Kinematyka, dynamika, siły i ruchy ciał niebieskich

Spis treści

Zasady zachowania w przyrodzie

Energia mechaniczna i jej rodzaje

Energia potencjalna sprężystości

Zasada zachowania energii mechanicznej

Rzut pionowy, rzut poziomy, rzut ukośny - definicje, twierdzenia, wzory

Ruch opóźniony

Ruch planet na sferze niebieskiej

Prawo powszechnego ciążenia

Prawa Keplera

Zasady zachowania w przyrodzie

Przyroda ma ciekawą właściwość. Okazuje się, że pomimo całej złożoności i różnorodności jej procesów, istnieją pewne mierzalne wielkości, których wartość w obrębie danego układu odniesienia zawsze pozostaje stała i niezmienna. Mówimy, że takie wielkości są zachowane. Trzeba tu koniecznie nadmienić, że zasada zachowania nie oznacza tej samej wartości w każdym układzie odniesienia (UO). Wartości te mogą być różne w różnych UO, ale w obrębie tego samego UO, zawsze są stałe.

Przystąpimy teraz do omówienia fundamentalnych zasad zachowania, które, wedle współczesnej wiedzy, są w przyrodzie spełnione zawsze i 2 zasad zachowania, które łamane są tylko w oddziaływaniach słabych.

Zasada zachowania energii - dotyczy stałości całkowitej energii cząstek biorących udział w danym, izolowanym procesie. Różne składowe energii całkowitej, np.: energia kinetyczna, potencjalna, wewnętrzna, chemiczna i masy nie muszą być zachowane i mogą swobodnie w siebie przechodzić. Stała pozostaje zawsze suma wszystkich możliwych składowych.

Przykładowo: energia kinetyczna zachowana jest tylko podczas zderzeń sprężystych, natomiast podczas zderzeń nieelastycznych zostaje, przynajmniej częściowo, zamieniona na energię wewnętrzną.

Zasady zachowania: pędu i momentu pędu - mówią one, że całkowity pęd cząstek biorących udział w danym, izolowanym procesie, a także całkowity moment pędu, pozostają niezmienne.

Pęd to iloczyn masy i prędkości (mv), a moment pędu - iloczyn momentu bezwładności (I) i prędkości kątowej (ω) - Iω.

Zasada zachowania ładunku - mówi ona, że w każdym, izolowanym procesie w przyrodzie, żaden ładunek nie może ginąć i nie może być wypadkowo wyprodukowany. Całkowity ładunek procesu jest stały. Jeśli w procesie wyprodukowana zostaje nowa, naładowana cząstka, to musi towarzyszyć jej pojawienie się drugiej cząstki lub innych cząstek, których ładunek jest dokładnie przeciwny i "kasuje" ładunek cząstki pierwszej.

Przykład:

p + p → p + p + p + anty-p

Przy zderzeniu 2 protonów może powstać dodatkowy proton o ładunku +1, ale powstaje także antyproton o ładunku -1.

Zasada zachowania koloru - cząstki elementarne: kwarki, wchodzące w skład protonu, neutronu, innych barionów oraz mezonów, mogą występować w trzech kolorach: niebieskim (N), zielonym (Z) i czerwonym (C). **Antykwarki niosą trzy odpowiednie antykolory.**

Jako, że nigdy nie obserwujemy samych kwarków, to jedyne co możemy zobaczyć to przemiany barionów, antybarionów i mezonów, które zawsze mają wypadkowy kolor zero, czyli biały (bariony to trzy kwarki o trzech kolorach (biel), antybariony - trzy antykwarki o 3 antykolorach (biel), a mezony to 2 kwarki o kolorze i antykolorze (biel).

A więc obserwowalne zachowanie koloru ma postać banalną: zero na początku → zero na końcu.

Uważa się, że w obrębie barionu lub mezonu kwark może zmienić kolor, ale z emisją odpowiednio zabarwionego gluonu, co zachowuje całkowity kolor, np.:

kwark C → kwark N + gluon C-antyN

Zasada zachowania liczby barionowej - to tak naprawdę zasada zachowania liczby kwarkowej. Kwarki mają liczbę kwarkową +1, a antykwarki -1. Całkowita liczba kwarkowa jest stała w każdym, izolowanym procesie. Jeśli powstaje nowy kwark, to musi towarzyszyć mu dodatkowy antykwark. Jako, że mezony składają się z kwarku i antykwarku, to może ich w procesie powstać dowolnie wiele i nie ma czegoś takiego jak zasada zachowania liczby mezonowej.

Bariony natomiast to trójki kwarków, więc liczba barionowa musi być zachowana. Jeśli tworzy się nowy barion, to zawsze razem z nowym antybarionem (zobacz powyższy przykład kolizji 2 protonów).

Zasady zachowania liczb: elektronowej, mionowej i taonowej - dotyczą tylko leptonów - drugiej obok kwarków grupy cząstek elementarnych.

Każda z tych liczb z osobna, w każdym procesie zachodzącym w przyrodzie, musi być zachowana. Elektron i neutrino elektronowe mają liczbę elektronową +1, pozyton (antyelektron) i antyneutrino elektronowe: -1. I analogicznie w przypadku mionów, taonów i odpowiadających im neutrin.

Oto przykłady procesów dozwolonych:

neutron → proton + elektron + antyneutrino elektronowe (0 → 0 + 1 + -1)

mion + kwark u → neutrino mionowe + kwark d (1 + 0 → 1 + 0)

Przejdziemy teraz do omówienia zasad zachowania łamanych tylko w oddziaływaniu słabym:

Zasada zachowania zapachu - kwarki występują w 6 rodzajach (zapachach): u, d, s, c, b, t, antykwarki - w sześciu odpowiednich antyzapachach. Każdy rodzaj kwarku ma swoją liczbę zapachową +1, a każdy odpowiadający antykwark: -1.

Całkowita liczba zapachowa jest dla każdego zapachu zachowana w oddziaływaniach silnych i elektromagnetycznych. Znaczy to, że np. w każdym z takich procesów liczba kwarków u pozostaje stała lub z powstaniem dodatkowego kwarka u wiąże się powstanie antykwarku anty-u.

Jak wiadomo, oddziaływania słabe mogą łamać te zasady. Oto przykład procesu, w którym nie jest zachowana liczba zapachowa s:

$$\Lambda \text{ (uds)} \rightarrow \text{proton (uud)} + \text{pion- (d anty-u)}$$

$$(1 \rightarrow 0 + 0)$$

Zasada zachowania parzystości - zasada ta związana jest z możliwością przebiegu procesów, które są lustrzanym odbiciem procesu wyjściowego. Jeśli taka możliwość jest, to parzystość jest zachowana. Dzieje się tak w przypadku procesów z oddziaływaniem elektromagnetycznym i silnym.

Natomiast oddziaływanie słabe łamie tę zasadę. Eksperymenty z rozpadem słabym typu beta (-) izotopu kobaltu Co60 pokazały, że elektrony zawsze emitowane są w kierunku spinu, mimo, że w odbiciu lustrzanym powinny wylatywać przeciwnie do tego kierunku.

Poza tym, okazało się, że procesy słabe, w których uczestniczy neutrino są w odbiciu lustrzanym wykluczone. Jest tak dlatego, że cząstka ta jest zawsze lewoskrętna, a jej odbicie lustrzane musi być prawoskrętne, czyli przedstawiać już zupełnie inną cząstkę - antyneutrino.

Energia mechaniczna i jej rodzaje

Mówimy, że wykonanie jednej pracy i zmiana położenia ciała spowodowały zgromadzenie pewnej energii, dzięki której ciało to zyskało możliwość wykonania innej pracy. Jeżeli na stole znajduje się lampa, to trudno sobie wyobrazić, aby mogła ona wykonać jakąś pracę. Gdyby jednak zawiesić ją na pewnej wysokości, to podczas spadania mogłaby ona wykonać pracę (na przykład tłukąc talerz leżący na stole pod lampą).

Jednak, aby zawiesić lampę, musimy ją podnieść do góry, a zatem działając pewną siłą, wykonać pracę. Jeżeli chcemy powiesić lampę wyżej, praca ta musi być większa, ponieważ działamy taką samą siłą, ale na dłuższej drodze. Wisząca na większej wysokości lampa ma większą energię i może wykonać większą pracę.

Właściwość ta jest charakterystyczna dla wszystkich ciał, które zostały podniesione nad powierzchnię Ziemi. Praca włożona w zmianę położenia tych ciał w pionie zostaje w nich „zmagazynowana”, a one same mogą ją „oddać”.

Podczas gry w kręgle rozpędzamy kulę – wykonujemy przy tym pracę (działamy na kulę siłą i przesuwamy na pewną odległość), następnie rozpędzona kula przesuwa i przewraca kręgle. Poruszające się ciało ma możliwość wykonania pracy. Mówimy, że posiada pewną energię związaną z ruchem.

W dawnych czasach używano tzw. bombard. Był to pierwowzór działa. Bombarda wyrzucała kule kamienne lub żelazne z dużą prędkością. Kula uderzając w mury zamku, powodowała ich pękanie. Mogła ona wykonać pracę dzięki temu, że miała dużą prędkość.

Następnym przykładem możliwości wykonania pracy dzięki zmagazynowanej energii jest używana w dawnych czasach katapulta lub proca.

Z powyższych przykładów widać, że wykonanie nad ciałem pracy prowadzi do zmiany jego stanu. Ciało poprzez zmianę położenia lub uzyskanie prędkości ma możliwość wykonania pracy. Mówimy, że takie ciało zyskuje energię. Energia ta związana jest ze zmianą położenia lub zmianą prędkości i nazywamy ją **energią mechaniczną**.

Energię tę możemy podzielić na dwie kategorie:

- Zależną od wzajemnego położenia oddziałujących ciał (jak w przypadku katapulty) – tę kategorię nazywamy **energią potencjalną**. Zmiana położenia ciał jest czynnikiem umożliwiającym wykonanie przez nie pracy. Przykładowo: wiszący nad wbijanym słupem młot kafara może wykonać pracę dopiero wtedy, gdy spadnie i uderzy w słup.
- Zależną od ruchu ciała (jak w przypadku kręgli) – tę postać energii nazywamy **energią kinetyczną**. Ciało będące w ruchu może wykonać pracę.

Nie zawsze wykonana praca zmienia się w energię potencjalną lub kinetyczną. Jeżeli pchamy szafę poziomo siłą równą sile tarcia, to nie uzyskujemy ani wzrostu prędkości, ani zmiany położenia względem powierzchni Ziemi. Nie zmieniamy zatem ani energii kinetycznej, ani potencjalnej ciała. Nie oznacza to jednak, że przepadła ona bez śladu – zmieniła się w inną formę energii – energię wewnętrzną, którą omówimy w dalszej części podręcznika. Energia ta związana jest ze zmianą temperatury ciała.

Energia – wielkość fizyczna charakteryzująca ciało lub układ ciał i związana z pracą, którą to ciało jest w stanie wykonać. Ciało (układ ciał) posiada energię, jeśli jest zdolne do wykonania pracy.

Energia może występować w różnych formach, np. energia elektryczna, energia cieplna, energia chemiczna, energia jądrowa, energia świetlna, energia mechaniczna. Jednostką energii jest dżul.

Energia mechaniczna – występuje w dwóch postaciach: energii potencjalnej i energii kinetycznej, a jej całkowita wartość jest ich sumą, czyli:

<u>energia mechaniczna = energia potencjalna + energia kinetyczna</u>

Energię oznacza się symbolem E i dlatego powyższy związek możemy zapisać w formie równania:

$$\underline{E_{mech}=E_{kin}+E_{pot}}$$

Energia ciała może się zmieniać. Gdy ciało wykonuje pracę, jego energia maleje, a gdy siły zewnętrzne wykonują pracę nad ciałem – jego energia wzrasta o wartość wykonanej pracy.

Przykład

Podczas gry w koszykówkę zawodnik podnosi piłkę nad głowę, zwiększając jej wysokość nad podłogą o $1{,}3$ metra. O ile wzrosła energia potencjalna piłki? Masa piłki do koszykówki wynosi $0{,}5\ \mathrm{kg}$.

Analiza zadania:

Przyrost energii piłki (ΔE) jest równy pracy, jaką wykonał zawodnik, podnosząc piłkę do góry:

$\Delta E = W$.

Aby obliczyć pracę, musimy znać wartość siły i przesunięcia, gdyż $W = F \cdot s$.

Podnosząc piłkę do góry, zawodnik musiał działać siłą co najmniej równą ciężarowi piłki, czyli:

$F = m \cdot g$.

Zatem praca wykonana przez zawodnika wynosiła:

$W = F \cdot s = m \cdot g \cdot s$.

Jest to jednocześnie wartość przyrostu energii piłki.

Dane:

$m = 0{,}5\ \mathrm{kg}$,

$g = 10 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$,

$s = 1{,}3\ \mathrm{m}$.

Szukane:

$\Delta E = \ ?$

Obliczenia:

$E = W = F \cdot s = m \cdot g \cdot s = 0{,}5\ \mathrm{kg} \cdot 10 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot 1{,}3\ \mathrm{m} = 6{,}5\ \mathrm{J}$.

Odpowiedź:

Energia piłki wzrosła o $6{,}5\ \mathrm{J}$, ponieważ zawodnik wykonał nad nią pracę o takiej wartości.

Energia potencjalna sprężystości

Jednym z rodzajów energii potencjalnej jest energia sprężystości. W celu rozciągnięcia sprężyny trzeba wykonać pracę, z kolei sprężyna kurcząc się będzie nam tę pracę oddawać. Tak więc w rozciągniętej sprężynie jest zgromadzona energia sprężystości (równoważna pracy użytej do jej praca jej rozciągania), zaś uwolnienie tej energii pozwala na odzyskanie włożonej poprzednio pracy. Na tej zasadzie działają m.in. naręczne zegary mechaniczne (nakręcane), zabawki, gumowe proce, a także łuki i kusze.

Energia sprężystości zgromadzona w rozciągniętej sprężynie zależy od:

- wielkości rozciągnięcia (czyli przesunięcia końca sprężyny) - x
- stałej sprężystości sprężyny – k (czyli wielkości określającej jak dużej siły potrzeba, aby rozciągnąć sprężynę)

Sprężyna trudna do rozciągnięcia gromadzi z każdego centymetra rozciągnięcia większą energię niż sprężyna "słaba". I oczywiście większe rozciągnięcie wymaga większej energii rozciągania.

Wzór, który łączy te wielkości w poprawną energię sprężystości ma postać

$$E_s = \frac{k}{2}x^2$$

Widać, że energia sprężystości silniej rośnie wraz z wielkością rozciągnięcia sprężyny (x jest w kwadracie), niż ze zwiększaniem współczynnika sprężystości - np. dwukrotne zwiększenie współczynnika sprężystości zwiększa energię sprężystą też dwukrotnie, ale dwukrotnie większe rozciągnięcie zwiększa energię już czterokrotnie.

Trzeba też pamiętać, że wzór powyższy jest tylko przybliżeniem sprawdzającym się dla niezbyt dużych rozciągnięć x. Przy bardzo silnym rozciągnięciu sprężyna ulegnie rozprostowaniu i podana zależność w ogóle nie będzie miała zastosowania.

Odchylenia od opisanego prawa występują z resztą już dla nie tak ekstremalnych rozciągnięć. Np. może się okazać, że duże rozciągniecie sprężyny zaowocuje powstaniem siły sprężystej nieco mniejszej niż to wynika ze wzoru.

Ogólnie obowiązuje zasada, że im mniejsze rozciągnięcie, tym lepsza stosowalność wzoru na energię sprężystości.

Wzór powyższy obowiązuje nie tylko dla rozciągania, ale i dla ściskania, odchylania i uginania i ogólnie **dla odkształceń** od **położenia równowagi**.

Zasada zachowania energii mechanicznej

Pojęcie energii mechanicznej jest niezwykle ważne z jednego powodu - w wielu sytuacjach, mimo zmiany różnych parametrów ruchu, sama energia nie zmienia się.

Kiedy energia mechaniczna jest stała? W przypadku ruchu ciał w polu grawitacyjnym bez tarcia. Ciało może lecieć, ślizgać się, spadać itp. Jednak nie może występować tarcie lub inne sytuacje, w których energia mechaniczna ulega zmianom (np. oddawanie energii za pomocą sił elektrycznych czy magnetycznych.

Sformułowanie 1 zasady zachowania energii mechanicznej

W dowolnym ruchu przebiegającym bez tarcia (i innych strat energii) energia mechaniczna układu izolowanego jest stała.

<u>Emechaniczna = const</u>

Jeśli przyjrzymy się wzorowi na energię mechaniczną:

<u>Emechaniczna = Epotencjalna + Ekinetyczna</u>

To ze stałości energii mechanicznej wyniknie nam, że:

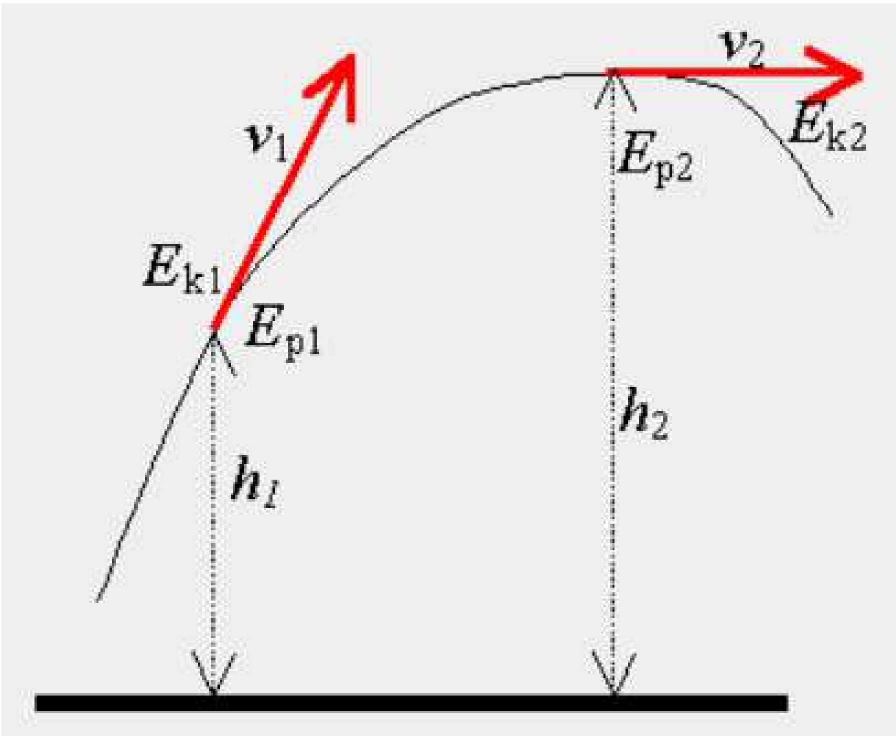
<u>Epotencjalna + Ekinetyczna = const</u>

Dlaczego tak się dzieje?

Jeśli przyjrzymy się wzorowi:

<u>Emechaniczna = Epotencjalna + Ekinetyczna</u>

to pewnie bez trudu zorientujemy się, że stałość sumy można zachować, jeśli ubytek jednego składnika jest natychmiast zrównoważony przyrostem drugiego składnika. Jeżeli więc podczas ruchu ubywa 5 J energii kinetycznej, to musi przybyć dokładnie 5 J energii potencjalnej (lub na odwrót).



W sytuacji na rysunku:

<u>Ek1 + Ep1 = Ek2 + Ep2</u>

Inne możliwe sformułowania zasady zachowania energii mechanicznej

Sformułowanie 2:

Zmienić energię mechaniczną ciała można tylko poprzez dostarczenie jej z zewnątrz lub w wyniku oddania obiektom zewnętrznym.

Sformułowanie 3:

Energia mechaniczna nie ginie ani nie powstaje samorzutnie.

Sformułowanie 4:

Gdy nie występuje tarcie (lub inne straty energii), energia mechaniczna w jednym momencie ruchu jest taka sama jak w innym, dowolnie wybranym momencie ruchu.

Można to zapisać wzorami

$$E_{mech\_układu\_izolowanego} = const,$$

lub

$$E_{mech\_całkowita\_końcowa} = E_{mech\_całkowita\_początk}$$

lub

$$E_{kinet\_1} + E_{potencj\_1} = E_{kinet\_2} + E_{potencj\_2}$$

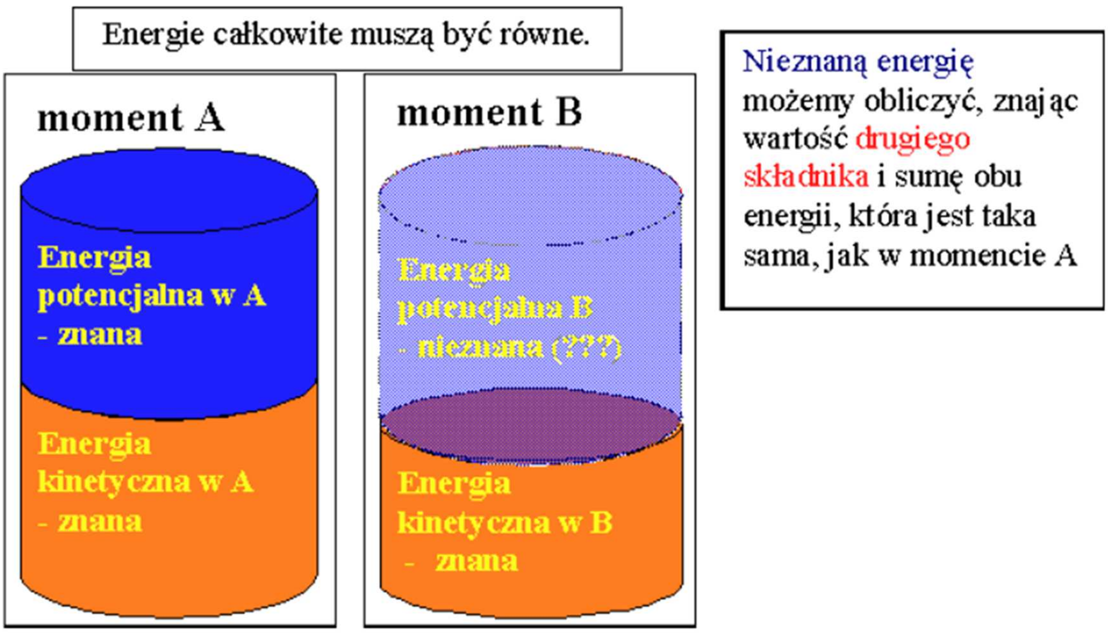
Co wynika praktycznie z zasady zachowania energii?

Teraz wyjaśnimy co z powyższych sformułowań wynika.

Załóżmy, że rozpatrywany przez nas układ posiada tylko dwa rodzaje energii: energię kinetyczną i potencjalną.

Wtedy, z faktu, że wzrosła energia kinetyczna, możemy od razu wywnioskować o zmaleniu energii potencjalnej - bo suma tych dwóch składników musi być stała.

I w ten sposób zazwyczaj stosuje się w zadaniach zasadę zachowania energii - jeśli znamy całkowitą energią w pewnym momencie, a następnie tylko jeden ze składników w innym momencie, to możemy obliczyć wartość tego brakującego składnika.



Rzut pionowy, rzut poziomy, rzut ukośny - definicje, twierdzenia, wzory

Przyspieszenie ziemskie

Siła grawitacji powoduje, iż każde rzucone ciało (takie tu będziemy rozpatrywać) posiada przyspieszenie, zwane przyspieszeniem ziemskim g, skierowane pionowo w dół. Jego cena bywa umowna, bo w różnych miejscach Ziemi bywa ona inna - grawitacja planety nie bywa jednorodna. Jeśli wszystkie ciała spadają z takim samym przyspieszeniem, interesujące może istnieć pytanie, czemu człek ze spadochronem spada wolniej od osoby bez spadochronu? Przyspieszenie bywa stałe, aczkolwiek na szybkość wpływają jednocześnie opory powietrza. Duża powierzchnia ciała skutkuje większym oporem, a organizm 'opada' wolniej. Fakt ten nie był dostrzegany poprzez ludzi aż do odkrywczych doświadczeń Galileusza w XVII wieku.

przyspieszenie ziemskie:

$$g = 9{,}81\ m/s^2$$

Spadek swobodny

Spadek ciała możemy opisać jako drgnienie przyspieszony. Wartość przyspieszenia bywa równa przyspieszeniu ziemskiemu: a = g. Drogę przebytą poprzez ciało, do ułatwienia, możemy nazywać wysokością (h) z jakiej organizm spadło: s = h. Prędkość wyraża się wzorem z ruchu przyspieszonego v=at.

Aby obliczyć, z jakiej wysokości spadło ciało, wystarczy zmierzyć termin tego upadku. Natomiast w celu obliczenia czasu upadku - postąpimy na odwrót. Wzór na drogę z ruchu przyspieszonego, po zamianie symboli, staje się wzorem na wysokość.

wysokość początkowa $$H = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

(v0 -prędkość z jaką rzucono ciało, t - termin spadania)

Wysokość w danej chwili t1, analogicznie jeśli przy opisie spadku swobodnego, opisana bywa wzorem "h = wysokość - przebyta droga". Jak pamiętamy, przebyta trasa liczona bywa jako:

$$v_0 t + \frac{gt_1^2}{2}.$$

Prędkość ciała ? przypomnijmy drgnienie przyspieszony ? bywa to: v = v0 + at.

(przypominamy wzór na drogę) $$s = \frac{at^2}{2}$$

wysokość początkowa $$H = \frac{gt^2}{2}$$

Wysokość w pewnej chwili t1 liczymy inaczej. Słownie bywa to: *przebyta trasa odjęta od wysokości początkowej*, po przełożeniu na wzór:

położenie w pewnej chwili t1: $$h = H - \frac{gt_1^2}{2}$$

Rzut pionowy

Rzut w dół

Rzut pionowy w dół możemy kojarzyć ze spadkiem swobodnym. Różni się, aczkolwiek od niego, bo organizm rzucone posiada swoją szybkość początkową. Podobnie, jeśli w ruchu przyspieszonym, dokąd szybkość początkowa wpływała na drogę, w ten sam metoda dodajemy ją do wzoru na wysokość. Wzór na wysokość:

Jak znajdziemy termin wznoszenia się ciała? Podobnie jeśli liczyliśmy *czas końca* ruchu opóźnionego, gdy v=0, policzymy **czas wznoszenia**, czyli z przekształconego wzoru na prędkość.

$$t_w = \frac{v_0}{g}$$

– ze wzoru na prędkość, po podstawieniu v=0 (prędkość końcowa gdy organizm się zatrzymało)

Wysokość maksymalną możemy więc obliczyć **bez czasu wznoszenia** ? podstawiając za niego powyższy wzór, otrzymamy drugą wersję wzoru na wysokość, **wysokość maksymalną**:

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Rzut w górę

Prześledźmy, jeśli zachowuje się organizm rzucony pionowo w górę. Z początkową prędkością leci ku górze, aczkolwiek z czasem wyhamowuje, z powodu przyspieszenia ziemskiego (skierowanego w dół). Osiąga pewien punkt i zatrzymuje się, na maksymalnej wysokości hmax. Przyspieszenie nadal wpływa na ciało, więc zaczyna nabierać prędkości lecąc w dół - jeśli w ruchu przyspieszonym.

Ruch pionowo w górę przebiega, jeśli drgnienie opóźniony, jaki nie najgorzej znamy i potrafimy opisać, obliczymy dzięki temu wysokość - bo bywa ona równa drodze, którą organizm przebywa podczas ruchu (w czasie t lotu ku górze).

(droga w ruchu opóźnionym) $s = v_0 t + \frac{-at^2}{2}$

wysokość początkowa $H = v_0 t + \frac{-gt^2}{2}$

Zauważmy, iż musi istnieć *minus* przy przyspieszeniu *g*, bo bywa przeciwnie skierowane (w dół) aniżeli kierunek lotu ciała (w górę!). Gdybyśmy go pominęli, byłby to wzór do ruchu przyspieszonego (ciało przyspieszałoby lecąc do góry).

Przypomnijmy jeśli obliczamy szybkość w danej chwili w ruchu opóźnionym: $v = v_0 - at$

Ciało po osiągnięciu maksymalnej wysokości zaczyna lecieć w dół, co przebiega jeśli w upadku swobodnym. Całkowity termin t_c bywa dwa razy większy aniżeli termin wznoszenia:

czas całkowity $t_c = \frac{2v_0}{g}$

Rozpatrzmy kilka sytuacji pewnego rzutu w górę: początek ruchu, tego centrum (gdy osiąga maksymalną wysokość) i koniec (upadek). Prześledźmy po kolei te etapy.

Wzór na prędkość: $v = v_0 - gt$

1. Początek t=0: $v = v_0 - 0 \rightarrow v = v_0$

prędkość ciała to szybkość nadana przy rzucie

2. Zatrzymanie się, t=tw: $v = v_0 - gt_w, \quad t_w = \frac{v_0}{g}$

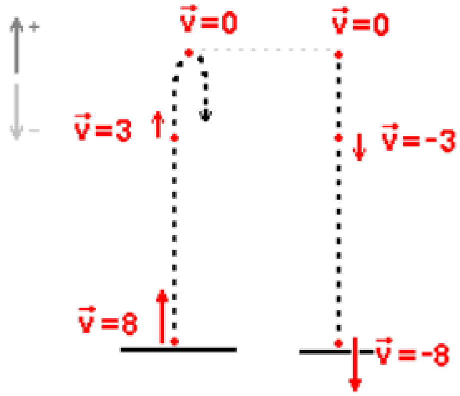
$$v = v_0 - g\frac{v_0}{g} \rightarrow v = 0$$

ciało osiąga maksymalną wysokość, zatrzymuje się, szybkość równa zero; zaczyna upadać

3. Moment upadku t=t c: $v = v_0 - gt_c \rightarrow v = v_0 - g \cdot 2t_w, \quad t_w = \frac{v_0}{g}$

$$\rightarrow v = v_0 - 2v_0 \rightarrow v = -v_0$$

Okazuje się, iż organizm w momencie upadku porusza się z prędkością v = -v0. Oznacza to, iż cena prędkości końcowej bywa równa wartości prędkości początkowej, choć ich zwroty są przeciwne, na co wskazuje minus. Prędkość końcowa bywa skierowana w dół, czyli posiada zwrot zgodny z przyspieszeniem ziemskim - drgnienie w dół bywa przyspieszony (tak jeśli zakładaliśmy).



Obok rysunek przedstawiający przykładową sytuację. Ciało zostaje rzucone z prędkością v=8. Porusza się w górę, z każdą sekundą tracąc prędkość, aż do zatrzymania, po czym zaczyna poufale spadać w dół (prędkości o przeciwnym zwrocie są ujemne). Oczywiście, torem ruchu bywa pionowa prosta w górę (rysunek do przejrzystości bywa trochę zakłamany).

Rzut w górę - podsumowanie

Ciało otrzymuje szybkość początkową. Ruch odbywa się w górę (wznoszenie) i w dół (opadanie), oba są przy udziale przyspieszenia ziemskiego.

Prędkość ciała w dowolnej chwili wynosi $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$, a po uwzględnieniu przeciwnych zwrotów (prędkość w górę, przyspieszenie w dół): $v = v_0 - gt$.

W pewnym momencie v zacznie przyjmować wartości ujemne. Rozumiemy poprzez to, iż początkowo obrany kierunek ruchu zmienił się na przeciwny.

Wysokość maksymalna: liczona bywa jeśli trasa w ruchu opóźnionym, czyli

$$h_{max} = v_0 t + \frac{(-g)t^2}{2}.$$

Rzut poziomy

Załóżmy, iż mamy organizm na pewnej wysokości. Nadajemy mu szybkość w kierunku poziomym. Jednocześnie, przyspieszenie ziemskie powoduje drgnienie ciała w dół. Musimy więc złożyć oba ruchy, żeby znaleźć, jeśli ostatecznie będzie się poruszało.

Ciało posiada szybkość v_0 w kierunku poziomym i przyspieszenie g skierowane w dół, jakie bywa przyczyną ruchu przyspieszonego w dół z rosnącą prędkością vy (od współrzędnej wysokości: y).

Użyliśmy oznaczeń: szybkość pionowa vy, szybkość pozioma początkowa v_0. Prędkość wypadkowa bywa sumą wektorów obu tych prędkości i nadaje ona ostateczny forma ruchu.

Jak będzie ruszać się ciało? Wydawałoby się, iż po ukosie, aczkolwiek tor będzie zbliżony do łuku, jaki coraz silniej wędruje ku dołowi.

Będzie tak, bo szybkość vy spadania rośnie w każdej sekundzie o g (ruch przyspieszony), poprzez co organizm coraz silniej opada w dół; natomiast szybkość pozioma v0 nie zmienia się.

Co ciekawe, szybkość wypadkowa nie bywa nam potrzebna. Na wysokość wpływa wyłącznie szybkość vy, natomiast na zasięg (odległość) wpływa wyłącznie szybkość v_0. Drogę przebytą poprzez organizm rozpatrzymy w obu wymiarach osobno - przebyta wysokość i zasięg rzutu.

droga (ruch przyspieszony): $s = \frac{at^2}{2}$

wysokość w chwili *t*: $h = H - \frac{gt^2}{2}$

(wysokość = wysokość początkowa - przebyta droga)

Zasięg, czyli odległość przebytą w poziomie, obliczymy z równania na drogę w ruchu jednostajnym, bo organizm w kierunku poziomym porusza się ze **stałą** prędkością v0.

Rzut ukośny

Ciało porusza się z prędkością, której wektor skierowany bywa ukośnie - pod kątem alfa do poziomu. Prędkość możemy rozłożyć na dwie składowe - pionową i poziomą (analogia do dodawania wektorów). Tak więc szybkość ukośna v0 to oryginalnie prędkości składowe: v0x i v0y (rzuty v0 na osie układu współrzędnych).

Wartości wektorów składowych możemy obliczyć z funkcji trygonometrycznych. Jeżeli znamy kąt, jaki tworzy nasz wektor prędkości, umiemy wyznaczyć składowe vx i vy:

$$y = v_{0y}\, t - \frac{gt^2}{2}$$

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$$
$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha$$

Możemy już artykułować o dwóch ruchach ciała. **Ruch poziomy**, jednostajny - bez przyspieszenia, z nadaną prędkością v0x. **Położenie**, odległość ciała w danej chwili, możemy kojarzyć z drogą w ruchu jednostajnym (oznaczmy je *x*). Wzór na drogę s=vt.

$$x = v_{0x}\, t$$

Ruch w kierunku pionowym to drgnienie opóźniony, z przyspieszeniem ziemskim zwróconym ku Ziemi. Prędkość v_{0y} skierowana w górę, 'spowalniana' poprzez przyspieszenie - sytuacja, jeśli w rzucie pionowym. Położenie w linii pionowej, czyli wysokość, obliczymy, jeśli drogę w ruchu opóźnionym.

Równanie toru

Jeśli podstawimy w powyższych równania wzory na odpowiednie prędkości, uzyskamy

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t \qquad y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

Wyznaczając termin t z równania x i podstawiając do równania y, otrzymamy równanie toru:

$$y = \mathrm{tg}\alpha\, x - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha}$$

Dzięki temu równaniu możemy narysować w układzie współrzędnych tor lotu (jest to równanie paraboli) i wyznaczyć inne wzory. Równanie to pokazuje zależność pomiędzy wysokością a odległością od punktu wyrzutu (o ile znamy szybkość początkową i kąt wyrzutu).

Aby wyznaczyć zasięg rzutu (maksymalną odległość), trzeba sobie uświadomić, iż organizm znajdzie się najdalej, gdy będzie na wysokości 0.

W równaniu toru za y podstawimy 0; po przekształceniach otrzymamy:

$$z = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Maksymalną wysokość otrzymamy, gdy do równania na **y** podstawimy połowę czasu całkowitego t_c (czyli t_w, termin wzlatywania, wtedy wysokość bywa największa). Po przekształceniach otrzymamy:

$$H_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Czas całkowity, czyli termin wznoszenia i opadania łącznie wzięte:

$$t_c = \frac{2 \cdot v_y}{g}$$

Co możemy rozwinąć do:

$$t_c = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

Tabelka podsumowująca

rzuty	swobodne	w górę	w dół	poziomy	ukośny
t	$t = \frac{v}{g}$	$t_w = \frac{v}{g}$, $t_c = 2t_w$	$t = \frac{v}{g}$	$t = \frac{v_y}{g}$	$t_w = \frac{v_y}{g}$, $t_c = 2t_w$
h	$h = \frac{gt^2}{2}$	$h = \frac{v^2}{2g}$	$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$	$h = \frac{gt^2}{2}$	$h = \frac{v_y^2}{2g}$
z (zasięg)	—	—	—	$z = v_0 t$	$z = v_0 t$
v ($v_{śr}$)	$v = gt$	$v = gt$	$v = v_0 + gt$	$v_{śr} = \sqrt{v_0^2 + v_y^2}$	
v_x	—	—	—	—	$v_x = v \cos \alpha$
v_y	—	—	—	$v_y = gt$	$v_y = v \sin \alpha$

Ruch opóźniony

Mówimy, iż drgnienie bywa opóźniony, gdy przyspieszenie skierowane bywa przeciwnie aniżeli prędkość. Prędkość początkowa v_0 maleje, bywa zmniejszana z powodu przyspieszenia. Wektor bywa przeciwnie skierowany, a wiemy, iż dodanie przeciwnego wektora wiąże się z postawieniem przy nim minusa:

$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot_\Delta t$ – w tutejszym lokalizacji występuje dodawanie przeciwnych wektorów $\vec{v}_0$ i $\vec{a}$

bez wektorów:

$v = v_0 + (-a) \cdot t$ – $\vec{a}$ bywa przeciwne do ruchu, co skutkuje minusem

podobne rozumowanie do wzoru na drogę:

$$s = v_0 t + \frac{-a \cdot t^2}{2}$$

Nie stworzyliśmy nowych wzorów, a jedynie wprowadziliśmy poprawkę do poprzednich (w ruchu opóźnionym przyspieszenie bywa przeciwnie skierowane, dlatego wstawiamy minus; nadobowiązkowo zawsze występuje szybkość początkowa). Ciało osiąga szybkość równą zero (zatrzymuje się) po czasie tk, tzn. w chwili końca ruchu.

Czas zatrzymania się

Ciało z przyspieszeniem przeciwnym do kierunku ruchu zaczyna zwalniać, do momentu zatrzymania.

Jeśli interesuje nas, gdy organizm się zatrzyma, wystarczy, iż przekształcimy wzór na szybkość (uwzględniając, iż w takiej chwili zatrzymane organizm posiada szybkość v=0):

$$v = 0$$
$$\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{a}t$$

wektor *a* posiada nieprzychylny zwrot, zmienia się znak:

$$v = v_0 - at$$
$$0 = v_0 - at_k \quad \Rightarrow \quad v_0 = at_k \quad \Rightarrow \quad t_k = \frac{v_0}{a}$$

Dodatkowe wzory

Jeśli ze wzoru

$$v = v_0 + at$$

wyznaczymy *t* i podstawimy do czasu w równaniu

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

to po przekształceniach otrzymamy tak zwane **równanie bez czasu**:

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

Wzór ten znajduje zastosowanie w obu ruchach - przyspieszonym i opóźnionym. W ruchu opóźnionym szybkość końcowa bywa mniejsza od początkowej, co sprawi, iż lewa strona równania będzie ujemna (tym samym jednocześnie prawa), co oznacza, iż z prawej strony ujemne będzie przyspieszenie, a więc drgnienie będzie opóźniony.

Wzór ten możemy wykorzystać do wyprowadzenia kolejnego. Wyznaczmy więc *s*:

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

Jest on prawdziwy do ruchu przyspieszonego z prędkością początkową. W ruchu przyspieszonym bez prędkości początkowej ($v_0 = 0$) wzór przyjmuje postać:

$$s = \frac{v^2}{2a}$$

Podobnie w ruchu opóźnionym, w którym szybkość końcowa równa bywa zero, podstawienie zera uprości wzór do jednej prędkości (jak powyżej).

Ruch planet na sferze niebieskiej

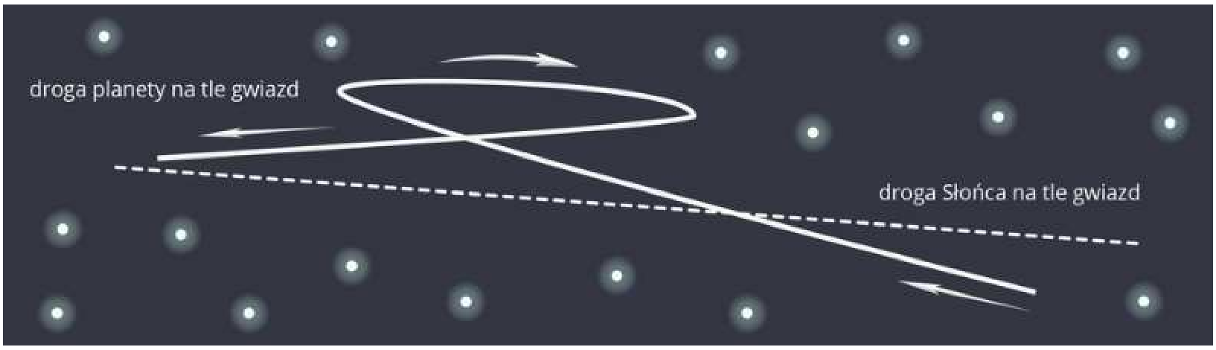
Zdaniem Arystotelesa sfera to najdoskonalsza figura, ponieważ kiedy obraca się wokół jakiejś osi, to zachowuje stałe miejsce w przestrzeni. Ten pogląd wpłynął na widzenie budowy świata i był uznawany za prawdziwy przez prawie 2000 lat. To Arystoteles widział świat w postaci sferycznych warstw wokół sferycznej Ziemi. Uważał, że tylko ruchy po okręgu mogą być wieczne.

Według tego filozofa świat dzielił się na podksiężycowy, w którym wszystkie ciała (zbudowane z elementów, takich jak woda, ziemia, ogień i powietrze) spadały do środka, oraz nadksiężycowy. Świat nadksiężycowy zdaniem Arystotelesa był wieczny – nie miał ani początku, ani końca.

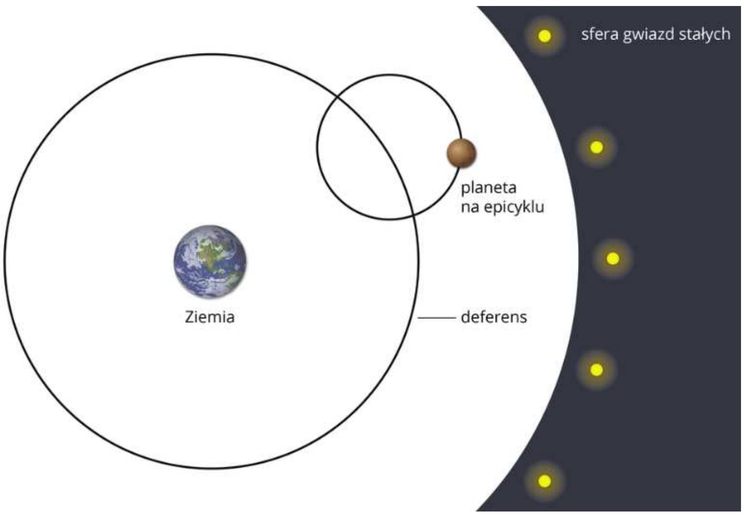
System geocentryczny

System, w którym centrum Wszechświata stanowi Ziemia, to system geocentryczny. Jako pierwszy opisał go Pitagoras. Uważał on, że Ziemia jest kulą unoszącą się w przestworzach, a wszystkie inne ciała krążą dookoła niej. Arystoteles, Archimedes Hipparch byli również zwolennikami tego systemu.

Arystarch z Samos próbował zmierzyć odległości do ciał niebieskich. Z jego prac wynikało, że Słońce musi być znacznie większe od Ziemi. Uważał on, że jest nieprawdopodobne, aby ogromne Słońce krążyło wokół małej Ziemi, i że wobec tego trzeba przyjąć, że to Ziemia obiega Słońce. Był zatem prekursorem heliocentryzmu – systemu, według którego w centrum świata jest Słońce. Pogląd ten nie był jednak w tamtych czasach powszechnie akceptowany. Niezależnie jednak od tego, co umieszczano w środku świata, zawsze obowiązywała zasada, że ciała niebieskie poruszają się ruchem doskonałym, czyli jednostajnym po okręgu. Problem jednak polegał na tym, że obserwowany ruch planet na niebie wcale nie był jednostajny, a tor ruchu wyglądał często tak jak na rysunku poniżej.



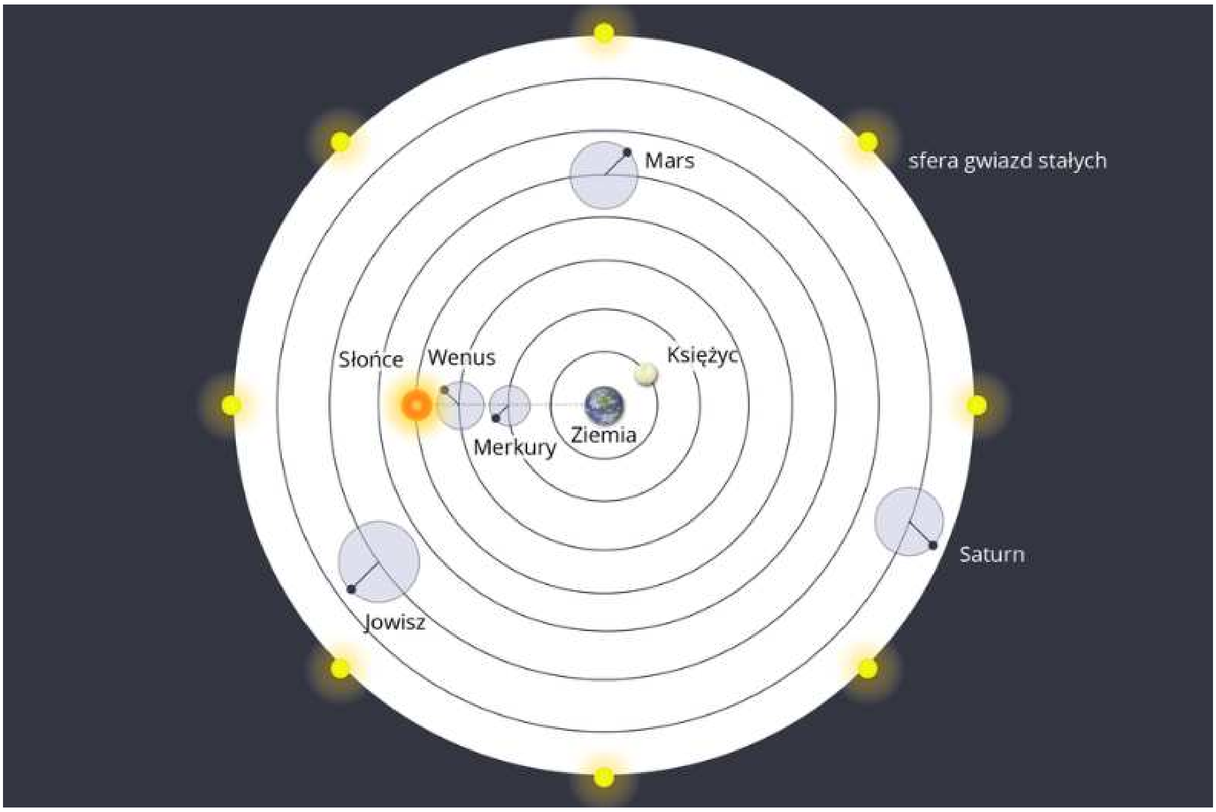
Droga, po której porusza się planeta, tworzy pętle. Jak widzimy na rysunku, planeta stosunkowo szybko przemieszcza się z prawej strony na lewą, następnie zwalnia i zaczyna poruszać się wstecz (z lewej strony na prawą), a potem znowu szybko z prawej strony na lewą. Jak widać, ruch planet na niebie nie jest ruchem po okręgu i nie odbywa się ze stałą prędkością. Jak sobie poradzili z tym starożytni uczeni?



Przyjmowano system wielu sfer lub okręgów, po których poruszały się planety. Te największe i główne nazywano deferensami (lub deferentami), te mniejsze – epicyklami. Poniższy rysunek przedstawia deferens i epicykl I rzędu.

System geocentryczny był przedstawiany różnie, ale tutaj chcemy pokazać jego najbardziej znaną wersję (Klaudiusz Ptolemeusz, II wiek n.e.). Obecnie uważa się, że Ptolemeusz zebrał wcześniejsze teorie (głównie Hipparcha) i zbudował ten model.

Rysunek przedstawia wersję uproszczoną – w rzeczywistości przyjmowano, że Ziemia nie leży dokładnie w środku deferensów planet – deferensy były ekscentryczne.



Warto zwrócić uwagę na to, że na powyższym rysunku epicykle Wenus i Merkurego leżą całkowicie pomiędzy Słońcem a Ziemią, a ich środki znajdują się na prostej łączącej Ziemię ze Słońcem. Wynika z tego, że Wenus i Merkury nie mogły oddalać się za bardzo od Słońca. Rysunek jest schematyczny i nie przedstawia prawidłowych proporcji rozmiarów epicykli w porównaniu z rozmiarami deferensów.

System heliocentryczny

Jak wspomniano wyżej, nie wszyscy naukowcy byli zwolennikami centralnego położenia Ziemi we Wszechświecie, ale poglądy, jakie głosił Arystarch z Samos, nie były popularne.

Po upadku Cesarstwa Rzymskiego nadeszły w Europie czasy niesprzyjające rozwojowi niezależnej nauki, opartej na obserwacjach. Sytuacja zmieniła się wraz z ekspansją Arabów i nowo powstałej religii – islamu – na obszary Mezopotamii, Egiptu, Syrii oraz dzisiejszej Hiszpanii. Najeźdźcy poznali astronomię grecką i egipską.

Dzieła astronomiczne przetłumaczono na język arabski. Religia islamu nie zakazywała zajmowania się tymi zagadnieniami, w wręcz przeciwnie – znajomość kierunków świata, dat świąt i postów (istotnych dla wyznawców tej religii) wiązała się z koniecznością obserwowania i zapisywania położeń Słońca, Księżyca oraz planet. Powstawały obserwatoria, np. w Bagdadzie w IX w. i w Samarkandzie w XV w. (to ostatnie zostało założone przez Uług Bega – mongolskiego władcę).

Mimo że astronomowie arabscy stwierdzili niezgodności między obserwowanymi pozycjami planet a ich położeniami wynikającymi z teorii Ptolemeusza, nie odeszli od idei systemu geocentrycznego i jednostajnego ruchu planet po okręgach.

Dlaczego stwierdzano niezgodności? W ciągu setek lat okazywało się, że zjawiska przewidziane przez teorię geocentryczną zachodzą w innych momentach, niż zakładano.

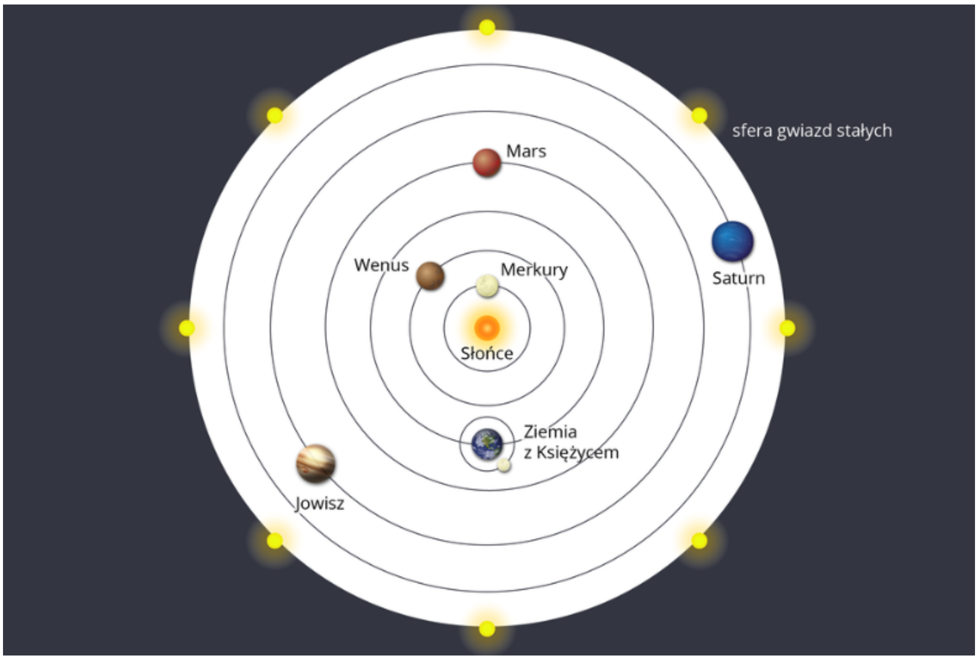
Próbowano usuwać te niezgodności przez dodawanie kolejnych epicykli. Zakładano więc, że planeta krąży po epicyklu II rzędu, środek tego epicyklu krąży (oczywiście także ruchem jednostajnym) po epicyklu I rzędu, a dopiero ten epicykl krąży po deferensie. Dobór rozmiarów epicykli w zależności od czasów obiegu pozwalał na dokładniejsze przewidywanie zjawisk.

Kiedy nastąpiło *Odrodzenie*, zaczęto przypominać sobie o dawnych przekonaniach dotyczących budowy Wszechświata. Nadal obowiązywał system geocentryczny Ptolemeusza – potrzebna była zasadnicza zmiana obowiązujących poglądów. Tej zmiany (przynajmniej częściowo) dokonał Mikołaj Kopernik.

Podczas studiów na Wydziale Sztuk Wyzwolonych na Akademii Krakowskiej Kopernik zetknął się z kwestionowaniem tez Arystotelesa dotyczących budowy Wszechświata. Poznał też poglądy Pitagorejczyków o ruchach Ziemi.

Późniejsze studia w Bolonii i Padwie pozwoliły Kopernikowi na ugruntowanie opinii na temat nowego obrazu świata.

Zasadniczą zmianą, jaką wprowadzał system Kopernika, było umieszczenie Słońca w środku świata. Według tej teorii Ziemia jest jedną z planet krążących wokół Słońca. Dzienny ruch Słońca, Księżyca i gwiazd to efekt ruchu wirowego Ziemi. Drogi planet na niebie wynikają z ruchu Ziemi dookoła Słońca. Sfera gwiazd stałych pozostaje nieruchoma. System (nazywamy go heliocentrycznym) Kopernika przedstawiony jest na uproszczonym rysunku poniżej. Ponieważ Kopernik nie zrezygnował z założenia, że planety poruszają się po okręgach, system ten zawierał również epicykle. Ponadto orbity są ekscentryczne – środek deferensu nie leży w środku Słońca, lecz jest przesunięty. System Kopernika wcale nie był prostszy od systemu Ptolemeusza, a liczba okręgów, które stanowiły tory planet, nawet nieco wzrosła.



Zasługą Kopernika było wybranie innego układu odniesienia – w centrum znajdowało się Słońce (a nie Ziemia). Spowodowało to ogromny przewrót. Teoria heliocentryczna zburzyła obraz świata stworzony jeszcze przez Arystotelesa i umożliwiła powstanie nowej filozofii przyrody. Z teorii kopernikańskiej wynikało, że nie istnieje podział świata na część ziemską (świat podksiężycowy) i pozaziemską (niebieską).

Gwiazdy nie musiały się więc znajdować na powierzchni sfery (po to, by – zgodnie z teorią Ptolemeusza – mogły poruszać wokół Ziemi w ciągu 24 godzin), lecz nic nie stało na przeszkodzie, aby mogły znajdować się w różnych odległościach od Słońca. Ziemia, podobnie jak inne planety, była zależna od Słońca.

Jednak nie nadszedł jeszcze czas na pytanie o przyczynę ruchu Ziemi i planet dookoła Słońca. Pogląd, ogłoszone drukiem w 1543 r., były rewolucyjne, a spór o słuszność nowej teorii trwał bardzo długo. Dzieło polskiego astronoma znajdowało się przez około 200 lat (do 1830 r.) na indeksie ksiąg zakazanych przez władze kościelne, a postać Kopernika nie była w Polsce zbyt popularna.

Kiedy w styczniu 1807 r. armia Napoleona wkroczyła do Torunia, cesarz zapytał rajców miejskich: Macie tu u siebie jakiś pomnik Kopernika?

„Burmistrz wyuczył się zawczasu wszelkich możliwych odpowiedzi, ale tego pytania nie przewidział. Stał zmieszany i spocony z wytrzeszczonymi oczami.

Na szczęście jakiś urzędnik przypomniał sobie o narożnym domu na ulicy św. Anny, w którym miał urodzić się wielki nieboznawca. Cesarz wynurzył chęć bezzwłocznego oglądania tego zabytku. Przybywszy na miejsce, znalazł wszystko w nędznym stanie".

Rozwój idei kopernikańskiej

Teoria heliocentryczna Kopernika stawała się coraz powszechniejsza. Jednym z jej wielbicieli był duński astronom Tycho Brahe, który na przełomie lat 1575–76 przedstawił na dworze królewskim system świata skonstruowany przez Kopernika, a następnie – dzięki funduszom udzielonym przez króla Fryderyka II – założył na wyspie Hwen (Ven) duże obserwatorium. Mimo że Brahe cały czas był wielbicielem Kopernika, w końcu zaczął odrzucać jego poglądy.

Zaproponował swój własny system – zgodnie z nim w środku świata znajdowała się Ziemia. Dookoła niej krążyły Księżyc i Słońce, otoczone kręgami planet. System Brahego był równie dobry, jak systemy Kopernika lub Ptolemeusza, aby przedstawić Układ Słoneczny i zachodzące w nim zjawiska astronomiczne, ale gubił główny sens teorii Kopernika – to, że Słońce jest zdecydowanie większe od Ziemi i innych planet.

Po kilku latach Brahe przeniósł się do Pragi. Tam zatrudnił Jana Keplera – nowego asystenta, dla którego system Kopernika był oczywisty. Po śmierci Brahego plon jego wieloletnich obserwacji dostał się w ręce Keplera. I wtedy nastąpił przełom.

Brahe jeszcze za życia prosił Keplera o wyznaczenie orbity Marsa. Nie było to łatwe, ponieważ Mars jest obserwowany z orbity Ziemi, która zawsze się porusza. Najpierw Kepler stwierdził, że orbita Ziemi musi być lekko spłaszczonym okręgiem. Okazało się, że wcale nie porusza się ona ruchem jednostajnym – był on szybszy w zimie, a wolniejszy w lecie.

Z kolei, kiedy astronom analizował orbitę Marsa, stwierdził, że ma ona kształt eliptyczny. Wreszcie Kepler zajął się kwestią, która od dawna go nurtowała: jaki jest związek między rozmiarami orbit planet a okresem ich obiegu dookoła Słońca. Szukanie takiego związku trwało dosyć długo, bo dopiero w maju 1618 r. zostało sformułowane tzw. prawo harmonii, czyli III prawo Keplera.

Kiedy Kepler utrwalał system Kopernika w swoich prawach ruchu planet, w styczniu 1610 r. Galileo Galilei (Galileusz) odkrył księżyce Jowisza, a następnie cykl faz Wenus. Drugie odkrycie dowodziło, że Wenus krąży wokół Słońca, a nie wokół Ziemi, pierwsze zaś było dowodem na to, że istnieją ciała krążące wokół innych planet niż Ziemia. Obserwacje plam słonecznych wykonane przez Galileusza dowodziły, że Słońce nie jest doskonałym ciałem niebieskim, jak głosili zwolennicy filozofii Arystotelesa i systemu geocentrycznego.

Mimo to przeciwnicy Galileusza i Kopernika (a także Keplera) nawet nie chcieli spojrzeć w lunetę. W 1616 r. za herezję uznano twierdzenie głoszone przez Galileusza, że Słońce znajduje się w środku świata i pozostaje nieruchome, a Ziemia się porusza. Oba twierdzenia przyjęto za absurdalne oraz zakazano ich głoszenia. W 1632 r. Galileusz wydał we Florencji swój słynny „Dialog o dwu najważniejszych układach świata: ptolemeuszowym i kopernikowym". Przeprowadził w nim znakomitą krytykę geocentryzmu, ale formalnie przyznał zwycięstwo zwolennikom Ptolemeusza.

Mimo to został wezwany do Rzymu i znalazł się w więzieniu inkwizycji. 22 czerwca 1633 r. siedemdziesięcioletni Galileusz został zmuszony do odwołania swoich poglądów i ostatnie 9 lat życia spędził w odosobnieniu. W 1828 r. papież Pius VII wydał decyzję o zdjęciu dzieła Kopernika z indeksu dzieł zakazanych.

Warto w tym miejscu wspomnieć o rozwoju idei kopernikańskiej w Polsce. O tej koncepcji sporo musiał wiedzieć król Władysław IV, dla którego Galileusz (przebywający już w areszcie domowym) wykonywał szkła do teleskopu. Włoski astronom pisał do króla: „Wiem, że egzemplarze tej książki dotarły w wasze strony...".

Jan Heweliusz – wybitny polski astronom w skali europejskiej – również był zwolennikiem teorii Kopernika. Urządził obserwatorium i śledził Księżyc, zmiany położeń Słońca, planet i gwiazd. Dzięki Heweliuszowi teoria Kopernika dotarła do króla Jana III Sobieskiego, który jeździł do Gdańska i spotykał się z tym astronomem. Na cześć króla Heweliusz nazwał pewien układ gwiazd Tarczą Sobieskiego (Scutum Sobiescianum). Obecnie używana jest tylko nazwa Tarcza.

Prawa Keplera

Zarówno geocentryczny system Ptolemeusza, jak i heliocentryczny system Kopernika zakładały ruch planet po okręgach. Założenie to wymagało wprowadzania kilku okręgów dla każdej planety oraz umieszczania środków tych okręgów poza Ziemią lub Słońcem.

Wiosną 1605 r. Kepler analizował spłaszczenia orbity Marsa. Doszedł wtedy do wniosku, że ma ona kształt elipsy. Sformułował prawo zwane I prawem Keplera.

Kiedy planeta jest najbliżej Słońca, mówimy, że znajduje się w punkcie przysłonecznym, czyli peryhelium. Punkt, w którym planeta jest najdalej od Słońca, nazywamy punktem odsłonecznym, czyli aphelium. Orbity satelitów Ziemi nazywają się analogicznie: perygeum i apogeum. Odległość między peryhelium a aphelium nazywamy wielką osią elipsy.

Średnia odległość planety od Słońca, oznaczana literą a, jest równa:

$$a = \frac{r_{\max} + r_{\min}}{2}$$

czyli połowie wielkiej osi elipsy.

Kilka lat wcześniej, zimą 1601 r., Kepler analizował zmiany szybkości ruchu planet i doszedł do wniosku, który sformułował jako II prawo Keplera.

Orbity większości planet orbity mało różnią się od okręgów, zatem różnica prędkości nie jest bardzo duża. Stosunkowo łatwo można zauważyć różnice prędkości orbit Marsa i Merkurego. Prędkość Ziemi w aphelium wynosi około 29,6 km/s, a w peryhelium jest o około 1 km/s większa. Ta różnica powoduje, że na naszej półkuli zima trwa krócej niż lato.

Efekt zmiennej prędkości jest wyraźniejszy dla komet, które obiegają Słońce po bardzo spłaszczonych elipsach. W peryhelium komety osiągają prędkość rzędu kilkudziesięciu lub nawet kilkuset kilometrów na sekundę, w aphelium ta prędkość spada zaledwie do kilkuset metrów na sekundę. W epopei narodowej pt. „Pan Tadeusz" Adam Mickiewicz pisze o komecie, która pojawiła się pod koniec 1811 roku.

Porusza się ona po orbicie w kształcie wydłużonej elipsy. Peryhelium tej komety znajduje się w odległości nieco większej niż odległość Ziemi od Słońca, natomiast aphelium znajduje się 410 razy dalej. Na jeden obieg wokół Słońca ta kometa potrzebuje prawie 3096 lat, więc w pobliżu Słońca (i Ziemi) znajdzie się ponownie dopiero koło roku 4907. Będzie to pięćdziesiąty wiek.

Najwięcej czasu zajęło Keplerowi poszukiwanie związku między średnią odległością planety od Słońca a okresem obiegu planety wokół niego. Kepler był przekonany o istnieniu takiego związku. Uważał bowiem, że we wszystkich zjawiskach przyrody ukryte są proste zależności matematyczne. Takie poglądy wyrażali kiedyś Pitagoras i jego uczniowie.

15 maja 1618 r. Kepler znalazł wreszcie formułę wiążącą długość połowy wielkiej osi elipsy wyznaczającej orbitę planety wokół Słońca a i okres obiegu wokół niego T:

$$\frac{{a_1}^3}{{T_1}^2} = \frac{{a_2}^3}{{T_2}^2}$$

W tym wzorze a_1 i T_1 oznaczają odpowiednie parametry dla jednej planety (np. Ziemi), a a_2 i T_2 – parametry drugiej planety (np. Jowisza). Ta zależność nosi nazwę III prawa Keplera. Można je stosować do innych układów, ale trzeba pamiętać, że ciała muszą krążyć dookoła tego samego obiektu (np. księżyce Jowisza czy Marsa, księżyce planetoid).

Prawo powszechnego ciążenia

Dlaczego planety krążą dookoła Słońca? Arystoteles i Kopernik uważali, że jest to ruch naturalny. Kepler i Kartezjusz sądzili, że musi to być spowodowane jakimś czynnikiem, ale ich teorie były bardzo dalekie od obecnego poglądu na tę sprawę. Pierwszym uczonym, który zwrócił uwagę, że planety muszą być przyciągane przez ciało centralne, był Robert Hooke. Pisał on, że:

Wszystkie bez wyjątku ciała niebieskie są obdarzone właściwością ciążenia, czyli przyciągania do swych środków i dzięki temu przyciągają nie tylko swe własne części, uniemożliwiając im odłączanie się (…), lecz także przyciągają wszystkie inne ciała niebieskie znajdujące się w sferze ich działania.

Pytanie było następujące: jak ta siła przyciągająca zależy od odległości między Słońcem a planetą? Pierwszym uczonym, który twierdził, że ta siła jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości planety od Słońca, był przypuszczalnie Christiaan Huygens (Holender). Do takiego samego wniosku doszedł Edmond Halley (którego nazwiskiem nazwano później słynną kometę). Obaj uczeni nie mieli jednak wystarczającego aparatu matematycznego. Bez niego nie mogli oni uzasadnić takiego związku ani wykazać, że zależność siły od odległości jest przyczyną eliptycznego kształtu orbit planet. Taki aparat matematyczny zbudował Isaac Newton.

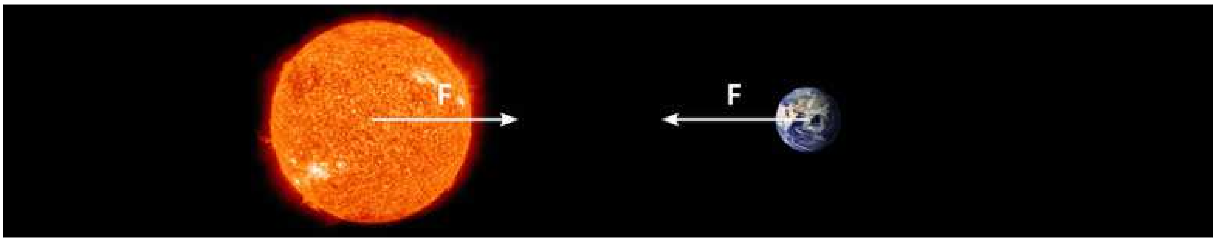
Rozważania o przyczynie ruchu planet wokół Słońca nie prowadziły jednak do sformułowania prawa powszechnego ciążenia. Podobno dopiero obserwacja spadającego jabłka nasunęła Newtonowi następującą myśl: ten sam czynnik, który sprawia, że jabłko spada na ziemię, jest również przyczyną ruchu Księżyca wokół Ziemi. Oba zjawiska powoduje bowiem ta **sama siła**.

Newton stwierdził, że ciała obdarzone masą działają wzajemnie na siebie. Innymi słowy: we Wszechświecie wszystkie ciała się przyciągają. Tę siłę tę nazywamy siłą grawitacji.

siła grawitacji – oddziaływanie ciała posiadającego masę na inne ciało obdarzone masą. Siła grawitacji jest siła przyciągającą.

Rozważania **Newtona** dotyczące siły powodującej krążenie planet dookoła Słońca doprowadziły do sformułowania następującego prawa:

Dwie punktowe lub kuliste masy przyciągają się siłami wprost proporcjonalnymi do iloczynu ich mas, a odwrotnie proporcjonalną do kwadratu odległości między nimi.



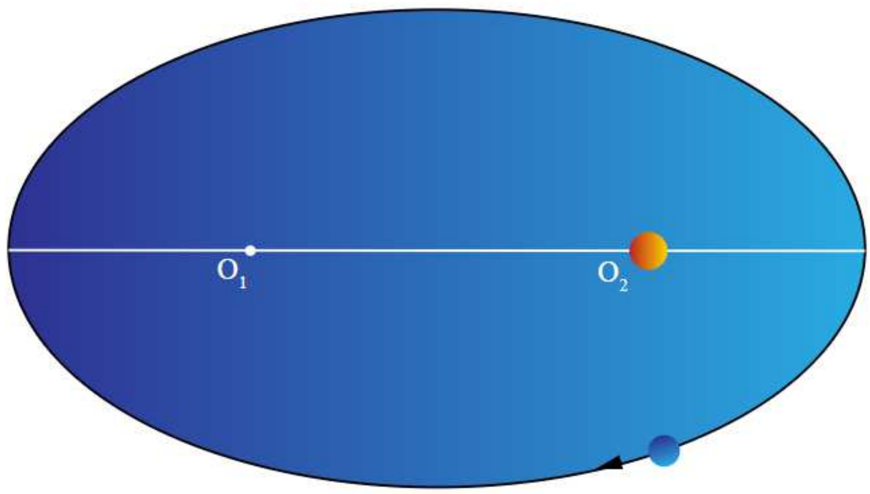
Zgodnie z III zasadą dynamiki siły przyciągania są wzajemne: jeżeli Słońce przyciąga Ziemię pewną siłą, to Ziemia przyciąga Słońce siłą o takiej samej wartości i kierunku, lecz o przeciwnym zwrocie.

Prawa Keplera

Johannes Kepler wnikliwie przeanalizował dane dotyczące ruchu planet uzyskane przez Tychona de Brahe. Na tej podstawie wykazał, że planety poruszają się według określonych praw zgodnych z teorią Kopernika; prawa te umożliwiły Newtonowi odkrycie prawa powszechnego ciążenia. Kepler stwierdził, że ruchem planet rządzą trzy proste prawa (prawa Keplera stosują się również do ruchu satelitów okrążających dowolną planetę). Oto treść praw Keplera:

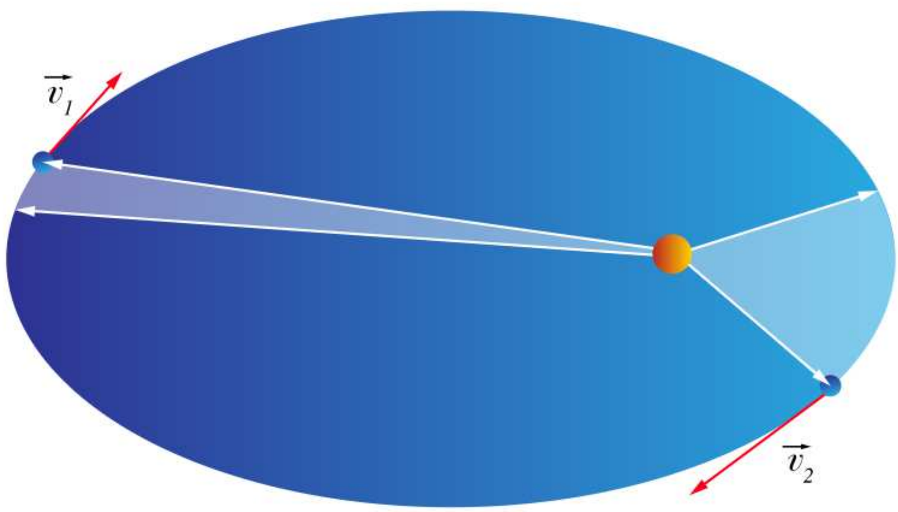
Pierwsze prawo Keplera

Każda planeta krąży po orbicie eliptycznej, a Słońce znajduje się w jednym z dwóch ognisk elipsy



Drugie prawo Keplera

Promień wodzący poprowadzony ze środka Słońca do środka planety zakreśla równe pola powierzchni w równych odstępach czasu



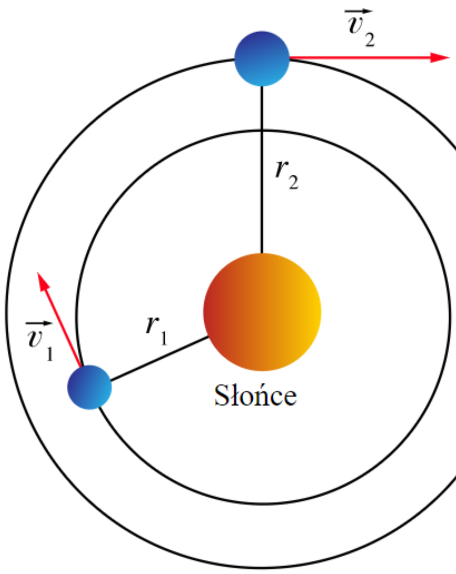
Trzecie prawo Keplera

Sześciany wielkich półosi orbit jakichkolwiek dwóch planet mają się tak do siebie, jak kwadraty ich okresów obiegu. W przypadku orbit kołowych (okrąg jest szczególnym przypadkiem elipsy):

$$\frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

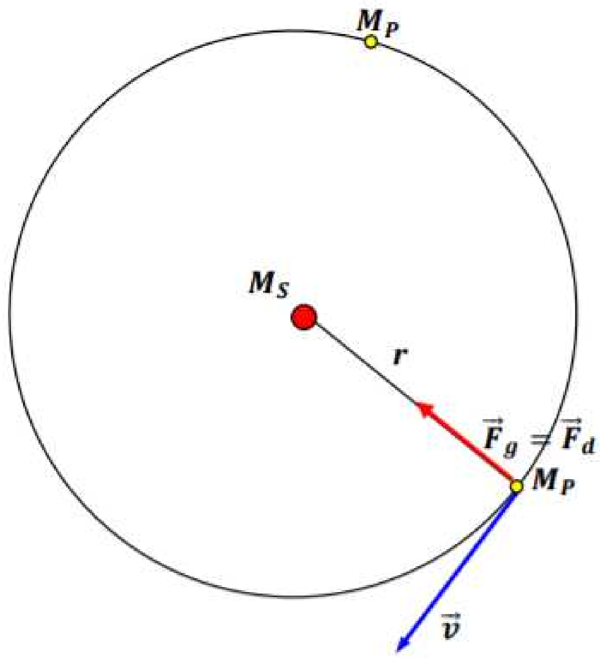
Newton udowodnił, że prawa Keplera są podrzędne wobec prawa powszechnego ciążenia. My udowodnimy trzecie prawo Keplera w przypadku dwóch planet krążących po orbitach kołowych. Drugie prawo Keplera wynika z zasady zachowania momentu pędu.

Pierwsze prawo Keplera wynika z faktu, iż siła grawitacji jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości.



Niech planeta „1” ma masę m_1 i promień orbity r_1

III prawo Keplera. Ruchy satelitów.



Planeta o masie Mp krąży wokół Słońca Ms o masie, po okręgu o promieniu r z szybkością v.

Problem: czy i jak zależy okres obiegu planety wokół Słońca od jej odległości od Słońca?

W rozpatrywanej sytuacji (dla obserwatora znajdującego się „myślowo" na Słońcu) rolę siły dośrodkowej, wymuszającej ruch po okręgu wokół Słońca, pełni siła grawitacji:

Ponieważ:

$$v = \frac{(przebyta\ droga)}{(czas, w\ którym\ została\ przebyta)} = \frac{(np.\ długość\ okręgu)}{(wtedy\ czas\ jest\ okresem\ obiegu)} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

to:

$$\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{T^2} = \frac{G \cdot M_S}{r} \quad / \cdot \frac{r}{4 \cdot \pi^2}$$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M_S}{4 \cdot \pi^2}$$

Wartość wyrażenia po prawej stronie można uznać za w przybliżeniu stałą, tzn.:

$$\frac{r^3}{T^2} = const \quad \Rightarrow \quad T^2 \sim r^3 \quad \Rightarrow \quad T \sim \sqrt{r^3}$$

$$F_d = F_g \quad gdzie: \quad F_d = \frac{M_P \cdot v^2}{r} \quad i \quad F_g = \frac{G \cdot M_S \cdot M_P}{r^2}$$

Stąd:

$$\frac{M_P \cdot v^2}{r} = \frac{G \cdot M_S \cdot M_P}{r^2} \quad / \cdot \frac{r}{M_P}$$

$$v^2 = \frac{G \cdot M_P}{r} \qquad [1]$$

Zatem dla dwóch dowolnych planet A i B zachodzi:

$$\frac{T_A^2}{r_A^3} = \frac{T_B^2}{r_B^3} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 \quad \Rightarrow \quad T_A = T_B \cdot \sqrt{\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3}$$

Jeżeli planetą B jest Ziemia ($T_Z = T_B = 1\,rok, r_Z = r_B \approx 1{,}5 \cdot 10^6\ km$), to znając odległość innej planety od Słońca (r_A), można z ostatniego z równań wyliczyć okres obiegu tej planety wokół Słońca.

Wniosek: dla dowolnej planety Układu Słonecznego stosunek sześcianu jej odległości od Słońca i kwadratu okresu obiegu wokół Słońca ma stałą wartość. Inaczej mówiąc, kwadrat okresu obiegu planety wokół Słońca jest wprost proporcjonalny do sześcianu jej odległości od Słońca (trzecie prawo Keplera).

Uwaga:

Równanie można odnieść również do dowolnej sytuacji, gdy jedno ciało obiega po okręgu inne pod działaniem tylko siły grawitacji. Taka sytuacja ma na przykład miejsce, gdy satelita o masie m_s obie po torze będącym okręgiem (o promieniu r) Ziemię o masie Mz. Wartość prędkości koniecznej do osiągnięcia takiego ruchu nazywa się pierwszą prędkością kosmiczną i oznacza symbolem v_1. Równanie [1] przyjmuje wtedy postać:

$$v_I^2 = \frac{G \cdot M_Z}{r} \quad \Rightarrow \quad v_I = \sqrt{\frac{G \cdot M_Z}{r}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_Z}{R_Z + h}}$$

gdzie:

R_Z – promień Ziemi, h - odległość satelity od powierzchni Ziemi. Z uwagi na obecność atmosfery, satelity umieszcza się na wysokości nie mniejszej niż 160 km nad powierzchnią Ziemi. Jeżeli odległość satelity od powierzchni Ziemi jest wielokrotnie mniejsza od promienia Ziemi ($h \ll R_Z$), to:

$$v_I \approx \sqrt{\frac{G \cdot M_Z}{R_Z}} \approx 7{,}9\ km/s$$

Aby satelita przestał krążyć wokół Ziemi, tzn. mógł się od niej oddalić w głąb Układu Słonecznego konieczna jest tzw. druga prędkość kosmiczna, której wartość wyraża zależność:

$$v_{II} = \sqrt{2} \cdot v_I \approx 11{,}2\ km/s$$

Podobnie można zdefiniować pierwszą i drugą prędkość kosmiczna dla satelity dowolnego innego ciała niebieskiego. Przy prędkości spełniającej warunek:

$$v_I < v < v_{II}$$

Satelita okrąża dane ciało niebieskie po torze będącym elipsą.

Satelita geostacjonarny – krąży po orbicie kołowej wokół Ziemie w płaszczyźnie jej równika, a okres obiegu jest równy okresowi obrotu Ziemi wokół własnej osi (ok. 24 godziny). Oznacza to, że satelita taki „wisi" cały czas nad tym samym punktem równika Ziemi.

Można to osiągnąć, jeżeli jego odległość od powierzchni Ziemie wynosi około 35830 km (ponad 5,5 razy dalej niż wynosi promień Ziemi!). Satelity takie wykorzystywane są telefonii satelitarnej, telekomunikacji czy meteorologii.

Podsumowanie

- **Literatura uzupełniająca:**
  - 🗎 Herman M. A., Kalestyński A., Widomski L., *Podstawy fizyki dla kandydatów na wyższe uczelnie i studentów,* Warszawa 1977.
  - 🗎 Stocker H., *Nowoczesne kompendium fizyki*, Warszawa 2016.
- **Zapoznaj się z treścią lekcji.** Gdy opanujesz już cały materiał zawarty w dziale, **przystąp do testu cząstkowego**.