz na ekranie, jeśli przestonimy połowę soczewki obiektywu?

zadanie 7.26

Ustalona odległość przedmiotu od ekranu jest równa d . Na ekranie chcemy otrzymać ostry obraz przedmiotu, ustawiając między przedmiotem a ekranem soczewkę skupiającą o ogniskowej f .

Wykaż, że:

- gdy $d < 4f$, to na ekranie nie otrzymamy obrazu;
- gdy $d = 4f$, to na ekranie otrzymamy jeden ostry obraz; oblicz jego powiększenie;
- gdy $d > 4f$, to na ekranie otrzymamy ostre obrazy przy dwóch różnych położeniach soczewki.
- W przypadku c) oblicz powiększenie każdego z obrazów i położenia soczewki, dla których one powstają. Przyjmij wartości: $d = 1\text{ m}$, $f = 16\text{ cm}$. Narysuj te przypadki.

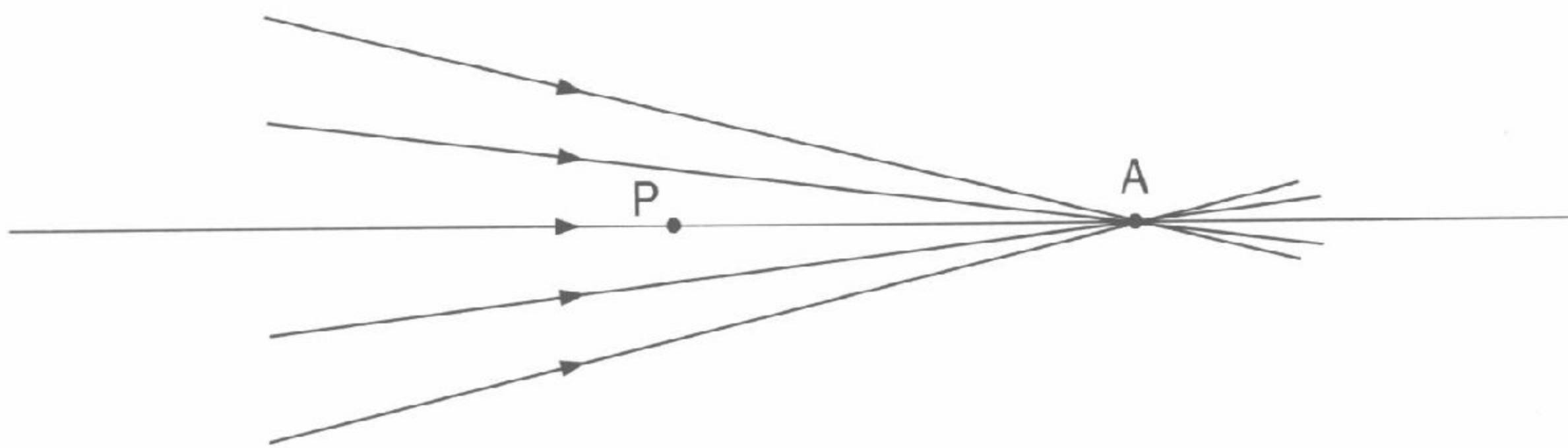
zadanie 7.27

Przedmiot (świecąca strzałka) umieszczono w odległości $x_1 = 60$ cm od soczewki rozpraszającej o ogniskowej $f_1 = -15$ cm.

- Wyznacz graficznie położenie obrazu i oblicz jego odległość y_1 od soczewki. Jakie cechy ma obraz w tym przypadku?
- W odległości $l = 10$ cm za soczewką rozpraszającą umieszczono soczewkę skupiającą o ogniskowej $f_2 = 20$ cm. Oblicz odległość y_2 obrazu od soczewki skupiającej, traktując obraz utworzony przez soczewkę rozpraszającą jako przedmiot dla soczewki skupiającej.
- Udowodnij, że powiększenie układu soczewek jest równe iloczynowi powiększeń poszczególnych soczewek. Oblicz powiększenie układu soczewek, o których mowa w tym zadaniu.

zadanie 7.28

Wiązka promieni zbieżnych skupia się w punkcie A (rys. 7.19). W punkcie P odległym o l od punktu skupienia tej wiązki umieszczono prostopadle do osi optycznej cienką soczewkę skupiającą o ogniskowej f .



Rys. 7.19

- Dorysuj soczewkę oraz bieg promieni świetlnych po przejściu przez tę soczewkę.
- Punkt skupienia promieni po przejściu przez soczewkę jest obrazem punktu A. Jaką interpretację ma zatem punkt A?
- Korzystając z równania soczewki zaproponuj sposób obliczenia odległości y od tej soczewki punktu skupienia promieni po przejściu przez nią.

- d) Soczewkę skupiającą umieszczano kolejno w następujących odległościach l od punktu A: $2,00f$; $1,75f$; $1,50f$; $1,25f$; $1,00f$; $0,75f$; $0,50f$; $0,25f$. Wypełnij zamieszczoną tabelę, pamiętając, że $x = -l$.

x								
y								

- e) Przedstaw na wykresie (korzystając z danych w tabeli) odległość y obrazu od soczewki jako funkcję odległości przedmiotu x . Jaką interpretację ma otrzymany wykres?

zadanie 7.29

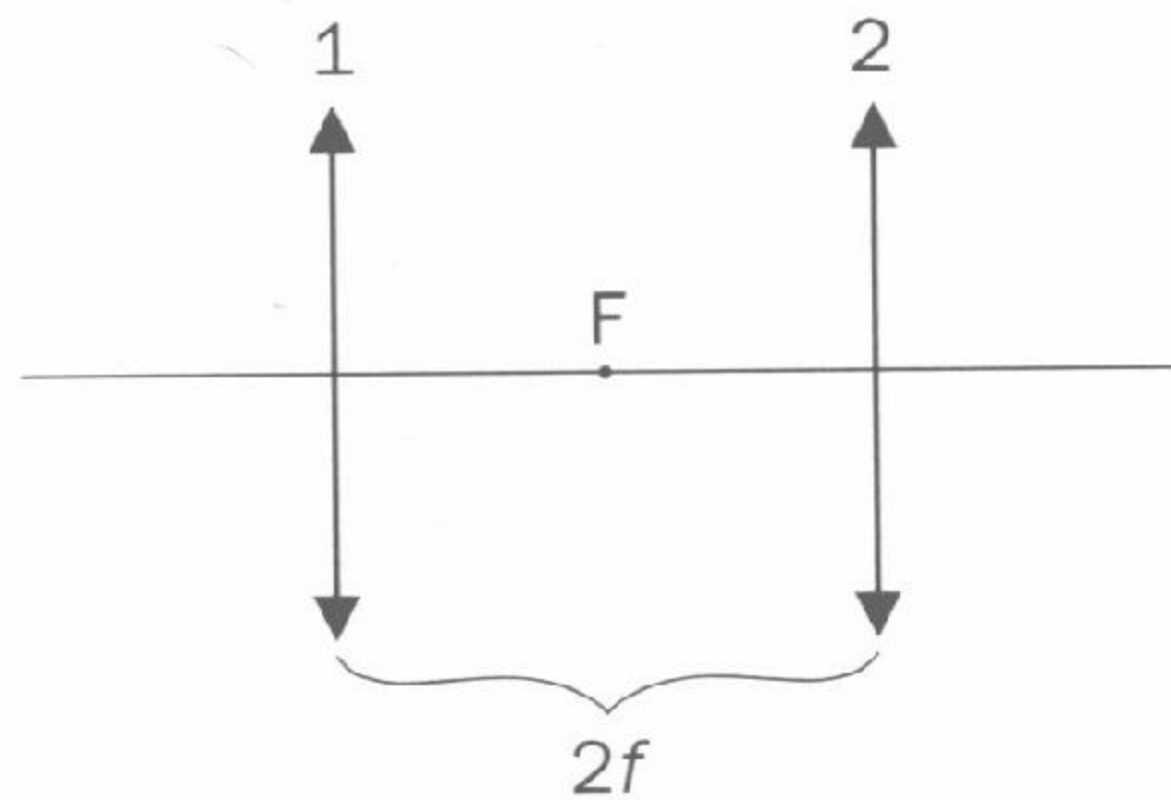
Na osi optycznej umieszczono punktowe źródło światła w odległości $x = 3f_{sk}$ od cienkiej soczewki skupiającej o ogniskowej f_{sk} .

- Oblicz, w jakiej odległości za soczewką znajduje się punkt skupienia promieni świetlnych.
- W jakiej odległości od soczewki skupiającej należy ustawić soczewkę rozpraszającą o ogniskowej $f_{roz} = -\frac{1}{2}f_{sk}$, aby po przejściu światła przez soczewkę rozpraszającą otrzymać wiązkę równoległą?
- Jaką wiązkę promieni otrzymamy po przejściu przez tę samą soczewkę rozpraszającą, jeśli ustawimy ją dalej od soczewki skupiającej niż to obliczono w poprzednim przypadku (ale nie dalej niż $1,5f_{sk}$), a jaką, gdy ustawimy ją bliżej soczewki skupiającej?

zadanie 7.30

Dwie jednakowe soczewki skupiające o ogniskowej f każda umieszczono na wspólnej osi optycznej w odległości wzajemnej $2f$ (rys. 7.20). Przedmiot P znajduje się w odległości $3f$ od pierwszej soczewki po lewej stronie układu.

- Oblicz, gdzie zobaczy obraz osoba znajdująca się po prawej stronie układu i patrząca w głąb drugiej soczewki.

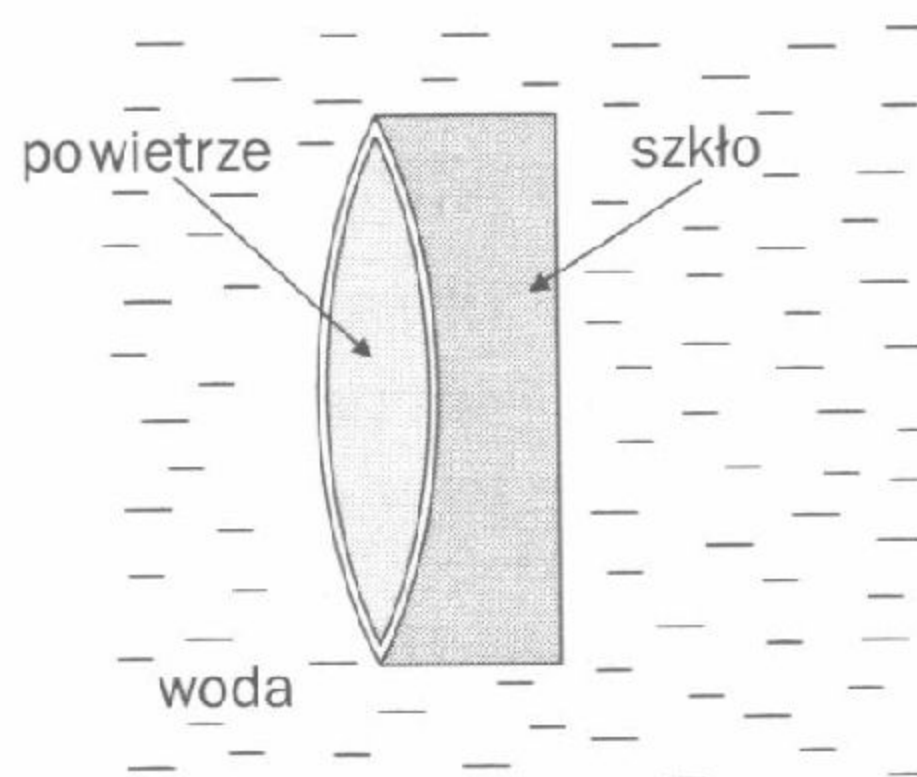


Rys. 7.20

- b) Jakie będą cechy tego obrazu? Oblicz jego powiększenie w stosunku do przedmiotu P.
- c) Skonstruuj odpowiedni rysunek.
- d) Jaki obraz otrzymalibyśmy, gdyby druga soczewka ustawiona była w odległości $3f$ od pierwszej? Przedstaw na rysunku ten przypadek.

zadanie 7.31

Dwa cienkie szkiełka sferyczne o jednakowych promieniach krzywizny $r = 25\text{ cm}$ szczelnie skleiono, otrzymując w ten sposób dwuwypukłą soczewkę powietrzną. Złożono ją z płasko-wklęsłą soczewką szklaną, której wklęsła powierzchnia ma taki sam promień krzywizny. Tak utworzony układ włożono do wody (rys. 7.21).



Rys. 7.21

Oblicz zdolność skupiającą tego układu. Bezwzględne współczynniki załamania wody i szkła względem powietrza wynoszą odpowiednio $n_w = 4/3$, $n_s = 3/2$.

zadanie 7.32

Duże zwierciadło płaskie ustawiono prostopadle do osi optycznej soczewki o ogniskowej f w odległości f od soczewki. Przedmiot (prostopadły do osi) znajduje się po przeciwnej stronie soczewki w odległości x od niej, przy czym $f < x < 2f$. Promienie świetlne po odbiciu od zwierciadła padają na soczewkę ponownie i załamują się w niej.

- a) Zbadaj, gdzie powstanie obraz i jakie będą jego cechy.

Wskazówka: Z wierzchołka przedmiotu narysuj dwa promienie: równoległy do osi soczewki i padający na soczewkę przez ognisko. Do obliczenia odległości obrazu od soczewki skorzystaj z podobieństwa trójkątów.

- b) Zbadaj, jaki powstałby obraz, gdyby przedmiot znajdował się w odległości $x > 2f$ od soczewki.

zadanie 7.33

Jacek nosi okulary korekcyjne o zdolności skupiającej $Z = -6$ dioptrii.

- a) Jaką wadę wzroku korygują Jackowi te okulary? Na czym polega taka wada wzroku?
- b) Oblicz odległość dobrego widzenia oka Jacka przyjmując, że odległość dobrego widzenia dla normalnego oka jest równa 25 cm.
- c) Zaprojektuj kształt soczewek okularów Jacka przyjmując, że bezwzględny współczynnik załamania szkła wynosi 1,5.
- d) Oblicz ogniskową oka Jacka w chwili, gdy patrzy bez okularów na przedmiot znajdujący się w odległości 10 cm od soczewki oka zakładając, że ostry obraz przedmiotu tworzy się na siatkówce odległej o 2,19 cm od soczewki (pomiń fakt, że pomiędzy soczewką oka a siatkówką znajduje się ciało szkliste).
- e) Przyjmujemy założenie, że ogniskowa soczewki oka może się zwiększyć o ok. 8%. Dzięki temu normalne oko jest w stanie, bez nadmiernego wysiłku mięśni sterujących soczewką, wytworzyć na siatkówce ostre obrazy przedmiotów znajdujących się w odległościach zawartych w przedziale $(\infty; d)$, gdzie d oznacza odległość dobrego widzenia. Oblicz, w jakim zakresie odległości Jacek widzi ostro, jeśli nie używa okularów?

zadanie 7.34

Obraz przedmiotu uzyskany za pomocą lupy

- A. znajduje się między lupą a jej ogniskiem.
- B. jest odwrócony i pozorny.
- C. może powstać w odległości dobrego widzenia od oka.
- D. ma wszystkie wyżej wymienione cechy.

zadanie 7.35

W pewnej pracowni biologicznej znajduje się mikroskop optyczny zaopatrzony w obiektywy o ogniskowych 16 mm i 1,9 mm. W instrukcji obsługi podano, że obraz rzeczywisty preparatu dla każdego obiektywu powstaje w odległości $y = 2f_{ob} + 160$ mm od obiektywu, a powiększenie kątowe okularu jest równe 10 ($p_{ok} = 10$).

- a) Oblicz, w jakiej odległości od każdego obiektywu należy umieścić preparat.
- b) Oblicz powiększenie każdego obiektywu.
- c) Ile wynosi maksymalne powiększenie tego mikroskopu?
- d) Oblicz ogniskową okularu, a następnie oblicz powiększenie, stosując wzór

$$p = \frac{ld}{f_{ob}f_{ok}},$$

Długość tubusa $l = 15$ cm. Dlaczego wyniki otrzymane w punktach c) i d) nie są identyczne?

zadanie 7.36

Mikroskop składa się z obiektywu o ogniskowej $f_{ob} = 8$ mm i z okularu o ogniskowej $f_{ok} = 8$ cm. Długość tubusa $l = 14$ cm. Przedmiot umieszczony jest w odległości $x_{ob} = 9$ mm od obiektywu.

- a) Oblicz, w jakiej odległości od okularu powstaje oglądany obraz.

Oblicz powiększenie oglądanego obrazu

- b) bez stosowania przybliżeń,
- c) z przybliżonego wzoru.

- d) Ile powinna wynosić długość tubusa, aby oglądany obraz powstał w odległości dobrego widzenia $d = 25 \text{ cm}$? Ile wynosiłoby wówczas powiększenie oglądanego obrazu?

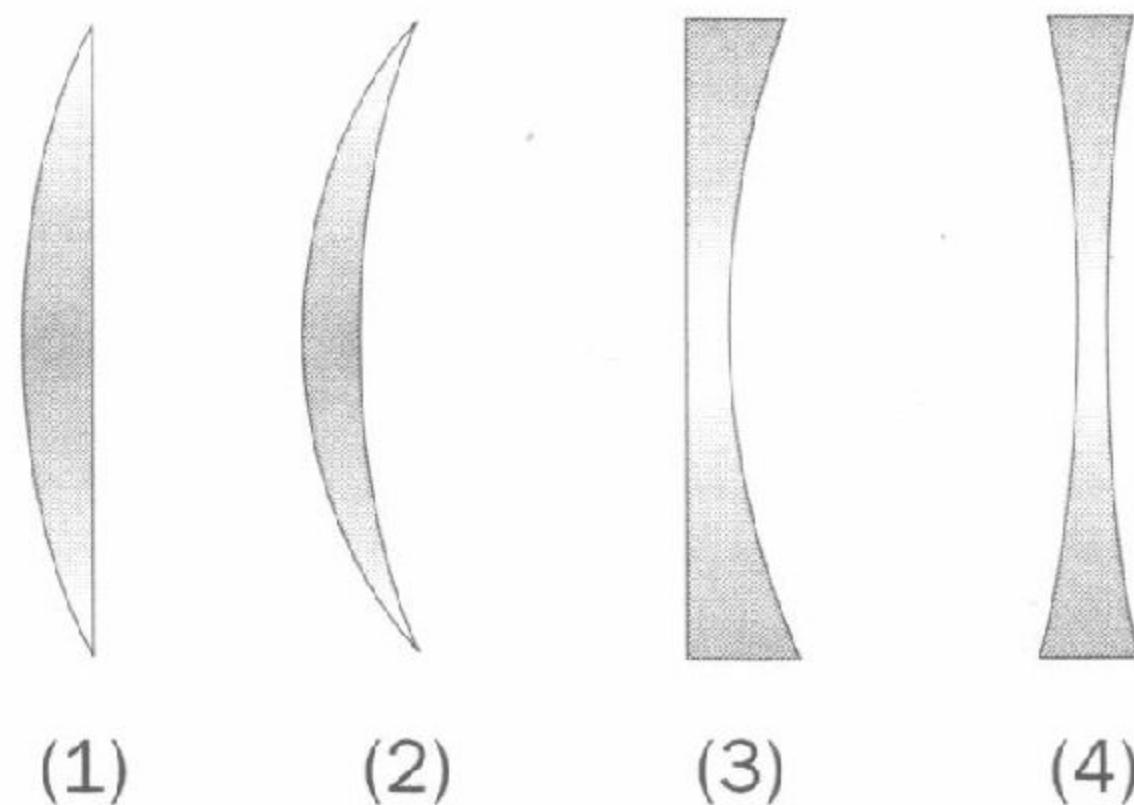
zadanie 7.37

W szkle o współczynniku załamania $n_1 = 1,5$ znajduje się przestrzeń w kształcie soczewki wypukłej wypełniona powietrzem. Promienie krzywizny tej soczewki wynoszą: $R_1 = 100 \text{ cm}$, $R_2 = 25 \text{ cm}$. Jej zdolność skupiająca jest w przybliżeniu równa

- A. 2,5D. B. $-0,02 \text{ D}$. C. 0,03D. D. $-1,7 \text{ D}$.

zadanie 7.38

Na rysunku 7.22 przedstawiono kilka różnych soczewek. Jakie to są soczewki?

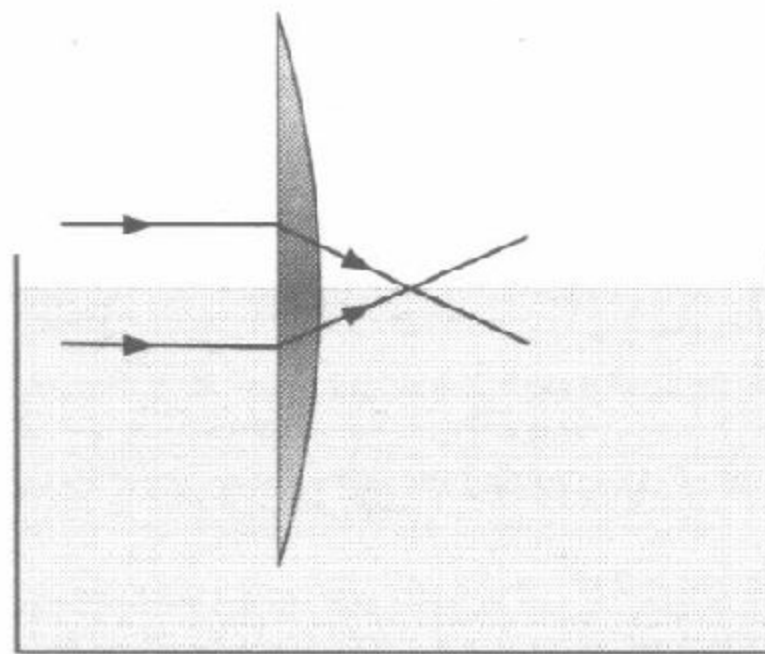


Rys. 7.22

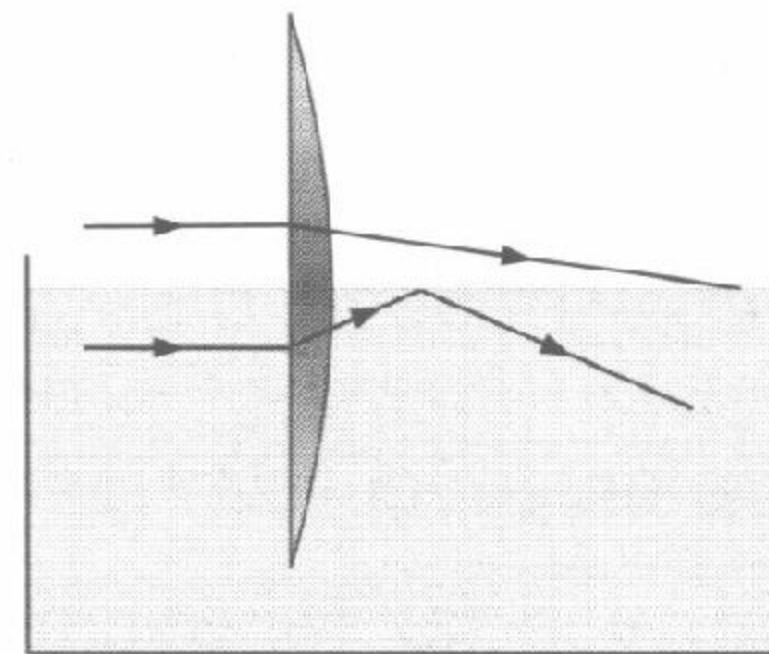
- A. Soczewki (1) i (2) są skupiające, natomiast soczewki (3) i (4) są rozpraszające.
- B. Soczewki (1) i (2) są rozpraszające, natomiast soczewki (3) i (4) są skupiające.
- C. Nie można jednoznacznie odpowiedzieć na to pytanie, gdyż nie podano informacji dotyczących promieni krzywizn tych soczewek.
- D. Nie można jednoznacznie odpowiedzieć na to pytanie, gdyż nie podano informacji dotyczących współczynników załamania soczewek i ośrodka, w którym się znajdują.

zadanie 7.39

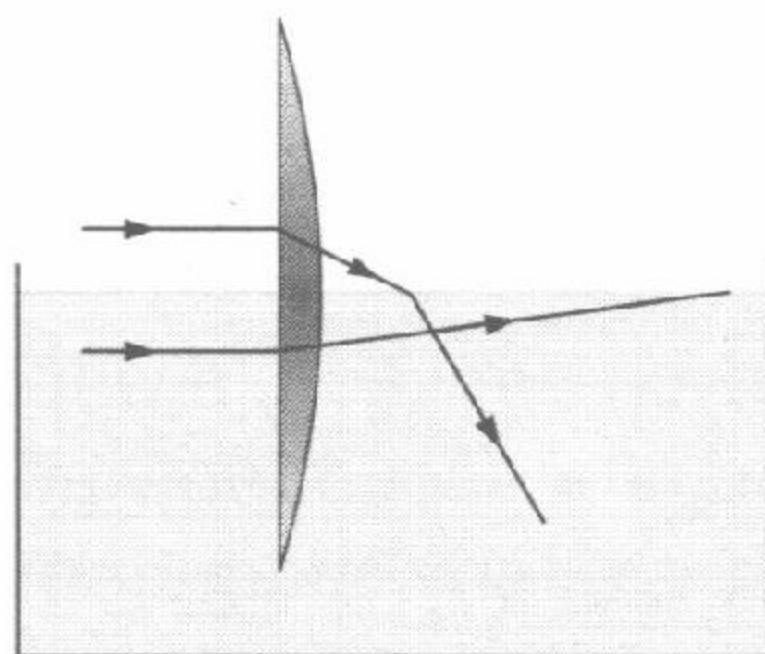
Soczewkę szklaną ($n_s = 1,5$) zanurzano do połowy w wodzie ($n_w = 1,3$). Oś optyczna soczewki leży na powierzchni wody. Wskaż rysunek, który prawidłowo przedstawia bieg promieni świetlnych.



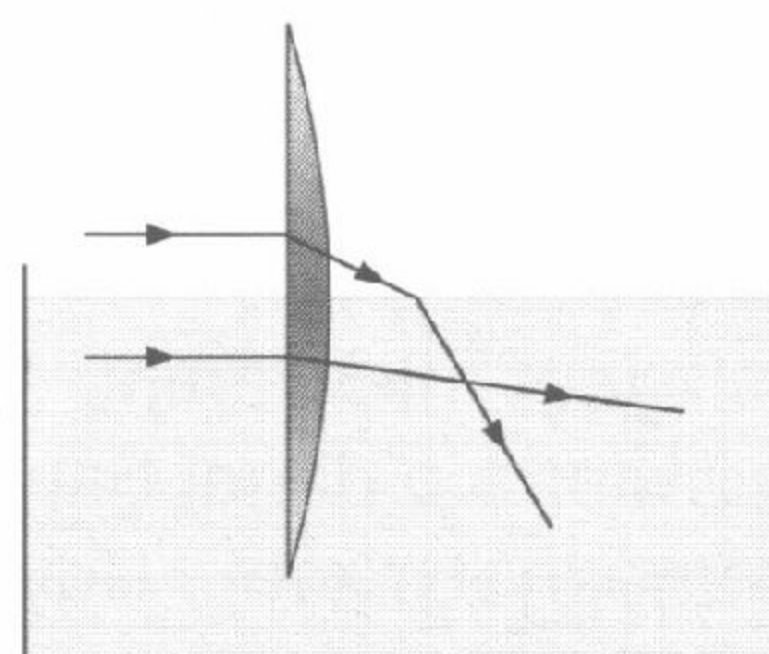
A.



B.



C.



D.

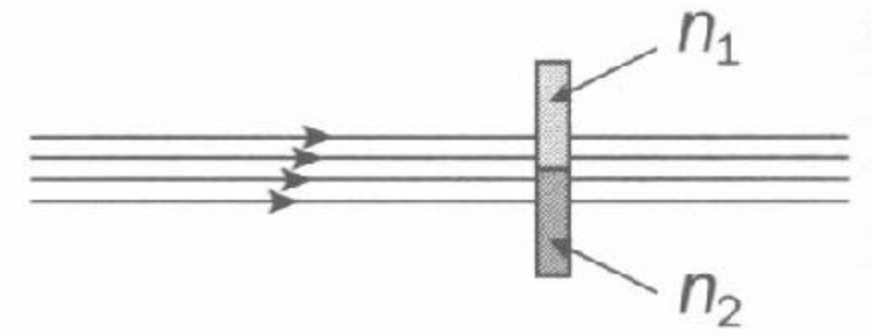
zadanie 7.40

Soczewka dwuwypukła o jednakowych promieniach krzywizny $r = 0,5\text{m}$ jest wykonana ze zwykłego szkła (kron), którego współczynniki załamania dla skrajnych barw widma widzialnego są równe: $n_c = 1,511$ i $n_f = 1,533$.

- Oblicz różnicę ogniskowych tej soczewki dla światła czerwonego i fioletowego.
- Oblicz różnicę ogniskowych (dla skrajnych barw) soczewki o tym samym kształcie, wykonanej z ciężkiego szkła flintowego o współczynnikach załamania: $n_c = 1,869$ i $n_f = 1,959$.
- Co zobaczymy na ekranie ustawionym prostopadle do osi optycznej soczewki w ognisku dla światła: 1) czerwonego, 2) fioletowego?

zadanie 7.41

Długość fali światła lasera helowo-neonowego (w próżni) $\lambda = 633 \text{ nm}$. Część wiązki tego światła pada na cienką warstwę ośrodka o współczynniku załamania $n_1 = 1,55$, a druga część na warstwę ośrodka o współczynniku załamania $n_2 = 1,29$ (rys. 7.23). Warstwy te mają jednakowe grubości $d = 6 \mu\text{m}$. Oblicz:

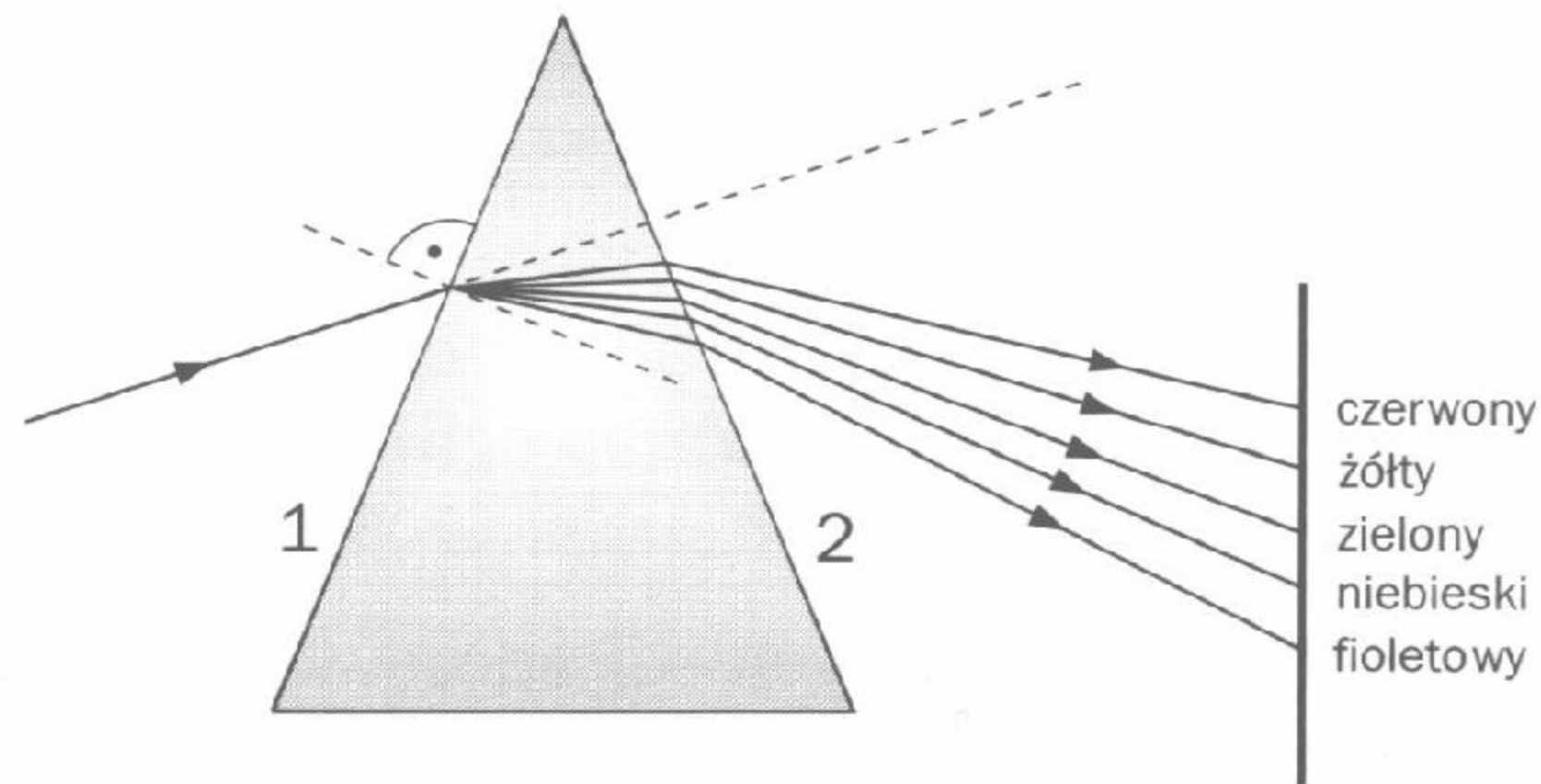


Rys. 7.23

- ile długości fal mieści się w każdej warstwie,
- różnicę faz fal wychodzących z warstw (wyraź tę różnicę w radianach i w stopniach),
- efektywną różnicę faz tych fal wiedząc, że całkowita liczba długości fal nie powoduje przesunięcia fazowego.

zadanie 7.42

Światło białe jest mieszaniną światła o różnych barwach, a współczynnik załamania światła o danej barwie zależy od długości odpowiadającej jej fali elektromagnetycznej. Gdy na pryzmat szklany skierujemy wiązkę światła białego, to na ekranie umieszczonym za pryzmatem uzyskamy widmo ciągłe (rys. 7.24).

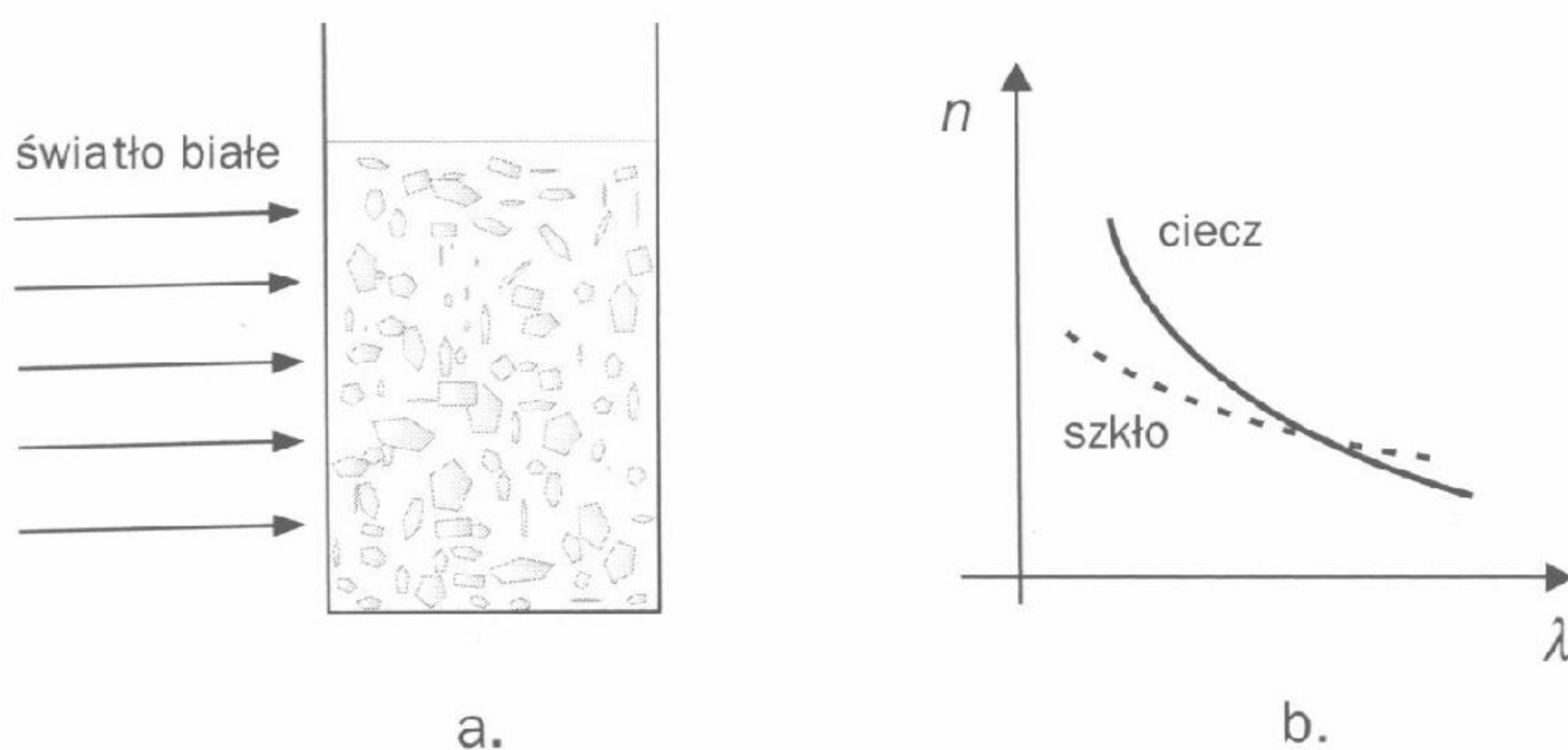


Rys. 7.24

- Na podstawie rysunku uzasadnij stwierdzenie: współczynnik załamania materiału, z którego wykonano pryzmat jest mniejszy dla fal dłuższych, a większy dla fal krótszych.
- Na szklany pryzmat skierowano monochromatyczną wiązkę światła i zmierzono kąt odchylenia tej wiązki od jej pierwotnego

kierunku. Jak zmieni się kąt odchylenia dla tej samej monochromatycznej wiązki światła, padającej na pryzmat pod tym samym kątem, gdy pryzmat zanurzymy w wodzie? Uzasadnij odpowiedź.

- c) Jak zachowałaby się wiązka światła, o której mowa w poprzednim punkcie zadania, gdyby pryzmat zanurzyć w cieczy o takim samym, jak pryzmat, współczynniku załamania?
- d) Szklana zlewka zawiera szkło potłuczone na drobne kawałki (rys. 7.25 a) i ciecz. Na rysunku 7.25 b przedstawiono dla obu substancji zależność współczynnika załamania światła (n) od długości fali elektromagnetycznej (λ). Wyjaśnij, jak zachowa się wiązka światła białego skierowana na zlewkę.



Rys. 7.25

zadanie 7.43

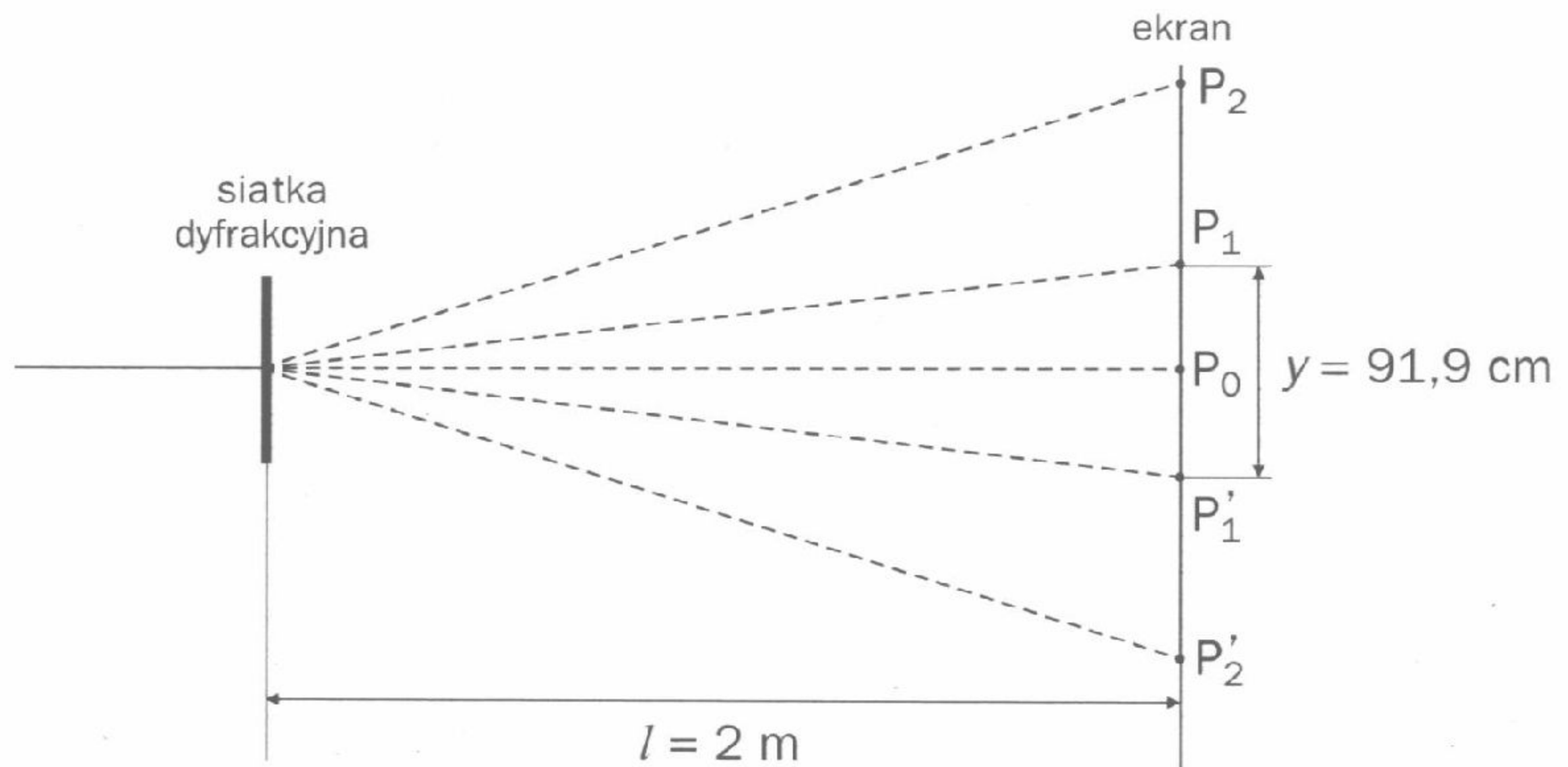
Na siatkę dyfrakcyjną o stałej a pada prostopadle wiązka światła monochromatycznego o długości fali λ .

Wykaż, że z wzoru $n\lambda = a \cdot \sin \alpha$ wynikają wnioski:

- 1) Im większa stała siatki, tym mniejsza wzajemna odległość prążków interferencyjnych otrzymanych na ekranie, ustawionym równoległe do siatki w ustalonej odległości.
- 2) Gdy stała siatki jest zbyt mała, to na ekranie (nawet o nieograniczonej szerokości) nie zobaczymy nawet prążków I rzędu.

zadanie 7.44

Uczniowie postanowili wyznaczyć długość fali światła laserowego. W tym celu skierowali wiązkę światła, wytwarzaną przez wskaźnik laserowy, na siatkę dyfrakcyjną posiadającą 400 rys na jednym milimetrze (rys. 7.26).



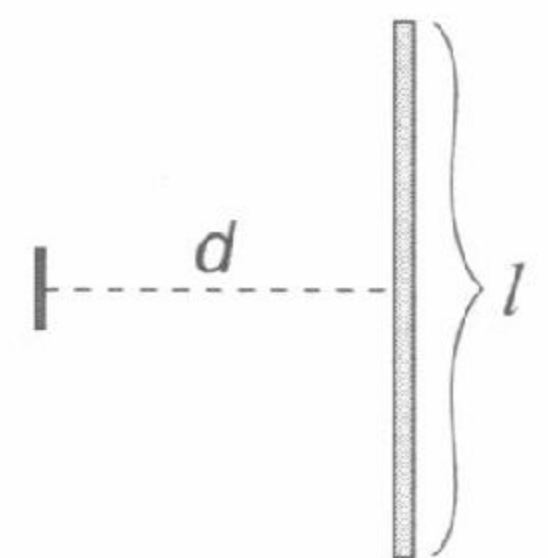
Rys. 7.26

- Oblicz stałą tej siatki dyfrakcyjnej.
- Zinterpretuj obraz otrzymany na ekranie i oblicz kąt ugięcia promieni, które tworzą na ekranie prążek pierwszego rzędu.
- Oblicz długość fali światła laserowego wskaźnika. Przyjmij, że stała siatki dyfrakcyjnej jest równa $2,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$.
- Oblicz, ile prążków interferencyjnych można by uzyskać w tym eksperymencie, gdyby ekran był nieskończenie duży.

zadanie 7.45

Długości fal światła czerwonego, żółtego i fioletowego są odpowiednio równe: $\lambda_c = 780 \text{ nm}$, $\lambda_z = 600 \text{ nm}$, $\lambda_f = 400 \text{ nm}$.

Na siatkę dyfrakcyjną pada prostopadle wiązka światła białego. Widma obserwujemy na ekranie o szerokości $l = 3 \text{ m}$, ustawionym w odległości $d = 2 \text{ m}$ od siatki (rys. 7.27). Na ekranie zaobserwowano tylko część widma II rzędu – od barwy fioletowej do żółtej.



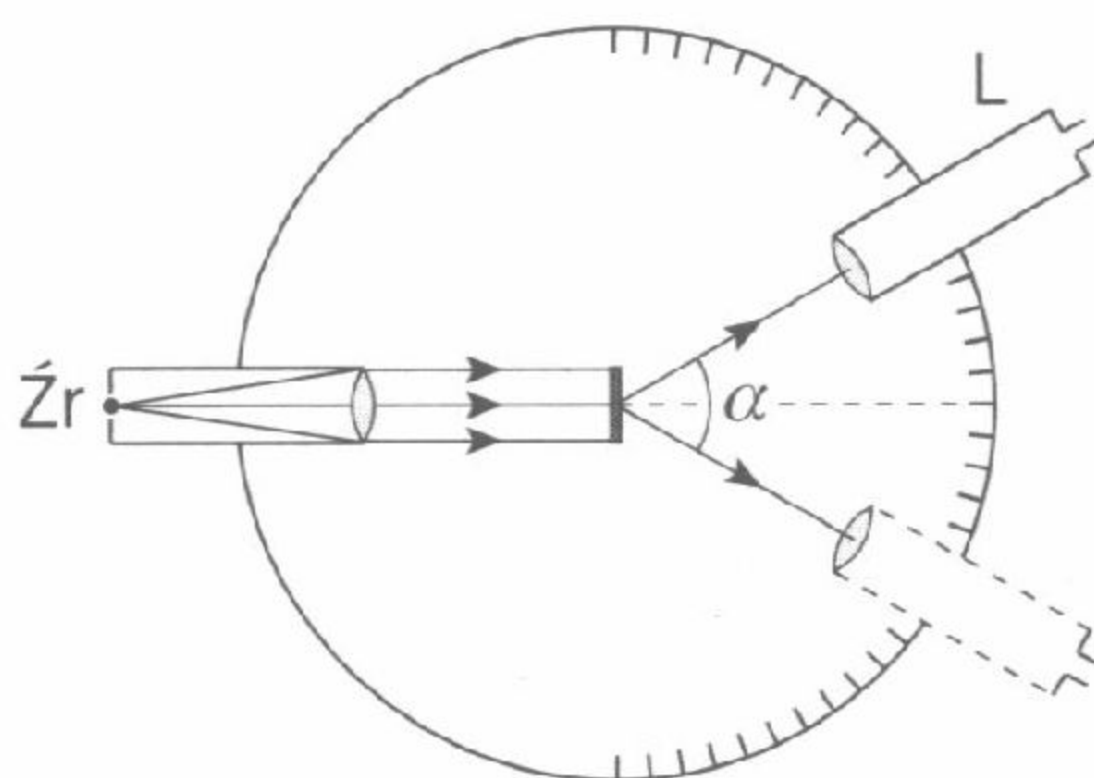
Rys. 7.27

Oblicz:

- stałą użytej siatki dyfrakcyjnej,
- liczbę rys na 1 milimetrze,
- kąty ugięcia dla barw: czerwonej i fioletowej w widmie I rzędu oraz dla barwy fioletowej w widmie II rzędu.
- Sprawdź, że z żółtą częścią widma II rzędu pokrywa się fioletowa część widma III rzędu. Czy zjawisko to wystąpi dla każdej siatki dyfrakcyjnej (o dowolnej stałej a)?

zadanie 7.46

W celu wyznaczenia stałej siatki dyfrakcyjnej skierowano na nią prostopadle równoległą wiązkę żółtego światła sodowego o długości fali $\lambda = 589 \text{ nm}$. Prążki obserwowano w lunecie (rys. 7.28). Zmierzono wzajemną odległość kątową między środkami żółtych prążków I rzędu; jej wartość $\alpha = 30^\circ$.



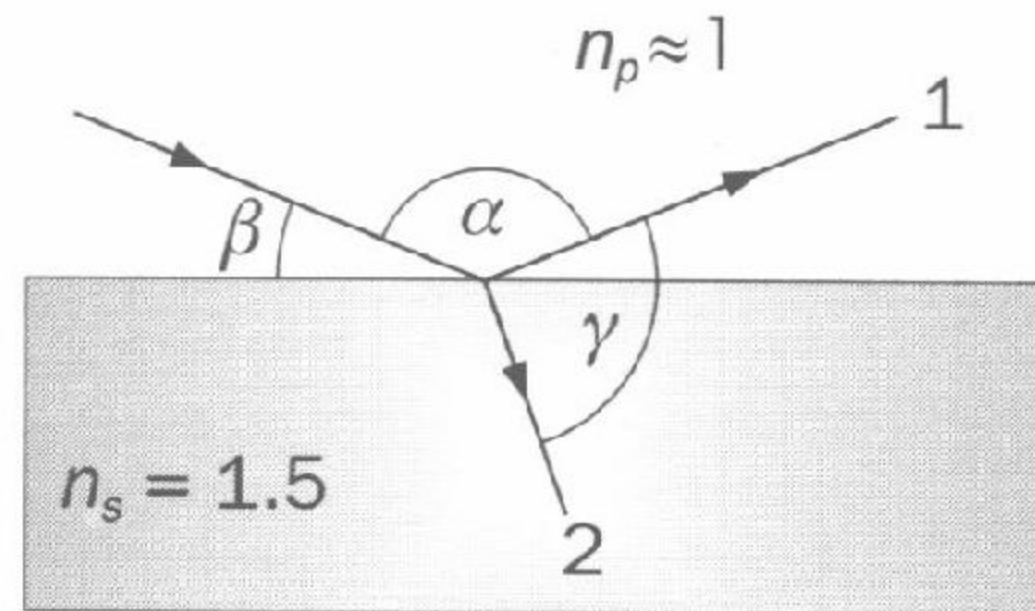
Rys. 7.28

Oblicz:

- stałą siatki,
- liczbę rys na 1 milimetrze,
- liczbę żółtych prążków, które możemy zaobserwować w lunecie po każdej stronie prążka zerowego,
- kąty ugięcia prążków wszystkich rzędów, które możemy zaobserwować,
- niepewności: względną i bezwzględną, z którą wyznaczono stałą siatki i liczbę rys na 1 milimetrze, jeśli niepewność pomiaru kąta $\Delta\alpha = 1^\circ$. Przyjmij, że podana długość fali światła sodowego została wyznaczona z bardzo dużą dokładnością.

zadanie 7.47

Światło ulega polaryzacji przy odbiciu od powierzchni przezroczystych izolatorów, np. szklanej szyby (rys. 7.29). Poniżej podano kilka zdań na temat tego zjawiska. Wybierz zdanie prawdziwe.



Rys. 7.29

- A. Wiązka (1) światła jest całkowicie spolaryzowana, gdy spełniony jest warunek $\text{tg } \beta = n_s$.
- B. Wiązka (2) światła jest całkowicie spolaryzowana, gdy spełniony jest warunek $\text{tg}(90^\circ - \beta) = n_s$.
- C. Wiązka (1) światła jest całkowicie spolaryzowana, gdy $\gamma = 90^\circ$.
- D. Obie wiązki (1) i (2) są całkowicie spolaryzowane, gdy kąt padania jest równy kątowi Brewstera.

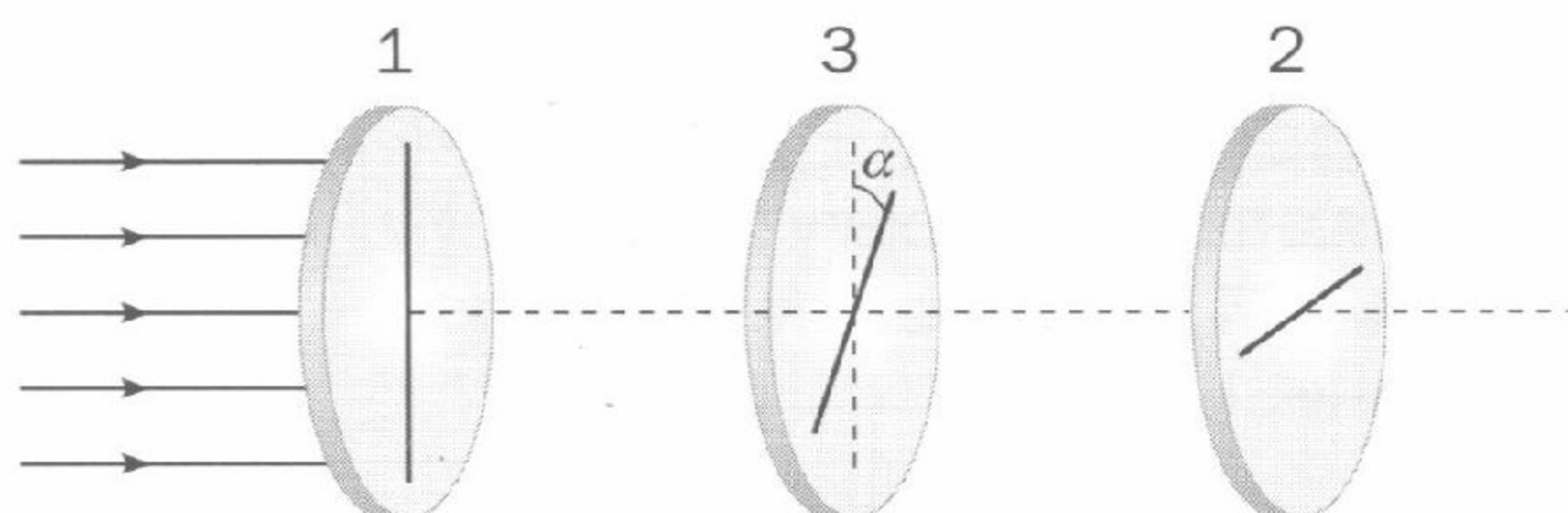
zadanie 7.48

Dwa polaroidy 1 i 2 ustawione są na jednej osi w pewnej odległości od siebie. Są one "skrzyżowane", tzn. ich kierunki polaryzacji są wzajemnie prostopadłe (rys. 7.30).



Rys. 7.30

Pomiędzy nimi ustawiono trzeci polaroid (rys. 7.31).

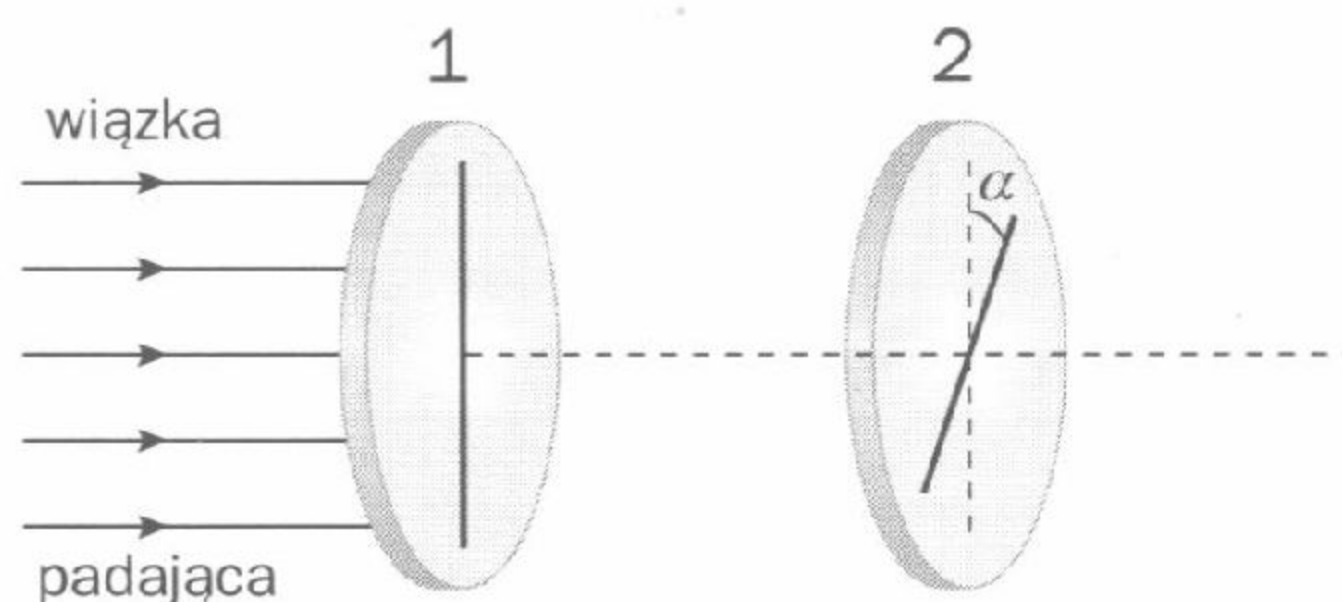


Rys. 7.31

Na podstawie odpowiedniego rysunku oblicz kąt, jaki powinny z sobą tworzyć kierunki polaryzacji polaroidów 1 i 3, aby amplituda drgań w wiązce światła wychodzącej z układu trzech polaroidów była dwa razy mniejsza od amplitudy drgań w wiązce wychodzącej z polaroidu 1. Zakładamy, że polaroidy nie pochłaniają światła.

zadanie 7.49

Polaryzator 1 i analizator 2 ustawione są na wspólnej osi (rys. 7.32). Kierunki, w których polaryzator i analizator przepuszczają drgania tworzą z sobą kąt $\varphi = 30^\circ$. Z polaryzatora wychodzi wiązka światła o natężeniu $I_1 = 2 \frac{W}{\text{cm}^2}$. Zakładamy, że polaroidy nie pochłaniają światła.



Rys. 7.32

Oblicz:

- stosunek wartości amplitud drgań wektorów natężenia pola elektrycznego $\frac{E_{\text{max}, 2}}{E_{\text{max}, 1}}$ w wiązkach światła wychodzących z analizatora i polaryzatora,
- natężenie wiązki wychodzącej z analizatora.

zadanie 7.50

Oblicz natężenie wiązki światła, wychodzącej z analizatora 2 w poprzednim zadaniu, jeśli na polaryzator 1 pada wiązka o natężeniu I_1 , ale już spolaryzowana, a kierunek jej polaryzacji tworzy z kierunkiem polaryzacji polaryzatora kąt $\beta = 45^\circ$. Rozważ dwa przypadki (dla każdego wykonaj odpowiedni rysunek).

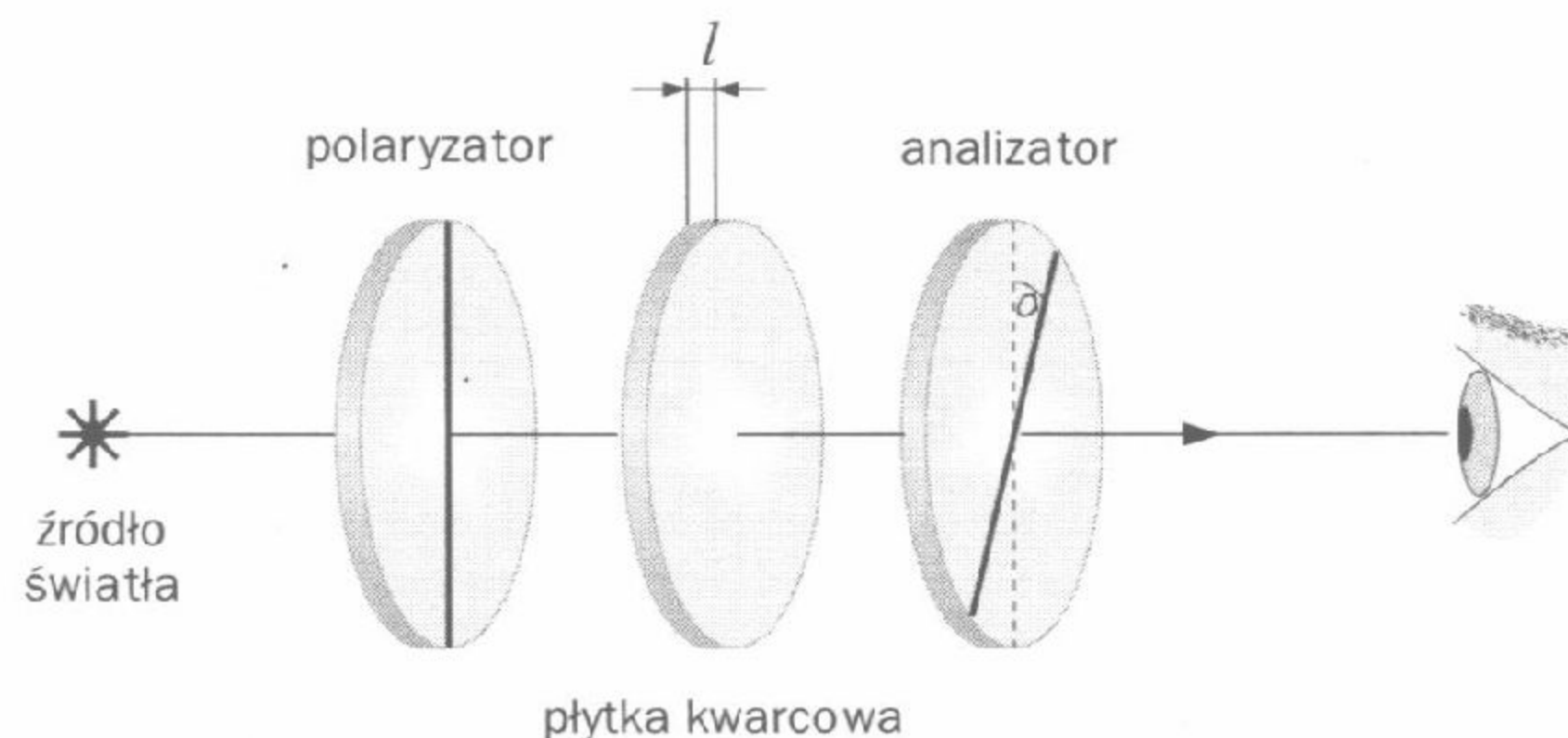
zadanie 7.51

Promień świetlny (wąska wiązka światła) pada na gładką taflę jeziora. Współczynnik załamania wody jest równy $4/3$.

- Oblicz kąt, pod którym musi padać promień na powierzchnię wody, aby po odbiciu był całkowicie spolaryzowany.
- Promień odbity oglądamy przez polaryzator, który w tym przypadku pełni rolę analizatora. Opisz, jak należy ustawić analizator w stosunku do płaszczyzny padania, aby pole widzenia było najciemniejsze. Wyjaśnij, dlaczego.

zadanie 7.52

Dwa polaroidy (polaryzator i analizator) ustawiono tak, by uzyskać wygaszenie przechodzącego światła. Następnie, pomiędzy tak „skrzyżowane” polaroidy wstawiono płytkę kwarcową w kształcie walca. Okazało się, że światło przechodzi przez taki układ. Aby uzyskać ponowne wygaszenie światła należało obrócić analizator o kąt 22° (rys. 7.33).



Rys. 7.33

- Wyjaśnij zaobserwowane zjawisko.
- Doświadczenie przeprowadzono ze światłem monochromatycznym o długości fali $\lambda = 500 \text{ nm}$. Skręcalność właściwa płasz-

czynny polaryzacji dla kwarcu przy podanej długości fali jest równa $0,52 \frac{\text{rad}}{\text{mm}}$. Jaki jest sens fizyczny tej stałej?

c) Oblicz grubość l płytki kwarcowej użytej w tym doświadczeniu.

zadanie 7.53

Skręcalność właściwa płaszczyzny polaryzacji w płytce kwarcowej (dla środkowej części widma) wynosi około $20^\circ/\text{mm}$, a w ciekłych kryształach jest rzędu aż 10^7 $^\circ/\text{mm}$ (!).

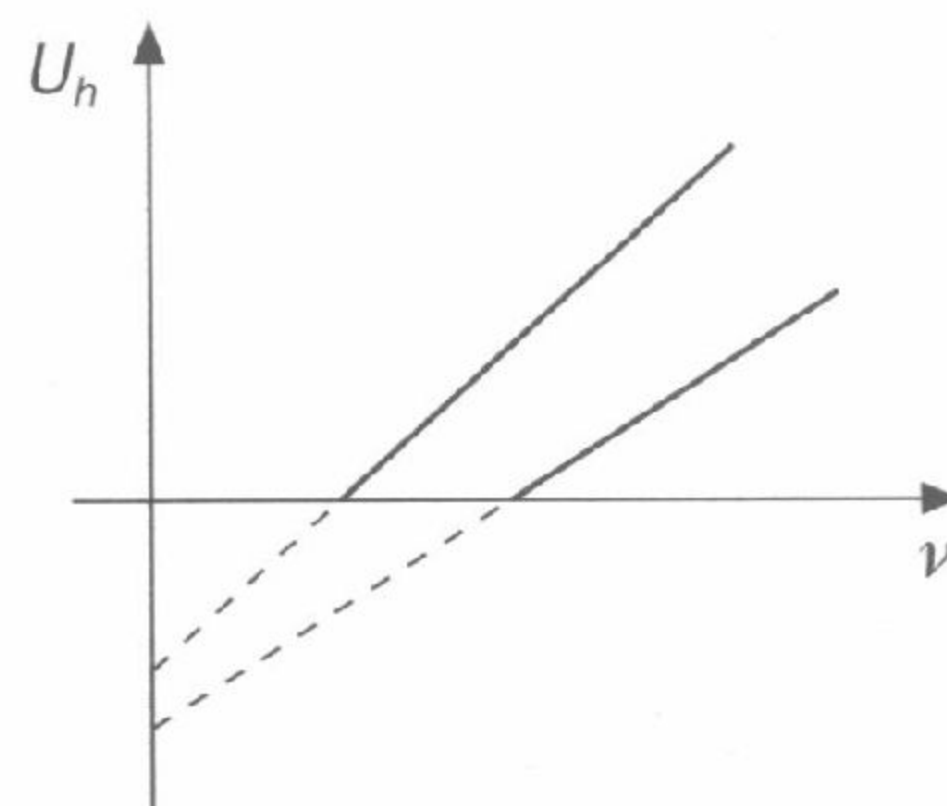
Oszacuj:

- 1) grubość płytki kwarcowej,
- 2) grubość warstwy ciekłego kryształu skręcającej płaszczyznę polaryzacji o 90° .

zadanie 7.54

Poniżej napisano kilka zdań na temat zjawiska fotoelektrycznego. Wybierz **wszystkie** zdania prawdziwe.

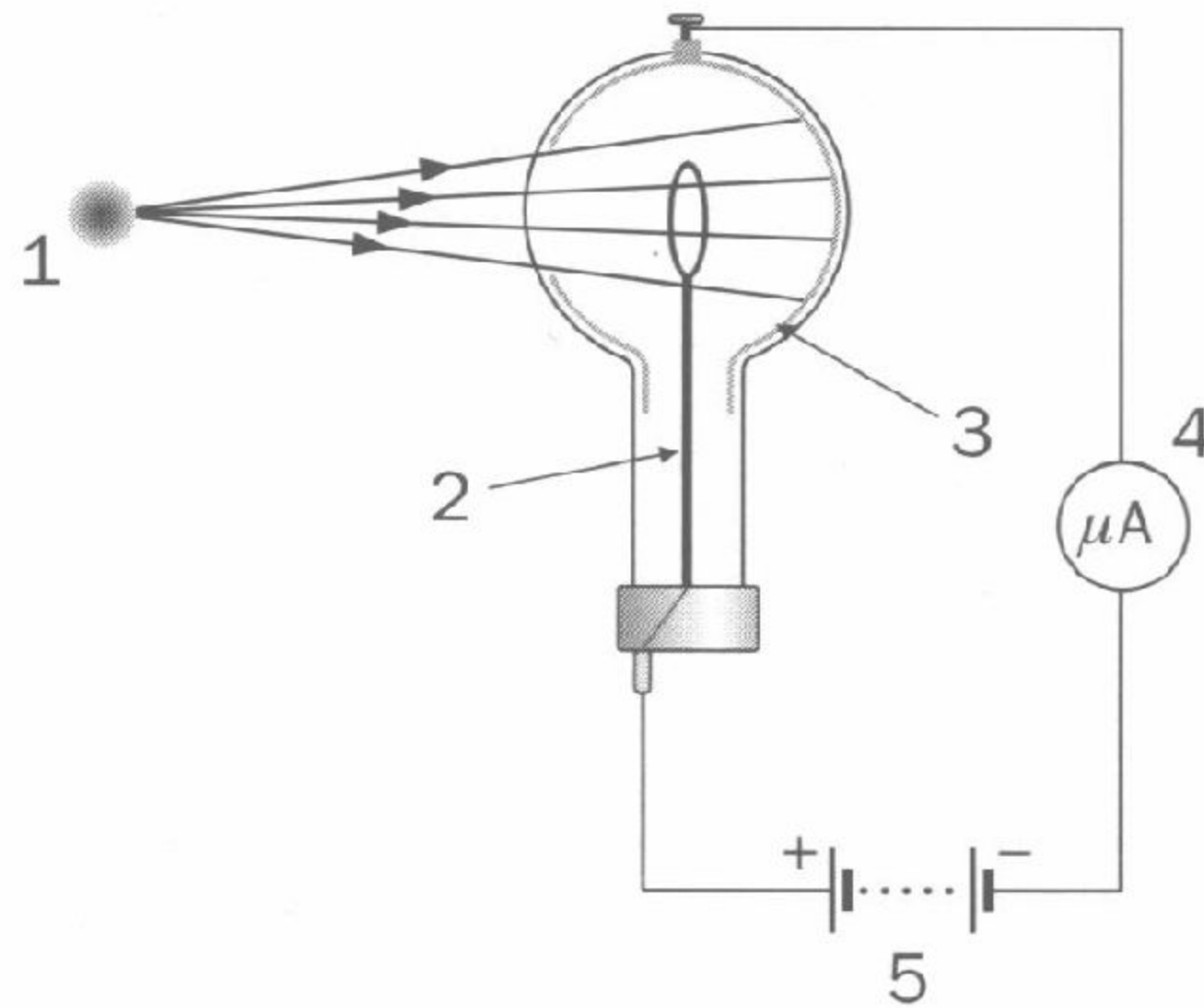
1. Jeżeli z danego metalu elektrony zostają wyemitowane pod wpływem światła widzialnego, to na pewno zostaną także wyemitowane pod wpływem promieniowania podczerwonego.
2. Maksymalna energia kinetyczna fotoelektronów zależy od natężenia padającego promieniowania i od jego częstotliwości.
3. Natężenie prądu nasycenia płynącego przez fotokomórkę jest wprost proporcjonalne do natężenia promieniowania padającego na fotokatodę.
4. Wartość napięcia hamującego, przy którym natężenie prądu w obwodzie fotokomórki staje się równe zero, jest równe $\frac{E_{k, \max}}{e}$.
5. Zależność napięcia hamującego U_h od częstotliwości ν padającego na fotokomórkę promieniowania jest liniową funkcją rosnącą.
6. Wykresy $U_h(\nu)$ dla dwóch różnych metali mogą mieć postać przedstawioną na rysunku 7.34.



Rys. 7.34

zadanie 7.55

Fotokomórkę włączono do obwodu tak, jak pokazano na rysunku 7.35.



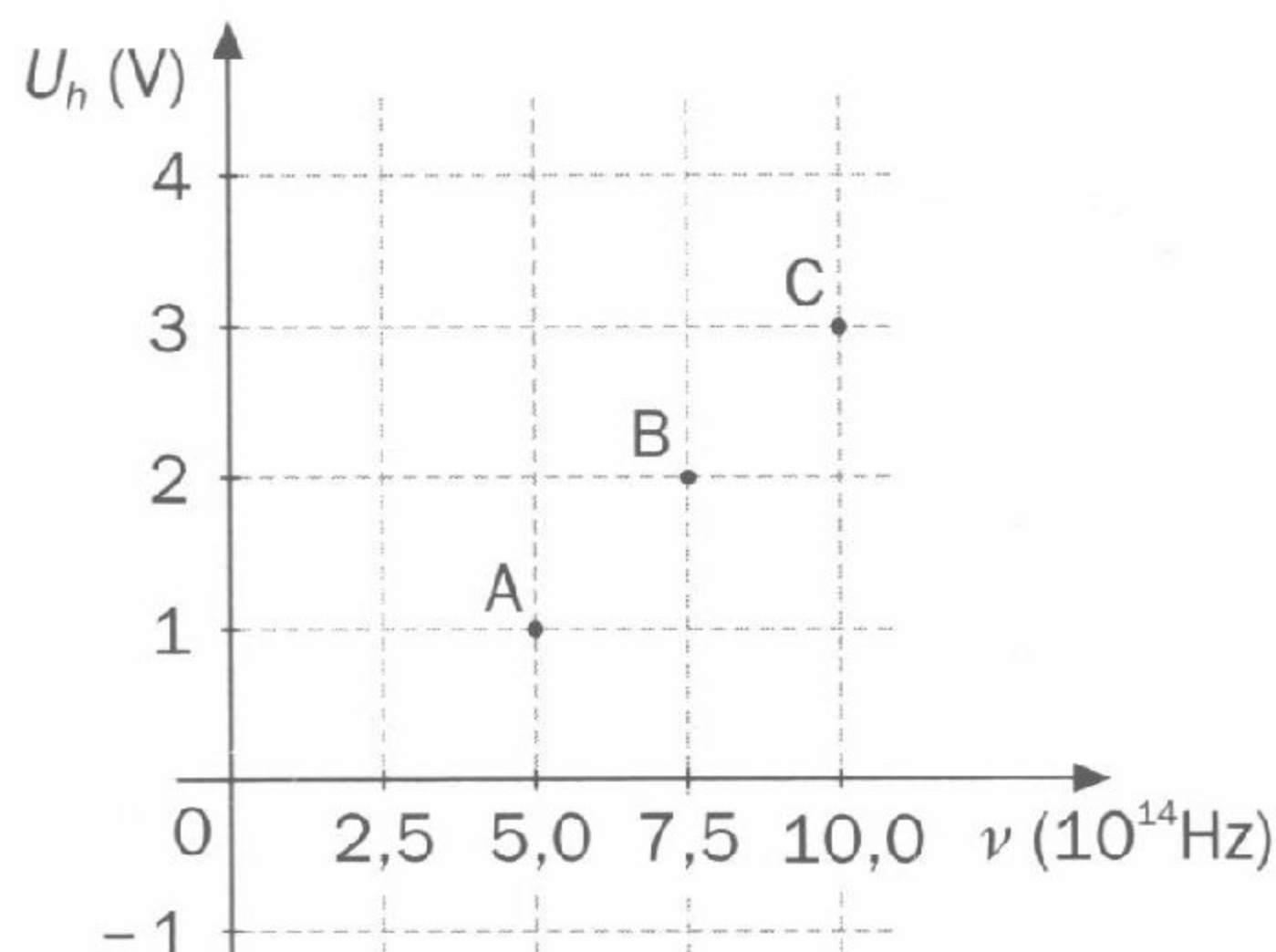
Rys. 7.35

- a) Nazwij ponumerowane elementy rysunku. Wyjaśnij, dlaczego w obwodzie płynie prąd, gdy na fotokomórkę pada światło o odpowiedniej długości fali.
- b) Fotokomórkę oświetlano światłem o różnych długościach fal i stwierdzono, że dla fal dłuższych od 630 nm prąd w obwodzie nie płynie. Wykorzystując ten fakt oraz zamieszczoną poniżej tabelkę, zidentyfikuj metal, z którego wykonano fotokatodę. Do obliczeń przyjmij, że $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Metal	Praca wyjścia (eV)	Metal	Praca wyjścia (eV)
sód	2,28	srebro	4,73
cynk	4,31	cez	1,89
glin	4,08	platyna	6,35

- c) Gdy fotokomórkę oświetlono promieniowaniem o długości fali mniejszej od 630 nm i zwarto źródło napięcia (bieguny źródła napięcia połączono przewodem) okazało się, że w obwodzie nadal płynie prąd. Jak można wyjaśnić takie zjawisko?

- d) Po wyłączeniu fotokomórki z obwodu elektrycznego i przyłożeniu pewnego napięcia w taki sposób, że fotokatoda miała wyższy potencjał elektryczny od anody (czyli przyłożeniu tzw. napięcia hamującego), mimo oświetlenia fotokatody promieniowaniem o długości fali mniejszej od 630 nm prąd w obwodzie nie płynął. Wyjaśnij to zjawisko.
- e) Zaprojektuj obwód elektryczny, zawierający fotokomórkę (niekoniecznie z cezową fotokatodą), źródło napięcia, potencjometr, woltomierz i mikroamperomierz tak, by wyznaczyć napięcie hamujące fotokomórki dla ustalonej długości fali światła padającego na fotokatodę.
- f) Posługując się zaprojektowanym obwodem elektrycznym, dokonano trzech pomiarów napięcia hamującego dla trzech różnych częstotliwości promieniowania padającego na fotokatodę pewnej fotokomórki. Wyniki pomiarów przedstawiono na wykresie (punkty A, B i C na rysunku 7.36). Narysuj prostą przechodzącą przez punkty A, B i C. Napisz równanie prostej $U_h(\nu)$. Co można powiedzieć o punktach przecięcia prostej z osiami układu współrzędnych? Ile wynosi częstotliwość graniczna (tzn. częstotliwość minimalna, poniżej której zjawisko fotoelektryczne nie zachodzi) dla użytej w tym doświadczeniu fotokatody?



Rys. 7.36

zadanie 7.56

Wiązka światła zielonego padająca na metalową płytkę wybija z niej elektrony. Emisję elektronów z tej samej płytki spowoduje również wiązka światła

- A. monochromatycznego o dowolnej długości fali.
- B. o barwie fioletowej.
- C. o barwie czerwonej.
- D. o długości fali większej od długości granicznej dla danego materiału, z którego wykonano płytkę.

zadanie 7.57

W celu wyznaczenia stałej Plancka oświetlono kolejno katodę fotokomórki światłem monochromatycznym o długości fal λ_1 i λ_2 i zmierzono w obu przypadkach napięcia hamowania U_1 i U_2 .

- a) Przedstaw rozumowanie doprowadzające do wniosku, że dla $\lambda_1 > \lambda_2$, $U_1 < U_2$.
- b) Wyraż stałą Plancka za pomocą wielkości: λ_1 , λ_2 , U_1 i U_2 .

zadanie 7.58

Na daną fotokomórkę padają kolejno wiązki fotonów o częstotliwościach ν_1 i $\nu_2 > \nu_1$.

Na podstawie odpowiednich obliczeń rozstrzygnij, czy prawdą jest, że

- a) różnica maksymalnych energii kinetycznych pojedynczych fotoelektronów jest równa różnicy energii pojedynczych fotonów,
- b) różnica wartości pędów fotoelektronów jest równa różnicy wartości pędów fotonów. Masę elektronu oznacz literą m .

zadanie 7.59

Napisz krótką rozprawkę (kilka zdań) na temat: Dlaczego teoria falowa promieniowania nie tłumaczy zjawiska fotoelektrycznego?

zadanie 7.60

Atomy wodoru zostały wzbudzone (przez pochłonięcie promieniowania o odpowiedniej długości fali) do poziomu energetycznego $n = 4$. Ile różnych linii widmowych będzie zawierało widmo promieniowania wysyłanego przez ten wodór podczas powrotu atomów do stanu podstawowego?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

zadanie 7.61

a) Jaka jest – twoim zdaniem – relacja między następującymi pojęciami:

1. energia wiązania niewzbudzonego atomu wodoru,
2. energia jonizacji niewzbudzonego atomu wodoru,
3. energia, którą musimy dostarczyć, aby rozerwać układ: proton-elektron, stanowiący atom wodoru w stanie podstawowym.

Ile wynosi każda z tych energii?

- b) Oblicz energię wiązania układu: proton-elektron w atomie wodoru, wzbudzonym do stanu $n = 2$.
- c) Oblicz najmniejszą energię potrzebną do wzbudzenia atomu wodoru, który znajduje się w stanie podstawowym.

zadanie 7.62

Oblicz:

- a) długość fali odpowiadającej pierwszej linii serii Balmera,
- b) energię i pęd fotonu, który jest wówczas emitowany,
- c) długość fali odpowiadającej granicy tej serii.

zadanie 7.63

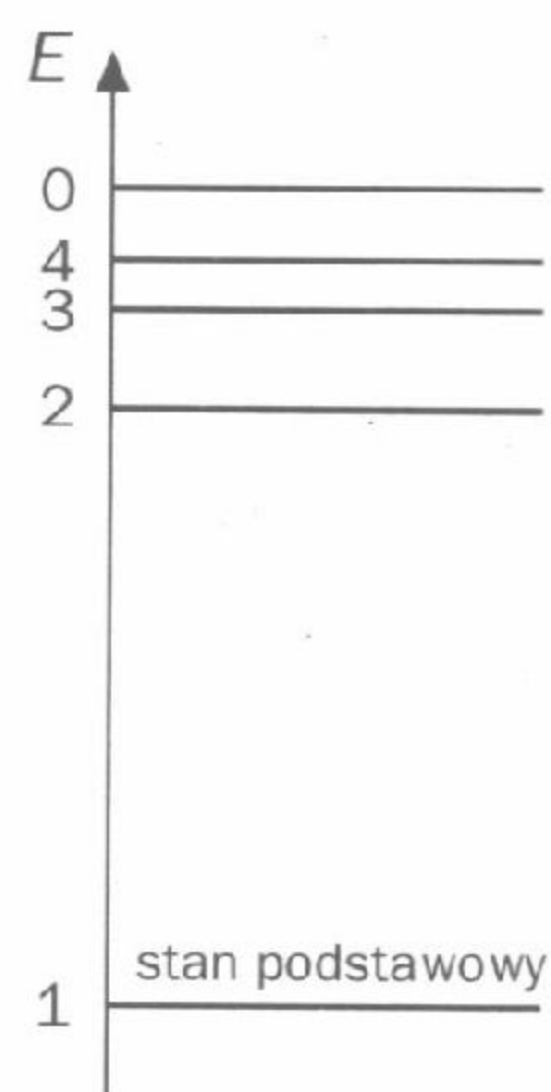
Energia całkowita elektronu w atomie wodoru (będąca sumą jego energii kinetycznej i potencjalnej) w stanie podstawowym wynosi $-13,6$ eV. Wiadomo, że wartość bezwzględna jego energii potencjalnej jest dwa razy większa od energii kinetycznej, podobnie, jak w przypadku satelity krążącego po orbicie kolistej wokół planety lub planety wokół Słońca.

- a) Oblicz na tej podstawie energię kinetyczną elektronu i jego energię potencjalną w stanie podstawowym; wyraż te energie w elektronowoltach i dżulach.
- b) Na podstawie obliczonych w punkcie a) wartości oblicz szybkość elektronu w stanie podstawowym i promień jego orbity. Elektron ma masę $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

zadanie 7.64

Atomy wodoru zostały wzbudzone do poziomu $n = 4$.

- a) Zaznacz na rysunku 7.37 wszystkie możliwe przejścia elektronów między poziomami energetycznymi podczas powrotu do stanu podstawowego.
- b) Do jakich serii będą należały rejestrowane linie widmowe? Ile linii zarejestrujemy w każdej z tych serii?
- c) Oblicz energie (w elektronowoltach) i częstotliwości emitowanych fotonów; przedstaw je w postaci tabeli.
- Energia elektronu w stanie podstawowym $E_1 = -13,6 \text{ eV}$,
stała Plancka $h = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$.



Rys. 7.37

zadanie 7.65

- a) Oszacuj, między którymi (sąsiednimi) poziomami energetycznymi n musiałoby nastąpić przejście elektronu w atomie wodoru, aby wysłana fala elektromagnetyczna była bardzo krótką falą radiową (o długości rzędu kilku centymetrów). Energia elektronu w stanie podstawowym $E = -13,6 \text{ eV}$.
Wskazówka: Zastosuj przybliżenie: dla dużych n $n - 1 \approx n \approx n + 1$.
- b) Oblicz długość fali wysłanej przez atom wodoru przy przejściu elektronu z $n_1 = 101$ na $n_2 = 100$.

$$\text{Stała Rydberga } R_H = 1,097 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{m}}.$$

zadanie 7.66

Długość fali światła emitowanego przez laser helowo–neonowy wynosi w próżni $\lambda = 632,8 \text{ nm}$. W glicerynie ($n = 1,473$) długość fali i częstotliwość tego światła wynoszą w przybliżeniu

- A. $632,8 \cdot 10^{-9} \text{ m}$; $4,7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.
- B. $429,6 \cdot 10^{-9} \text{ m}$; $4,7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.
- C. $429,6 \cdot 10^{-9} \text{ m}$; $4 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.
- D. $632,8 \cdot 10^{-9} \text{ m}$; $3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.

zadanie 7.67

Poniżej podano kilka zdań na temat światła laserowego. Wskaż zdanie (zadania) prawdziwe.

- 1) Uzyskiwany w laserach impuls świetlny ma bardzo krótki czas trwania i dlatego niesie bardzo małą energię.
 - 2) Wiązka światła laserowego może być niemal dokładnie równoległa nawet przy bardzo małym przekroju poprzecznym.
 - 3) Za pomocą układu lusterek możemy spowodować wielokrotne przejście fotonów przez substancję lasera, co wywoła emisję spontaniczną, czyli tzw. akcję laserową.
 - 4) Światło laserowe jest spójne.
- A. Prawdziwe jest tylko zdanie 4.
 - B. Prawdziwe są zdania 1, 2 i 3.
 - C. Prawdziwe są tylko zdania 2 i 4.
 - D. Wszystkie zdania są prawdziwe.

zadanie 7.68

Wskaż zdanie **falszywe**.

- A. Ciało stałe może być przezroczyste dla światła tylko wtedy, gdy żadne pasmo pochłaniania nie obejmuje zakresu długości fal światła widzialnego.
- B. Szmaragd silnie pochłania światło o barwie zielonej i dlatego ma zielony kolor.

- C. Ciecze są przezroczyste częściej, niż ciała stałe, bo cząsteczki nie są w nich uporządkowane.
- D. Cząsteczki nematyków są bardzo wydłużone i oddziałują ze sobą tak, że w położeniu równowagi wszystkie są ułożone w przybliżeniu równolegle.

zadanie 7.69

Laser helowo-neonowy emituje światło o długości fali $\lambda = 632,8 \text{ nm}$. Moc lasera $P = 2 \text{ mW}$. Oblicz, ile fotonów na sekundę wysyła ten laser. Stała Plancka $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

1. Budowa jądra

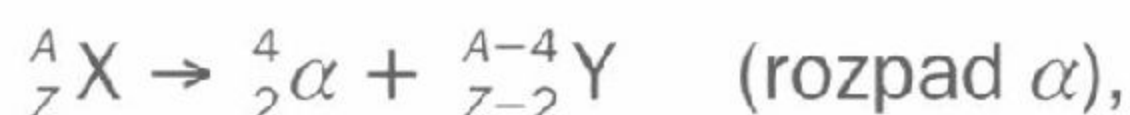
Ernest Rutherford w 1911 r., bombardując cienką folię złota cząstkami α odkrył, że prawie cała masa atomu i ładunek dodatni skupione są w niewielkiej objętości, czyli w jądrze atomu. Średnice jąder są kilkadziesiąt tysięcy razy mniejsze od średnic atomów. Liczba atomowa Z pierwiastka (lub jego liczba porządkowa w układzie Mendelejewa) oznacza liczbę protonów w jądrze, liczba masowa A – liczbę nukleonów (protonów i neutronów).

Jądra danego pierwiastka różniące się liczbą neutronów (liczbą A) nazywamy **izotopami**.

Między nukleonami w jądrze działają przyciągające siły jądrowe, dzięki którym jądro nie rozpada się mimo elektrostatycznych sił odpychania, działających między protonami. Siły jądrowe są krótkozasięgowe (już w odległościach rzędu rozmiarów jądra można je pominąć) i nie zależą od ładunku. Krótki zasięg tych sił powoduje, że w jądrach zawierających wiele nukleonów siły elektrostatycznego odpychania nie mogą zostać zrównoważone; jądra o $Z > 83$ nie są więc stabilne, tj. ulegają rozpadowi.

2. Promieniotwórczość naturalna

Zjawisko to polega na wysłaniu z jądra cząstki α (zespołu dwóch protonów i dwóch neutronów), cząstki β (elektronu) lub kwantu γ . Kwant γ zwykle jest wysyłany przez jądro wzbudzone po emisji cząstki α lub β . Wysłanie cząstki α lub β nazywamy **rozpadem promieniotwórczym**. Wiąże się to z zamianą jądra na jądro innego pierwiastka (reguły Soddy'ego i Fajansa):



Elektronu nie było w jądrze przed rozpadem β . Jeden z neutronów „zmienił się” w proton, emitując przy tym elektron i neutralną cząstkę, antyneutrino elektronowe $\bar{\nu}$:



Elektron i neutrino opuszczają jądro, a proton zostaje w nim.

W próbce zawierającej N atomów izotopu promieniotwórczego liczba rozpadów w jednostce czasu $-\frac{\Delta N}{\Delta t}$ jest wprost proporcjonalna do N :

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N, \quad \frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad (1)$$

gdzie λ jest **stałą rozpadu**, charakteryzującą izotop.

Po rozwiązaniu równania (1) otrzymujemy

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (2)$$

gdzie e jest podstawą logarytmów naturalnych ($e \approx 2,718$). Zależność (2) można również przedstawić wzorem

$$N(t) = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}, \quad (3)$$

w którym T jest **czasem połowicznego rozpadu**, czyli czasem, po którym z danej liczby N_0 jąder danego izotopu zostaje połowa $\left(N = \frac{N_0}{2}\right)$.

Z wzoru (2) można obliczyć związek między λ i T .

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T},$$

po obustronnym zlogarytmowaniu tego równania przy podstawie e otrzymujemy

$$-\ln 2 = -\lambda T, \quad \lambda T = \ln 2.$$

Związek między stałą rozpadu λ i czasem połowicznego rozpadu dla danego izotopu jest następujący:

$$\lambda T = \ln 2 \approx 0,693.$$

Aktywnością izotopu promieniotwórczego nazywamy wielkość $\frac{|\Delta N|}{\Delta t}$

$\left(\frac{|dN|}{dt}\right)$ informującą o liczbie rozpadów w jednostce czasu. Ze wzoru (1)

widać, że $\frac{|\Delta N|}{\Delta t} = \lambda N$, zatem

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \quad \text{lub} \quad A = \frac{A_0}{2^{\frac{t}{T}}}. \quad (4)$$

Jednostką aktywności jest:

$$1 \text{ bekerel (Bq)} = 1 \frac{\text{rozpad}}{\text{s}}, \text{ lub}$$

$$1 \text{ kiur (Ci)} = 3,7 \cdot 10^{10} \frac{\text{rozpadów}}{\text{s}} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}^3.$$

3. Energia wiązania jądra

Energie wiązania jąder są znacznie większe od energii wiązania atomów i cząsteczek, stanowią one znaczny procent energii spoczynkowej.

$$E_w = \Delta m \cdot c^2,$$

gdzie Δm jest – jak wiadomo – różnicą między sumą mas składników jądra (nukleonów) i masą jądra z nich złożonego. Energia wiązania przypadająca na jeden nukleon $\left(\frac{E_w}{A}\right)$ najpierw rośnie ze wzrostem liczby masy jądrowej jądrowej, osiąga maksimum (równe około 8,6 MeV) dla $A \approx 50$, a następnie maleje.

4. Reakcje jądrowe

Wszystkie jądra mogą brać udział w procesach zderzeń i w ich wyniku ulegać różnym przemianom. Procesy te noszą ogólną nazwę **reakcji jądrowych**.

We wszystkich reakcjach jądrowych zachowany jest całkowity ładunek (liczba Z) i całkowita liczba nukleonów (A), np.

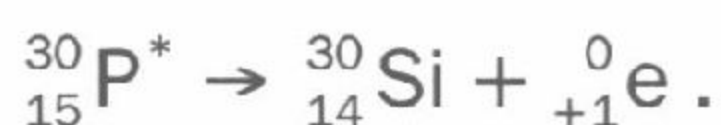


W tej reakcji powstaje stabilny izotop ${}^{17}\text{O}$.

Niekiedy reakcje jądrowe prowadzą do powstania izotopów niestabilnych (promieniotwórczych) znanych pierwiastków, np.



Promieniotwórczy izotop ${}_{15}^{30}\text{P}^*$ rozpada się samorzutnie, emitując cząstkę β^+ , czyli **pozyton** (antycząstkę elektronu):



³ Taka liczba rozpadów w sekundzie następuje w 1 g radu.

Aby w jądrze powstał pozyton, musi w nim nastąpić zamiana protonu w neutron:



pozyton i neutrino opuszczają jądro, a neutron pozostaje, dzięki czemu pierwiastek w układzie okresowym cofa się o jedno miejsce (w tym przypadku z 15 na 14).

Wytwarzanie przez reakcje jądrowe niestabilnych izotopów nazywa się niekiedy (niezbyt szczęśliwie) promieniotwórczością sztuczną (w istocie sztuczne jest tylko wytwarzanie tych izotopów, które rozpadają się szybko i dlatego nie występują w przyrodzie).

Aby doprowadzić do reakcji jądrowej należy zderzyć „pocisk” (np. proton, cząstkę α) z jądrem „tarczy”. Zderzające się jądra odpychają się siłami elektrostatycznymi, dlatego pociskowi należy nadać wystarczająco dużą energię kinetyczną, by mógł pokonać barierę kulombowską (nie dotyczy to oczywiście neutronów). Do tego celu służą urządzenia przyspieszające cząstki naładowane, czyli **akcelerator**y. W pierwszych reakcjach jądrowych (patrz powyższe przykłady) jako pocisków używano cząstek α pochodzących z rozpadu jąder ciężkich pierwiastków, np. radu (ich energie kinetyczne nie przekraczały kilku MeV).

5. Reakcje rozszczepienia

Wskutek wniknięcia neutronu do jądra ciężkiego pierwiastka (np. ${}^{235}\text{U}$) powstaje jądro wzbudzone. Jądro to jest nietrwałe i rozszczepia się na dwa jądra lżejsze o porównywalnych (ale zwykle nie identycznych) masach. Procesowi temu towarzyszy dodatkowo wysłanie 2 lub 3 neutronów i promieniowania γ (z jąder powstających przez rozszczepienie).

Całkowita energia jąder i cząstek przed reakcją i po reakcji (czyli suma ich energii spoczynkowych i kinetycznych) musi być zachowana. Suma energii spoczynkowych cząstek po reakcji jest mniejsza od sumy energii spoczynkowych przed reakcją, więc suma energii kinetycznych jest większa. Tę uzyskaną nadwyżkę energii kinetycznej nazywamy **energiją jądrową**.

Mówimy tutaj oczywiście o energii kinetycznej dwóch jąder (produktów rozszczepienia) i neutronów. Cząstki te następnie przekazują podczas zderzeń swoją energię atomom ośrodka, w którym się poruszają, czyli atomom paliwa jądrowego w reaktorze. W wyniku tego procesu wzrasta energia wewnętrzna układu, a więc i jego temperatura. Substancja chłodząca (np. woda) transportuje energię do dalszego wyko-

rzystania. Wartość energii jądrowej wyzwalającej się w pojedynczym procesie rozszczepienia wynosi około 200 MeV.

Powstające neutrony mogą inicjować nowe procesy rozszczepienia – rozwija się reakcja łańcuchowa. Istnieje pewna masa, zwana **masą krytyczną**, powyżej której więcej niż jeden spośród powstałych neutronów zainicjuje następną reakcję. Dla masy mniejszej od krytycznej reakcja łańcuchowa nie rozwinie się. Po zetknięciu dwóch brył (każda o masie mniejszej od krytycznej) powstaje bryła o masie większej od krytycznej – liczba rozszczepień zaczyna gwałtownie wzrastać i następuje wybuch (bomba jądrowa rozszczepieniowa).

Jeżeli chcemy wykorzystywać wyzwoloną energię w sposób ciągły, to liczba reakcji na jednostkę czasu musi być stała. W reaktorze jądrowym liczbę neutronów biorących udział w reakcji reguluje się za pomocą materiałów pochłaniających neutrony (pręty regulacyjne wykonane z kadmu lub boru, których wsuwanie lub wysuwanie zmienia liczbę rozszczepień na sekundę).

Neutrony emitowane w reakcji rozszczepienia uranu 235 mają zbyt wysokie energie, aby zainicjować kolejne rozszczepienia. Aby proces mógł się rozwinąć, należy je spowolnić. W reaktorach do spowalniania neutronów służy tzw. **moderator**. Jego rolę może spełniać woda, ciężka woda, beryl lub węgiel.

W reaktorach jądrowych wciąż duży problem stanowi przechowywanie produktów rozszczepienia, które są bardzo silnie radioaktywne.

6. Reakcje syntezy

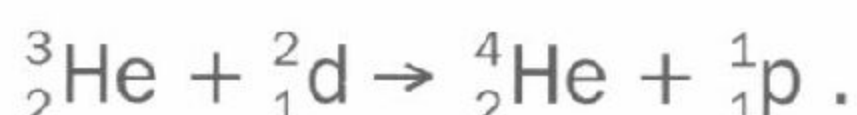
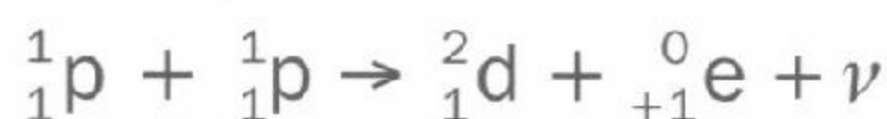
Energię jądrową (wyzwalaną kosztem ubytku części masy spoczynkowej) można otrzymać także drogą syntezy (fuzji) jąder lekkich w jądra cięższe. W reakcjach syntezy uwalnia się znacznie większy procent energii spoczynkowej jąder niż w reakcjach rozszczepienia. Energię tę wykorzystano najpierw do produkcji bomby wodorowej, w której zachodzi gwałtowna reakcja fuzji jąder deuteru lub trytu w jądra helu. Głównym problemem w wykorzystaniu reakcji syntezy w celach pokojowych jest utrzymywanie przez dłuższy czas wysokiej temperatury, aby reakcja ta mogła zachodzić przez zderzenie jąder poruszających się ruchem termicznym. Dziś wszystkie urządzenia, w których przeprowadza się takie reakcje wymagają dostarczenia większych ilości energii niż można z nich uzyskać.

Reakcje fuzji zachodzą w sposób naturalny w gwiazdach, gdzie – jak wiadomo – temperatura jest dostatecznie wysoka.

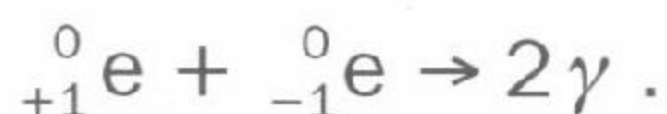
7. Źródła energii słonecznej

Większość materii słonecznej stanowi wodór. Na podstawie analizy widma słonecznego można ustalić temperaturę materii, będącej źródłem promieniowania Słońca. Temperatura zewnętrznych warstw wynosi około 5000 K, a we wnętrzu temperatura (a także ciśnienie i gęstość) rośnie wraz ze wzrostem odległości od powierzchni, osiągając w środkowych rejonach wartość rzędu 20 milionów Kelwinów. Materia jest tam w stanie plazmy – jądra atomów wodoru i helu oraz elektrony poruszają się w niej tak, jak cząsteczki w gazie. Szacuje się, że gęstość w centrum Słońca jest równa około $1,5 \cdot 10^5 \text{ kg/m}^3$, a ciśnienie około 10^{16} Pa .

Źródłem energii słonecznej są reakcje łączenia się (syntezy) jąder wodoru w jądra helu. Oto ciąg reakcji (cykl protonowo-protonowy):



Reakcje te nazywamy **reakcjami termojądrowymi** (do odpowiedniego zbliżenia jąder, koniecznego do zajścia reakcji wystarcza olbrzymia energia ruchu termicznego). Pozytony, powstające w pierwszej z tych reakcji **anihilują** w zderzeniu z elektronami – obie cząstki znikają, a ich energię unoszą dwa fotony γ :



Prześledziwszy trzy pierwsze reakcje (5) widzimy, że w efekcie z 4 nukleonów (do cyklu reakcji potrzebne jest 6 protonów, ale powstają 2) tworzy się jądro helu ${}^4_2\text{He}$, którego masa jest oczywiście mniejsza od masy cząstek wyjściowych. Tak więc kosztem części energii spoczynkowej powstaje energia kinetyczna, zabierana przez powstające protony, jądra helu, fotony i neutrina. W kolejnych zderzeniach energia ta przekazywana jest sąsiednim jądrum i cząstkom, zwiększając energię wewnętrzną materii słonecznej. Reakcje te umożliwiają utrzymywanie stałej temperatury Słońca.

Czas potrzebny do przeniesienia energii fotonów z jądra Słońca na jego powierzchnię jest rzędu setek tysięcy lat. Fakt ten jest związany z silnym oddziaływaniem fotonów z materią słoneczną. Szybciej docierają stamtąd neutrino powstające podczas syntezy deuteru, bo neutrino bardzo słabo oddziałują z materią – ogromna ich większość przelatuje przez Słońce bez zmiany energii i kierunku.

8. Oddziaływanie promieniowania jądrowego z materią. Dawki promieniowania

Główny efekt oddziaływania promieniowania obserwowanego w rozpadach jąder i reakcjach jądrowych to strata energii na jonizację atomów materii, przez którą przelatują cząstki. Jeśli znamy gęstość materii i prawdopodobieństwo jonizacji, to można obliczyć **zasięg**, czyli drogę, na której cząstka straci całą swoją energię i zatrzyma się. Np. wiązka cząstek α (najczęściej wszystkie o takiej samej energii) przelatuje przez warstwę materii o grubości mniejszej od zasięgu, a w warstwach grubszych jest w całości pochłaniana.

Szczegółowy opis oddziaływania elektronów z materią różni się istotnie od opisu oddziaływania ciężkich cząstek naładowanych. Wiazka cząstek β składa się z elektronów o różnych energiach. Z wiązki ubywa w przybliżeniu jednakowy procent ich liczby przy przejściu przez każdą kolejną warstwę o tej samej grubości; zatem zależność liczby elektronów N w wiązce od grubości x przebytej warstwy jest następująca:

$$N(x) = N_0 e^{-\mu x} \quad \text{lub} \quad N(x) = \frac{N_0}{2^{\frac{x}{d}}}$$

W pierwszym z tych wzorów μ jest **współczynnikiem absorpcji** (w przybliżeniu proporcjonalnym do gęstości materii). W drugim d jest tzw. **grubością połowiącą** warstwy, tzn. taką, po której przejściu liczba elektronów w wiązce zmaleje 2 razy. Oczywiście $d = \frac{\ln 2}{\mu}$.

Przy większych energiach elektronów utrata energii zachodzi też przez emisję promieniowania elektromagnetycznego.

Jedynym sposobem oddziaływania promieniowania γ z materią jest oddziaływanie elektromagnetyczne: rozpraszanie na cząstkach materii – zmiana energii i kierunku ruchu fotonów, pochłanianie przez jądra, wybijanie elektronów z atomów, a przy wysokich energiach tworzenia par: elektron-pozyton. Procesy te zależą w różny sposób od energii fotonów.

Przy wielkich energiach cząstek ważne stają się silne oddziaływania jądrowe, które mogą prowadzić do produkcji nowych cząstek; pojedyncza cząstka zmienia się wówczas w kaskadę cząstek o mniejszych energiach.

Oddziaływanie różnych rodzajów promieniowania jądrowego z materią zachodzi także w żywej tkance biologicznej. Jonizacja atomów tkanki przez cząstki naładowane wpływa istotnie na przebieg procesów zachodzących w komórkach.

Podstawową miarą **dawki promieniowania** jest stosunek energii przekazywanej tkance do masy tkanki. Jednostka: $1 \text{ J/kg} = 1 \text{ grey (Gy)}$. **Biologiczna dawka promieniowania** jest iloczynem dawki i współczynnika skuteczności biologicznej, która przyjmuje wartości od 1 do 10. Jednostką dawki biologicznej jest 1 siwert (Sv).

W różnych krajach przyjęto różne normy dopuszczalnej dawki (nie przekracza ona kilku milisiwertów na miesiąc). Dawka śmiertelna dla człowieka przy jednorazowym napromieniowaniu wynosi około 7 Sv.

Tabela mas atomowych izotopów potrzebnych do rozwiązania zadań

(jednostka masy atomowej $u = 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV}$)

izotop	masa atomowa	izotop	masa atomowa
${}^1_1\text{H}$	1,007825 u	${}^{94}_{36}\text{Kr}$	93,93299 u
${}^2_1\text{H}$	2,014102 u	${}^{93}_{37}\text{Rb}$	92,92157 u
${}^3_1\text{H}$	3,016049 u	${}^{141}_{55}\text{Cs}$	140,91963 u
${}^3_2\text{He}$	3,016029 u	${}^{139}_{56}\text{Ba}$	138,90883 u
${}^4_2\text{He}$	4,002603 u	${}^{197}_{79}\text{Au}$	196,966543 u
${}^6_3\text{Li}$	6,015122 u	${}^{222}_{86}\text{Rn}$	222,01757 u
${}^7_3\text{Li}$	7,016004 u	${}^{226}_{88}\text{Ra}$	226,02540 u
${}^{35}_{17}\text{Cl}$	34,968855 u	${}^{235}_{92}\text{U}$	235,04392 u
${}^{37}_{17}\text{Cl}$	36,965896 u		

Masa neutronu $m_n = 1,008665 u$

Masa elektronu $m_e = 0,000549 u$

zadania

zadanie 8.1

- a) Naturalny lit stanowi mieszaninę dwóch trwałych izotopów: ${}^6_3\text{Li}$ o zawartości procentowej 7,5 % i ${}^7_3\text{Li}$ o zawartości procentowej 92,5 %. Oblicz (wyrażoną w jednostkach masy atomowej u) masę atomową litu, który jest mieszaniną tych dwóch izotopów.
- b) Podobnie oblicz masę atomową chloru ${}_{17}\text{Cl}$, który jest mieszaniną dwóch izotopów: ${}^{35}\text{Cl}$ (o zawartości 75,5 %) i ${}^{37}\text{Cl}$ (o zawartości 24,5 %).

zadanie 8.2

Korzystając ze wzoru na promień jądra atomu

$$r = 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m } \sqrt[3]{A},$$

w którym A oznacza liczbę masową,

- a) oblicz, o ile procent wzrośnie promień jądra, gdy do jądra litu ${}^7\text{Li}$ wprowadzimy jeszcze jeden neutron, tzn. wytworzymy izotop ${}^8\text{Li}$;
- b) oszacuj średnią gęstość materii jądrowej i porównaj ją z gęstością wody.

zadanie 8.3

- a) Oblicz czas połowicznego rozpadu izotopu promieniotwórczego, jeśli po $t = 24\text{h}$ z jednej setnej mola zostaje $3,75 \cdot 10^{20}$ jąder tego izotopu.
- b) Oblicz czas, po którym zostanie 10^{-4} mola.

zadanie 8.4

Oszacuj wiek kości wykopanych podczas badań archeologicznych, jeśli ich aktywność wynosi $A = 8 \frac{\text{rozpadów}}{\text{min} \cdot \text{g}}$. Aktywność promieniotwórcza kości w żywym organizmie $A_0 = 15,3 \frac{\text{rozpadów}}{\text{min} \cdot \text{g}}$, a czas połowicznego rozpadu zawartego w nich izotopu węgla ${}^{14}\text{C} - T_{1/2} = 5730$ lat.

zadanie 8.5

Aktywność promieniotwórczego izotopu fosforu ^{30}P maleje dziesięciokrotnie w czasie $t = 8,64$ minuty.

Oblicz:

- czas połowicznego rozpadu fosforu ^{30}P ,
- jego stałą rozpadu.

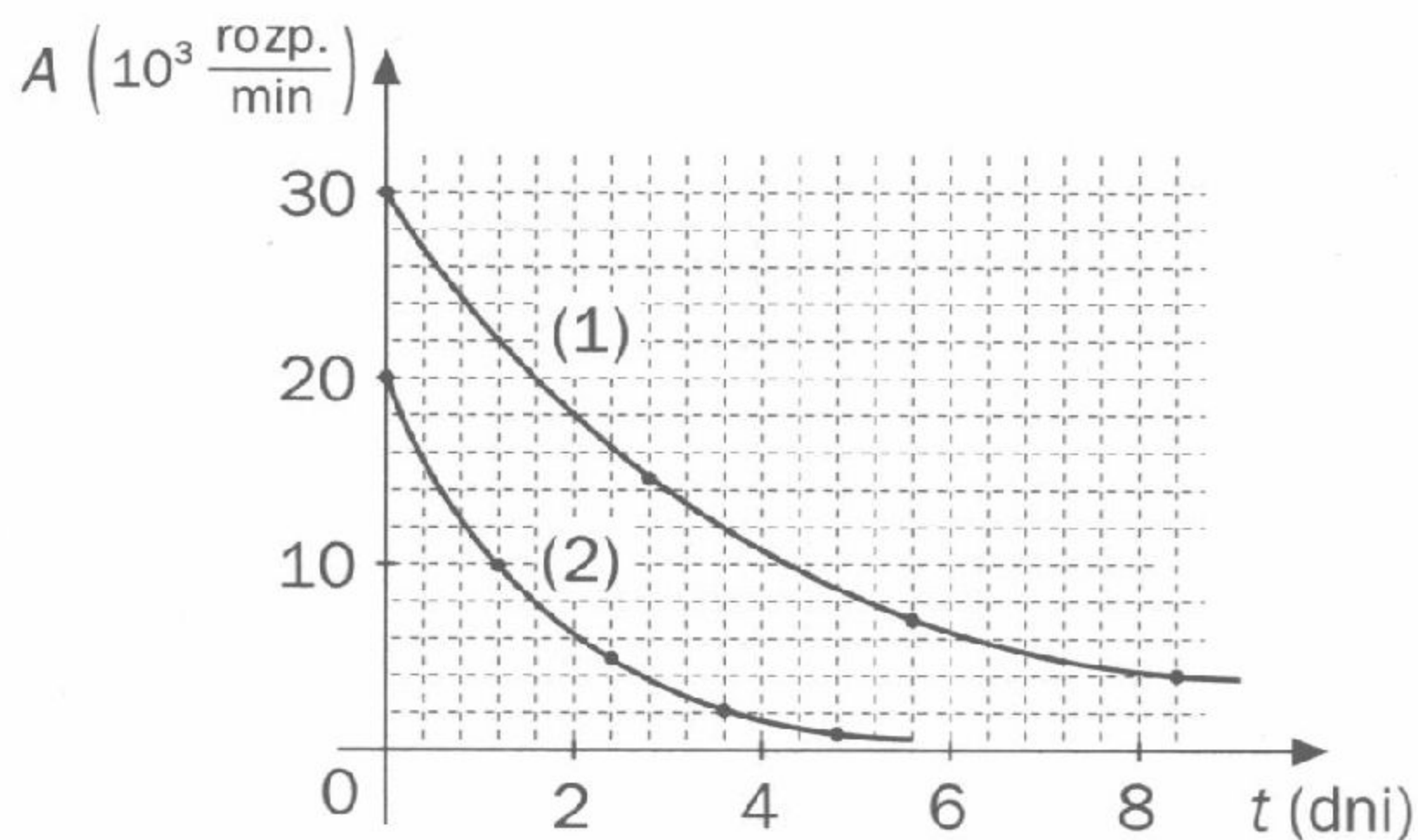
zadanie 8.6

W szczelnie zamkniętym kontenerze o pojemności $V = 1 \text{ cm}^3$ umieszczono $m_0 = 1 \text{ mg}$ promieniotwórczego izotopu polonu $^{210}_{84}\text{Po}$, który rozpada się przez emisję cząstki α , a jego czas połowicznego rozpadu $T_{1/2} = 138,4$ dni.

- Napisz reakcję rozpadu $^{210}_{84}\text{Po}$.
- Oblicz liczbę cząstek α (jąder helu), które powstaną w kontenerze po czasie $t = 1$ rok.
- Oszacuj ciśnienie helu w kontenerze, jeśli jego temperatura wynosi dwadzieścia kilka stopni Celsjusza.

zadanie 8.7

Na rysunku 8.1 podana jest zależność aktywności od czasu dla dwóch próbek (1 i 2) różnych izotopów promieniotwórczych.



Rys. 8.1

- Na podstawie wykresu oszacuj czasy połowicznego rozpadu T_1 i T_2 tych izotopów.
- Oszacuj wartości ich stałych rozpadu λ_1 i λ_2 .
- Odpowiedz na pytania: Jakiej zmianie ulegnie wykres $A(t)$ dla próbki 1, gdy jej masę zmniejszymy 1,5 razy? Czy oszacowane w punktach a) i b) wartości T_1 i λ_1 ulegną wówczas zmianie?

zadanie 8.8

Aktywność próbki, zawierającej promieniotwórczy kobalt ${}^{60}_{27}\text{Co}$ $A_0 = 2 \text{ Ci}$ (1 Ci – kiur = $3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$). Czas połowicznego rozpadu tego izotopu $T = 5,27 \text{ lat}$.

- ${}^{60}_{27}\text{Co}$ ulega rozpadowi β^- ; napisz tę reakcję.
- Oblicz stałą rozpadu ${}^{60}\text{Co}$ i liczbę atomów tego izotopu, zawartą w próbce.
- Oszacuj masę izotopu ${}^{60}\text{Co}$, zawartą w próbce.
- Oszacuj, ile procent izotopu ${}^{60}\text{Co}$ rozpadnie się w czasie 2 miesięcy.

zadanie 8.9

W pięciodniowych odstępach czasu mierzono aktywność próbki izotopu fosforu ${}^{32}\text{P}$. Wyniki pomiarów podano w tabeli 8.1.

- Sporządź wykres $A(t)$ i oszacuj na jego podstawie wartość czasu połowicznego rozpadu tego izotopu.
- Zlogarytmuj (przy podstawie e) obie strony wzoru

$$A = \frac{A_0}{2^{\frac{t}{T}}},$$

a za $\frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{T}$ podstaw stałą rozpadu λ . Otrzymasz funkcję liniową $\ln A(t)$. Wpisz do trzeciej kolumny tabeli wartości $\ln A$ (zaokrąglone do 0,01) i sporządź wykres tej funkcji.

Tabela 8.1

t (w dniach)	A (liczba zliczeń/min)	$\ln A$
0	6 000	
5	4 670	
10	3 640	
15	2 840	
20	2 210	
25	1 740	
30	1 350	
35	1 080	
40	830	
45	680	

- c) Na podstawie wykresu wyznacz stałą rozpadu, a następnie oblicz czas połowicznego rozpadu izotopu ^{32}P .

zadanie 8.10

Masy atomowe wyznaczone są z zadziwiająco dużą dokładnością, co umożliwia obliczenie energii wiązania jąder.

- a) Oblicz w megaelektronowoltach energię spoczynkową jednostki masy atomowej u . W tym celu przyjmij bardziej dokładne wartości szybkości światła w próżni i ładunku elementarnego: $c = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $e = 1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

(Uwaga: w dalszych obliczeniach będziemy przyjmować wartość $u = 931,5 \text{ MeV}$).

- b) Wyraź odpowiednim wzorem energię wiązania jądra złota za pomocą podanych wielkości m_H , m_{Au} , m_n .

W tablicach podawane są masy atomowe atomów (a nie jąder!), bo łatwiej je wyznaczyć. Dlatego używając do obliczeń masę atomu złota, zamiast masy jego jądra, musimy także sumować masy atomów wodoru, zamiast mas protonów.

- c) Podstaw do wzoru odpowiednie wartości liczbowe oraz energię spoczynkową jednostki masy atomowej i oblicz w megaelektronowoltach energię wiązania jądra złota oraz energię wiązania jednego nukleonu w tym jądrze.

zadanie 8.11

Korzystając z tabeli mas atomowych izotopów (str. 182)

- a) Oblicz energię wyzwalaną podczas rozpadu α jądra radu:



Wskazówka: Energia wyzwalana podczas rozpadu $E = -\Delta m \cdot c^2$, gdzie $\Delta m = m_k - m_p$ (m_k jest sumą mas produktów rozpadu, a m_p – masą rozpadającego się jądra). Podobnie, jak w zadaniu 10 do obliczeń używamy mas atomowych zamiast mas jąder; nie wpłynie to na wynik, bo całkowita masa elektronów w produktach rozpadu jest taka sama, jak masa elektronów w atomie radu przed rozpadem.

- b) Energia wyzwalana podczas rozpadu jest równa sumie energii kinetycznych jąder radonu i helu. Oblicz oddzielnie energię kinetyczną cząstki α (jądra helu) i jądra radonu, przyjmując, że pęd jądra radu przed rozpadem był równy zeru, zatem pędy końcowych jąder są wektorami przeciwnymi.

zadanie 8.12

Oblicz energię rozszczepienia jądra uranu ${}^{235}\text{U}$ uwalnianą podczas reakcji:



- c) Wyjaśnij, w jakiej formie jest uwalniana ta energia.

zadanie 8.13

Podczas rozszczepienia jednego jądra uranu ${}^{235}\text{U}$ uwalnia się średnio około 200 MeV energii.

- a) Oblicz liczbę jąder w 1 kg ${}^{235}\text{U}$.

- b) Oszacuj energię uwalnianą podczas rozszczepienia 1 kg ^{235}U (wyraź ją w dżulach).
- c) Załóżmy, że moc elektryczna zużywana przez miasto liczące 1 milion mieszkańców wynosi około 2 000 MW. Oszacuj masę czystego uranu ^{235}U , która musiałaby być zużywana w ciągu jednej doby w elektrowni jądrowej, jeśli stanowiłaby ona jedyne źródło energii elektrycznej w tym mieście. Załóż, że sprawność elektrowni wynosi 25 %.

zadanie 8.14

W wyniku syntezy dwóch protonów powstaje jądro deuteru (deuteron). Reakcja przebiega następująco:



- a) Sprawdź, że sumy liczb Z i A po obu stronach są jednakowe.
- b) Chcąc obliczyć energię uwalnianą w tej reakcji zastosujemy (jak zwykle) masy atomowe izotopów ^1_1H i ^2_1H . Aby suma mas po każdej stronie równania nie uległa zmianie, zawsze możemy dodać do obu stron dowolną (ale jednakową!) liczbę elektronów. Uzupełnij zatem następujący zapis:



- c) Oblicz w megaelektronowoltach energię uwalnianą w tej reakcji (masę neutrina pomijamy, jako bardzo małą).
- d) W rzeczywistości wartość wydzielonej energii jest większa od obliczonej o około 1,02 MeV. Wyjaśnij, skąd pochodzi ta dodatkowa wartość energii.

zadanie 8.15

- a) Zbadaj, czy mogą zachodzić następujące reakcje:
1. $^1_1\text{H} + ^2_1\text{H} \rightarrow ^3_2\text{He}$,
 2. $^2_1\text{H} + ^2_1\text{H} \rightarrow ^3_2\text{He} + ^1_0\text{n}$,
 3. $^2_1\text{H} + ^3_1\text{H} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^1_0\text{n}$.
- b) W przypadku mogącej zachodzić reakcji oblicz energię, która zostaje w niej uwolniona.

zadanie 8.16

Aby mogła zajść reakcja syntezy dwóch deuteronów w jądro helu (zadanie 8.15), jądra te musiałyby się do siebie zbliżyć na odległość równą około 2,5 fm ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$).

- a) Oblicz energię kinetyczną, którą należałoby nadać deutronowi poruszającemu się po linii prostej, łączącej go z drugim (nieruchomym) deutronem, aby zbliżył się do niego na taką odległość, pokonując barierę kulombowską.
- b) W jakich warunkach jądra deuteronu mogą w sposób naturalny osiągać tak duże energie kinetyczne?
- c) W pierwszej części *Zbioru zadań* (zadanie 6.3) obliczałeś związek szybkości średniej cząsteczek gazu z jego temperaturą.
Oszacuj temperaturę, w której średnia energia kinetyczna cząsteczek „gazu” złożonego z jąder deuteru osiągnęłaby wartość obliczoną w punkcie a) zadania. Porównaj ją z temperaturą panującą we wnętrzu gwiazd podobnych do Słońca (rzęd wielkości tej temperatury wynosi 10^7 K).
- d) Wyjaśnij, dlaczego synteza jąder deuteru może zachodzić w Słońcu, mimo, że temperatura w jego wnętrzu jest znacznie niższa od obliczonej.

1. Oddziaływanie grawitacyjne i elektromagnetyczne

Prawo grawitacji ma taką samą postać dla ciał makro- i mikroskopowych, tak więc **siły grawitacyjne**, obserwowane między obiektami makroskopowymi są wypadkowymi sił grawitacji, działających między cząsteczkami, z których składają się te obiekty.

Poruszające się cząstki naładowane oddziałują **elektromagnetycznie**, tzn. działają na siebie wzajemnie zarówno siłami Coulomba, jak i siłami Lorentza. Siły te (podobnie jak grawitacyjne) mogą wpływać na ruch cząstek. Poza tym z oddziaływaniami elektromagnetycznymi związane są także inne efekty jak promieniowanie, anihilacja cząstek spotykających się z antycząstkami, tworzenie par – cząstka i antycząstka. Obserwowane w makroświecie siły sprężyste są efektem mikroskopowych oddziaływań elektromagnetycznych między cząstkami materii; przy zbliżaniu się cząsteczek (atomów) do siebie pojawiają się siły odpychania, które wynikają głównie ze wzajemnych oddziaływań dodatnio naładowanych jąder, przy ich oddalaniu pojawiają się siły przyciągania. Również makroskopowe siły tarcia w ciałach stałych są wynikiem oddziaływań elektromagnetycznych między cząsteczkami dwóch ciał, których stykające się powierzchnie przesuwają się względem siebie; także siły oporu występujące przy przepływie cieczy i gazów i podczas ruchu ciał stałych w tych ośrodkach są przejawem takich oddziaływań.

Wszystkie występujące w przyrodzie makroskopowe siły, nie będące siłami grawitacyjnymi są efektem oddziaływań elektromagnetycznych między cząsteczkami materii.

W przypadku cząstek, które są składnikami atomów (np. proton i elektron lub dwa protony) siły elektrostatyczne są o wiele rzędów wielkości większe od działających między nimi sił grawitacyjnych.

Cząstką pośredniczącą w oddziaływaniach elektromagnetycznych jest foton; fotony są emitowane i absorbowane przez cząstki w tych oddziaływaniach.

2. Oddziaływania silne

Siły jądrowe utrzymujące protony i neutrony w jądrach są przejawem tzw. **oddziaływań silnych**. Cząstki, które oddziałują silnie nazywamy **hadronami** (w odróżnieniu od leptonów, które nie oddziałują silnie). Hadrony nie są cząstkami elementarnymi, są one układami obiektów elementarnych oddziałujących silnie, zwanych **kwarkami**.

Proton zbudowany jest z trzech kwarków (2 kwarki u o ładunku $\frac{2}{3}e$ każdy i 1 kwark d o ładunku $-\frac{1}{3}e$), neutron także z trzech (1 kwark u i 2 kwarki d). Kwarki oddziałują wzajemnie, wymieniając bezmasowe cząstki, **glony**. Oddziaływanie silne między hadronami są w istocie oddziaływaniami między kwarkami, uwięzionymi w hadronach (siły przyciągające kwarki w hadronach nie maleją z odległością).

Oddziaływania silne, w większym stopniu niż elektromagnetyczne mogą prowadzić do procesów, w których powstają nowe cząstki lub/i znikają cząstki istniejące.

3. Oddziaływania słabe

Przykładem słabych oddziaływań jest rozpad β , w którym z atomu wysyłane są elektrony (lub pozytony) pochodzące z jądra. Zjawisku temu towarzyszy emisja obojętnego elektrycznie leptonu (antyneutrino lub neutrino). Oddziaływania słabe maleją ze wzrostem odległości znacznie szybciej niż oddziaływania silne.

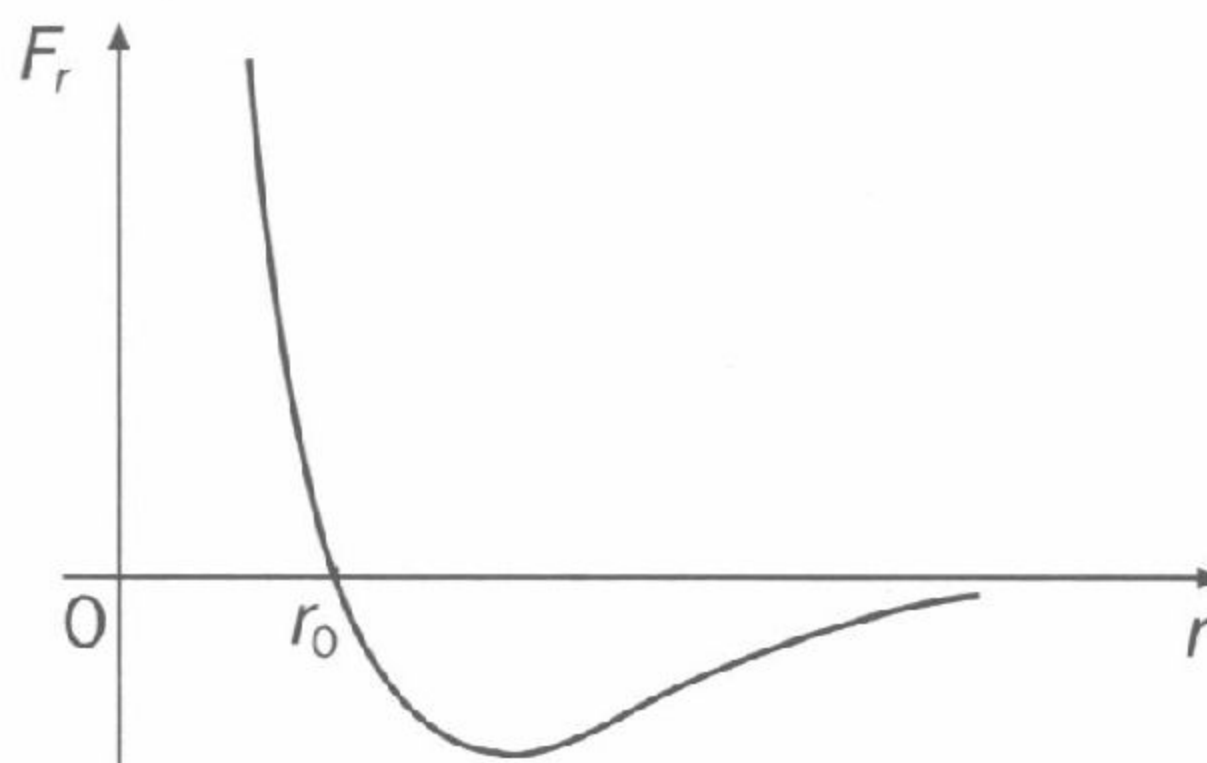
Cząstki pośredniczące w oddziaływaniach słabych to tzw. bozony W i Z, które mają bardzo wielkie masy (rzędu stu mas protonu). W rozpadzie β^- neutron zamienia się w proton, emitując przy tym cząstkę W^- , która natychmiast przekształca się w parę: elektron i neutrino.

zadania

zadanie 9.1

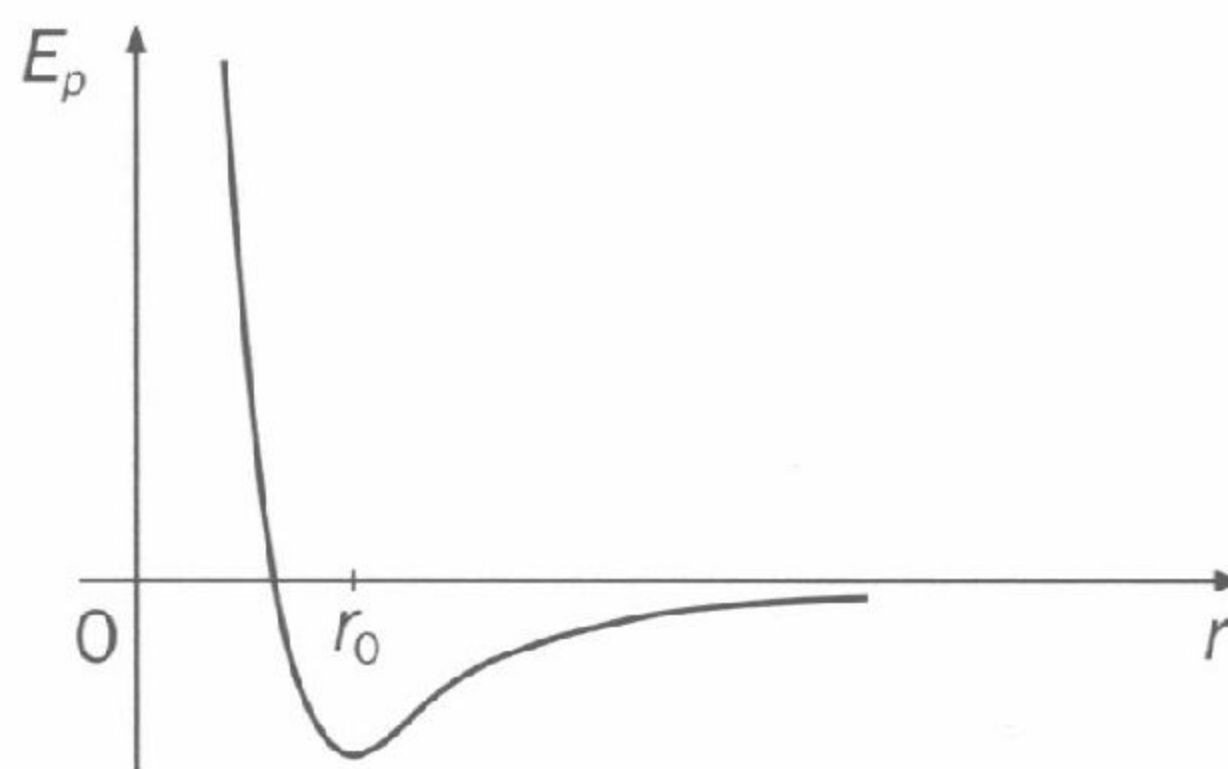
W tym zadaniu chodzi o analizę dwóch wykresów:

1. $F_r(r)$, tzn. zależności współrzędnej siły, działającej pomiędzy dwiema cząsteczkami (dwoma atomami) od ich wzajemnej odległości r (rys. 9.1),



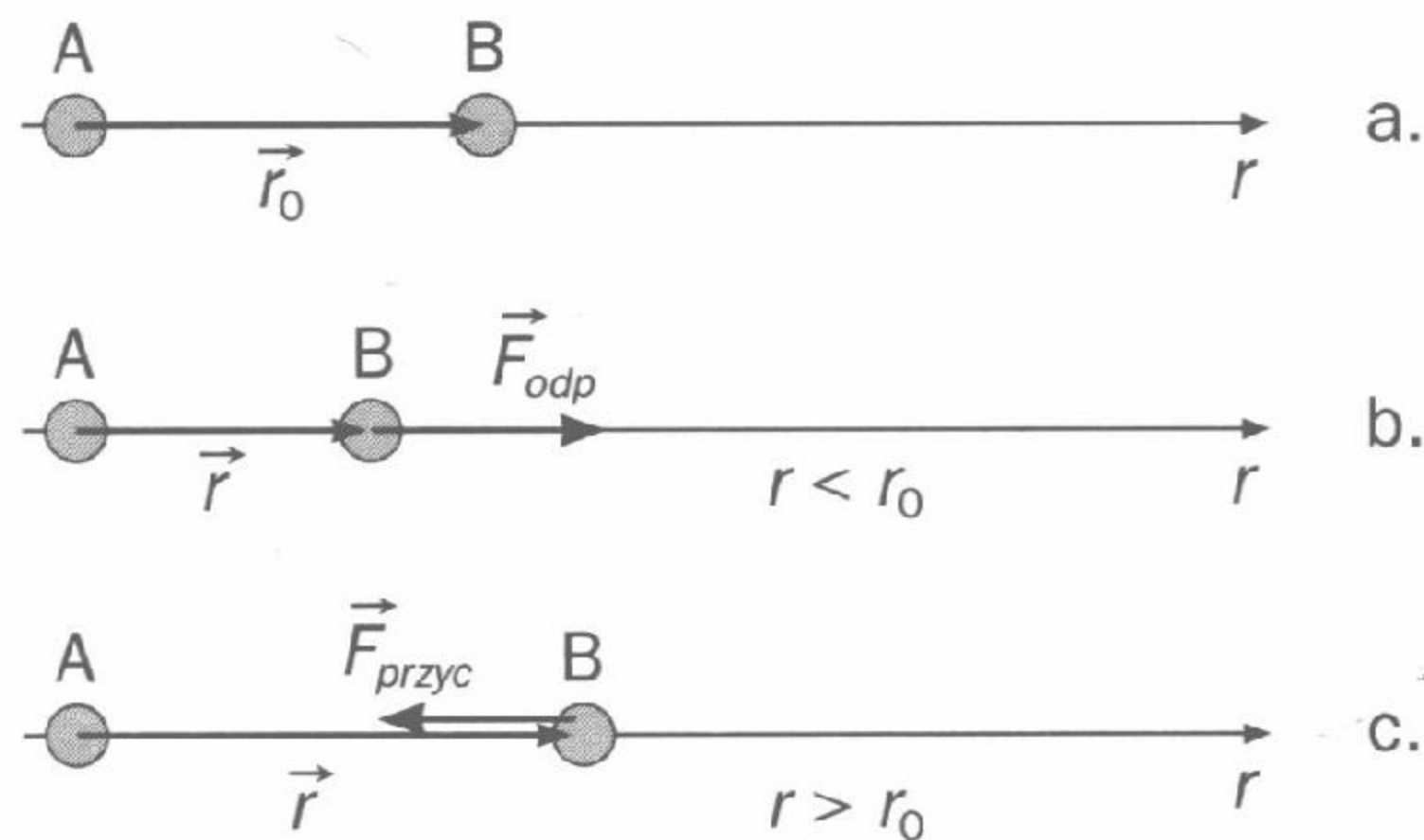
Rys. 9.1

2. $E_p(r)$, tzn. zależności energii potencjalnej takiego układu od wzajemnej odległości r cząsteczek (atomów) (rys. 9.2).



Rys. 9.2

Na rysunkach 9.3 a, b, c przedstawiono dwie cząsteczki A i B leżące na osi r . Cząsteczka A leży w punkcie $r = 0$; \vec{r} jest wektorem położenia cząsteczki B. Na rysunku 9.3 a wzajemna odległość cząsteczek jest równa r_0 ; przy tej odległości siły przyciągania i odpychania, działające na każdą cząsteczkę, równoważą się.

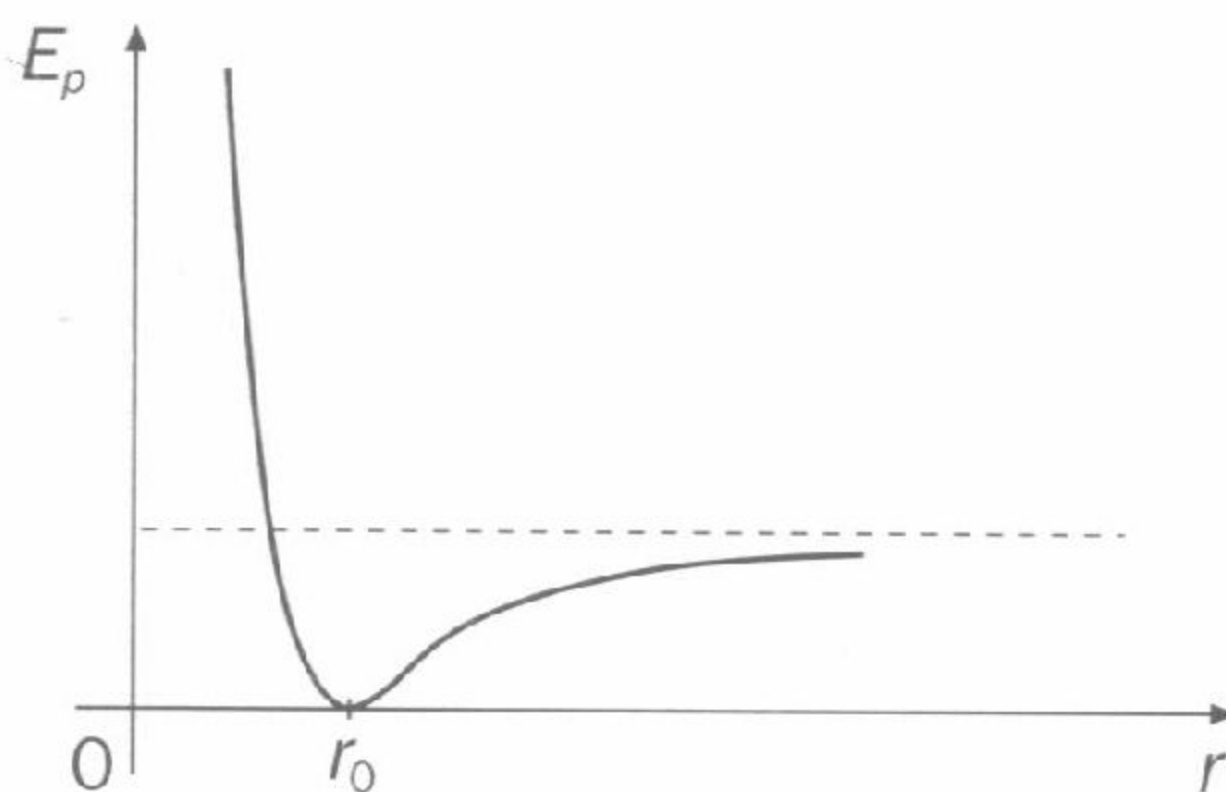


Rys. 9.3

Na rysunku 9.3 b odległość między cząsteczkami wynosi $r < r_0$; przy tej odległości siły odpychania są większe od sił przyciągania, zatem siła wypadkowa jest siłą odpychania (na rysunkach zaznaczono tylko siłę wypadkową działającą na cząsteczkę B).

Na rysunku 9.3 c wzajemna odległość cząsteczek jest równa $r > r_0$; przy tej odległości przeważają siły przyciągania między cząsteczkami – siła wypadkowa jest siłą przyciągania.

- a) Jaki znak ma współrzędna siły (F_r) działającej na cząsteczkę B w przypadku, gdy $r < r_0$, a jaki, gdy $r > r_0$? Porównaj rysunki 9.3 a – 9.3 c z wykresem na rysunku 9.1. Odczytaj z wykresu, jak zmienia się wartość siły działania pomiędzy cząsteczkami, gdy ich wzajemna odległość rośnie.
- b) Przypomnij znane ci z mechaniki i elektrostatyki wiadomości o energii potencjalnej:
 1. Jak zmienia się energia potencjalna układu dwóch ciał podczas zwiększania się ich wzajemnej odległości w przypadku, gdy ciała te oddziałują z sobą
 - siłami odpychania,
 - siłami przyciągania?
 2. Jaką wartość osiąga energia potencjalna układu w stanie równowagi?
- c) Korzystając z przypominanych w punkcie b) wiadomości porównaj wykresy $F_r(r)$ i $E_p(r)$. Napisz krótki komentarz na ten temat.



Rys. 9.4

- d) Jak sądzisz, czy wykres energii potencjalnej dla rozważanego przypadku, wyglądający np. tak, jak na rysunku 9.4 stanowiłby istotną różnicę. Jeśli tak, to jaką?

zadanie 9.2

Cyframi 1–4 ponumerowano stwierdzenia, a literami A – B oznaczono ich uzasadnienia. Dopasuj do każdej cyfry odpowiednią literę.

1. Elektrony z rozpadu β nie mogą pochodzić z powłok elektronowych atomów, bo ...
 2. Protony mogą pozostawać w jądrze atomu, a elektrony nie mogłyby się tam utrzymać, bo ...
 3. Neutrino mogą łatwo przenikać np. przez Ziemię, bo ...
 4. Oddziaływania zwane silnymi oraz słabymi odgrywają istotną rolę tylko w świecie cząstek (mikroświecie), bo ...
- A. ... bardzo słabo oddziałują z materią.
 B. ... siły z nimi związane są pomijalnie małe już przy odległościach rzędu rozmiarów atomu.
 C. ... ich energie są o kilka rzędów wielkości mniejsze od różnic energii w stanach wzbudzonych atomów.
 D. ... nie oddziałują silnie.

zadanie 9.3

Spośród poniższych zdań wybierz **wszystkie** zdania prawdziwe:

1. Hadrony są cząstkami elementarnymi.
2. Zasięg silnych oddziaływań jest rzędu rozmiarów jądra.

3. Silne oddziaływania między cząstkami (np. rozpędzonymi w akceleratorach) mogą prowadzić do powstania nowych cząstek, co może, ale nie musi wiązać się ze znikaniem cząstek uprzednio istniejących.
4. Kwarki mogą być wymieniane między hadronami.
5. Neutrino jest obojętnym elektrycznie leptonem.
6. Siły wiążące kwarki w hadronach nie maleją ze wzrostem odległości.
7. Kwarki w hadronach nie oddziałują z sobą elektromagnetycznie.

zadanie 9.4

- a) Spośród niżej wymienionych cząstek wybierz te, które są trwałe (nie ulegają rozpadowi):

proton	elektron
neutron (swobodny)	mion μ
mezon π (pion)	neutrino

- b) Mezon π^+ rozpada się następująco:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu, \quad \text{a następnie} \quad \mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu}.$$

Oblicz sumę energii kinetycznych μ^+ i ν , powstających w rozpadzie π^+ , jeśli pominiemy energię kinetyczną pionu przed rozpadem. Ile cząstek trwałych powstaje w wyniku tego rozpadu? Jakie to są cząstki?

Potrzebne energie spoczynkowe są następujące:

$$E_{s\pi^+} = 139,6 \text{ MeV}, \quad E_{s\mu^+} = 105,7 \text{ MeV}, \quad E_{s\nu} = 0.$$

zadanie 9.5

- a) Przypomnij, z jakich kwarków jest zbudowany proton, a z jakich neutron;
- b) Wiadomo, że w przypadku izotopów promieniotwórczych, które rozpadają się przez wysłanie cząstki β^- w ich jądrach zachodzi przemiana neutronu w proton:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}.$$

- Czy reakcja ta stanowi przykład oddziaływań silnych, czy słabych?
- c) Wyjaśnij, jaka przemiana kwarków musi zajść wewnątrz neutronu, aby to mogło nastąpić. Zapisz tę przemianę odpowiednim równaniem.
- d) Zapisz przemianę, jaka musi zajść wewnątrz jądra izotopu, który rozpada się przez wystanie β^+ . Jak wygląda ta przemiana w modelu kwarkowym?

zadanie 9.6

Oszacuj, ile razy większa jest wartość siły Coulomba (elektrostatycznego przyciągania) między protonem i elektronem (np. w atomie wodoru) od wartości siły grawitacji między tymi cząstkami. Masa elektronu $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, masa protonu $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

1. Falowo – korpuskularna teoria promieniowania elektromagnetycznego. Foton

Światło w niektórych zjawiskach zachowuje się jak fala (dyfrakcja, interferencja, polaryzacja), w innych (np. zjawisko fotoelektryczne) jak strumień cząstek – fotonów; była o tym mowa w rozdziale 7. Fotony poruszają się w próżni z szybkością c , nieosiągalną dla innych cząstek. Jest to związane z faktem, że fotonom przypisuje się masę równą zero.

Chcąc znaleźć związek między masą, energią i szybkością dowolnej cząstki korzystamy z wzoru na całkowitą energię cząstki swobodnej (nie oddziałującej z innymi cząstkami, tj. nie posiadającej energii potencjalnej) i na wartość jej pędu:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (1)$$

Po prostych przekształceniach dochodzimy do wniosku, że

$$\frac{E^2}{p^2} = \frac{c^4}{v^2}. \quad (2)$$

Znamy także związek między energią i pędem cząstki

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4. \quad (3)$$

Jeśli skorzystamy z wzoru (2) to otrzymamy

$$\frac{p^2c^4}{v^2} = p^2c^2 + m^2c^4.$$

Podstawiając do tego wzoru $m = 0$, otrzymujemy $v = c$.

Tak więc szybkość cząstki o masie równej zero jest równa szybkości światła.

Energia innych cząstek ($m \neq 0$), które poruszają się z szybkością dążącą do c , zmierza do nieskończoności, co wynika z pierwszego z wzorów (1).

Energia fotonu $E = h\nu$ ($h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ J·s jest stałą Plancka), zatem z wzoru (3) wynika, że jego pęd

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (4)$$

Wiadomo, że szybkość światła w materii jest mniejsza od c . Wynika to z oddziaływania fal elektromagnetycznych z materią. Fotony oddziałują

z cząsteczkami materii, tzn. są przez nie pochłaniane i ponownie wysyłane; tak więc średnia szybkość wiązki fotonów jest mniejsza od c , choć ich szybkość w próżni (między cząsteczkami) jest równa c .

2. Fale materii

Wkrótce po sformułowaniu kwantowego opisu promieniowania elektromagnetycznego Louis de Broglie zaproponował, by wszystkie cząstki traktować jak fale (fale materii) i stosować do nich wzór (4). Aby potwierdzić tę hipotezę, należało zmierzyć długość λ fali materii i sprawdzić słuszność tego wzoru. Długość fali światła można wyznaczyć w zjawiskach interferencji, używając np. siatek dyfrakcyjnych o odpowiednich szerokościach szczelin. Okazuje się, że dla cząstek, np. dla elektronów (o energii kinetycznej porównywalnej z energią kinetyczną elektronów w atomie) jako siatek dyfrakcyjnych można użyć warstw atomów w kryształach, bo odległości między nimi są porównywalne z oczekiwanymi długościami fal. Doświadczenie potwierdziło hipotezę de Broglie'a – dla wiązki elektronów zaobserwowano maksima interferencyjne – okazało się więc, że elektrony naprawdę zachowują się jak fale, co więcej, wzór (4) okazał się dla nich słuszny.

Odwrotnie, znając pęd, a więc i długość fali dla wiązki elektronów lub innych cząstek, np. neutronów, można wyznaczyć stałą siatki kryształu, czyli ogólnie badać jego strukturę, a także nieregularności i wady, które w tej strukturze występują. Ma to istotne znaczenie w technice.

3. Kwantowy opis ruchu cząstek

Dla opisu mikroświata nie można stosować pojęć znanych z fizyki klasycznej. Mikroświat podlega opisowi kwantowemu, w którym np. nie ma sensu pojęcie cząstki punktowej. W fizyce kwantowej atomu zamiast mówić o ściśle określonych orbitach, po których mogą się poruszać elektrony (tak, jak to opisuje model Bohra), możemy podać jedynie tzw. gęstość prawdopodobieństwa znalezienia elektronu w danej odległości od jądra. Dla każdej poruszającej się cząstki zachodzi „rozmycie” toru. Dla obiektów makroskopowych (o większych pędach i energiach) rozmycie toru jest znikomo małe, zatem do opisu ich ruchu możemy stosować fizykę klasyczną. Opis klasyczny nie stosuje się do mikroświata, ale dla świata dostępnego naszym zmysłom stanowi znakomite przybliżenie opisu kwantowego.

Fizyka kwantowa nie unieważnia fizyki klasycznej, która stanowi graniczny przypadek fizyki kwantowej. Inaczej mówiąc, gdy opisując świat przechodzimy od mikro- do makroświata, fizyka kwantowa przechodzi w klasyczną. Aby sprawdzić, czy dla jakiegoś zjawiska, czy ciała opis kla-

syczny jest wystarczający, możemy porównać wielkości użyte do tego opisu (wyrażone w jednostkach Js) ze stałą Plancka; jeżeli są one o wiele rzędów wielkości większe od h , można stosować opis klasyczny.

4. Zasada nieoznaczoności Heisenberga

Wykonując pomiary w makroświecie przyjmujemy za oczywiste, że wielkość mierzona nie zmienia się w wyniku dokonywania pomiaru, tzn. że stan pomiaru nie wpływa na stan obiektu. W mikroświecie założenie to nie jest prawdziwe. Np. im dokładniej mierzymy współrzędną pędu p_x cząstki, tym mniej dokładnie znamy współrzędną jej położenia x . Niepewności współrzędnej pędu Δp_x i współrzędnej położenia Δx są powiązane relacją zwaną relacją nieoznaczoności Heisenberga.

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{h}{4\pi} \quad (5)$$

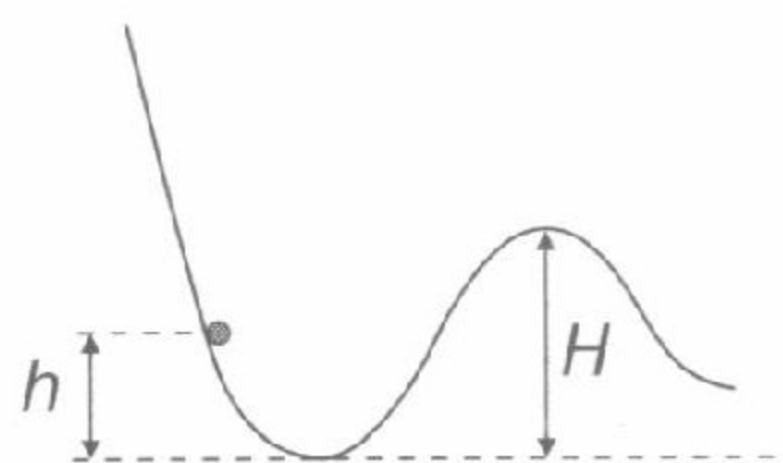
Chcąc zmierzyć położenie x cząstki musimy oświetlić ją wiązką fotonów (lub przynajmniej jednym fotonem), która zmienia pęd cząstki, zatem nie możemy wówczas zmierzyć pędu z dowolnie dużą dokładnością. W przypadku makroobiektów zmiana pędu spowodowana oświetleniem wiązką fotonów jest bardzo mała, o wiele rzędów wielkości mniejsza od niepewności, z jaką mierzymy pęd, wynikającej z niedokładności pomiaru.

Podobna relacja nieoznaczoności zachodzi dla energii np. cząstki niestabilnej i czasu jej życia.

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi} \quad (6)$$

lub dla energii emitowanych fotonów przy przejściu elektronów z wyższego stanu energetycznego w atomie do stanu podstawowego i czasu przebywania elektronu w tym stanie.

Ciekawym zjawiskiem, obserwowanym tylko w mikroświecie, jest efekt tunelowy. Jeśli kulkę (obiekt makroskopowy) puścimy ($v_0 = 0$) z wysokości h (rys. 10.1), to nie wydostanie się z dołka przez pagórek o wysokości $H > h$, na którym musiałaby mieć większą energię potencjalną od tej, jaką miała w punkcie wyjścia. Mówimy, że nie pozwala na to bariera potencjału. W mikroświecie istnieje różne od zera prawdopodobieństwo, że cząstka przedostanie się przez barierę potencjału (np. elektrycznego)



Rys. 10.1

i to tyle większe, im brakująca jej energia jest mniejsza i im krótsza jest droga potrzebna do przejścia.

Z wzoru (6) wynika, że im mniejsza jest nieokreśloność czasu Δt , tym większa może być nieokreśloność energii, a więc w tym większych granicach może się mieścić jej „niedostatek”. Można sobie wyobrazić, że cząstka „pożycza” na chwilę brakującą energię ΔE , przy czym im na krótszy czas ją pożycza, tym może jej pożyczyć więcej. Można także powiedzieć, że mimo brakującej energii ΔE cząstka przejdzie tunelem przez barierę potencjału, nic nie tracąc ze swej energii.

Ze zjawiskiem tunelowym mamy do czynienia np. podczas wnikania pewnej liczby cząstek o dodatnim ładunku do (dodatniego) jądra atomu, mimo, że energia tych cząstek jest zbyt mała, a także podczas rozpadu α jąder promieniotwórczych.

zadania

zadanie 10.1

Z wzoru $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$ (gdzie E jest całkowitą energią cząstki swobodnej o masie m , a p – wartością jej pędu) wynika, że różnica $E^2 - p^2c^2$ jest stała, tzn. nie zależy od układu odniesienia. Znając energię całkowitą cząstki można z tego wzoru obliczyć wartość jej pędu w tym samym układzie.

Cząstka o masie m ma w pewnym układzie odniesienia energię **kinetyczną** $E_k = 2mc^2$.

Oblicz:

- wartość pędu cząstki w tym układzie odniesienia,
- jej szybkość w tym układzie,
- energię całkowitą cząstki w jej układzie własnym, tzn. takim, który porusza się wraz z nią. Czy zdziwił cię ostatni wynik?

zadanie 10.2

Niezmienniczość różnicy $E^2 - p^2c^2$ odnosi się także do układu cząstek; wówczas E jest całkowitą energią układu, a p – wartością całkowitego pędu układu cząstek (w tym samym układzie odniesienia).

W układzie laboratoryjnym cząstka o masie m i energii kinetycznej $E_k = 2mc^2$ porusza się wzdłuż prostej, łączącej ją z drugą, spoczywającą cząstką o takiej samej masie (rys. 10.2 a).



Rys. 10.2

Zakładamy, że cząstki nie oddziałują z sobą.

- Podobnie, jak w poprzednim zadaniu, oblicz w układzie laboratoryjnym wartość pędu poruszającej się cząstki (równą w tym przypadku wartości pędu całego układu).

W układzie środka masy (CM), w którym pęd układu cząstek jest równy zeru (rys. 10.2 b), oblicz

- b) całkowitą energię układu cząstek oraz jego energię kinetyczną,
- c) energię kinetyczną pojedynczej cząstki i czynnik γ dla każdej z nich,
- d) szybkość każdej cząstki.
- f) Takie samo zadanie rozwiąż dla przypadku, gdy początkowa energia kinetyczna pierwszej cząstki w układzie laboratoryjnym jest równa $E_k = mc^2$.

zadanie 10.3

- a) Korzystając z wzoru na średnią szybkość cząsteczek gazu wprowadzonego w zadaniu 6.3 (Zbiór zadań, część 1):

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}},$$

(μ – masa molowa) wykaż, że średnia energia kinetyczna ruchu postępowego cząsteczek w temperaturze T wyraża się wzorem

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} T.$$

- b) W wyniku reakcji jądrowych można otrzymać swobodne neutrony, które następnie wskutek wielokrotnego zderzenia z cząsteczkami środowiska zostają spowolnione aż do osiągnięcia równowagi termicznej (zrównania się średnich energii kinetycznych ruchu postępowego). Stosując dla neutronów („gazu neutronowego”) wzór wprowadzony w punkcie a), oblicz ich średnią energię kinetyczną w równowadze termicznej ze środowiskiem o temperaturze $T = 300 \text{ K}$; wyraż tę energię w dżulach i elektronowoltach. Masa neutronu $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.
- c) Wyraż długość fali de Broglie’a neutronów przez ich energię kinetyczną; oblicz jej wartość liczbową.

- d) Czy wiązka takich neutronów mogłaby ulec dyfrakcji na siatce dyfrakcyjnej w postaci kryształu? Odległości sąsiednich atomów w typowym kryształcie są rzędu kilku angstromów (1 angstrom = 10^{-10} m).

zadanie 10.4

W mikroskopie elektronowym zamiast wiązki światła stosuje się wiązkę elektronów, która „oświetla” oglądany przedmiot i wytwarza jego obraz na ekranie.

- Oblicz szybkość elektronu, którego energia kinetyczna jest równa energii fotonu światła fioletowego ($\lambda_f = 400$ nm); upewnij się, że nie jest to szybkość relatywistyczna.
- Oblicz długość fali de Broglie’a elektronu o takiej energii. Ile razy jest ona mniejsza od długości fali światła fioletowego?
- Oblicz napięcie potrzebne do przyspieszenia elektronów do takiej energii.

zadanie 10.5

Wiązkę elektronów przyspieszono do szybkości $v = 3 \cdot 10^7$ m/s. Masa elektronu $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg. Oblicz:

- napięcie, którym zostały przyspieszone elektrony,
- czynnik γ dla tej szybkości,
- długość fali de Broglie’a dla wiązki elektronów.
- Wyprowadź wzór funkcji $\lambda_B(U)$ w przypadku nierelatywistycznym, tj. zależność długości fali de Broglie’a od napięcia przyspieszającego; naszkicuj wykres tej funkcji, przyjmując umowne jednostki na obu osiach.

zadanie 10.6

Wiązka elektronów została przyspieszona napięciem $U = 10^6$ V.

- Oblicz energię kinetyczną elektronu w tej wiązce; wyraż ją w megaelektronowoltach i w dżulach;
- Dzieląc energię kinetyczną elektronu przez jego energię spoczynkową ($E_s = 0,51$ MeV), oblicz czynnik γ , aby przekonać się, że mamy do czynienia z przypadkiem relatywistycznym;

- c) Oblicz długość fali de Broglie'a dla tej wiązki (masa elektronu $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$);
- d) Oblicz najmniejszą długość fali promieniowania elektromagnetycznego, które powstanie wskutek zahamowania pędzących elektronów.

zadanie 10.7

Elektron, cząsteczka azotu i pyłek o masie $m_p = 10 \mu\text{g}$ mają jednakowe długości fal de Broglie'a $\lambda_B = 10^{-10} \text{ m}$.

Masa elektronu $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, masa molowa azotu $\mu = 28 \text{ g}$.

- a) zbadaj, czy energie kinetyczne tych obiektów tworzą taki sam stosunek, jak ich szybkości.

Oszacuj:

- b) szybkość każdego z tych obiektów,
c) energię kinetyczną (w elektronowoltach) każdego z nich.

zadanie 10.8

Oblicz, z jaką dokładnością można wyznaczyć współrzędną v_x prędkości

- a) elektronu,
b) protonu,
c) ziarenka piasku o masie $200 \mu\text{g}$, jeśli nieoznaczoność współrzędnych położenia tych cząstek i środka ziarenka piasku $\Delta x = 1 \mu\text{m}$.

Masy elektronu i protonu wynoszą odpowiednio: $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

zadanie 10.9

Wychodząc z relacji nieoznaczoności, zapisanej dla pędu i położenia cząstki poruszającej się wzdłuż osi x

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{h}{4\pi},$$

wyprowadź relację między nieoznaczonością energii cząstki ΔE i czasu Δt , w którym mierzy się tę energię.

Wskazówka:

$$\Delta E = \Delta \left(\frac{mv_x^2}{2} \right) = \frac{m}{2} \Delta(v_x^2) = \frac{m}{2} 2v_x \Delta v_x = mv_x \Delta v_x.$$

zadanie 10.10

Czas, w którym liczba atomów w danym stanie wzbudzonym zmniejszy się e -krotnie nosi nazwę czasu życia stanu wzbudzonego (czas życia tak określony pokrywa się ze średnim czasem pozostawania atomów w stanie wzbudzonym). Czas życia stanów wzbudzonych atomów jest rzędu $10^{-8} - 10^{-9}$ s. W związku z tym, że

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$

energia stanu wzbudzonego też nie jest dokładnie określona, nie jest więc także dokładnie określona energia fotonu emitowanego z atomu podczas powrotu do stanu podstawowego. Konsekwencją tego faktu jest nieokreśloność częstotliwości $\Delta \nu$ emitowanej fali i nieokreśloność jej długości $\Delta \lambda$. Wielkość $\Delta \nu$ lub $\Delta \lambda$ może być miarą tzw. naturalnej szerokości linii widmowej.

- a) Oblicz szerokość $\Delta \lambda$ linii widmowej, odpowiadającej długości fali $\lambda = 600$ nm, emitowanej przez atom podczas powrotu do stanu podstawowego ze stanu wzbudzonego o średnim czasie życia $\Delta t = 10^{-8}$ s.

Wskazówka: $\left| \Delta \left(\frac{1}{\lambda} \right) \right| = \frac{|\Delta \lambda|}{\lambda^2}$.

- b) Oblicz $\frac{|\Delta \lambda|}{\lambda}$ w procentach. Czy wartość ta jest jednakowa dla wszystkich długości fal, czy zależy od długości fali?
- c) W rzeczywistości szerokość linii widmowej jest większa od szerokości naturalnej, obliczanej w punkcie a), bo na naturalną szerokość linii nakłada się szerokość dopplerowska, związana z chaotycznym ruchem atomów ciała (gazu) wysyłającego promieniowanie.
Wyjaśnij to zjawisko.

zadanie 10.11

Atom wzbudzony do poziomu energetycznego, którego średni czas życia wynosi $\Delta t = 10^{-9}$ s wyemitował falę o długości $\lambda = 500$ nm.

Oblicz dokładność, z którą może zostać wyznaczona

- a) energia fotonu,
- b) długość fali,
- c) położenie fotonu.

11.1. Ultrasonografia

(Fragmenty artykułu Klary Szatkiewicz pt. *Złapać echo* (Wiedza i Życie, luty 1997).

Jedna z najczęściej stosowanych metod diagnostycznych – ultrasonografia – opiera się na zjawisku odbicia i załamania fali ultradźwiękowej. Badanie ultrasonograficzne ma istotne zalety. Przede wszystkim jest metodą nieinwazyjną, to znaczy, że nie wywołuje bólu oraz nie uszkadza tkanek. To również badanie bezpieczne, nie wymagające wprowadzania do organizmu na przykład środków kontrastujących, wygodne dla pacjenta – nie trzeba się do niego szczególnie przygotowywać, tylko w niektórych przypadkach należy być na czczo lub mieć wypełniony pęcherz. Obraz badanych tkanek pojawia się na ekranie natychmiast, nie czeka się więc na wynik badania. Nawet przy częstych badaniach energia pochłaniana przez człowieka jest tak niewielka, że nie ma dotychczas żadnych doniesień o niekorzystnym wpływie ultradźwięków na organizm ludzki. Właśnie dlatego badanie to stosuje się tak często w pediatrii i położnictwie.

W ultrasonografii wykorzystuje się zjawisko piezoelektryczności. Gdy ściśniemy kryształ, na przykład kwarc, wytwarzają się w nim ładunki elektryczne. I odwrotnie – gdy przyłożymy do kryształu napięcie zmienne, zaczyna on drgać w takt tego napięcia. Jeśli więc przyłożymy do kryształu napięcie sinusoidalne o częstotliwości sto tysięcy razy większej od tej, jaką mamy w domowej instalacji elektrycznej, stanie się on źródłem ultradźwięków o takiej samej częstotliwości. Wyemitowana fala, przechodząc przez ciało człowieka, wprawia w drgania napotkane tkanki. Gdy trafia na przeszkodę, na przykład granicę między różnymi strukturami anatomicznymi lub niejednorodności tkanki, takie jak zwapnienie, pęcherzyki gazów czy ciała obce, jej część zostaje odbita i wraca do źródła, część zaś podąża dalej aż trafi na kolejną przeszkodę. Różnica gęstości ośrodków powoduje drastyczną zmianę kierunków rozchodzenia się fali. Właśnie dlatego przed badaniem lekarz nakłada na skórę specjalny żel, eliminując w ten sposób niepotrzebną ze względów diagnostycznych granicę między ośrodkami. Zamiast dwóch wyraźnych granic – na styku głowicy aparatu z powietrzem oraz powietrza ze skórą – mamy jedną dzięki odpowiednim własnościom żelu. Fala wnika prawie bez przeszkód w głąb ciała pacjenta,

Generator ultradźwięków, będący drgającym kryształem, może równocześnie odbierać falę odbitą od granicy tkanek. Przekazuje ją do przetwornika, który rysuje obraz narządów na ekranie oscyloskopu. Sygnał

odbity widać w postaci rozjaśnienia na monitorze. Miejsce, w którym się ono pojawia zależy od drogi przebytej przez falę, odpowiada więc głębokości, na jaką wniknęła w głąb ciała. Warstwy o różnych własnościach akustycznych leżące jedna pod drugą mogą być rozróżnione, gdy odległość między nimi nie przekracza jednej czwartej długości fali. A zatem im większa częstotliwość, tym lepsza rozdzielczość. Kłopot jednak w tym, że równocześnie zmniejsza się skuteczny zasięg ultradźwięków, ponieważ straty energii podczas przenikania przez większą liczbę struktur są oczywiście większe. Trudność tę pokonuje się, konstruując różne głowice do badania poszczególnych narządów, wysyłające fale o różnych częstotliwościach. Czasem nawet w trakcie jednego badania używa się kilku głowic. Powracająca z głębi ciała fala dźwiękowa, w zależności od natężenia, przedstawiana jest w postaci punktów świetlnych o różnym stopniu szarości. Głowice o różnych kształtach, emitujące ultradźwięki o różnych częstotliwościach, umożliwiają zbadanie niemal wszystkich zakamarków ludzkiego ciała. Na płaskim ekranie, dzięki ruchomej głowicy aparatu, którą przesuwają lekarz po powierzchni ciała chorego, uzyskuje się obraz różnych przekrojów badanej tkanki, a w efekcie przestrzenny obraz narządu.

Współczesna ultrasonografia daje też możliwość obejrzenia serca i przepływającej krwi. Wykorzystując do tego zjawisko Dopplera. Gdy fala dźwiękowa odbija się od obiektu ruchomego, następuje zmiana częstotliwości fali powracającej do przetwornika w stosunku do fali pierwotnej. Dzięki temu bez trudu rejestruje się na przykład skurcze serca lub przepływ krwi w naczyniach krwionośnych. Po komputerowym przetworzeniu otrzymanych podczas badania sygnałów można uzyskać kolorowy obraz. Jeśli jego barwa uzależniona będzie od kierunku przepływu krwi, lekarz otrzyma dodatkową ważną informację pozwalającą odróżnić na przykład krew żylną od tętniczej.

Dziś stosowane aparaty, choć opierają się na tych samych zjawiskach fizycznych, są coraz bardziej skomplikowane, analiza obrazu staje się bardziej wyrafinowana, ale dzięki temu lekarz może zobaczyć znacznie więcej. Uzyskany obraz wiernie odtwarza rzeczywistość, jednak jego interpretacja zawsze zależy od lekarza. Dziś nikt już nie ma wątpliwości, że tylko doskonała znajomość anatomii pozwala prawidłowo wytłumaczyć to, co widać na ekranie. Na przykład torbiel wygląda, jak jednorodna ciemna plama o regularnym kształcie i gładkich brzegach, natomiast guz nowotworowy ma strukturę niejednorodną, widoczną jako różne odcienie szarości i poszarpane brzegi. Oczywiście nie zawsze interpretacja obrazu jest tak prosta i dlatego wśród znawców mówi się, że dobry diagnostyk jest wart wiele więcej niż najnowocześniejszy sprzęt.

Tabela 11.1

Szybkość fali w różnych ośrodkach	
powietrze	331 m/s
krew	1570 m/s
kości	2500 – 4700 m/s
tkanka tłuszczowa	1450 m/s
mózg	1540 m/s
wątroba	1550 m/s
nerki	1560 m/s
śledziona	1578 m/s
woda destylowana	1530 m/s

Zadania:

Poniżej napisano osiem wypowiedzi o treści związanej z tematyką tekstu. W każdej z nich można wyróżnić dwa zdania (człony). Wypowiedzi te podzielono na cztery kategorie (patrz tabela). Przyporządkuj każdą wypowiedź do odpowiedniej kategorii.

Dla przykładu zadanie to wykonano dla wypowiedzi **1**.

- 1.** Nowoczesne aparaty USG są coraz bardziej skomplikowane, dlatego stanowią one bardzo wygodną metodę diagnozowania różnych schorzeń.
- 2.** W generatorze ultradźwięków wykorzystuje się napięcie przemienne o częstotliwości rzędu kilku MHz, więc działa on na zasadzie elektrycznego obwodu drgającego, który jest źródłem fal elektromagnetycznych.
- 3.** Padające na kryształ ultradźwięki pobudzają go do drgań (o takiej samej częstotliwości), co powoduje powstanie na powierzchni kryształu odpowiednich ładunków. Na tej podstawie powracająca fala ultradźwiękowa może zostać zarejestrowana.
- 4.** W tkance tłuszczowej ultradźwięki rozchodzą się najszybciej; powracająca z głębi ciała fala, w zależności od natężenia,

przedstawiana jest na ekranie monitora w postaci punktów świetlnych o różnym stopniu szarości.

5. Badanie USG nie uszkadza tkanek, dlatego może być stosowane wielokrotnie nawet u chorych w ciężkim stanie.
6. Lekarz przed badaniem nakłada na ciało pacjenta specjalny żel; jego warstwa między głowicą aparatu a skórą zapobiega zmianie kierunku fali podczas wnikania do tkanki.
7. Różne głowice w aparacie USG emitują fale o różnych częstotliwościach, dzięki czemu fale te mają różne szybkości w różnych tkankach.
8. Ultradźwięki nie są falami sprężystymi. Nie ma żadnych doniesień o niekorzystnym wpływie ultradźwięków na organizm ludzki.

numer wypowiedzi	oba zdania prawdziwe, ale żadne z nich nie ma związku z drugim	oba zdania prawdziwe i jedno z nich stanowi uzasadnienie drugiego	pierwsze zdanie prawdziwe, a drugie fałszywe	pierwsze zdanie fałszywe, a drugie prawdziwe
1	TAK	—	—	—
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

11.2. Fizyka fal „tsunami”

(Tekst opracowany na podstawie przygotowanego do druku artykułu Jerzego Ogara, pod tym samym tytułem)

Scenariusz powstawania „tsunami” nie jest skomplikowany. Na skutek gwałtownego ruchu pionowego wielkich mas wody (np. przy podwodnym wstrząsie tektonicznym, nagłym osunięciu lub wypiętrzeniu fragmentu dna, erupcji podwodnego wulkanu) na powierzchni oceanu powstaje fala o niewielkiej amplitudzie, zazwyczaj nie większej niż 1 metr. Fala ta ma długość ponad stu kilometrów, a prędkość rzędu setek kilometrów na godzinę. I właśnie to czyni ją prawie niezauważalną w rejonie powstania. Dopóki wędruje ponad głębiami oceanicznymi nie jest ani groźna, ani szczególnie widoczna. Z doświadczenia wiadomo, że tylko osoby uprzedzone i poinstruowane potrafią zauważyć jej grzbiet. W końcu fala o wysokości nawet 1 metra nie jest niczym niezwykłym na pełnym morzu.

Fala poprzeczna wygenerowana na powierzchni cieczy bywa nazywana falą grawitacyjną, ponieważ jej istnienie uwarunkowane jest polem grawitacyjnym. Z równań dynamiki cieczy wynika, że szybkość fali grawitacyjnej v zależy zarówno od długości λ tej fali, jak i głębokości h cieczy, jednak zależność ta ma inną postać dla wody płytkiej niż dla wody głębokiej.

Woda „głęboka” to woda, której głębokość jest dużo większa od długości fali ($h \gg \lambda$) i wówczas szybkość fali jest równa

$$v = \sqrt{\frac{g \lambda}{2\pi}} . \quad (1)$$

Woda „płytką” to woda, której głębokość jest dużo mniejsza od długości fali ($h \ll \lambda$) i wówczas szybkość fali

$$v = \sqrt{g h} . \quad (2)$$

Takie definiowanie wody „głębokiej” i „płytkiej” może się wydać nieco dziwaczne, ale dla naszych celów jest nader użyteczne. Fizyk uzna za „płytką” wodę oceanu, w której powstaje poprzedzająca „tsunami” fala o długości rzędu 100 km, a wodę w basenie pływackim uzna za „głęboką”, jeżeli na jej powierzchni wygeneruje falę o długości powiedzmy $\lambda = 10$ cm choćby po to, aby sprawdzić słuszność wzoru (1).

Jeżeli gdzieś na oceanie nastąpi podwodny wstrząs, to zarówno prędkość jak i długość wędrującej fali ulegają zmianom w zależności od

głębokości wody. Jednak częstotliwość fali (a tym samym jej okres) pozostaje praktycznie stały. Okres fali „tsunami” wynosi zazwyczaj kilkanaście minut.

W fatalnym zdarzeniu na Oceanie Indyjskim w dniu 26 grudnia 2004 roku, okres fali wynosił około 12 minut. Głębokość wody w epicentrum tego zjawiska szacuje się na 5000 m, a prędkość fali na 800 km/h. W oparciu o te dane i powyższe wzory można obliczać parametry wędrującej po oceanie fali. W poniższej tabeli przedstawiono wyniki obliczeń dla fali, która wędrowała wtedy w kierunku Sumatry, Sri Lanki, Tajlandii i innych wybrzeży Oceanu Indyjskiego.

Tabela 11.2

Prędkość i długość fali „tsunami” w zależności od głębokości wody

Głębokość wody h (m)	Szybkość fali v		Długość fali λ (km)
	(m/s)	(km/h)	
5000	222	800	160
4000	198	713	143
3000	171	616	123
2000	140	504	100
1000	99	356	71
500	70	252	50
100	31	112	22
50	22	79	16
10	10	36	7

Dane w tabeli pokazują jak radykalnie maleje zarówno długość fali jak i jej prędkość wraz z głębokością, a więc w miarę zbliżania się do brzegu! Co to oznacza? Otóż olbrzymia, niesiona przez falę energia (mimo, iż częściowo tłumiona) musi jakoś zmanifestować się przy tak drastycznej redukcji prędkości i długości fali! Praktycznie jedynym „ujściem” dla tej energii okazuje się wzrost amplitudy fali. I wtedy właśnie, tuż przy brzegu, powstaje zabójcze „tsunami” o amplitudzie kilkunastu metrów. Dodatkowo, w pobliżu brzegu, głębokość wody pod „grzbietem” takiej fali jest istotnie większa od głębokości pod jej „doliną”. Zatem zgodnie ze wzorem (2) szybkość „grzbietu” zaczyna być także istotnie większa od

szybkości „doliny”. Bardziej obrazowo: „grzbiet” fali zaczyna wyprzedzać swoją „dolinę” powodując spiętrzenie wody i załamywanie się „grzbietu”. To może oznaczać „ścianę” wody o wysokości kilku (a nawet kilkunastu) pięter poruszającą się z prędkością samochodu! Trudno przed czymś takim uciec... Wyspy lub półwyspy o wysokości bezwzględnej kilku lub kilkunastu m.n.p. zostaną po prostu splukane... I to właśnie zdarzyło się 26 grudnia 2004 roku na słonecznych plażach Oceanu Indyjskiego, od Indonezji aż po wschodnie wybrzeża Afryki...

Zadania:

1. Na podstawie tabeli oblicz dla kilku wartości głębokości wody stosunek $\frac{\lambda}{h}$ i na tej podstawie rozstrzygnij, czy dane w tabeli odnoszą się do wody płytkiej, czy głębokiej?
2. Dla głębokości równych odpowiednio: 1500 m i 300 m oszacuj dodatkowo szybkości i długości fali.
3. Na podstawie podanych w tekście informacji odpowiedz na pytanie, czy szybkość fali "tsunami" zawsze zależy od głębokości wody.
4. W pracowniach szkolnych używamy tzw. "wanienki do pokazu fal", do której nalewamy wody. Aby zaobserwować załamanie fali, na dnie wanienki umieszczamy niewielką szybę szklaną, zmniejszając w ten sposób głębokość warstwy wody w części wanienki. Wyjaśnij, dlaczego na granicy warstw o różnych głębokościach zachodzi załamanie fali.
5. Wyjaśnij, dlaczego przy zbliżaniu się fali "tsunami" do brzegu następuje gwałtowny wzrost jej amplitudy.

11.3. Fala uderzeniowa

(Tekst opracowano na podstawie podręczników:

I.W. Sawieliew, „Kurs fizyki”, t. 2 (PWN);

B.M. Jaworski, A.A. Piński, „Elementy fizyki”, t. 1 (PWN);

D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, „Podstawy fizyki”, t. 2 (Wydawnictwo Naukowe PWN).

Fale akustyczne rozchodzą się w gazach z szybkością wyrażoną wzorem

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}, \quad (1)$$

gdzie κ oznacza stosunek ciepł molowych gazu w stałym ciśnieniu i w stałej objętości (C_p/C_v), p – ciśnienie gazu, a ρ jego gęstość. Z równania Clapeyrona można wyprowadzić związek między gęstością gazu, a jego ciśnieniem i temperaturą:

$$\rho = \frac{\mu p}{RT}.$$

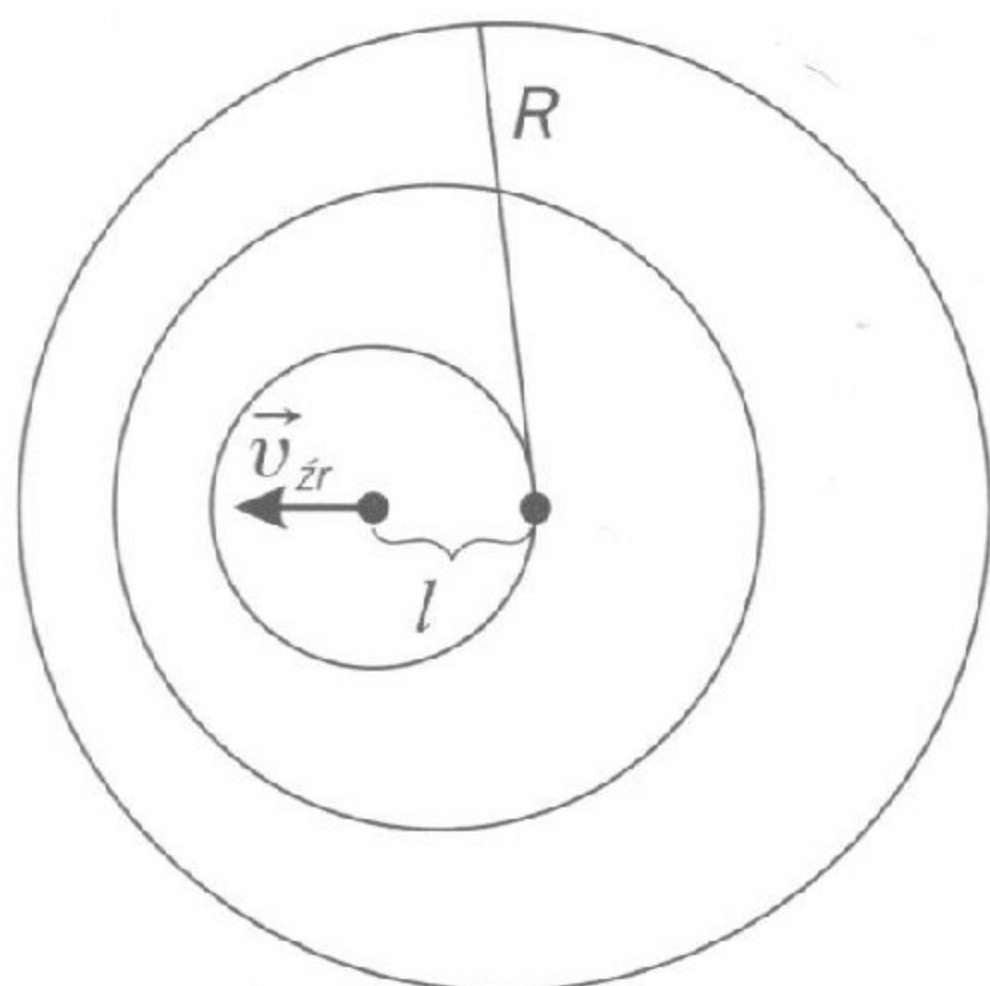
Po wstawieniu tak wyrażonej gęstości do wzoru (1) otrzymamy:

$$v = \sqrt{\frac{\kappa RT}{\mu}}. \quad (2)$$

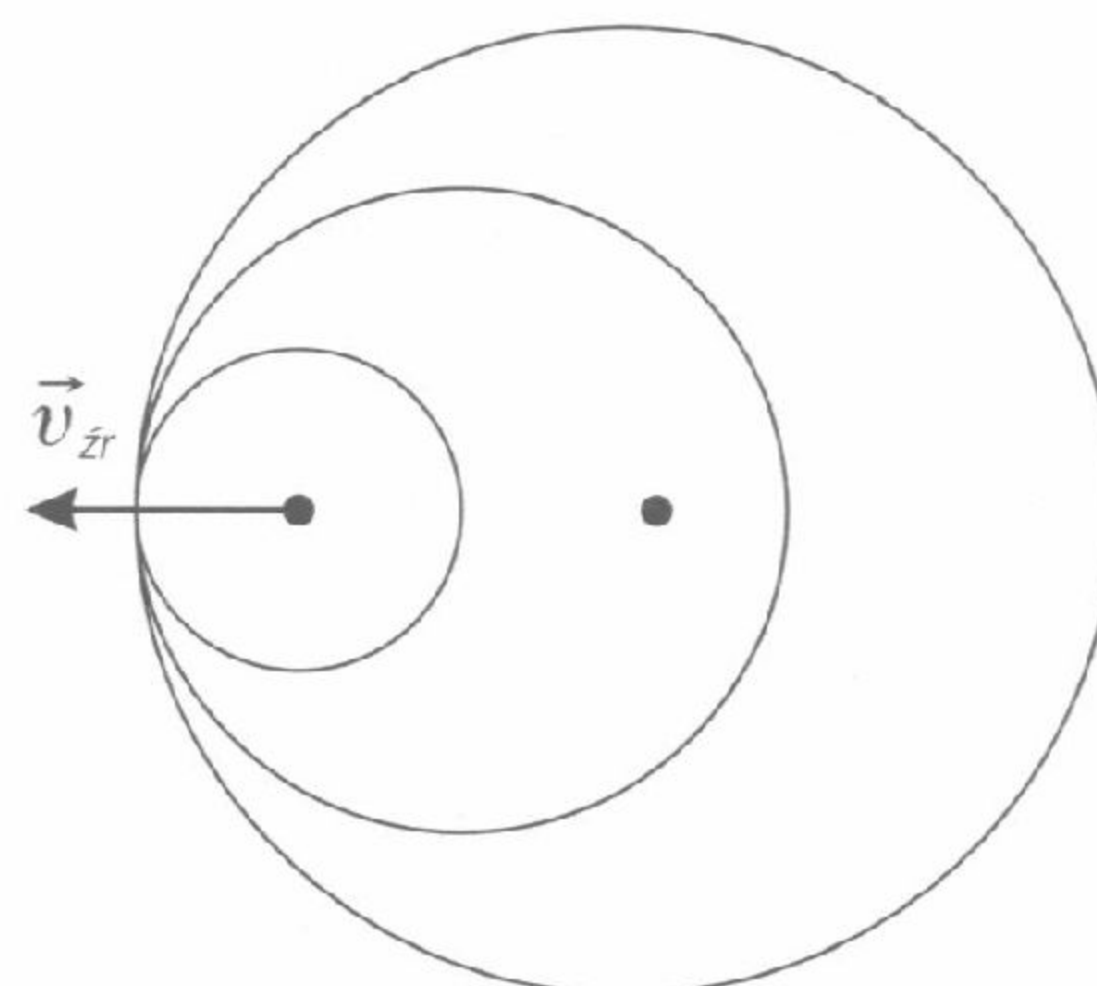
Wzór (2) pokazuje, że szybkość fali akustycznej w gazie (np. w powietrzu) jest jednoznacznie określona przez jego temperaturę.

Na wysokości 10000 m, na której latają samoloty, temperatura wynosi około -50°C ; można obliczyć, że fale akustyczne rozchodzą się tam z szybkością nieco mniejszą od 300 m/s, łatwo więc przekroczyć tzw. barierę dźwięku.

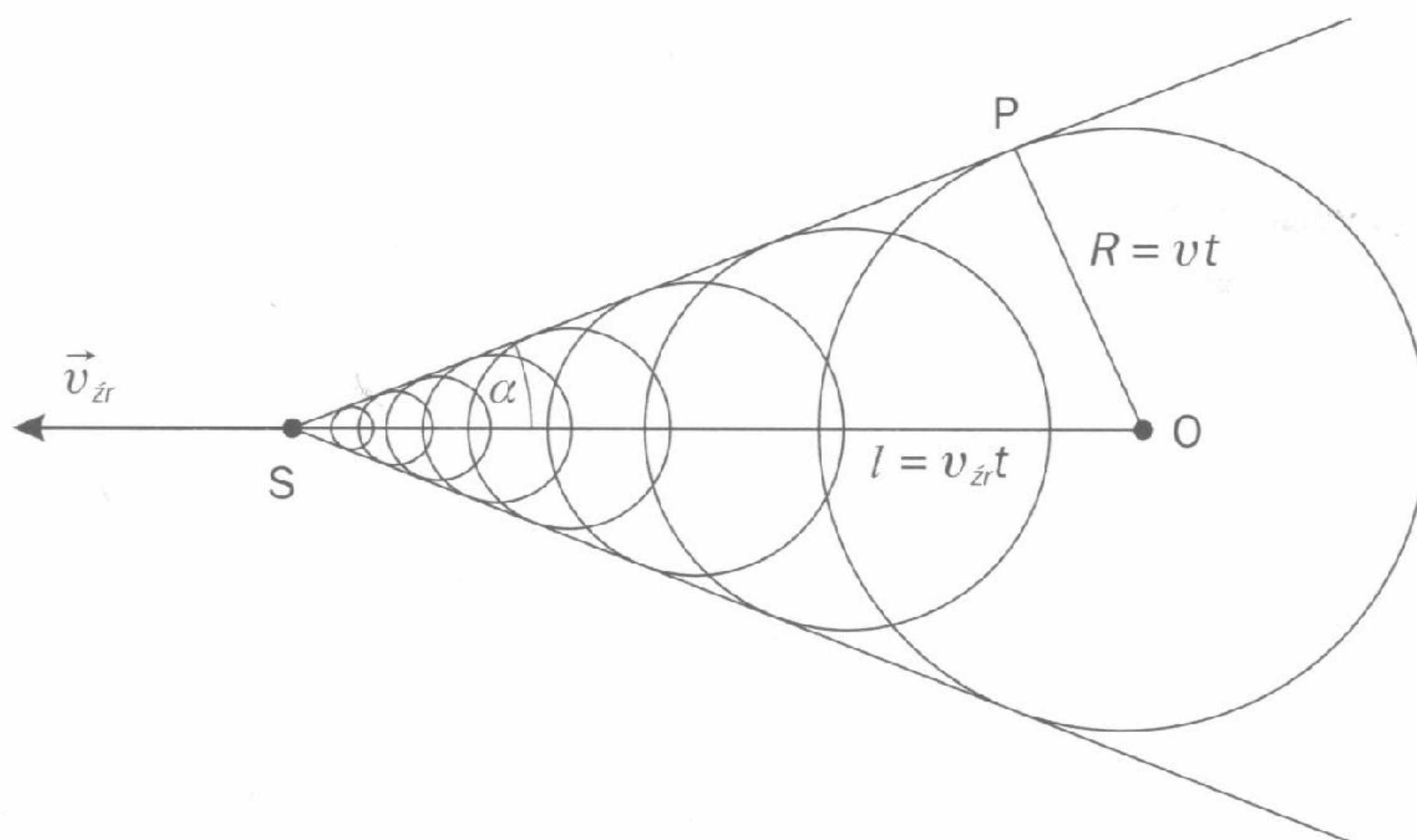
Na rysunkach 11.1 – 11.3 przedstawiono czoła fal akustycznych, wysyłanych z poruszającego się źródła przy różnych jego szybkościach $v_{\text{źr}}$. **Liczbą Macha** M nazywamy stosunek szybkości źródła fali do szybkości fali $\left(M = \frac{v_{\text{źr}}}{v}\right)$. Promień każdego czoła fali wynosi vt , gdzie t jest czasem, jaki upłynął od chwili, w której źródło wysłało daną falę.



Rys. 11.1



Rys. 11.2



Rys. 11.3

Na rysunku 11.1 źródło porusza się z szybkością $v_{zr} < v$; w tym przypadku źródło znajduje się cały czas wewnątrz fali kulistej, która je wyprzedza. Droga l , jaką przebywa źródło w czasie t ($l = v_{zr} t$) jest mniejsza od drogi R kulistej fali dźwiękowej ($R = vt$).

Na rysunku 11.2 źródło porusza się z szybkością równą szybkości fali, dogania więc falę przez siebie wytworzoną.

Rysunek 11.3 przedstawia przypadek, gdy szybkość źródła jest większa od szybkości dźwięku. Źródło przegania falę, którą wytwarza, $l > R$. Czoła fal, wytworzonych przez źródło tworzą zbiór powierzchni kulistych, do których styczna powierzchnia ma kształt stożka; w jego wierzchołku znajduje się źródło. Stożek ten nazywamy **stożkiem Macha**.

Gdy czoło fali kulistej z punktu O dotarło do punktu P, źródło przesunęło się o odcinek OS, przy czym

$$\sin \alpha = \frac{R}{l} = \frac{v}{v_{\text{sr}}} = \frac{1}{M}.$$

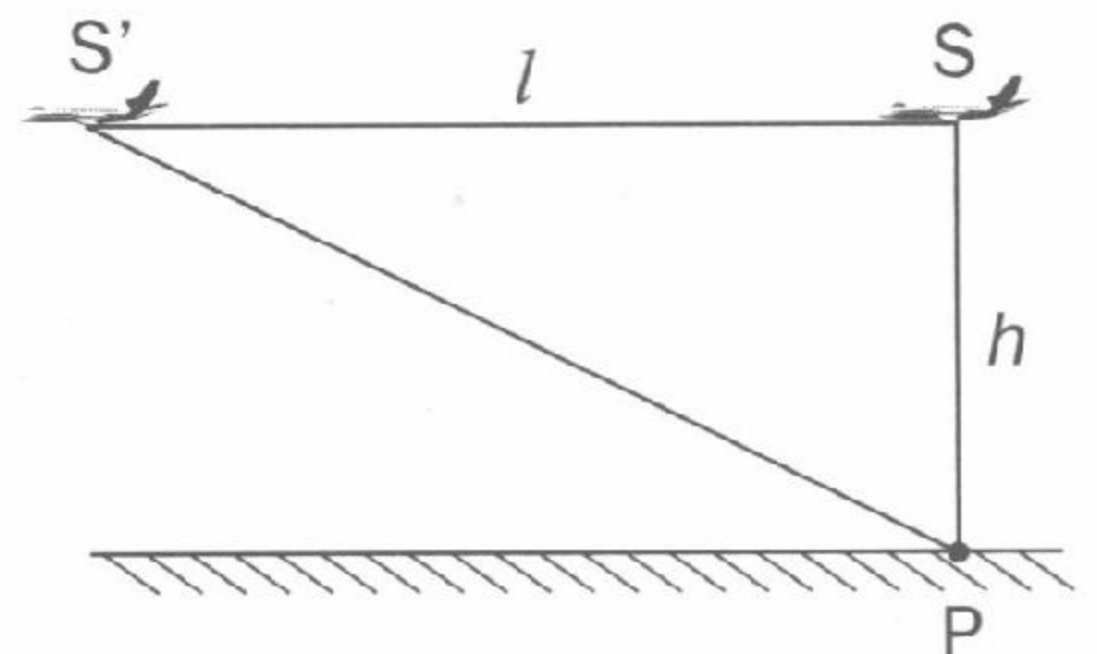
Jeśli mówimy, że samolot leciał z szybkością $2M$, to oznaczało to, że podczas lotu jego szybkość dwukrotnie przekraczała szybkość dźwięku.

Powierzchnia stożka Macha to **fala uderzeniowa**, bo skupienie czoł fali powoduje nagły skok ciśnienia. fala uderzeniowa, generowana przez samolot naddźwiękowy lub pocisk wytwarza silny impuls dźwiękowy, zwany **gromem dźwiękowym**.

Dodatkowo przed ciałem poruszającym się z szybkością naddźwiękową powstaje czołowa fala uderzeniowa, czyli gwałtowna zmiana ciśnienia i gęstości w bardzo cienkiej warstwie o rozmiarach rzędu średniej drogi swobodnej cząsteczek gazu (tj. średniej drogi cząsteczki między dwoma kolejnymi zderzeniami z innymi cząsteczkami). Poruszające się z tą szybkością ciało doznaje znacznego oporu głównie na skutek różnicy ciśnień na przednią i tylną część. Opór ten nosi nazwę **oporu falowego ośrodka**. W celu jego zmniejszenia przedniej części ciała nadaje się zwykle kształt ostrza.

Zadania:

1. Oblicz szybkość v fali akustycznej w powietrzu w temperaturze -50°C . Masa molowa dla powietrza $\mu = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$, a $\kappa = 1,4$. Oblicz także temperaturę, w której $v = 340 \text{ m/s}$.
2. Wychodząc z wzoru (2) przeprowadź rozumowanie (bez wykonywania obliczeń), które doprowadzi cię do wniosku, jaka jest zależność szybkości dźwięku w gazie od średniej szybkości cząsteczek tego gazu (v_{sr}). Jak będą przebiegały wykresy $v(T)$ i $v(v_{\text{sr}})$?
3. Samolot, który porusza się z szybkością $1,2M$ przelatuje w pewnej chwili na wysokości $h = 2000 \text{ m}$ nad punktem P, w którym znajduje się obserwator. Oblicz drogę l przebytą przez samolot do chwili, w której do obserwatora dotrze fala uderzeniowa.



Rys. 11.4

11.4. Życie wśród pól

(tekst opracowano na podstawie artykułu Arkadiusza Millera, pod tym samym tytułem, Wiedza i Życie, listopad 1998)

Pola i fale elektromagnetyczne otaczają nas zewsząd. Wytwarzane są przez urządzenia domowe, np. lodówki, telewizory, suszarki do włosów, a także telefony komórkowe, kable energetyczne, samochody, tramwaje, pociągi, stacje nadawcze oraz nasz własny organizm... wymieniać można jeszcze długo. Fale nakładają się na siebie, interferują ze sobą, załamują na przeszkodach, wzmacniają się przy niektórych przedmiotach tworząc skomplikowany rozkład energii w przestrzeni, który może ulec nagłym, nieprzewidywalnym zmianom. Tak powstaje środowisko, w którym rodzimy się, rozwijamy, uczymy, pracujemy, odpoczywamy. Czy jest ono niebezpieczne?

Przede wszystkim warto pamiętać, że pola elektromagnetyczne nie są obce naturze – przecież światło widzialne jest też falą elektromagnetyczną, a nasza stara Ziemia to jeden wielki generator takiego pola. Również my sami emitujemy fale o różnej częstotliwości.

Zmienne pola elektromagnetyczne docierają do nas z przestrzeni kosmicznej i pochodzą zarówno od Słońca, jak i z dalszych zakamarków Wszechświata. W takich warunkach powstało i ewoluowało życie na Ziemi a my razem z nim. Nic dziwnego, że u ochotników przebywających przez dłuższy czas w izolacji od naturalnych pól elektromagnetycznych pojawia się wiele niekorzystnych objawów: zmęczenie, nerwice, bóle głowy, zaburzenia pracy układu wegetatywnego, co dobitnie świadczy o tym, jak silnie jesteśmy związani z tym elementem środowiska naturalnego.

Organizm człowieka jest bardzo skomplikowanym układem, którego sprawność zależy zarówno od czynników wewnętrznych, jak i zewnętrznych. Bez odpowiednich zdolności adaptacyjnych, kompensacyjnych i regeneracyjnych nie udałoby nam się przeżyć wśród zagrożeń zewnętrznych. Na szczęście, sprawność systemów obronnych i rezerwy fizjologiczne na ogół wystarczają, by zneutralizować większość niekorzystnych oddziaływań. Dopiero ewidentne przekroczenie wydolności mechanizmów ochronnych organizmu może doprowadzić do rozwoju choroby.

W tym świetle nie dziwią osobnicze różnice w reakcjach na czynniki środowiska, w tym i na pola elektromagnetyczne. Zdarzają się osoby wyraźnie nadwrażliwe na działanie słabych pól elektromagnetycznych, co okazało się dopiero niedawno. Już na względnie słabe pola, nie powodujące u innych uchwytnych objawów, reagują one bólami głowy, pode-

nerwowaniem, zaburzeniami snu, wahaniami ciśnienia tętniczego krwi, co obniża ich sprawność, a jeśli stan ów utrzymuje się długo i nakładają nań stresy zawodowe i środowiskowe, ich zdrowie systematycznie się pogarsza. Szacuje się, że około 12% społeczeństwa to ludzie nadwrażliwi, co jest związane najprawdopodobniej z nieprzeciętnie rozwiniętymi pewnymi obszarami mózgu lub ich wyjątkową czułością.

Fizjolodzy, biolodzy i lekarze od dawna starają się określić prawdopodobieństwo zaburzeń zdrowotnych w wyniku oddziaływania konkretnego czynnika szkodliwego oraz określić odpowiednie normy bezpieczeństwa. Niestety, do tej pory nie udało się ustalić jednolitych norm dla pól elektromagnetycznych. Wynika to stąd, że przez długie lata wszystkie normy i propozycje ochrony przed promieniowaniem elektromagnetycznym, opracowywane w krajach zachodnich, opierały się na założeniu, że jedynym szkodliwym efektem jego działania są zjawiska termiczne. Dlatego np. przyjęta w USA dla całego zakresu mikrofal norm bezpieczeństwa była tysiąckrotnie wyższa niż w ZSRR, tzn. dużo łagodniejsza. Obecnie w państwach europejskich normy te różnią się 1050-krotnie. Nie budzi natomiast wątpliwości przyjęta od lat norma SAR (ilość energii pola pochłanianej przez jednostkę masy w jednostce czasu), równa 4 W/kg, jako graniczna dla wystąpienia znaczącego fizjologicznie efektu cieplnego.

Fale elektromagnetyczne o rozmaitych częstotliwościach stwarzają różne zagrożenie dla ludzi i środowiska. Od dawna wiadomo, że przyjęcie pewnych, czasami nawet niewielkich, dawek promieniowania jonizującego (powyżej 3×10^6 GHz) może być niebezpieczne dla zdrowia, a nawet życia. Inaczej ma się sprawa z promieniowaniem niejonizującym (do około 300 GHz). Aktywność biologiczna tych fal zależy od wielu czynników związanych zarówno z właściwościami fizycznymi samej fali, jak i ośrodka, przez który przechodzi.

Fala elektromagnetyczna, przechodząc przez ciało, oddaje mu część swojej energii, może także ulec załamaniu, a jej część jest po prostu odbijana przez tkanki. Fale długie, o niskiej częstotliwości, wnikają głęboko do wnętrza organizmu, zanim ich energia zostanie pochłonięta, innymi słowy przechodzą przez ciało prawie bez strat, ale już mikrofały wytracają większość swojej energii na tkankach powierzchniowych. O właściwościach ciała decyduje głównie woda stanowiąca około 65% jego masy, która powoduje silne tłumienie rozchodzącej się fali. Tak więc tkanki o dużym uwodnieniu, takie jak mięśnie czy krew, przejmują energię znacznie silniej niż tkanki o małej zawartości wody.

Ciekawe zjawisko powstaje, gdy rozmiary obiektu są porównywalne z długością padającej fali. Fala wnika wówczas w głąb z wielu stron, co prowadzi do znacznej koncentracji energii w małej objętości wewnątrz

obiektu. Zjawisko takie, znane w literaturze fachowej jako „hot spot”, związane jest z tzw. rezonansowym pochłanianiem energii. Wykazano, że częstotliwość rezonansowa dla człowieka o wzroście 1,8 m wynosi od 47 MHz do 77 MHz, zależnie od tego, czy jest on izolowany elektrycznie, czy nie. Gdy atakuje go fala o takich parametrach, wartość pochłanianej energii zwiększa się od 5 do 10 razy w stawach, szyi i nogach. Dla głowy zjawiska rezonansu występują przy częstotliwościach 350400 MHz, co jest bardzo ważną informacją dla konstruktorów sprzętu elektrycznego, takiego jak telefony komórkowe czy golarki. Źle zaprojektowane, mogą być niebezpieczne dla głowy, a także oczu.

Pytania:

1. Co to jest norma SAR? Czy według współczesnych poglądów do ochrony przed promieniowaniem elektromagnetycznym wystarczą normy dotyczące jego działania cieplnego?
2. Od czego zależy aktywność biologiczna elektromagnetycznego promieniowania niejonizującego? Podaj górną granicę jego częstotliwości i długości fali. Czy groźniejsze dla człowieka są mniejsze, czy większe częstotliwości? Dlaczego?
3. W jakim przedziale zawierają się rezonansowe długości fal elektromagnetycznych dla człowieka o wysokości 1,8 m. Gdzie w ciele człowieka fale te są najsilniej pochłaniane? Oblicz długość fali rezonansowej dla głowy.

11.5. Rola akceleratorów w badaniu struktury materii

(Fragmenty artykułu Andrzeja Warczaka pt. „Kompleks akceleratorów w Darmstadt – 30 lat koncepcji badań związanych z ciężkimi jonami”, *Foton* 69, 2000).

W świecie fizyki przez akceleratory rozumiemy urządzenia służące do rozpędzania naładowanych cząstek, takich jak elektrony, protony, cząstki α , czy też jądra atomów cięższych pierwiastków, jak tlen, siarka, jod lub najcięższy – uran. Akceleratory spełniają w badaniach rolę mikroskopów, za pomocą których można sięgać coraz głębiej w strukturę materii, rozpoznając coraz mniejsze jej „cegiełki”. Tak, jak w mikroskopie optycznym o jego zdolności rozdzielczej decyduje długość fali światła, zastosowanego do oświetlenia preparatu (im mniejsza długość fali światła, tym mniejsze objekty są dostępne dla obserwatora), tak i w przy-

padku cząstki, rozpędzonej przez akcelerator, długość fali de Broglie'a związanej z ruchem tej cząstki, decyduje o jakości obserwacji: im krótsza fala, tym mniejsze obiekty można badać, czyli tym większa jest zdolność rozdzielcza zastosowanej metody badawczej. Należy więc rozpędzać coraz masywniejsze cząstki do coraz większych prędkości, czyli nadawać cząstkom coraz większą energię kinetyczną.

W GSI⁴ w Darmstadt od lat 70. ubiegłego wieku prowadzi się prace nad udoskonalaniem akceleratorów oraz badania struktury materii za pomocą ciężkich jonów przyspieszanych do coraz większych energii. Np. w źródle jonów produkowano dziesięciokrotnie zjonizowane atomy uranu (U^{10+}), które następnie przyspieszano we wstępnym akceleratorze liniowym do około 5% c. Następnie, po wstępnym przyspieszeniu, przestreliwano nimi metalową folię (tzw. stripper), by w ten sposób pozbyć je większej liczby elektronów. Powstające w wyniku zastosowania tej procedury jony U^{40+} były dalej rozpędzane w kolejnych sekcjach akceleratora. Otrzymane jony pędziły już z prędkością około 20% prędkości światła, co odpowiada energii kinetycznej około 20 MeV/nukleon.

Spróbujmy wyobrazić sobie, co dzieje się w zderzeniu ciężkiego jonu z atomem. Niech jon o ładunku $40+$ pędzi z prędkością równą 20% prędkości światła, co oznacza, że gdyby mógł poruszać się wokół Ziemi swobodnie, okrążyłby ją w czasie 1 sekundy. Jeśli uderza w ciekłą folię, zwaną przez eksperymentatorów tarczą, dokonuje w niej ogromnych zniszczeń – powoduje powstanie uszkodzeń w strukturze materiału, jonizując atomy tarczy i przemieszczając je z ich normalnych położeń.

Jeśli rozpędzone jądro uranu o ładunku $92+$ porusza się wzdłuż linii prostej dokładnie w kierunku jądra atomu tarczy, jest spowalniane w wyniku elektrostatycznego odpychania ładunków obu jąder. Gdy odległość między jądrami staje się w przybliżeniu równa ich rozmiarowi, elektrony krążące wokół takiego obiektu w odległościach znacznie przekraczających te rozmiary nie „rozpoznają” już jąder jako oddzielne cząstki. Podczas takiego zderzenia na krótki okres czasu powstaje więc nowy twór, tzw. kwaziatom o ładunku jądra znacznie przekraczającym 92 (np. 174). Eksperymenty z ciężkimi, rozpędzonymi jonami mogą zatem prowadzić do syntezy nieznanych dotąd atomów, które nie występują w przyrodzie.

Zwiększając energię jonów, możemy doprowadzić do sytuacji, w których oba jądra – pocisku i tarczy – musną się powierzchniami; takie muśnięcie może spowodować bardzo silną rotację jąder. Badanie tej rotacji i wynikającej z niej deformacji jąder odślania naturę sił jądrowych działających w ich wnętrzu.

⁴ Gesellschaft für Schwerionenforschung

Potężny synchrotron będzie dostarczał superrelatywistycznych, ciężkich jonów, prawdopodobnie o energiach 20 GeV/nukleon.

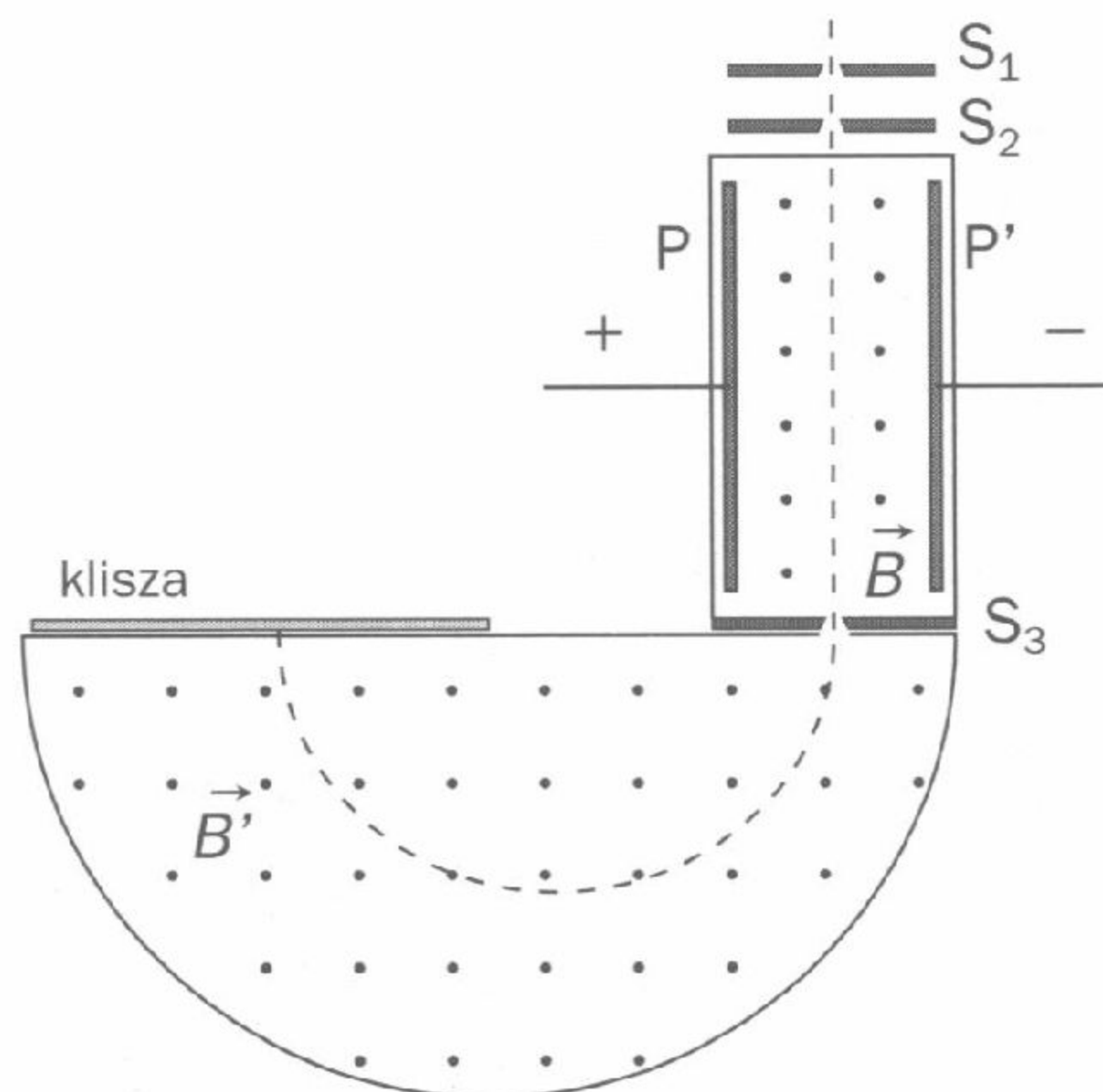
Pytania:

1. W jakim sensie rozumiemy stwierdzenie, że akceleratory spełniają w badaniach struktury materii rolę mikroskopu? Dlaczego do tego celu potrzebne są jony o dużych masach, rozpędzone do możliwie dużych szybkości?
2. Wyjaśnij, w jaki sposób można dodatkowo zmniejszyć liczbę elektronów w jonach ciężkich pierwiastków (sprawdź w słowniku, co oznacza słowo „strip”)?
3. Wyjaśnij, jak podczas zderzenia rozpędzonego, ciężkiego jonu z atomem tarczy dochodzi do powstania tzw. kwaziatomu.

11.6. Spektrograf masowy

(Tekst stanowi fragment rozdziału 2 podręcznika: M. R. Wehr i J. A. Richards, Jr. pt. „Fizyka atomu”, Warszawa, PWN)

Spektrograf masowy służy do rozdzielania izotopów i wyznaczania ich mas (rys. 11.5).



Rys. 11.5

Przedstawiony na rysunku spektrograf masowy Bainbridge'a posiada źródło jonów umieszczone nad szczeliną S_1 . Badane jony przechodzą przez szczeliny S_1 i S_2 i wpadają do obszaru pomiędzy płytkami P i P'. W obszarze tym działa na nie pole elektryczne \vec{E} wytworzone przez płytki P i P' oraz pole magnetyczne \vec{B} prostopadłe do płaszczyzny rysunku (pola skrzyżowane). Jony mające prędkość o wartości równej E/B przechodzą bez odchylenia przez obszar działania pól, jony o innych prędkościach zostają zatrzymane przez przesłonę S_3 . Wszystkie jony poza S_3 mają już tę samą prędkość. Obszar, w którym działają skrzyżowane pola nosi nazwę **selektora prędkości**. Poniżej S_3 znajduje się obszar, w którym działa inne pole magnetyczne \vec{B}' , również prostopadłe do płaszczyzny rysunku, lecz nie ma pola elektrycznego. Jony poruszają się tutaj po torach, stanowiących półokręgi. Masy jonów wyznaczamy z wzoru

$$m = \frac{qB'R}{v}.$$

Zakładając równość ładunków wszystkich jonów widzimy, że masa jonu zależy tylko od promienia toru i jest do niego wprost proporcjonalna. Jony różnych izotopów będą więc uderzały w różne miejsca kliszy fotograficznej, zostawiając na niej oddzielne ślady. Liczba śladów świadczy o liczbie izotopów, a procentową zawartość jonów każdego izotopu można wyznaczyć, mierząc zaciernienia poszczególnych, wytworzonych przez nie śladów.

Pytania i zadania:

1. Udowodnij, że przez szczelinę S_3 przejdą tylko te jony, które poruszają się z szybkością

$$v = \frac{E}{B}.$$

2. Czy selektor prędkości zapewnia także przejście przez szczelinę S_3 jonów o takich samych ładunkach? Uzasadnij odpowiedź.
3. Wykaż słuszność wzoru, z którego wyznaczamy masy jonów.
4. Zbadaj, jakie zwroty powinny mieć wektory \vec{B} i \vec{B}' (rys. 11.5), aby urządzenie działało w sposób opisany w tekście.

11.7. Błyski gamma

(Tekst opracowany na podstawie artykułu Przemysława Berga pt. „Zobaczyć niewidzialne”, (Polityka 39, 2003)

Źródłem światła widzialnego, które do nas dociera, jest zewnętrzna warstwa Słońca o temperaturze rzędu kilku tysięcy stopni, natomiast źródłem promieniowania rentgenowskiego lub gamma są zjawiska zachodzące w temperaturach milionów lub miliardów stopni. W ostatnich latach przedmiotem dużego zainteresowania badaczy nieba są zjawiska obserwowane w zakresie promieniowania gamma. Dzięki temu promieniowaniu astronomia odkrywa eksplozje hipernowych dające jasność miliardów galaktyk takich jak nasza, czyli zawierających około 100 miliardów gwiazd podobnych do Słońca.

Ciekawym wydarzeniem astronomicznym ostatnich lat było wykrycie tzw. błysków gamma. Pochodzą one z odległego kosmosu. Obecnie rozważane są dwa modele tego zjawiska. W jednym z nich rozbłysk zachodzi przy złaniu się w jeden obiekt krążących wokół siebie gwiazdy neutronowej i czarnej dziury, a w drugim wskutek wybuchu bardzo masywnej gwiazdy (o masie około stu mas Słońca) i powstaniu w tym wybuchu czarnej dziury. Ten drugi model wydaje się lepiej tłumaczyć pochodzenie olbrzymiej energii rejestrowanej w najjaśniejszych rozbłyskach. Trwający kilkadziesiąt sekund rozbłysk emitujący energię nieporównywalną z niczym innym w kosmosie pochodzi prawdopodobnie z wybuchu pewnego rodzaju szczególnie dużych gwiazd supernowych. Znany astronom, badacz tych zjawisk, prof. Bohdan Paczyński z Princeton University kilka lat temu zasugerował, by gwiazdy te nazwać hipernowymi.

Wiemy prawie na pewno, że wybuchy, którym towarzyszą błyski gamma, nie są sferycznie symetryczne. To raczej wytryskująca z olbrzymią energią wąska struga gazu i promieniowania; jeśli jesteśmy przez nią oświetlani, odbieramy jasny błysk. Przypuszcza się, że w przypadku błysków gamma mamy do czynienia z masywnymi, szybko wirującymi gwiazdami. Kiedy taka gwiazda zapada się i wybucha, uwalniana energia ulega tzw. kolimacji wzdłuż osi jej obrotu i przybiera formę cienkiej wiązki.

Gdy czarna dziura przyciąga materię z sąsiadującej z nią gwiazdy (dotychczas czarne dziury odkrywa się pośrednio wyłącznie w podwójnych układach), materia ta nie wnika w nią od razu, lecz najpierw zaczyna krążyć wokół, tworząc gigantyczny i mocno spłaszczony dysk gazowy. W końcu, mniej więcej po stu latach, dysk staje się na tyle potężny, że traci swoją stabilność. Jego struktura załamuje się i wówczas materia

wpada w czarną dziurę. Zjawisko to przebiega burzliwie i przypomina wybuch – towarzyszy mu emitowanie ogromnej ilości promieniowania elektromagnetycznego.

Pytania:

1. Wyjaśnij w kilku zdaniach, jakie jest pochodzenie tzw. błysków gamma.

Odpowiedz na dwa pytania testowe:

2. Błyski gamma
 - A. pochodzą z obszarów leżących w odległych regionach Układu Słonecznego,
 - B. mają swoje źródła poza Układem Słonecznym, ale w naszej Galaktyce,
 - C. to krótkotrwałe błyski promieniowania, emitowanego we wszystkich kierunkach,
 - D. są zjawiskami krótkotrwałymi, podczas których emitowana jest olbrzymia energia.
3. Błyski gamma
 - A. można odbierać tylko za pomocą specjalnych, odpowiednio czułych urządzeń, monitorujących bardzo krótkofalowe promieniowanie elektromagnetyczne,
 - B. są tak jasne, że można je obserwować gołym okiem,
 - C. są tak jasne, że można je obserwować za pomocą zwykłego teleskopu,
 - D. obserwujemy bezustannie, ale tylko za pomocą największych teleskopów.

11.8. Błyski gamma a życie na Ziemi

(Tekst opracowany na podstawie artykułu Marcina Rotkiewicza pt. „Nagrany bąbel i młode gwiazdki”, (Polityka 46, 2003)

Obecnie – jak twierdzą naukowcy – nie tylko możliwość zderzenia z planetoidami stanowi niebezpieczeństwo dla życia na Ziemi.

Epoka zwana ordowikiem kończyła się 440 mln lat temu. Liczne zasiedlające morza zwierzęta i rośliny szły do podboju lądów. I właśnie wtedy zdarzyło się coś, co zniszczyło ponad sto rodzin morskich organizmów. Wyginęli niektórzy przedstawiciele licznych wów-

czas graptolitów, trylobitów i ramienionogów. Zdarzenie to, określane jako ordowickie wymieranie, uważane jest za drugą co do wielkości katastrofę w historii życia na Ziemi. Do większej doszło 200 milionów lat później na przełomie permu i triasu, gdy zagładzie uległo aż 90 % wszystkich organizmów morskich, dwie trzecie lądowych gadów i płazów oraz 30 % owadów.

Przyczyną wymierania z końca ordowiku była zmiana klimatu, zlodowacenie i obniżenie poziomu mórz. Ale co je spowodowało? Na ten temat było wiele hipotez. Adrian Melott z University of Kansas przebadał skamieniałości z końca ordowiku i doszedł do wniosku, że wymieraniu winne jest... promieniowanie z kosmosu. Do potężnej eksplozji, powodującej powstanie rozbłysku gamma doszło wówczas w odległości tysięcy lat świetlnych od Ziemi.

Promieniowanie gamma nie było w stanie zagrozić bezpośrednio chronionym przez warstwę wody organizmom morskim, wywołało jednak inny efekt: z części znajdującego się w atmosferze tlenu i azotu powstał dwutlenek azotu, czyli gaz obecny na przykład we współczesnym miejskim smogu. Nie przepuszczał on promieniowania słonecznego, wskutek czego klimat się oziębził i doszło do zlodowacenia. Ponadto tlenki azotu zakwasały deszcze oraz niszczyły warstwę ozonową, wystawiając Ziemię na działanie niebezpiecznych dla życia promieni UV. Taki łańcuch zdarzeń, zdaniem Melotta i innych naukowców z różnych ośrodków, mógł doprowadzić do masowego wyginięcia wielu organizmów.

Wymieranie organizmów, do którego doszło także około 2 mln lat temu – czyli na przełomie pliocenu i plejstocenu – choć nie miało już tak ogromnej skali, również zostało spowodowane przez wybuch gwiazdy supernowej, znajdującej się na tyle blisko Ziemi, że jej promieniowanie uśmierciło niektóre organizmy.

Pytanie tylko, gdzie obecnie takich gwiazd szukać? Być może w zgrupowaniu masywnych gwiazd (określanych przez astronomów mianem asocjacji), które można dostrzec na niebie w pobliżu gwiazdozbiorów Skorpiona i Centaura. Problem w tym, że znajduje się ono 450 lat świetlnych od Słońca. Za daleko, by śmiertelnie oddziaływać na życie na naszej planecie. Aby spowodować globalną katastrofę ziemskiej biosfery, supernowa musiałaby wybuchnąć w odległości około 25 lat świetlnych. To zgrupowanie masywnych gwiazd, dziś tak odległe od Słońca, kiedyś znajdowało się znacznie bliżej. Jak wykazały symulacje komputerowe, kilka milionów lat temu asocjacja mijiała Układ Słoneczny w odległości około 100–150 lat świetlnych.

Co ciekawe, świadkami wybuchów supernowych byłiby nasi przodkowie – żyjące wówczas australopiteki oraz pierwsi przedstawiciele rodzaju *Homo* – *Homo habilis* i *Homo ergaster*. Ci ostatni właśnie wtedy

wyruszyli z Afryki na podbój Azji. Nasi przodkowie mogli więc dostrzec nawet w dzień gorejącą na niebie supernową!

Zadania:

1. Wyjaśnij związek przyczynowy między dotarciem do Ziemi wysokoenergetycznej wiązki promieniowania gamma po wybuchu supernowej a zlodowaceniem.
2. Odpowiedz na pytanie testowe:
Przypuszcza się, że promieniowanie gamma, które dotarło do Ziemi po wybuchu supernowej spowodowało
 - A. rozkład wody morskiej na tlen i wodór,
 - B. wyparowanie wody,
 - C. syntezę tlenków azotu w atmosferze,
 - D. likwidację tlenu w atmosferze.
3. Oszacuj rząd wielkości szybkości średniej, z którą podczas ostatnich kilku milionów lat.

1.1. b) $Q = 2,1 \text{ C}$,

c) $I_{sr} = 0,21 \text{ A}$,

d) $R_A = 0,5 \Omega$.

1.2. a) Dla $0,6 \text{ V}$ $R = 1,5 \Omega$,

dla $0,7 \text{ V}$ $R = \frac{7}{24} \Omega \approx 0,29 \Omega$,

b) Nie.

1.3. a) sucha skóra: $U_{\max} = 70 \text{ V}$,

mokra skóra: $U_{\max} = 3,5 \text{ V}$,

b) $U_{sm} = 250 \text{ V}$.

1.4. a) $I = neSv$,

b) $v = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ m/s} = 0,74 \text{ mm/s}$,

c) Szybkości elektronów będą różne $\left(v \sim \frac{1}{S} \right)$.

1.5. a) $R = \frac{\rho m}{\pi^2 dr^4} \approx 248,5 \Omega$,

b) 16 razy mniejszy; 4 razy mniejsza.

1.6. b) $I_b = I - I_{\max} = 4,5 \text{ A}$,

c) $U_{AB} = R_a \cdot I_{\max} = 0,25 \text{ V}$,

d) $R_b = \frac{R_a I_{\max}}{I - I_{\max}} = \frac{1}{18} \Omega$,

e) $I = 10 I_a = 1,5 \text{ A}$; najmniejsza działka: $0,5 \text{ A}$.

1.7. b) $I = \frac{U_{\max}}{R_V} = 3 \text{ mA}$,

c) $R = \frac{U - U_{\max}}{I} = 40 \text{ k}\Omega$,

d) $U_{AB} = \frac{U}{U_{\max}} \cdot U_1 = 60 \text{ V}$.

1.8. a) $U = I_{\max} \cdot R_a = 0,4 \text{ V}$,

b) $U_{\max} = (R_a + R)I_{\max} = 90 \text{ V}$,
 działka elementarna: 4,5 V,

c) $R_b = \frac{2}{9} \Omega$, działka elementarna: 0,1 A.

1.9. a) B dla włókna żarówki,

b) $R_A = 8 \Omega$,

d) $\alpha = 3,9 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$ oznacza, że przy wzroście temperatury o 1 K (lub o 1°C) opór przewodnika miedzianego zwiększa się o 0,0039 oporu, jaki miał ten przewodnik w 0°C (lub inaczej: względny przyrost oporu przy ogrzaniu o 1 K wynosi 0,0039).

1.10. a) $I_1 = 2 \text{ A}$, $I_2 = \frac{2}{3} \text{ A}$,

b) $U_{AC} = 11 \text{ V}$, $U_{BC} = 2 \text{ V}$.

1.11. a) $R_{AB} = 7 \Omega$, $R_{BC} = \frac{63}{16} \Omega \approx 3,94 \Omega$,

$R_{AC} = \frac{103}{16} \Omega \approx 6,44 \Omega$,

b) $I_1 = 0,5 \text{ A}$, $U_1 = 2 \text{ V}$,

$I_2 = 0,375 \text{ A}$, $U_2 = 1,5 \text{ V}$,

$I_3 = I_4 = 0,125 \text{ A}$, $U_3 = 1,125 \text{ V}$, $U_4 = 0,375 \text{ V}$,

c) $P_1 = 1 \text{ W}$, $P_2 = 0,5625 \text{ W}$, $P_3 = 0,1406 \text{ W}$, $P_4 = 0,0469 \text{ W}$,
 $P_c = 1,75 \text{ W}$.

1.12. a) $I_1 = I_2 = 1 \text{ A}$, $R_5 = 4 \Omega$,

$I_4 = 0,125 \text{ A}$, $R_6 = 2 \Omega$,

$I_6 = 0,5 \text{ A}$,

b) $U_{AD} = 2,5 \text{ V}$, $U_{BC} = 10 \text{ V}$, $U_{AC} = 5 \text{ V}$, $U_{BD} = 12,5 \text{ V}$.

1.13. a) $\frac{U_{p1}}{U} \approx 0,3\%$,

b) $\frac{U_{p2}}{U} \approx 1,7\%$.

1.14. a) Rysunek A:

Ze względu na symetrię można usunąć opornik o oporze 5Ω;

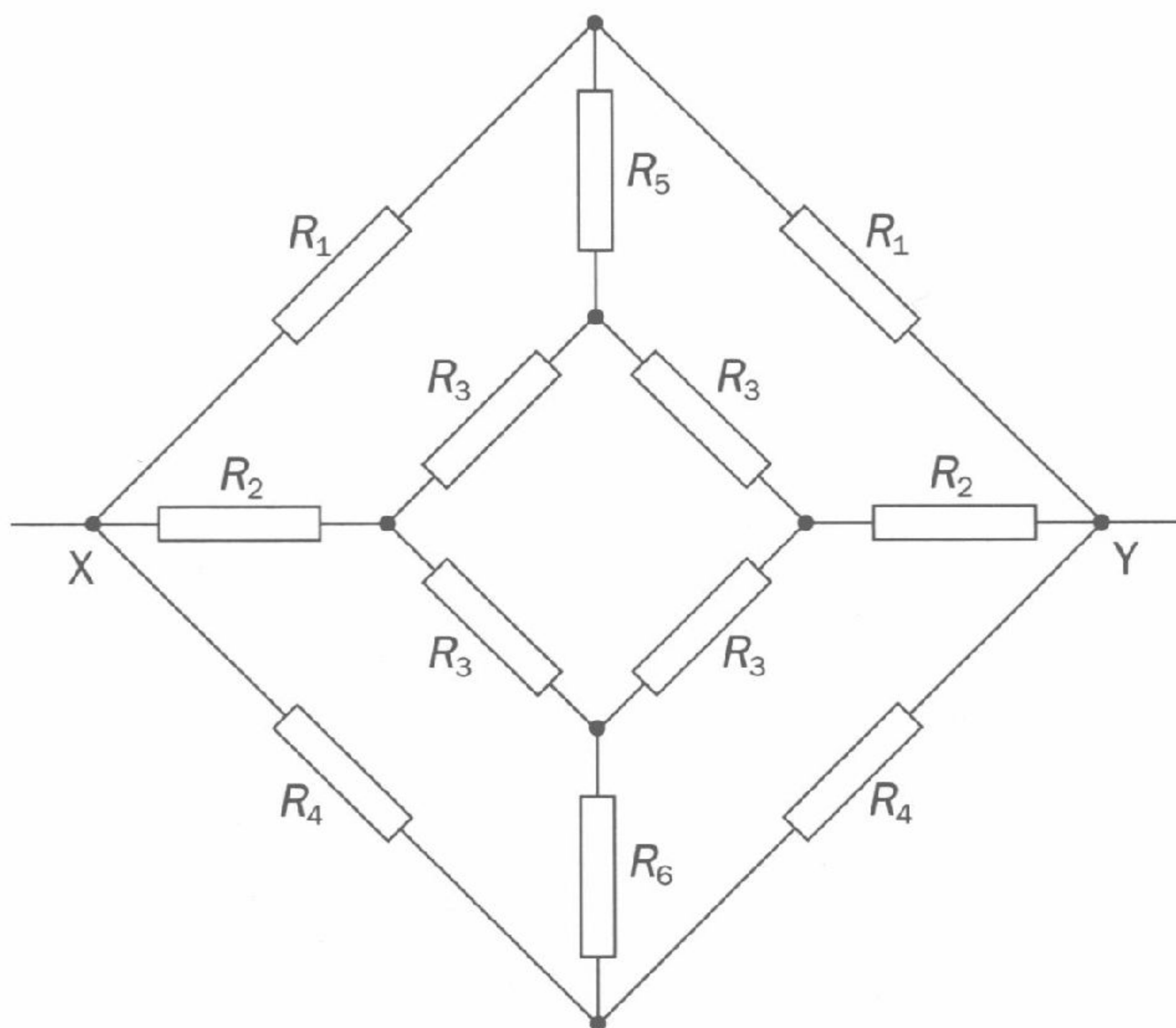
$$R_z = \frac{24}{13} \Omega \approx 1,85 \Omega,$$

Rysunek B:

Ze względu na symetrię można usunąć dwa oporniki usytuowane na schemacie pionowo;

$$R_z = 0,75R,$$

- b) W sytuacji przedstawionej na rysunku można usunąć oporniki o oporach R_5 i R_6 , niezależnie od wartości tych oporów.



$$R_z = \frac{2R_1R_4(2R_2 + R_3)}{(2R_2 + R_3)(R_1 + R_4) + 2R_1R_4}.$$

1.15. a) $R_z = \frac{41}{56}r \approx 0,73r,$

b) $I_1 = 41I = 4,1 \text{ A}, \quad I_2 = I_3 = 15I = 1,5 \text{ A},$
 $I_4 = 11I = 1,1 \text{ A}, \quad I_5 = I_6 = 4I = 0,4 \text{ A},$
 $I_7 = 3I = 0,3 \text{ A}, \quad I_8 = I_9 = I_{10} = I = 0,1 \text{ A},$
 $I_c = 56I = 5,6 \text{ A},$

c) $U_{AB} = I_c R_z = 4,1 \text{ V},$

d) $P_1 = 16,81 \text{ W}, \quad P_2 = P_3 = 2,25 \text{ W},$
 $P_4 = 1,21 \text{ W}, \quad P_5 = P_6 = 0,16 \text{ W},$

$$P_7 = 0,09 \text{ W}, \quad P_8 = P_9 = P_{10} = 0,01 \text{ W},$$

$$P_c = P_1 + P_2 + \dots + P_{10} = 22,96 \text{ W},$$

$$\text{lub } P_c = U_{AB} \cdot I_c = 22,96 \text{ W}.$$

1.16. a) $U_1 = 10 \text{ V}, \quad U_2 = 15 \text{ V},$

$$U_{c1} = 18,75 \text{ V}, \quad U_{c2} = 6,25 \text{ V},$$

b) $U_{AB} = 8,75 \text{ V},$

c) $U'_{c1} = U_1 = 10 \text{ V}, \quad U'_{c2} = U_2 = 15 \text{ V},$

d) $Q_1 = Q_2 = 18,75 \mu\text{C},$

$$Q'_1 = 10 \mu\text{C}, \quad Q'_2 = 45 \mu\text{C}.$$

1.17. a) Rysunek A:

$$I_A = \frac{\varepsilon R_V}{R_0(R_V + R + R_A) + R_V(R + R_A)} = 0,12 \text{ A},$$

$$U_V = \frac{\varepsilon R_V(R + R_A)}{R_0(R_V + R + R_A) + R_V(R + R_A)} = 12,0 \text{ V},$$

Rysunek B:

$$I_A = \frac{\varepsilon(R + R_V)}{(R_0 + R_A)(R + R_V) + RR_V} \approx 0,15 \text{ A},$$

$$U_V = \frac{\varepsilon RR_V}{(R_0 + R_A)(R + R_V) + RR_V} \approx 11,5 \text{ V},$$

b) Doświadczenie 1: $R = \frac{12,0}{0,12} \Omega = 100 \Omega,$

Doświadczenie 2: $R = \frac{11,5}{0,15} \Omega = 76,7 \Omega,$

c) Właściwy jest pierwszy obwód,

d) Doświadczenie 1: $R_{\text{popr}} = \frac{U_V - I_A R_A}{I_A} = 96,0 \Omega,$

Doświadczenie 2: $R_{\text{popr}} = \frac{U_V}{I_A - \frac{U_V}{R_V}} \approx 95,8 \Omega.$

1.18. a) $V_A = V_B,$

c) $U_{R1} = U_{R3}, \quad U_{R2} = U_{R4},$

$$d) R_4 = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_1}$$

1.19. a) $1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$,

b) $125,04 \text{ zł}$,

c) $P_c = 4,6 \text{ kW}$.

1.20. b) $R = \frac{U^2}{P} \approx 88,2 \Omega$,

c) $R_{20} = \frac{U^2}{P} \cdot \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1} = 32,3 \Omega$,

d) $l = \frac{\pi r^2}{\rho} \cdot \frac{U^2}{P} \cdot \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1} \approx 22,8 \text{ m}$.

1.21. a) $R_{odb} = \frac{U^2}{P} = 5,29 \Omega$, $I = \frac{P}{U} \approx 43,5 \text{ A}$,

b) $2r = \frac{2}{U} \sqrt{\frac{2\rho l(100\% - n)P}{\pi n}} = 0,88 \text{ cm}$,

c) $m = \frac{4l^2 d \rho (100\% - n)P}{nU^2} \approx 544 \text{ kg}$.

1.22. b) $n = 66$,

c) $r_1 = 17,5 \Omega$,

d) $P_c = 45,8 \text{ W}$,

e) Wzrośnie o $0,7 \text{ W}$,

f) Liczbę żarówek można zmniejszyć o 50.

1.23. a) $R = \frac{U^2}{P} = 529 \Omega$,

b) $R' = \frac{U_2^2}{P} = 1,44 \Omega$.

1.24. b) $\mathcal{E} = 1,5 \text{ V}$,

c) $\mathcal{E} = 1,5 \text{ V}$, $r_w = 2 \Omega$,

d) $I_{zw} = \frac{\mathcal{E}}{r_w} = 0,75 \text{ A}$.

1.25. b) Napięcie na żarówce, do której dołączono trzecią zmaleje 1,5 razy, a napięcie na pozostałej wzrośnie $\frac{4}{3}$ razy,

c) Moc żarówki, do której dołączono trzecią zmaleje 2,25 razy, a moc pozostałej wzrośnie 1,8 razy.

1.26. a) Ze względu na symetrię potencjały w punktach A i C oraz B i D są jednakowe, z czego wynika, że $I_3 = I_4 = 0$,

b) Obwody (górny i dolny na rysunkach A i B) są od siebie wzajemnie niezależne, zatem $I_1 = I_2$ oraz $I_5 = I_6$ i każde z tych natężeń prądów jest równe $\frac{\mathcal{E}}{R+r}$,

$$c) I_1 = I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_1}, \quad I_5 = I_6 = \frac{\mathcal{E}}{R_2}, \quad I_3 = I_4 = 0.$$

1.27. d) $R = 39r_L = 39\Omega$.

1.28. a) $U = \frac{\mathcal{E}R}{R+r} = 4,5\text{ V},$

$$b) U_V = \frac{\mathcal{E}RR_V}{r(R+R_V)+RR_V} = \frac{\mathcal{E}R}{R+r+\frac{Rr'}{R_V}}$$

gdy $R_V \rightarrow \infty$, $U_V \rightarrow U = 4,5\text{ V},$

c) 1. $U_V \approx 4,47\text{ V},$ 2. $U_V \approx 4,49\text{ V},$

d) Aby odczyt na skali woltomierza wynosił 4,4 V, wskazówka musiałaby się ustawić między 4,35 V a 4,45 V;

$$43,5\Omega < R_V < 133,5\Omega.$$

1.29. a) $I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2 + R} = 2\text{ A},$

$$b) U_{AB} = \frac{\mathcal{E}_1(r_2 + R) - \mathcal{E}_2r_1}{r_1 + r_2 + R} = 3\text{ V},$$

$$U_{BC} = \frac{\mathcal{E}_2(r_1 + R) - \mathcal{E}_1r_2}{r_1 + r_2 + R} = 0,$$

c) Natężenie prądu i napięcie U_{AB} nie ulegną zmianie.

1.30. a) $I = \frac{\mathcal{E}_1r_2 + \mathcal{E}_2r_1}{r_1r_2 + R(r_1 + r_2)} \approx 0,72\text{ A},$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + R(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} \approx 0,68 \text{ A},$$

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}_2 r_1 + R(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} \approx 0,04 \text{ A},$$

$$\text{b) } I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2} = 0,2 \text{ A},$$

$$\text{c) } \mathcal{E}_b = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2} = 1,4 \text{ V},$$

$$r_b = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = \frac{1}{3} \Omega,$$

$$\text{e) } R > \frac{\mathcal{E}_2 r_1}{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2} = 2 \Omega.$$

$$\text{1.31* .a) } \frac{P}{V} = \frac{E^2}{\rho} \approx 0,4 \cdot 10^8 \frac{\text{W}}{\text{m}^3} = 40 \frac{\text{W}}{\text{cm}^3},$$

$$\text{b) } t = \frac{cd\rho\Delta T}{E^2} = 184,5 \text{ s} \approx 3 \text{ min},$$

$$\text{c) } R = \sqrt[4]{\frac{E^2 r}{2\sigma\epsilon\rho} + T_{\text{otocz}}^4} \approx 660 \text{ K} = 387^\circ \text{ C},$$

$$I = \frac{\pi E r^2}{\rho} \approx 8 \text{ A}.$$

magnetyzm

2.1. –

2.2. –

2.3. a) 1 i 4,
b) 3; igiełka 2 nie jest w równowadze.

2.4. a) w lewo,
b) –
c) w górę,
d) przed rysunek.

2.5. N przed rurką, S za rurką.

- 2.6.** a) drugi,
 b) $\vec{F} \perp \vec{v}$ i $\vec{F} \perp \vec{B}$; \vec{v} i \vec{B} mogą tworzyć dowolny kąt.
- 2.7.** a) Kierunek \vec{B} jest zgodny z osią x , zwrot przeciwny do zwrotu tej osi; $\vec{B} = -1 \cdot 10^{-2} \text{T} \cdot \vec{i}$,
 b) siła \vec{F}' będzie zwrócona zgodnie z osią y ; $\vec{F}' = 2 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \vec{j}$,
 c) siła \vec{F}'' będzie zwrócona zgodnie z osią z ; $\vec{F}'' = \sqrt{2} \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \vec{k}$,
 d) siła $\vec{F}''' = \vec{F}'' = \sqrt{2} \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \vec{k}$.
- 2.8.** D.
- 2.9.** b) $v = 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,
 c) Protony przejdą bez odchylenia; zwroty sił \vec{F}_e i \vec{F}_m będą przeciwne niż w przypadku elektronów, ale siły te także będą się równoważyć.
- 2.10.** Nie.
- 2.11.** b) Proton wychodzi z pola w punkcie P o współrzędnych:

$$P(0, 0, \frac{2}{eB} \sqrt{2Em} \approx 1 \text{ m}),$$

 c) $t = \frac{\pi m}{eB} = 0,164 \mu\text{s}$,
 d) $\vec{F}(0, 0, -eB \sqrt{\frac{2E}{m}} \approx -3 \cdot 10^{-13} \text{N})$,
 e) Czas przebywania protonu w polu nie ulega zmianie; zarówno współrzędna z punktu P, jak i wartość bezwzględna współrzędnej siły dośrodkowej zmniejszą $\sqrt{2}$ razy.
- 2.12.** b) $t = \frac{\pi m}{2eB} \approx 0,2 \text{ ms}$,
 c) $\alpha = 0^\circ$, $\beta = 90^\circ$,
 d) Odpowiedzi nie uległyby zmianie; tory byłyby półokręgami, ale w drugim przypadku promień byłby $\sqrt{2}$ razy większy.
- 2.13.** a) $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \approx 0,6 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

$$b) F = eB \sqrt{\frac{2eU}{m}} \approx 0,2 \cdot 10^{-11} \text{ N.}$$

2.14. a) $F \approx 4,7 \cdot 10^{-16} \text{ N,}$

b) $r \approx 1,7 \text{ cm,}$

c) $T \approx 35,7 \text{ ns,}$

d) $a = 0,5 \cdot 10^{15} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$

2.15. a) $v = \frac{ReB}{m} \approx 4,8 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}},$

b) $E = \frac{R^2 e^2 B^2}{2m} \approx 1,9 \cdot 10^{-12} \text{ J,} \quad E_1 = eU = 1,6 \cdot 10^{-14} \text{ J,}$

c) $n = \frac{R^2 e B^2}{2mU} \approx 120,$

d) $t = \frac{nT}{2} = \frac{\pi R^2 B}{2U} \approx 3,9 \mu\text{s.}$

2.16. c) $U = Blv = 0,02 \text{ V,}$

d) zero.

2.17. c) $I = \frac{\mathcal{E}}{R} = 9 \text{ A,}$

d) $\text{tg } \alpha = \frac{\mathcal{E} B \cdot \Delta l}{\pi r^2 l \rho g R} \approx 0,2164, \quad \alpha \approx 12^\circ.$

2.18. a) Prawa ścianka uzyska potencjał dodatni; lewa ujemny,

b) $\frac{1}{ne} \approx 7,35 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{C}},$

c) $neb = 1,36 \cdot 10^6 \frac{\text{C}}{\text{m}^2},$

d) $B = neb \frac{U_H}{I} \approx 1,6 \text{ T,}$

e) $\frac{\Delta B}{B} = \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta U_H}{U_H} \approx 0,11, \quad \frac{\Delta B}{B} \approx 11\%.$

2.19. c) $I = \frac{2\pi r B}{\mu_0} = 30 \text{ A,}$

$$d) C = \frac{\mu_0 I}{2\pi} = 6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{A}} \quad (\text{lub } \text{T} \cdot \text{m}).$$

2.20. b) $\Delta F_{1x} = I \Delta l B \sin \alpha,$
 $\Delta F_{1\perp} = I \Delta l B \cos \alpha,$

c) Jest równa zeru,

d) $F_x = \pi d I B \sin \alpha = 1,57 \text{ mN},$

e) Zwój jest odpychany przez magnes i równocześnie ściskany (siły magnetyczne dążą do zmniejszenia jego średnicy); po zmianie kierunku prądu zwój byłby przyciągany przez magnes i równocześnie rozciągany.

2.21*. b) $F(x) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} \cdot \frac{x \left(\frac{l}{2} - x \right)}{r + x},$

funkcja ta ma maksimum dla $x = \sqrt{r \left(r + \frac{l}{2} \right)} - r = 10 \text{ cm}$ (wówczas $y = 20 \text{ cm}$),

c) $F_{\text{max}} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ N},$

d) $F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l^2}{8\pi r (4r + l)} = 3,6 \cdot 10^{-7} \text{ N}.$

2.22. a) Tylko w III,

b) Tylko w III części płaszczyzny rysunku można znaleźć punkty, w których wektory \vec{B}_1 i \vec{B}_2 mają takie same wartości i przeciwne zwroty.

2.23. b) $B(x) = \frac{4\mu_0 I}{\pi} \cdot \frac{x}{4x^2 + d^2} = 1,6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{A}} \cdot \frac{x}{4x^2 + 0,25 \text{ m}^2},$

c) $B(0) = 0,$

d) Gdy $x \gg d$ $B(x) = \frac{\mu_0 I}{\pi} \cdot \frac{1}{x} = \frac{4 \cdot 10^{-7} \text{ N}}{x \text{ A}}.$

2.24. b) $B = \frac{3\sqrt{2}\mu_0 I}{4\pi d} = 4\sqrt{2} \mu\text{T} \approx 5,64 \mu\text{T}.$

2.25*. b) $\vec{B}_1 \left(0, -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} = -2 \cdot 10^{-6} \text{ T} \right),$

$$\vec{B}_2 \left(\frac{\mu_0 I_2}{4\pi a} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ T}, -\frac{\mu_0 I_2}{4\pi a} = -2 \cdot 10^{-6} \text{ T} \right),$$

$$\vec{B} \left(\frac{\mu_0 I_2}{4\pi a} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ T}, -\frac{\mu_0}{2\pi a} \left(I_1 + \frac{I_2}{2} \right) = -4 \cdot 10^{-6} \text{ T} \right),$$

c) $B = 2\sqrt{5} \cdot 10^{-6} \text{ T} \approx 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ T},$

d) Z osią x wektor \vec{B} tworzy kąt

$$\alpha = \arccos \frac{I_2}{\sqrt{I_2^2 + 4 \left(I_1 + \frac{I_2}{2} \right)^2}} = \arccos 0,4472 \approx 63,44^\circ,$$

z osią y wektor \vec{B} tworzy kąt $90^\circ + \alpha \approx 153,44^\circ.$

2.26. a) $B_y(x) = \frac{\mu_0 I d}{x(d-x)} > 0$ dla $x \in (0, d);$

funkcja ta ma minimum dla $x = \frac{d}{2},$

$$B_y \left(\frac{d}{2} \right) = \frac{2\mu_0 I}{\pi d},$$

c) $B_y(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{d-2x}{x(d-x)}; \quad B_y = 0$ dla $x = \frac{d}{2},$

dla $x < \frac{d}{2}$ jest dodatnie, dla $x > \frac{d}{2}$ ujemne.

2.27. a) Tak,

b) Siły te nie są siłami wzajemnego działania dwóch ciał A i B. Przedmiot działania pierwszej z nich (np. odcinek drugiego przewodnika) nie jest źródłem drugiej siły; źródłem drugiej siły jest bowiem cały drugi przewodnik. Podobnie przedmiot działania drugiej siły nie jest źródłem pierwszej.

2.28. –

2.29. –

2.30. a) $n = \frac{d-2\Delta l}{2\pi R} = 250,$

b) $l = \frac{(d-2\Delta l)r}{\pi R} = 0,1 \text{ m},$

$$c) \Phi = \frac{\pi\mu_0 R^2 I}{2r} = 3,9 \cdot 10^{-6} \text{ Wb.}$$

2.31. –

indukcja elektromagnetyczna

- 3.1.** Zachodzi zmiana strumienia magnetycznego objętego pierścieniem przez zmianę
- kąta między \vec{B} i \vec{S} ,
 - powierzchni obwodu znajdującej się w polu,
 - wartości \vec{B} .
- 3.2.**
- Dla osoby patrzącej w głąb zwojnicy z lewej strony prąd płynie przeciwnie do ruchu wskazówek zegara,
 - Dla osoby patrzącej w głąb zwojnicy z lewej strony prąd płynie zgodnie z ruchem wskazówek zegara,
- 3.3.**
- Zwój odchyli się w prawo,
 - Zwój nie zmieni położenia,
 - Zwój odchyli się w lewo.
- 3.4.**
- Od zacisku + do zacisku – woltomierza,
 - Od strony zwojnicy biegun N.
- 3.5.**
- $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = \frac{\mathcal{E}}{R}$,
 - W ramkach 1 i 4 płyną prądy w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara, w ramkach 2 i 3 w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara.
- 3.6.**
- Stwierdzenie nie jest ogólnie prawdziwe.
 - Stwierdzenie jest prawdziwe przy założeniu, że bok ramki stanowiący oś obrotu nie jest równoległy do linii pola magnetycznego, bowiem tylko wtedy podczas obrotu ramki przechodzący przez nią strumień indukcji ulega zmianie.
- 3.7.** C.

3.8. a) $\Phi(t) = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \left(8 \frac{\text{T}}{\text{s}} \cdot t - 1 \frac{\text{T}}{\text{s}^2} \cdot t^2 \right)$

$$\text{lub } \Phi(t) = 2,5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Tm}^2}{\text{s}} \left(8t - 1 \frac{\text{T}}{\text{s}} \cdot t^2 \right),$$

$$\text{b) } \mathcal{E}_{\text{ind}}(t) = 5 \cdot 10^{-5} \text{V} \left(1 \frac{1}{\text{s}} \cdot t - 4 \right),$$

$$\text{c) } I_{\text{max}} \text{ dla } t = 0 \text{ i dla } t = 8 \text{ s } (I_{\text{max}} = 1 \text{ mA}), \\ I = 0 \text{ dla } t = 4 \text{ s (prąd zmienia kierunek).}$$

$$\text{3.9. a) } I = \frac{Bav}{R},$$

$$\text{b) } F = \frac{B^2 a^2 v}{R},$$

$$\text{c) } P = \frac{B^2 a^2 v^2}{R}.$$

3.10. a) Ramka porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym,

b) Ramka porusza się najpierw ruchem niejednostajnie przyspieszonym, a po osiągnięciu maksymalnej szybkości ruchem jednostajnym. Gdy cała wyjdzie z pola – ruchem jednostajnie przyspieszonym. Zwrot \vec{B} nie wpływa na rodzaj ruchu ramki,

$$\text{c) } v_{\text{max}} = \frac{mgR}{a^2 B^2}.$$

$$\text{3.11. a) } F_c = \pi r^2 l \rho g = 5,17 \cdot 10^{-3} \text{N},$$

$$\text{b) } a = g \sin \alpha = 4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

$$\text{d) } I(v) = \frac{Bl \cos \alpha}{R} \cdot v = 0,026 \frac{\text{As}}{\text{m}} \cdot v,$$

f) Po pewnym czasie siły: ciężkości, sprężystości i elektrodynamiczna zrównoważą się.

$$\text{g) } v_{\text{max}} = \frac{\pi r^2 R \rho g \tan \alpha}{B^2 l \cos \alpha} \approx 0,77 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$I_{\text{max}} = \frac{\pi r^2 \rho g \tan \alpha}{B} \approx 20 \text{ mA}.$$

$$\text{3.12. a) } \omega_1 = 2\pi v_2 \cdot \frac{d_2}{d_1} \approx 15 \frac{1}{\text{s}},$$

$$\omega_2 = 2\pi v_2 \approx 42 \frac{1}{\text{s}},$$

$$b) U_s = \frac{2\pi n \Phi_{\max} \nu_2 d_2}{d_1 \sqrt{2}} \approx 24 \text{ V},$$

$$c) \nu'_2 = \frac{\nu d_1}{d_2} = 140 \text{ Hz},$$

$$d) U'_s = \frac{2\pi n \Phi_{\max} \nu}{\sqrt{2}} \approx 501 \text{ V}.$$

3.13. a) $U = \sqrt{U_1 U_2} = 120 \text{ V},$

$$b) \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{U_1}{U_2}} = \frac{1}{3},$$

$$c) U' = U_3 \sqrt{\frac{U_1}{U_2}} \approx 76,7 \text{ V},$$

$$d) n_1 = \frac{U_3}{U_4} = 575; \quad n_2 = \frac{U_3}{U_4} \sqrt{\frac{U_1}{U_2}} \approx 192.$$

3.14. a) E i D,

$$b) L_D = 10 \text{ mH}, \quad L_E = 0,5 \text{ mH},$$

c) Siły elektromotoryczne zawsze dodają się algebraicznie; w tym przypadku całkowita siła elektromotoryczna jest różnicą wartości bezwzględnych sił elektromotorycznych źródła i samoindukcji.

3.15. a) Natężenie prądu w każdej sekundzie malało o 0,2 A

$$\left(\frac{\Delta I}{\Delta t} = -0,2 \frac{\text{A}}{\text{s}} \right),$$

$$b) I(t) = 3 \text{ A} - 0,2 \frac{\text{A}}{\text{s}} (t - 8 \text{ s}) \quad \text{lub} \quad I(t) = 4,6 \text{ A} - 0,2 \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot t.$$

3.16. a) $n = \frac{2}{d} \sqrt{\frac{l \Phi}{\mu_0 \pi I}} \approx 2500,$

$$b) 2r = \frac{d}{2} \sqrt{\frac{\mu_0 \pi I l}{\Phi}} \approx 0,1 \text{ mm}.$$

3.17. b) Współczynnik proporcjonalności między B i I

$$a = 3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{T}}{\text{A}}, \quad L = \pi n r^2 a \approx 3,6 \cdot 10^{-7} \text{ H},$$

$$c) l = \frac{\mu_0 n}{a} = 0,1 \text{ m.}$$

3.18. a) Obwodu B,

$$b) L = \frac{1}{2\pi\nu} \sqrt{\left(\frac{U_s}{I_s}\right)^2 - \left(\frac{U}{I}\right)^2}.$$

$$3.19. a) W = \frac{P \cdot t}{2} = 160 \text{ J,}$$

$$b) I = \frac{P}{U} = \frac{4}{3} \text{ A,}$$

$$c) I_{st} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{P}{U} \approx 0,94 \text{ A.}$$

$$3.20. a) Z_L = 2\pi\nu L = 31,4 \Omega,$$

$$b) Z_{RL} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + 4\pi^2\nu^2 L^2} \approx 204,4 \Omega,$$

$$c) C = \frac{1}{4\pi^2\nu^2 L^2} \approx 100 \mu\text{F.}$$

$$3.21. a) I_{\max} = \sqrt{\frac{P_{\max}}{R}} = 5 \text{ A,}$$

$$b) I_s \approx 3,5 \text{ A,}$$

c) Tak.

$$3.22. a) A. I_s = I_0 = 1 \text{ A; } B. I_s = \sqrt{\frac{17}{27}} \cdot I_0 \approx 0,79 \text{ A,}$$

$$b) A. I_s = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \approx 0,71 \text{ A; } B. I_s = \frac{I_0}{\sqrt{3}} \approx 0,58 \text{ A.}$$

$$3.23. a) I_s = \sqrt{\frac{14}{27}} \cdot I_0,$$

$$b) \text{ Nie, bo } \sqrt{\frac{14}{27}} \approx \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$3.24. a) P(t) = I_0 U_0 \sin^2 \omega t \quad \text{lub} \quad P(t) = I_0^2 R \sin^2 \omega t.$$

$$c) \frac{T}{8}, \frac{3}{8}T, \frac{5}{8}T, \frac{7}{8}T.$$

3.25. a) $Z_c = \frac{1}{\omega C} \approx 637 \Omega,$

b) $U(t) = 3,185 \sin\left(314t - \frac{\pi}{2}\right).$

3.26. –

3.27. a) $L = \frac{\sqrt{Z_{RL}^2 - R^2}}{2\pi\nu} \approx 0,023 \text{ H},$

b) $I_0 = \frac{U\sqrt{2}}{Z_{RL}} \approx 1,88 \text{ A},$

c) $I(t) = 1,88 \sin 2000\pi \cdot t,$

$U(t) = 200\sqrt{2} \cdot \sin(2000\pi \cdot t + 0,44\pi),$

lub $U(t) = 200\sqrt{2} \cdot \sin\pi(2000t + 0,44),$

(kąt przesunięcia fazowego między natężeniem prądu a napięciem wynosi $\varphi = 78,5^\circ = 0,44$ radianów).

3.28. a) $U_R = \sqrt{U^2 - (U_L - U_C)^2} \approx 196 \text{ V},$

b) $I_s = \frac{\sqrt{U^2 - (U_L - U_C)^2}}{R} \approx 1,96 \text{ A},$

c) $\cos \varphi = \frac{\sqrt{U^2 - (U_L - U_C)^2}}{U} \approx 0,8521,$

$\varphi = 31,55^\circ = 0,175\pi$ radianów

lub $\text{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} \approx 0,6122,$

$\varphi = 31,48^\circ = 0,175\pi$ radianów

(natężenie prądu jest spóźnione w fazie w stosunku do napięcia na zaciskach źródła).

d) $Z_c = \frac{U_C R}{\sqrt{U^2 - (U_L - U_C)^2}} \approx 30,6 \Omega,$

f) $Z_L = \frac{U_L R}{\sqrt{U^2 - (U_L - U_C)^2}} \approx 91,8 \Omega,$

g) $P = UI_s \cos \alpha = \frac{U^2 - (U_L - U_C)^2}{R} \approx 385 \text{ W}.$

$$3.29. \text{ a) } Z_{RLC} = \sqrt{R^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2} \approx 260 \Omega,$$

$$\text{b) } I_s = \frac{U}{Z_{RLC}} \approx 0,88 \text{ A},$$

$$\text{c) } U_{RL} = \frac{I_s \sqrt{R^2 + 4\pi^2\nu^2 L^2}}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}} \approx 71 \text{ V},$$

$$\text{d) } \operatorname{tg} \varphi = \frac{2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}}{R} \approx -5,114, \quad \varphi = -78,9^\circ = -0,44\pi \text{ rad.}$$

(napięcie jest spóźnione w fazie w stosunku do natężenia prądu, a kąt przesunięcia fazowego $\varphi = -78,9^\circ = -0,44\pi$ radianów),

$$\text{e) } \operatorname{tg} \varphi' = \frac{2\pi\nu L}{R} = 1,126, \quad \varphi' = 48,4^\circ = 0,27\pi \text{ rad.}$$

(natężenie prądu jest spóźnione w fazie o kąt $\varphi' = 48,4^\circ$).

$$3.30. \text{ a) } L' = \frac{2}{4\pi^2\nu^2 C} - L \approx 1,83 \text{ H},$$

$$\text{b) } L_{rez} = \frac{1}{4\pi^2\nu^2 C} \approx 1,01 \text{ H},$$

$$\text{c) } I_{rez} = \frac{U}{R} = 4,6 \text{ A.}$$

3.31* .a) W obwodzie RLC płynie prąd przemienny,

$$\text{b) } Z = \sqrt{R^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2} \approx 905 \Omega,$$

$$\text{c) } I_s = \sqrt{2} \pi U_0 \nu C \approx 0,22 \text{ A},$$

$$\text{d) } \nu_{rez} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx 130 \text{ Hz},$$

$$\text{e) } U_{rez,C} = \frac{U_0}{2\sqrt{2}\pi R\nu C} \approx 10,5 \text{ kV! Przebicie.}$$

3.32. 1, 3, 6.

3.33. a) $E = \frac{Q^2}{2C}; \frac{1}{C},$

b) $L,$

c) $\frac{Q_{\max}^2}{2C} = \frac{LI_{\max}^2}{2}; I_{\max} = \frac{Q_{\max}}{\sqrt{LC}} = 0,1 \text{ A}.$

ruch drgający

4.1. a) $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \left(\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\sin \beta} \right) \approx 2,9 \text{ s},$

b) $T = 2t \approx 5,8 \text{ s};$ nie.

4.2. a) $k = \frac{4\pi^2 m}{T_1^2} \approx 3,9 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2},$

b) $m_2 = \frac{mT_2^2}{T_1^2} = 0,9 \text{ kg}.$

4.3. a) $l = \Delta l = 6 \text{ cm},$

b) $l_k = \frac{\Delta l}{6} = 1 \text{ cm}.$

4.4. a) Wystąpił rezonans,

b) $v = \frac{l}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = 45 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$

4.5. a) $E_{k, \max} = 0,2 \text{ J}; A = 0,1 \text{ m},$

b) $k_u = \frac{2E_{p \max}}{A^2} = 40 \frac{\text{N}}{\text{m}}, k = \frac{E_{p \max}}{A^2} = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}},$

c) $T = 2\pi A \sqrt{\frac{m}{2E_{p \max}}} \approx 0,7 \text{ s},$

d) $T' = 2\pi A \sqrt{\frac{2m}{E_{p \max}}} \approx 1,4 \text{ s}.$

4.6. C.

4.7. A.

4.8. A.

4.9. C.

4.10. a) W punkcie P sprężyna działa na kulkę siłą o wartości $F_P = 0,6 \text{ N}$, zwróconą w dół;
W punkcie Q sprężyna działa na kulkę siłą o wartości $F_Q = 1,8 \text{ N}$, zwróconą w górę,

b) $F_{\text{wyp}, P} = F_P + mg = 1,2 \text{ N}$,

$$F_{\text{wyp}, P} = kA = 15 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,08 \text{ m} = 1,2 \text{ N}$$

$$F_{\text{wyp}, Q} = F_Q - mg = 1,2 \text{ N}$$

$$F_{\text{wyp}, Q} = kA = 1,2 \text{ N}$$

c) $F_P = 0,3 \text{ N}$, zwrot w górę,

$F_Q = 0,9 \text{ N}$, zwrot w górę,

$$F_{\text{wyp}, P} = mg - F_P = 0,3 \text{ N}$$

$$F_{\text{wyp}, P} = kA = 15 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,02 \text{ m} = 0,3 \text{ N}$$

$$F_{\text{wyp}, Q} = F_Q - mg = 0,3 \text{ N}$$

$$F_{\text{wyp}, Q} = kA = 0,3 \text{ N}$$

4.11. a) $|\Delta x| = 0,17 \text{ m}$,

b) $T = 2,5 \text{ s}$,

c) $k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \approx 0,6 \frac{\text{N}}{\text{m}}$,

d) $x(0) \approx 8,2 \text{ cm}$,

e) $E_c = \frac{kA^2}{2} \approx 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ J}$.

4.12. a) $x(t) = 0,08 \sin\left(3t + \frac{\pi}{6}\right)$,

b) $x(0) = 4 \text{ cm}$,

$$v_x(0) \approx 21 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

c) $a_x(t) = -0,72 \sin\left(3t + \frac{\pi}{6}\right)$; $a_x(0) = -0,36 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

- 4.13.** a) Środek masy porusza się po okręgu o środku w punkcie (0,0) i promieniu $R = 0,5\text{m}$; równanie okręgu:

$$x^2 + y^2 = 0,25\text{m}^2 \quad \text{lub} \quad \frac{x^2}{0,25\text{m}^2} + \frac{y^2}{0,25\text{m}^2} = 1,$$

b) $E_k = \frac{m(v_x^2 + v_y^2)}{2} \approx 0,62\text{ J}$ lub $E_k = \frac{m(\omega R)^2}{2} \approx 0,62\text{ J}$.

4.14. D.

4.15. -

4.16. a) $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}} \approx \pm 0,71A$,

b) $t = \frac{T}{8}$,

c) $x = \pm \frac{A}{\sqrt{5}} \approx \pm 0,45A$,

d) $t \approx 0,07T$.

4.17. b) $k = \rho_w Sg = 0,981 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$,

c) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{S\rho_w g}} \approx 0,9\text{ s}$.

4.18. a) $k = 2S\rho_w g = 0,981 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$,

b) $v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2Sg}{V}} \approx 1,44 \frac{1}{\text{s}}$,

c) nie.

4.19. b) $T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} \approx 85\text{min} = 1,42\text{h}$; nie.

4.20. a) $h = x_2 \left(\frac{x_2}{2x_1} - 1 \right) = 2,4\text{m}$.

4.21. A.

4.22. A.

4.23. a) Siły: ciężkości, bezwładności i sprężystości nitki równoważą się,

$$b) a = g \operatorname{tg} \alpha \approx 2,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

$$c) T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)}} \approx 1,7 \text{ s.}$$

4.24. a) $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + \frac{qE}{m}}} \approx 0,84 \text{ s}$, gdy linie pola elektrostatycznego będą zwrócone w dół,

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g - \frac{qE}{m}}} \approx 0,97 \text{ s},$$

gdy linie pola elektrostatycznego będą zwrócone w górę,

b) okres drgań nie ulegnie zmianie.

4.25* a) Zderzenie nastąpi po czasie $t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{l}{g}} \approx 0,5 \text{ s}$,

d) W przypadku zderzeń sprężystych kulki te będą się zderzały co pół okresu, tj. czas między kolejnymi dwoma zderzeniami wyniesie

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \approx 1 \text{ s};$$

W przypadku zderzenia niesprężystego okres

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \approx 2 \text{ s},$$

$$e) \cos \alpha = 1 - \frac{1}{4}(\sqrt{1 - \cos \alpha} - \sqrt{1 - \cos 2\alpha})^2.$$

4.26. b) $E = \frac{2l_0 mg}{\pi r^2 \Delta s} = 1,3 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$,

c) miedź.

4.27. a) $l_{st} > 5,3 \text{ km}$,

b) duraluminium ($l < 17,5 \text{ km}$).

ruch falowy

5.1. B.

5.2. a) $v = 5,14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

b) $v_{\text{fal}} = v_l - v = 1,11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

c) $v_{\text{ul}} = \lambda v \approx 1534 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

d) $d = \frac{\lambda v t}{2} \approx 53,7 \text{ m}$.

5.3. a) $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda \omega}{2\pi} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

b) $y = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,1 \text{ m} \approx 0,087 \text{ m}$,

c) $\Delta t = 0,8 \text{ s}$.

5.4. a) $\lambda = \frac{2\pi v}{\omega} = 2 \text{ m}$,

b) $y_{\dot{z}} = 0$,

c) $y \approx 4,75 \text{ cm}$,

d) $x = \frac{5}{6} \text{ cm}$.

5.5. a) $\Delta\Phi = \frac{2\pi |\Delta x|}{\lambda}$; różnica faz w każdej chwili będzie taka sama.

5.6. a) $A = 0,1 \text{ m}$; $T = \frac{8}{3} \text{ s}$; $\lambda = \frac{16}{3} \text{ m}$,

b) $v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

c) $v_{\text{max}} = \frac{2\pi A}{T} = 0,314 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

d) $y(x, t) = 0,1 \text{ m} \sin \pi \left(1 \frac{1}{\text{s}} \cdot t - \frac{3x}{8 \text{ m}} \right)$.

5.7. a) $n = 2 \frac{a}{\lambda} + 1 = 9,$

b) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma,$

$b - c = n\lambda,$ gdzie $n = 2,$

skąd $b = \frac{a^2 - n^2 \lambda^2}{2(a \cos \gamma - n\lambda)} = 2 \text{ m},$

$c = \frac{a^2 + n^2 \lambda^2 - 2an\lambda \cos \gamma}{2(a \cos \gamma - n\lambda)} = 1,5 \text{ m}.$

5.8. a) $\lambda = 80 \text{ cm},$

b) Węzły w: $x_1, x_3, x_5;$ strzałki w: $x_2, x_4,$

c) Tak.

5.9. –

5.10. a) $y_1 = A \cos \omega t_1 \approx 0,87 A,$

b) $y_2 = A \cos \omega t_2 \approx 0,50 A,$

c) $y_3 = A \cos \omega t_3 \approx 0,00 A,$

d) $y_4 = A \cos \omega t_4 \approx -0,50 A,$

e) $y_5 = A \cos \omega t_5 \approx -0,87 A,$

f) $y_6 = A \cos \omega t_6 \approx -A.$

5.11. C.

5.12. C.

5.13. D.

5.14. –

5.15. B.

5.16. C.

5.17. a) $\Delta v = v_0 \frac{u}{v - u},$

c) $\frac{\Delta v}{v_0} \cdot 100\% = \frac{u}{v - u} \cdot 100\% \approx 11,2\%,$

d) $\frac{\Delta v}{v_0} \cdot 100\% \approx \frac{u}{v} \cdot 100\% \approx 10,1\%.$

5.18*. a) Podczas ruchu po lewej połówce okręgu szybkość samochodu względem obserwatora maleje, a podczas ruchu po prawej połówce – rośnie,

$$b) u_r = u \cos \frac{\alpha}{2},$$

$$d) v = v_0 \frac{v}{v + u_r},$$

e) $v(t)$ jest funkcją rosnącą.

5.19. C.

$$**5.20.** d) v = 2(h_2 - h_1)v \approx 343,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$**5.21.** a) \lambda_{\min} \approx 17 \text{ mm}, \quad \lambda_{\max} \approx 17 \text{ m},$$

$$b) \text{ od } 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \text{ do } 1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2},$$

d) 20 fonów.

$$**5.22.** b) l = \frac{v}{4\nu_2} = \frac{v}{2\nu_1} = 0,4 \text{ m},$$

$$c) l' = \frac{v}{4\nu} \approx 5,3 \text{ m},$$

$$d) l'' = \frac{v}{2\nu} \approx 2,6 \text{ m}.$$

5.23. C.

5.24. B.

5.25. D.

transport energii

$$**6.1.** a) d_x = \frac{k_d \cdot d}{k_c} = 7,5 \text{ cm},$$

$$b) Q = k_c S \frac{\Delta T}{d} \cdot t \approx 30 \text{ MJ},$$

$$c) m = \frac{k_c S \Delta T t}{d c_s} \approx 1 \text{ kg}.$$

6.2. $t = \frac{lmc_t}{kS\Delta T} \approx 1 \text{ h } 10 \text{ min.}$

6.3. a) $Q = \frac{ktS\Delta T}{l} = 2,1 \cdot 10^4 \text{ J,}$

b) $P = \frac{Q}{t} = 350 \text{ MW.}$

6.4. c) Opór cieplny pręta lub drutu.

6.5. a) $\frac{2}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2},$

b) $\rho = \frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_2).$

6.6. B.

6.7. $W = s \cdot \pi R_z^2 \cdot t = 1,72 \cdot 10^{11} \text{ MJ,}$

b) $P_s = 4\pi Sa^2 = 3,8 \cdot 10^{20} \text{ MW.}$

6.8. a) $W_s = 4\pi\sigma T_s^4 R_s^2 t,$

b) $W_{\text{pocht}} = \frac{4\sigma T_s^4 R_s^2 R_z^2}{r^2} \cdot t,$

c) $W_z = 4\pi\sigma T_z^4 R_z^2 \cdot t,$

d) $T_s = T_z \sqrt{\frac{2r}{R_s}},$

e) $T_s \approx 5900 \text{ K.}$

6.9. a) $N = \frac{rF_2 + lF_1}{b \cos \alpha} \approx 319 \text{ N,}$

b) $h' \approx h \frac{b}{l} = 1 \text{ cm.}$

6.10. a) $F_1 = F_2 \frac{r}{R} = 28 \text{ N,}$

b) $F_1' = F_2 \frac{r'}{R} = 14 \text{ N,}$

c) $n_1 = \frac{M}{2\pi r} \approx 11,4; \quad n_2 = \frac{H}{2\pi r} \approx 22,7.$

- 6.11.** a) $\Delta h = \Delta s \cdot \operatorname{tg} \alpha \approx 0,2156 \cdot \Delta s,$
 b) $\frac{F}{Mg} \approx 0,2156$ lub $\frac{Mg}{F} \approx 4,7.$

światło i jego rola w przyrodzie

- 7.1.** b) Dla $\alpha_1 = 30^\circ$ 11 obrazów;
 dla $\alpha_2 = 45^\circ$ 7 obrazów;
 dla $\alpha_3 = 90^\circ$ 3 obrazy;
 dla $\alpha_4 = 120^\circ$ 2 obrazy;
 ogólnie liczba obrazów $n = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1,$
- c) nieskończenie wiele.
- 7.2.** a) Promień odbity od zwierciadła Z_2 musi wracać po tej samej prostej,
 c) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{AC}{CO},$
 d) nie, jest równy $2 \cdot \Delta \alpha.$
- 7.3.** B.
- 7.4.** b) Odległości obrazów od lewego zwierciadła: 15 cm, 25 cm, 55 cm; odległości obrazów od prawego zwierciadła: 5 cm, 35 cm, 45 cm; wzajemne odległości obrazów: 10 cm, 30 cm.
- 7.5.** a) $30,1^\circ,$
 b) olejek sosnowy,
 c) 1,11,
 d) $42,5^\circ.$
- 7.6.** $\sin \beta = n \sin \alpha;$
 $\beta_1 = 22,02^\circ, \beta_2 = 32,03^\circ, \beta_3 = 40,51^\circ, \beta_4 = 46,42^\circ,$
 $\alpha_1 - \beta_1 = 7,98^\circ, \alpha_2 - \beta_2 = 12,97^\circ, \alpha_3 - \beta_3 = 19,49^\circ,$
 $\alpha_4 - \beta_4 = 28,58^\circ.$
- 7.7.** b) $t = t_1 + t_2 = \frac{1}{c} \left(\frac{a}{\cos \alpha} + \frac{n^2 b}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right) \approx 13,3 \text{ ns}.$

- 7.8.** b) $97,5^\circ$,
 c) tak,
 d) promień koła, przez które wpadają promienie z nad wody zmniejszyłyby się.
- 7.9.** a) $37,31^\circ < \varphi < 90^\circ$,
 b) $53,71^\circ < \varphi < 90^\circ$.
- 7.10.** a) Kąt γ maleje,
 b) Kąt γ zawarty jest w przedziale $\langle 48,19^\circ, 180^\circ \rangle$,
 c) $\operatorname{tg} \alpha = n$, $\alpha = 56,32^\circ$.
- 7.11.** –
- 7.12.** a) $l = (h - d) \cdot \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}} + \frac{d}{\operatorname{tg} \alpha} \approx 0,90 \text{ m}$,
 b) $\alpha = 26,57^\circ$; $l' \approx 2,36 \text{ m}$.
- 7.13.** b) $f = \frac{3}{8}d = 6 \text{ cm}$,
 c) $p = \frac{1}{3}$.
- 7.14.** b) $1,86 \text{ cm}$.
- 7.15.** B.
- 7.16.** a) $y = \frac{xR}{R - 2x} = 2 \text{ m}$; $d = \frac{2(R - x) \cdot x}{R - 2x} = 3 \text{ m}$;
 obraz pozorny, prosty i powiększony,
 b) $p = \frac{R}{R - 2x} = 2$.
- 7.17.** a) Obraz pozorny, prosty i powiększony,
 b) $4,67 \text{ cm}$,
 c) $\frac{10}{3}$.
- 7.18.** a) $y = \frac{2}{3}R$,
 b) $0 \leq \alpha < 45^\circ$; $0 < y \leq \frac{2}{3}R$,

c) $y = 0,5R$; ogólnie $y = R \cdot \frac{\sin 3\alpha - \sin \alpha}{\sin 3\alpha}$.

7.19. a) $d = f \left(1 + \frac{x}{f-x} + \frac{f-x}{x} \right) = 3,5f$,

b) funkcja $d(x)$ ma maksimum dla $x = \frac{f}{2}$,

c) $d_{\min} = 3f$, gdy przedmiot zbliża się do któregoś ze zwierciadeł, d dąży do nieskończoności.

7.20. a) Kąt łamiący 45° ; kąt utworzony przez promień padający ze ścianką 1 pryzmatu 66° ; kąt utworzony przez promień wychodzący ze ścianką 2 pryzmatu 37° ,

b) $\varepsilon = 32^\circ$,

c) $n = 1,6$.

7.21. a) $f = 2r$,

b) $f = r$,

c) $f = 1,1r$,

d) $f = 11r$.

7.22. –

7.23. a) Obrazy są rzeczywiste i odwrócone, pierwszy pomniejszony, drugi powiększony,

b) $d = \frac{x^2 f_1}{(x - 2f_1)(x - f_1)} = 1 \text{ m}$,

c) $p = \frac{p_2}{p_1} = \frac{2(x - f_1)}{x - 2f_1} = 6$.

7.24. a) $z_1 = -2,5D$, $z_2 = 2D$, $z_3 = 1D$,

b) można utworzyć cztery układy:

$$z_4 = z_1 + z_2 + z_3 = 0,5D, \quad f_4 = 2 \text{ m};$$

$$z_5 = z_1 + z_2 = -0,5D, \quad f_5 = -2 \text{ m};$$

$$z_6 = z_1 + z_3 = -1,5D, \quad f_6 = -\frac{2}{3} \text{ m};$$

$$z_7 = z_2 + z_3 = 3D, \quad f_7 = \frac{1}{3} \text{ m}.$$

- 7.25.** a) $p_{\max} = 25$; rozmiary obrazu na ekranie: szerokość 90 cm, wysokość 60 cm,
 b) 4 m,
 c) 13 D,
 d) zmniejszy się jasność obrazu.

- 7.26.** d) Gdy $d > 4f$:

$$x_1 = \frac{d + \sqrt{d(d - 4f)}}{2} = 0,8 \text{ m}, \quad y_1 = \frac{d - \sqrt{d(d - 4f)}}{2} = 0,2 \text{ m},$$

$$x_2 = \frac{d - \sqrt{d(d - 4f)}}{2} = 0,2 \text{ m}, \quad y_2 = \frac{d + \sqrt{d(d - 4f)}}{2} = 0,8 \text{ m},$$

$$p_1 = \frac{d - \sqrt{d(d - 4f)}}{d + \sqrt{d(d - 4f)}} = \frac{1}{4}, \quad p_2 = \frac{d + \sqrt{d(d - 4f)}}{d - \sqrt{d(d - 4f)}} = 4.$$

- 7.27.** a) Obraz jest pozorny, pomniejszony i prosty;

$$y_1 = \frac{x_1 f_1}{f_1 - x_1} = 12 \text{ cm},$$

$$\text{b) } y_2 = \frac{f_2(y_1 + l)}{y_1 + l - f_2} = 220 \text{ cm},$$

$$\text{c) } p = \frac{f_2 y_1}{x_1(y_1 + l - f_2)} = 2.$$

- 7.28.** a) Promienie po przejściu przez soczewkę skupią się w punkcie leżącym bliżej soczewki niż jej ognisko,

- b) przedmiot pozorny,

$$\text{c) } y = f \cdot \frac{l}{l + f}.$$

7.29. a) $y = \frac{3}{2} f_{sk}$,

b) $l = f_{sk}$,

- c) gdy $l > f_{sk}$ otrzymamy wiązkę zbieżną; gdy $l < f_{sk}$ – rozbieżną.

- 7.30.** a) $y_2 = f$ (osoba ta zobaczy obraz dokładnie w środku pomiędzy soczewkami),

- b) będzie to obraz pozorny, odwrócony w stosunku do przedmiotu i takiej samej wielkości ($p = p_1 \cdot p_2 = 1$),

- d) rzeczywisty, prosty i tej samej wielkości co przedmiot.

7.31.
$$z = \frac{2 - n_w - n_s}{rn_w} = -2,5D.$$

- 7.32.** a) Obraz rzeczywisty i odwrócony powstanie po tej samej stronie soczewki, co przedmiot w odległości $y = 2f - x$ od soczewki; będzie to obraz tej samej wielkości, co przedmiot ($p = 1$),
 b) Obraz powstanie między soczewką a zwierciadłem; będzie to obraz rzeczywisty, odwrócony i pomniejszony; patrząc z przeciwnej strony soczewki można zobaczyć obraz pozorny, odwrócony w stosunku do przedmiotu i tej samej wielkości, co przedmiot.

- 7.33.** a) Krótkowzroczność; promienie świetlne tworzą ostry obraz w płaszczyźnie przed siatkówką oka,
 b) 0,1 m,
 c) np. soczewka dwuwklęsta o promieniu krzywizny $\frac{1}{6}$ m,
 d) 1,8 cm,
 e) (0,10 m; 0,17 m).

7.34. C.

- 7.35.** a) 17,5 mm; 1,92 mm,
 b) $p_1 = 11$; $p_2 = 85,3$,
 c) $p_{\max} = 853$,
 d) $p = 869$.

7.36. a)
$$y_{ok} = f_{ok} \cdot \frac{l(x_{ob} - f_{ob}) - x_{ob}f_{ob}}{(f_{ok} - l)(x_{ob} - f_{ob}) + x_{ob}f_{ob}} \approx 45,3 \text{ cm},$$

b)
$$p = p_{ob} \cdot p_{ok} = \frac{f_{ob} \cdot f_{ok}}{(f_{ok} - l)(x_{ob} - f_{ob}) + x_{ob}f_{ob}} \approx 53,3,$$

c)
$$p \approx \frac{ld}{f_{ok} \cdot f_{ob}} \approx 54,7,$$

d)
$$l' = \frac{x_{ob}f_{ob}}{x_{ob} - f_{ob}} + \frac{df_{ok}}{d + f_{ok}} \approx 13,3 \text{ cm};$$

$$p' = \frac{f_{ob}}{x_{ob} - f_{ob}} \cdot \frac{d + f_{ok}}{f_{ok}} = 33.$$

7.37. D.

7.38. D.

7.39. C.

7.40. a) $\Delta f_{cr} = \frac{r}{2} \cdot \frac{n_f - n_c}{(n_c - 1)(n_f - 1)} = 2 \text{ cm},$

b) $\Delta f_{fl} \approx 2,7 \text{ cm}.$

7.41. a) $N_1 = \frac{dn_1}{\lambda} \approx 14,7; \quad N_2 = \frac{dn_2}{\lambda} \approx 12,2,$

b) $\Delta\varphi = 2\pi(N_1 - N_2) \approx 15,7 \text{ radianów} \approx 900^\circ,$

c) efektywna różnica faz to π radianów = 180° ;
wychodzące fale mają prawie przeciwne fazy.

7.42. d) Przez zlewkę przejdzie bez zmiany kierunku tylko światło o jednej barwie.

7.43. –

7.44. a) $a = \frac{1}{400} \text{ mm} = 2,5 \mu\text{m},$

b) $\alpha_1 = 12,9^\circ,$

c) $\lambda = 560 \text{ nm},$

d) 9 prążków.

7.45. a) $a = \frac{2\lambda_z \sqrt{4d^2 + l^2}}{l} = 2000 \text{ nm} = 2 \mu\text{m},$

b) $N = \frac{1}{a} = 500 \frac{1}{\text{mm}},$

c) $\sin \alpha_{1c} = \frac{\lambda_c l}{2\lambda_z \sqrt{4d^2 + l^2}} = 0,39; \quad \alpha_{1c} \approx 23,0^\circ;$

$\sin \alpha_{1f} = \frac{\lambda_f l}{2\lambda_z \sqrt{4d^2 + l^2}} = 0,20; \quad \alpha_{1f} \approx 11,5^\circ;$

$\sin \alpha_{2f} = \frac{\lambda_f l}{\lambda_z \sqrt{4d^2 + l^2}} = 0,40; \quad \alpha_{2f} \approx 23,5^\circ,$

d) $\sin \alpha_{2z} = \frac{l}{\sqrt{4d^2 + l^2}} = 0,6;$

$$\sin \alpha_{3f} = \frac{3\lambda_f l}{2\lambda_z \sqrt{4d^2 + l^2}} = 0,6;$$

tak, bo $3\lambda_f = 2\lambda_z$.

7.46. a) $a = \frac{\lambda}{\sin \frac{\alpha}{2}} \approx 2280 \text{ nm} = 2,28 \mu\text{m},$

b) $N = \frac{1}{a} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\lambda} \approx 440 \frac{1}{\text{mm}},$

c) $n \leq \frac{1}{\sin \frac{\alpha}{2}} \approx 3,86;$ po każdej stronie możemy obserwować

3 prążki żółte,

d) $\alpha_1 = 15^\circ; \sin \alpha_2 = 2 \sin \frac{\alpha}{2}; \alpha_2 \approx 31,0^\circ;$

$$\sin \alpha_3 = 3 \sin \frac{\alpha}{2}; \alpha_3 \approx 51,0^\circ,$$

e) **1.** metoda różniczki zupełnej:

$$\frac{da}{a} = \frac{d\left(\sin \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{\frac{1}{2} \cos \frac{\alpha}{2} d\alpha}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{d\alpha}{\text{tg} \frac{\alpha}{2}};$$

$$d\alpha = 1^\circ \approx 0,018 \text{ radianów};$$

$$\frac{da}{a} \approx 0,034; \frac{da}{a} \cdot 100\% \approx 3,4\%;$$

$$da \approx 0,034 \cdot 2,28 \mu\text{m} \approx 0,08 \mu\text{m};$$

$$a = (2,28 \pm 0,08) \mu\text{m};$$

$$\frac{dN}{N} = \frac{d\left(\sin \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin \frac{\alpha}{2}} \approx 0,034, \quad \frac{dN}{N} \approx 3,4\%;$$

$$dN = 0,034 \cdot 440 \frac{1}{\text{mm}} \approx 15 \frac{1}{\text{mm}}; \quad N = (440 \pm 15) \frac{1}{\text{mm}};$$

2. metoda NKP

$$a = \frac{\lambda}{\sin \frac{\alpha}{2}}, \quad \Delta\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 0,5^\circ;$$

$$a_{\max} \approx 2,36 \mu\text{m}, \quad a_{\min} \approx 2,20 \mu\text{m};$$

$$\Delta a = \frac{a_{\max} - a_{\min}}{2} = 0,08 \mu\text{m};$$

$$a = (2,28 \pm 0,08) \mu\text{m}, \quad \frac{\Delta a}{a} \cdot 100\% \approx 3,5\%;$$

$$N = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\lambda}, \quad \Delta\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 0,5^\circ;$$

$$N_{\max} \approx 454 \frac{1}{\text{mm}}, \quad N_{\min} \approx 424 \frac{1}{\text{mm}};$$

$$\Delta N = 15 \frac{1}{\text{mm}}, \quad N = (440 \pm 15) \frac{1}{\text{mm}}; \quad \frac{\Delta N}{N} \cdot 100\% \approx 3,4\%.$$

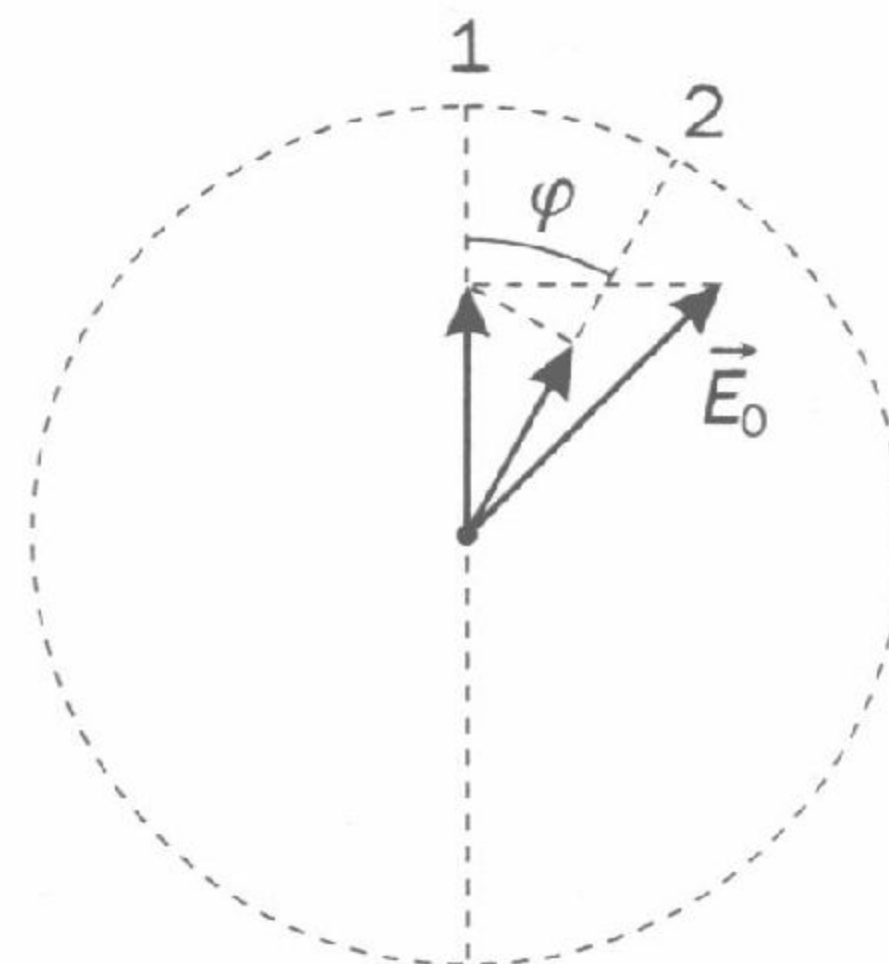
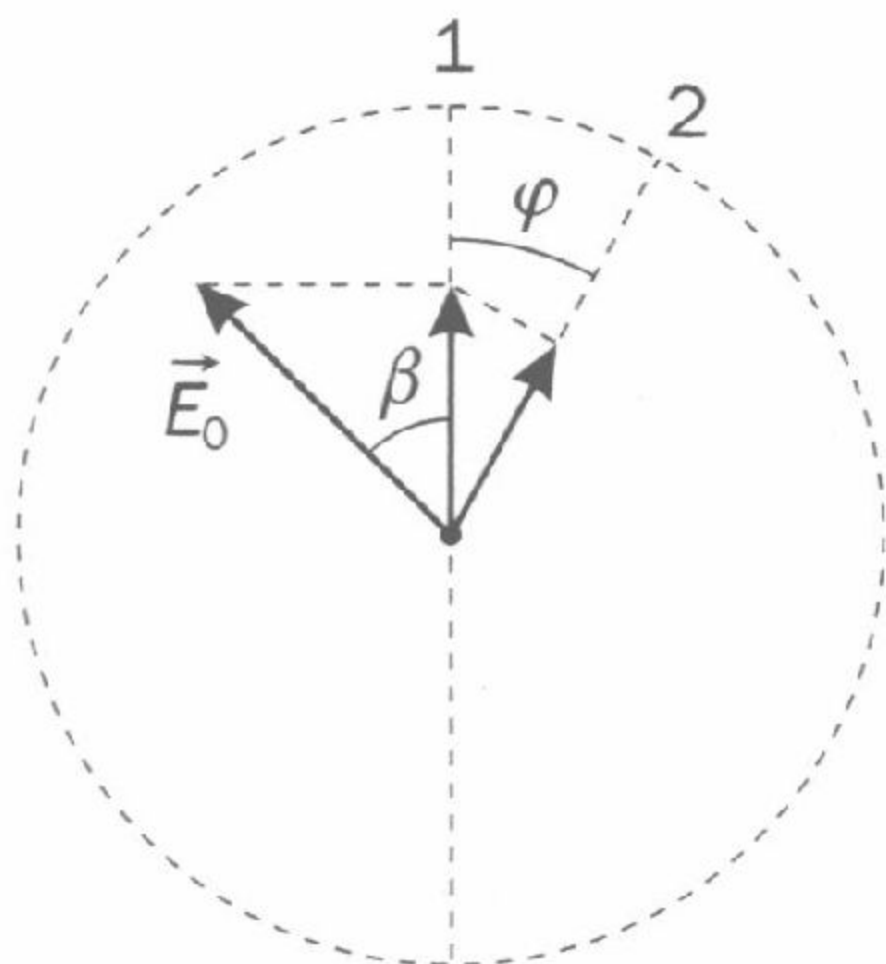
7.47. B.

7.48. $\sin 2\alpha = 2 \frac{A_2}{A_1} = 1, \quad \alpha = 45^\circ.$

7.49. a) $\frac{E_{\max 2}}{E_{\max 1}} = \cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2},$

b) $I_2 = I_1 \cos^2 \varphi = 1,5 \frac{\text{W}}{\text{cm}^2}.$

7.50. 1 i 2; $I = I_1 \cos^2 \beta \cos^2 \varphi = 0,75 \frac{\text{W}}{\text{cm}^2},$



7.51. a) $\operatorname{tg} \alpha = n, \quad \alpha = 53,13^\circ$.

7.52. c) $l = 0,74 \text{ mm}$.

7.53. 1) $d_k = \frac{\alpha}{\alpha_0} = 4,5 \text{ mm}, \quad 2) d_{ck} = \frac{\alpha}{\alpha_{0ck}} \approx 9 \text{ nm}$.

7.54. 3, 4, 5.

7.55. b) cez,

f) $U_h(\nu) = \frac{h}{e} \nu - \frac{W}{e};$

punkt przecięcia wykresu z osią częstotliwości ma współrzędne $(\nu_{gr}, 0)$; punkt przecięcia wykresu z osią napięcia ma współrzędne $(0, -\frac{W}{e})$; $\nu_{gr} = 2,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.

7.56. B.

7.57. b) $h = \frac{e}{c} \cdot \frac{\lambda_1 \lambda_2 (U_2 - U_1)}{\lambda_1 - \lambda_2}$.

7.58. a) Tak,

b) nie.

7.59. –

7.60. C.

7.61. b) $E_w = -\frac{E_1}{4} = 3,6 \text{ eV},$

c) $E = -\frac{3}{4} E_1 = 10,2 \text{ eV}.$

7.62. a) $\lambda = \frac{36}{5R} \approx 656 \text{ nm},$

b) $E = \frac{5}{36} R h c \approx 3 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 1,9 \text{ eV};$

$p = \frac{5R h}{36} \approx 1 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kgm}}{\text{s}},$

c) $\lambda_{gr} = \frac{4}{R} \approx 365 \text{ nm}.$

7.63. a) $E_k = -E_1 = 13,6 \text{ eV} \approx 2,2 \cdot 10^{-18} \text{ J};$

$$E_p = 2E_1 = -27,2 \text{ eV} \approx -4,4 \cdot 10^{-18} \text{ J},$$

$$\text{b) } v = \sqrt{\frac{-2E_1}{m}} \approx 2,2 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$r = -\frac{ke^2}{2E_1} \approx 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}.$$

7.64. b) Otrzymamy 3 linie serii Lymana, 2 – serii Balmera, 1 – serii Paschena,

$$\text{c) } E_{4 \rightarrow 1} = 12,75 \text{ eV}, \quad \nu_{4 \rightarrow 1} = 3,08 \cdot 10^{15} \text{ Hz};$$

$$E_{3 \rightarrow 1} = 12,09 \text{ eV}, \quad \nu_{3 \rightarrow 1} = 2,92 \cdot 10^{15} \text{ Hz};$$

$$E_{2 \rightarrow 1} = 10,20 \text{ eV}, \quad \nu_{2 \rightarrow 1} = 2,46 \cdot 10^{15} \text{ Hz};$$

$$E_{4 \rightarrow 2} = 2,55 \text{ eV}, \quad \nu_{4 \rightarrow 2} = 0,62 \cdot 10^{15} \text{ Hz};$$

$$E_{3 \rightarrow 2} = 1,89 \text{ eV}, \quad \nu_{3 \rightarrow 2} = 0,46 \cdot 10^{15} \text{ Hz};$$

$$E_{4 \rightarrow 3} = 0,66 \text{ eV}, \quad \nu_{4 \rightarrow 3} = 0,16 \cdot 10^{15} \text{ Hz}.$$

$$\text{7.65. a) } n \approx \sqrt[3]{-\frac{2E_1 \lambda}{hc}} \approx 100,$$

$$\text{b) } \lambda \approx 4,6 \text{ cm}.$$

7.66. B.

7.67. C.

7.68. B.

$$\text{7.69. } \frac{n}{t} = \frac{P \lambda t}{hc} \approx 6,4 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{s}}.$$

fizyka jądrowa i jej zastosowania

$$\text{8.1. a) } m_{Li} \approx 6,940938 u,$$

$$\text{b) } m_{Cl} = 35,458130 u.$$

$$\text{8.2. a) } \frac{r_8 - r_7}{r_7} \cdot 100\% \approx 4,5\%,$$

$$\text{b) } \rho_{sr} \approx 2,3 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ (} 2,3 \cdot 10^{14} \text{ razy większa od gęstości wody).}$$

$$\text{8.3. a) } T_{1/2} = 6 \text{ h},$$

b) $t \approx 40 \text{ h}$.

8.4. $t = 5360 \text{ lat}$.

8.5. a) $T_{1/2} \approx 2,6 \text{ min}$,

b) $\lambda \approx 0,266 \frac{1}{\text{min}}$.

8.6. b) $N_\alpha = N_A \frac{m_0}{\mu} \left(1 - 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \right) \approx 2,4 \cdot 10^{18}$,

c) $p = \frac{m_0}{\mu} \left(1 - 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \right) \cdot \frac{RT}{V} \approx 10 \text{ kPa}$.

8.7. a) $T_1 = 2,8 \text{ dni}$; $T_2 = 1,2 \text{ dni}$,

b) $\lambda_1 \approx 0,25 \frac{1}{\text{dzień}}$; $\lambda_2 \approx 0,58 \frac{1}{\text{dzień}}$.

8.8. b) $\lambda = 0,1315 \frac{1}{\text{rok}} \approx 4,2 \cdot 10^{-9} \frac{1}{\text{s}}$;

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{A_0 T}{\ln 2} \approx 1,77 \cdot 10^{19},$$

c) $m = \mu \frac{N_0}{N_A} \approx 1,8 \text{ mg}$,

d) $\frac{|\Delta N|}{N_0} \cdot 100\% = \left(1 - 2^{-\frac{t}{T}} \right) \cdot 100\% \approx 2,2\%$.

8.9. a) $T_{1/2} \approx 14 \text{ dni}$,

b) $\ln A = \ln A_0 - \lambda t$,

c) $\lambda \approx 0,049 \frac{1}{\text{dzień}}$, $T_{1/2} \approx 14,2 \text{ dni}$.

8.10. a) $E_s = 931,48 \text{ MeV}$,

b) $E_w = 79m_H + 118m_n - m_{Au}$,

c) $E_w = 1559,4 \text{ MeV}$;

$$\frac{E_w}{A} = 7,92 \frac{\text{MeV}}{\text{nukleon}}$$

8.11. $E = -[(m_{Rn} + m_{He}) - m_{Ra}] \approx 4,87 \text{ MeV}$,

$$b) E_{Rn} = \frac{m_{He}}{m_{Rn} + m_{He}} \cdot E \approx 0,09 \text{ MeV};$$

$$E_{\alpha} = \frac{m_{Rn}}{m_{Rn} + m_{He}} \cdot E \approx 4,78 \text{ MeV}.$$

8.12. a) $E_1 = -[(m_{Kr} + m_{Ba} + 3m_n) - (m_U + m_n)] \approx 171 \text{ MeV},$

b) $E_2 = -[(m_{Rb} + m_{Cs} + 2m_n) - (m_U + m_n)] \approx 181 \text{ MeV}.$

8.13. a) $N = N_A \frac{m}{\mu} \approx 2,56 \cdot 10^{24},$

b) $E \approx N_A \frac{m}{\mu} \cdot 200 \text{ MeV} = 5,12 \cdot 10^{26} \text{ MeV};$

$E \approx 8,2 \cdot 10^{13} \text{ J (na 1 kilogram),}$

c) $m = \frac{Pt}{0,25E} \approx 8,4 \text{ kg}.$

8.14. c) $E = -(m_{2H} + 2m_e - 2m_{1H}) \approx 0,42 \text{ MeV},$

d) dodatkowa wartość energii to energia anihilacji; energię tę zabierają 2 fotony γ , które powstają w procesie anihilacji.

8.15. a) **1.** $\Delta m = m_{3He} - (m_{1H} + m_{2H}) = -0,005898 u < 0;$

reakcja może zachodzić,

2. $\Delta m = m_{3He} + m_n - 2m_{2H} = -0,003510 u < 0;$

reakcja może zachodzić,

3. $\Delta m = m_n + m_{4He} - (m_{2H} + m_{3H}) = -0,018883 u < 0;$

reakcja może zachodzić,

b) **1.** $E \approx 5,49 \text{ MeV},$

2. $E \approx 3,27 \text{ MeV},$

3. $E \approx 17,59 \text{ MeV}.$

8.16. a) $E_k = \frac{ke^2}{r} = 9,24 \cdot 10^{-14} \text{ J} \approx 577 \text{ keV},$

b) w gwiazdach,

c) $T = \frac{2N_A \cdot E_k}{3R} \approx 4,5 \cdot 10^9 \text{ K}.$

oddziaływania w przyrodzie

9.1. -

9.2. -

9.3. -

- 9.4. a) Trwałe są cząstki: proton, elektron i neutrino,
b) powstają cząstki trwałe: elektron, neutrino i antyneutrino.

Suma energii kinetycznych

$$E_{k\mu} + E_{k\nu} = E_{s\pi} - (E_{s\mu} + E_{s\nu}) = \\ = 139,6 \text{ MeV} - 105,7 \text{ MeV} = 33,9 \text{ MeV}.$$

- 9.5. a) proton: u, u, d;
neutron: u, d, d,

b) Jest to przykład oddziaływań słabych,

c) ${}_{-1}^{\frac{1}{3}}d \rightarrow {}_{2}^{\frac{2}{3}}u + {}_{-1}e + {}_0\bar{\nu},$

d) $p \rightarrow n + e^+ + \nu,$

$${}_{\frac{2}{3}}u \rightarrow {}_{-\frac{1}{3}}d + {}_1e + {}_0\nu.$$

9.6. $\frac{F_e}{F_g} = \frac{k}{G} \cdot \frac{e^2}{m_e m_p} \approx 2 \cdot 10^{29}.$

jedność mikro- i makroświata

10.1. a) $p = \frac{\sqrt{E^2 - m^2 c^2}}{c} = \sqrt{8} mc,$

b) $u = \frac{pc^2}{E} = \frac{2\sqrt{2}}{3} c,$

c) $E_{wt} = mc^2.$

10.2. a) $p_u = p = \sqrt{8} mc,$

b) $E_{u,CM} = \sqrt{E_u^2 - p_u^2 c^2} = 2\sqrt{2} mc^2,$

$$E_{ku,CM} = 2(\sqrt{2} - 1) mc^2,$$

$$c) E_{k1,CM} = (\sqrt{2} - 1)mc^2, \quad \gamma = \sqrt{2},$$

$$d) v_{1,CM} = \frac{c}{\gamma}(\gamma^2 - 1) = \frac{\sqrt{2}}{2}c \approx 0,707c,$$

$$e) p_{1,CM} = \gamma m v_{1,CM} = mc,$$

$$f) p_u = p = \sqrt{3}mc;$$

$$E_{u,CM} = \sqrt{6}mc^2;$$

$$E_{ku,CM} = (\sqrt{6} - 2)mc^2;$$

$$E_{k1,CM} = \frac{\sqrt{6} - 2}{2}mc^2; \quad \gamma = \frac{\sqrt{6}}{2} = \sqrt{\frac{3}{2}};$$

$$v_{1,CM} = \frac{c}{\gamma}(\gamma^2 - 1) = c \frac{\sqrt{6}}{6} \approx 0,408 \frac{m}{s};$$

$$p_{1,CM} = \gamma m v_{1,CM} = \frac{mc}{2}.$$

10.3. b) $\bar{E}_k = 0,04 \text{ eV},$

$$c) \lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2E_k m}} \approx 1,45 \text{ \AA},$$

d) tak, bo stała sieci krystalicznej jest niewiele razy większa od długości fali de Broglie'a.

10.4. a) $v = \sqrt{\frac{2hc}{\lambda_f m}} \approx 1 \cdot 10^6 \frac{m}{s}, \quad \gamma \approx 1,$

$$b) \lambda_B = \sqrt{\frac{\lambda_f h}{2cm}} = 0,697 \text{ nm}, \quad \frac{\lambda_f}{\lambda_B} = \sqrt{\frac{2cm\lambda_f}{h}} \approx 574,$$

$$c) U = \frac{hc}{e\lambda_f} \approx 3,1 \text{ V}.$$

10.5. a) $U = \frac{mv^2}{2e} = 2560 \text{ V},$

$$b) \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx 1,005,$$

$$c) \lambda_B = \frac{h}{mv} = 0,024 \text{ nm},$$

$$d) \lambda_B(U) = \frac{h}{\sqrt{2em}} \cdot \frac{1}{\sqrt{U}}; \quad \lambda_B(U) = \frac{1,23 \cdot 10^{-9} \text{ mV}^{1/2}}{\sqrt{U}}$$

10.6. a) $E_k = eU = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 1 \text{ MeV},$

b) $\frac{eU}{mc^2} = 1,96; \quad \gamma = 2,96,$

c) $\lambda_B = \frac{h}{mc^2 \sqrt{\gamma^2 - 1}} \approx 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ nm},$

d) $\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU} \approx 1,24 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 1,24 \cdot 10^{-3} \text{ nm}.$

10.7. a) Stosunek jest taki sam i wynosi: $\frac{1}{m_e} : \frac{1}{m_{N_2}} : \frac{1}{m_p},$

b) $v_e = \frac{h}{\lambda_B m_e} \approx 0,73 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}};$

$$v_{N_2} = \frac{h N_A}{\lambda_B \mu} \approx 142 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$v_p = \frac{h}{\lambda_B m_p} \approx 6,63 \cdot 10^{-16} \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

c) $E_{ke} = \frac{h^2}{2\lambda_B^2 m} \approx 1,6 \text{ keV}; \quad E_{kN_2} \approx 0,03 \text{ eV};$

$$E_{kp} \approx 1,45 \cdot 10^{-18} \text{ eV}.$$

10.8. a) $\Delta v_x \geq \frac{h}{4\pi m \Delta x};$

$$\Delta v_{xe} \geq 58 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

b) $\Delta v_{xp} \geq 3 \frac{\text{m}}{\text{s}},$

c) $\Delta v_{xz} \geq 2,6 \cdot 10^{-22} \frac{\text{m}}{\text{s}};$

najdokładniej można wyznaczyć współrzędną v_x ziarenka piasku.

10.9. –

$$10.10.a) \Delta E \cdot \Delta t = h \Delta \nu \cdot \Delta t = h \left| \Delta \left(\frac{c}{\lambda} \right) \right| \cdot \Delta t = hc \left| \Delta \left(\frac{1}{\lambda} \right) \right| \cdot \Delta t =$$

$$= hc \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} \Delta t;$$

$$\frac{hc}{\lambda^2} \Delta \lambda \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}; \quad \Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{4\pi c \Delta t} \approx 9,55 \cdot 10^{-6} \text{ nm},$$

$$b) \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \cdot 100\% \approx 1,6 \cdot 10^{-6}\%,$$

c) jest wprost proporcjonalna do długości fali;
 bardziej „ostre” są linie widmowe odpowiadające falom krótkim.

$$10.11.a) \Delta E \geq \frac{h}{4\pi \Delta t} = 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ eV},$$

$$b) \Delta \lambda \geq \frac{\lambda^2}{4\pi c \Delta t} = 6,6 \cdot 10^{-5} \text{ nm},$$

$$c) \Delta x \geq \frac{h}{4\pi \cdot \Delta p_x} = \frac{1}{4\pi \left| \Delta \left(\frac{1}{\lambda} \right) \right|} = c \Delta t = 30 \text{ cm}.$$

umiejętność odczytywania informacji z tekstu

11.1. -

11.2. -

$$11.3. 1. v \approx 299 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$T = \frac{v^2 \mu}{\kappa R} \approx 288 \text{ K} = 15^\circ \text{ C},$$

$$3. l = h \sqrt{M^2 - 1} \approx 1327 \text{ m}.$$

$$11.4. 3. 3,90 \text{ m} < \lambda_{\text{rez}} < 6,38 \text{ m},$$

$$\lambda_{\text{rez,gt}} \approx 0,86 \text{ mm}.$$

11.5. -

11.6. 2. Nie.

11.7. 2D,
3A.

11.8. 2C,
3. $v \approx 10^{-4} c$.

