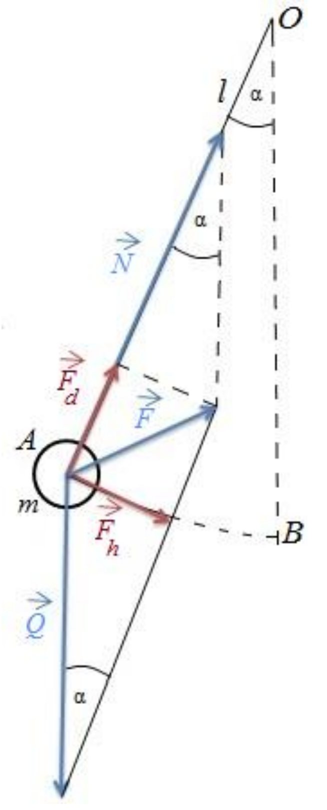
2. Obliczenie sił działających w huśtawce

Rozważone zostaną dwa aspekty rozwiązania tego zadania. Dokonanie obliczeń jest ważne ze względu na dobór elementów, które zostaną wykorzystane w koncepcjach regulacji siedziska huśtawki przedstawionych w rozdziale 5.

2.1. Wahadło matematyczne

W pierwszym przypadku huśtawka zostanie rozważona jako wahadło matematyczne (proste). Należy założyć, iż masa dziecka i siedziska huśtawki jest dużo większa niż masa liny – podobnie jest w przypadku wahadła, gdzie cała masa jest skupiona w jednym punkcie ciała zawieszonego na cienkiej, nierozciągliwej i nieważkiej nici. Celem obliczeń jest wyznaczenie wartości maksymalnej siły obciążającej F działającej na linę i zawiesie huśtawki.

Komentarz [S1]: Raczej na linę i zawiesie huśtawki



Rys. 4.1. Rozkład sił działających na wahadło matematyczne.

Rys. 4.1 **Błąd! Nie można odnaleźć źródła odwołania.**przedstawia wahadło o długości liny l=1,2[m] zawieszonej w punkcie O i masie m=50[kg], odchylone o kąt α=45^0 od położenia równowagi wyznaczonego przez odcinek pionowy *OB*. Na masę *m* działa siła ciężkości $\vec{Q}$ (przyciągania grawitacyjnego) i siła naprężenia (naciągu) nici $\vec{N}$.

Wypadkowa $\vec{F}$ tych dwóch sił ma dwie składowe:

– normalną (radialną):

$$F_d = \frac{mv^2}{l} = Q\cos\alpha = mg\cos\alpha \tag{4.1}$$

gdzie:

F_d – siła dośrodkowa [N],

v – prędkość $\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$,

Q – siła ciężkości [N].

– styczną:

$$F_h = Q\sin\alpha = mg\sin\alpha \tag{4.2}$$

gdzie:

F_h – siła styczna [N].

Korzystając ze wzoru (4.1) **Błąd! Nie można odnaleźć źródła odwołania.**na wartość siły dośrodkowej, którą można przyrównać do wartości jednej ze składowych siły ciężkości *Q* zostaje obliczona wartość prędkości masy wahadła, czyli masy huśtawki i dziecka na niej siedzącej:

$$F_d = Q\cos\alpha \tag{4.3}$$

$$\frac{mv^2}{l} = mg\cos\alpha \tag{4.4}$$

$$v = \sqrt{g \cdot cos\alpha \cdot l} \tag{4.5}$$

$$v = \sqrt{9{,}81 \cdot \cos 45^0 \cdot 1{,}2} = 2{,}89\ \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right] \tag{4.6}$$

Aby obliczyć wartość siły obciążającej działającą na linę i zawiesie huśtawki znajdujące się w punkcie *O*, na której znajduje się dziecko, należy zgodnie z twierdzeniem Pitagorasa zsumować kwadraty wartości obu sił składowych: normalnej (4.1) i stycznej (4.2)**Błąd! Nie**

Komentarz [S2]: jeżeli na rysunku kursywa to we zorach i tekście również (siły są wektorami)

Komentarz [S3]: Dlaczego prędkość oznacza Pani przez duże V ???

Komentarz [S4]: JEDNOSTKI

Komentarz [S5]: Gdzie jest zaczepina sił obciążająca huśtawkę i co to znaczy siła obciążająca huśtawkę. Który element huśtawki

można odnaleźć źródła odwołania. oraz przyrównać tę sumę do kwadratu wartości siły wypadkowej F.

$$F^2 = F_d^2 + F_h^2 \tag{4.7}$$

$$F^2 = \left(\frac{mv^2}{l}\right)^2 + \left(\frac{mg}{l}\sin\alpha\right)^2 \tag{4.8}$$

$$F = \sqrt{\left(\frac{mv^2}{l}\right)^2 + \left(\frac{mg}{l}\sin\alpha\right)^2} \tag{4.9}$$

$$F = \sqrt{\left(\frac{50 \cdot (2{,}89)^2}{1{,}2}\right)^2 + \left(\frac{50 \cdot 9{,}81}{1{,}2}\sin 45^0\right)^2} = 452{,}377\ [\mathrm{N}] \tag{4.10}$$

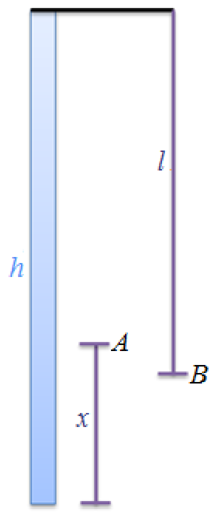
Aby obliczyć współczynnik bezpieczeństwa liny γ, należy podzielić przez wartość wyliczonej siły obciążenia F (4.10) minimalną siłę zrywającą liny F_z. Najczęściej używaną w gabinetach integracji sensorycznej jest lina polipropylenowa pleciona o średnicy ϕ10mm o minimalnej sile zrywającej równej F_z=14,3[kN]. **Błąd! Nie można odnaleźć źródła odwołania.**

$$\gamma = \frac{F_z}{F} = \frac{14300}{452{,}377} = 31{,}6 \tag{4.11}$$

Jak można zauważyć (4.11), obliczona maksymalna wartość siły obciążenia F jest ponad 30krotnie mniejsza od minimalnej siły zrywającej linę polipropylenową.

2.2. Zasada zachowania energii mechanicznej

W drugim przypadku rozważony zostanie naskok dziecka o masie m_1=42[kg] z wysokości x=0,5[m] na siedzisko huśtawki o masie m_2=8[kg] i długości liny l=1,2[m] zawieszonej na wysokości h=1,6[m]. Celem obliczeń jest wyznaczenie maksymalnej wytrzymałości liny na zerwanie F. Wykorzystana zostanie zasada zachowania energii mechanicznej.



Rys. 4.2. Położenie huśtawki względem dziecka w chwili wyskoku.

Rys. 4.2 przedstawia zależności długości h, l oraz x względem siebie. Dziecko po wyskoku na wysokość x znajduje się w punkcie A. W tym punkcie energia potencjalna dziecka liczona względem podłoża wynosi:

$$E_A = m_1 g x \tag{4.12}$$

i stanowi ona całkowitą energię układu w punkcie A (położenia dziecka), który znajduje się w odległości x od podłoża, gdyż energia kinetyczna w punkcie A wynosi zero.

W punkcie B, podobnie jak w punkcie A, energia kinetyczna jest równa zero. Zatem energia całkowita układu w punkcie B (gdy dziecko jest już na huśtawce) jest to suma energii potencjalnej grawitacyjnej dziecka (masa dziecka i huśtawki łącznie to 50kg) oraz energii potencjalnej sprężystości liny:

$$E_B = (m_1 + m_2) g (h - l) + \frac{1}{2} k_{max} l^2 \tag{4.13}$$

gdzie:

k_{max} – maksymalny współczynnik sprężystości liny.

Zgodnie z zasadą zachowania energii mechanicznej suma energii potencjalnej i kinetycznej układu w punkcie A i punkcie B jest stała (z pominięciem sił oporu):

$$E_{pA} + E_{kA} = E_{pB} + E_{kB} \tag{4.14}$$

Podstawiając do wzoru (4.14) **Błąd! Nie można odnaleźć źródła odwołania.**wartości liczbowe otrzymany zostaje maksymalny współczynnik sprężystości liny k_{max} potrzebny do obliczenia wartości maksymalnej wytrzymałości liny na zerwanie *F*:

$$m_1 g x = (m_1 + m_2) g (h - l) + \frac{1}{2} k_{max} l^2 \tag{4.15}$$

$$k_{max} = \frac{2g(m_1 l + m_2 l - m_1 x - m_2 h)}{l^2} \tag{4.16}$$

$$k_{max} = \frac{2 \cdot 9{,}81(42 \cdot 1{,}2 + 8 \cdot 1{,}2 - 42 \cdot 0{,}5 - 8 \cdot 1{,}6)}{1{,}2^2} = 356{,}975 \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2}\right] \tag{4.17}$$

Wartość maksymalnej wytrzymałości liny na zerwanie *F* zgodnie ze wzorem na siłę sprężystości wynosi:

$$F = k_{max} \cdot l = 356{,}975 \cdot 1{,}2 = 428{,}37 \text{ [N]} \tag{4.18}$$

Aby obliczyć współczynnik bezpieczeństwa liny γ w tym przypadku, należy podzielić przez wartość wyliczonej maksymalnej wytrzymałości liny na zerwanie *F* (4.18) minimalną siłę zrywającą wcześniej wspomnianej liny polipropylenowej F_z.

$$\gamma = \frac{F_z}{F} = \frac{14300}{428{,}37} = 33{,}4 \tag{4.19}$$

Jak można zauważyć (4.19), obliczona wartość maksymalnej wytrzymałości liny na zerwanie *F* jest ponownie ponad 30krotnie mniejsza od minimalnej siły zrywającej linę polipropylenową.

Porównując oba wyniki z działań (4.10) oraz (4.18)**(4.19)** zauważa się, iż różnica między nimi jest niewielka. Masa dziecka, jaka została założona w obu zadaniach (42kg), jest masą dziecka w wieku od 10 do 12 roku życia. Na terapię integracji sensorycznej najczęściej uczęszczają dzieci w wieku 4-9 lat. Można zatem założyć, że maksymalna wartość siły *F* nie przekroczy z pewnością wartości 500 N.