



MINISTERSTWO EDUKACJI
i NAUKI



Anna Kusina

Obliczanie obciążeń konstrukcji budowlanych 311[04].Z1.02

Poradnik dla ucznia

Wydawca

**Instytut Technologii Eksploatacji – Państwowy Instytut Badawczy
Radom 2005**

Recenzenci:

mgr inż. Zbigniew Kazimierz Romik

mgr inż. Krystyna Osakowicz

Konsultacja:

dr inż. Janusz Figurski

mgr inż. Mirosław Żurek

Opracowanie redakcyjne:

mgr inż. Katarzyna Maćkowska

Korekta:

mgr inż. Mirosław Żurek

Poradnik stanowi obudowę dydaktyczną programu jednostki modułowej **311[04].Z1.02 – Obliczanie obciążeń konstrukcji budowlanych**, zawartego w modułowym programie nauczania dla zawodu 311[04] Technik budownictwa.

Wydawca

Instytut Technologii Eksploatacji – Państwowy Instytut Badawczy, Radom 2005

SPIS TREŚCI

1. Wprowadzenie	4
2. Wymagania wstępne	5
3. Cele kształcenia	6
4. Materiał nauczania	7
4.1. Statyka sił	7
4.1.1. Materiał nauczania	7
4.1.2. Pytania sprawdzające	10
4.1.3. Ćwiczenia	10
4.1.4. Sprawdzian postępów	11
4.2. Siły przekrojowe, wykresy, wartości ekstremalne w elementach konstrukcji	11
4.2.1. Materiał nauczania	11
4.2.2. Pytania sprawdzające	13
4.2.3. Ćwiczenia	13
4.2.4. Sprawdzian postępów	14
4.3. Belki statycznie wyznaczalne	14
4.3.1. Materiał nauczania	14
4.3.2. Pytania sprawdzające	19
4.3.3. Ćwiczenia	19
4.3.4. Sprawdzian postępów	20
4.4. Kratownice	20
4.4.1. Materiał nauczania	20
4.4.2. Pytania sprawdzające	25
4.4.3. Ćwiczenia	25
4.4.4. Sprawdzian postępów	26
4.5. Ramy statycznie wyznaczalne	27
4.5.1. Materiał nauczania	27
4.5.2. Pytania sprawdzające	28
4.5.3. Ćwiczenia	28
4.5.4. Sprawdzian postępów	29
4.6. Charakter pracy i zastosowanie luków	29
4.6.1. Materiał nauczania	29
4.6.2. Pytania sprawdzające	31
4.6.3. Ćwiczenia	31
4.6.4. Sprawdzian postępów	32
4.7. Belki ciągle statycznie niewyznaczalne	32
4.7.1. Materiał nauczania	32
4.7.2. Pytania sprawdzające	35
4.7.3. Ćwiczenia	36
4.7.4. Sprawdzian postępów	37
4.8. Parametry charakterystyki geometrycznej przekroju figur prostych i złożonych	37
4.8.1. Materiał nauczania	37
4.8.2. Pytania sprawdzające	40
4.8.3. Ćwiczenia	40
4.8.4. Sprawdzian postępów	41
4.9. Obciążenia budowli	42
4.9.1. Materiał nauczania	42
4.9.2. Pytania sprawdzające	44

4.9.3. Ćwiczenia	44
4.9.4. Sprawdzian postępów	45
4.10. Naprężenia i ich rodzaje	46
4.10.1. Materiał nauczania	46
4.10.2. Pytania sprawdzające	49
4.10.3. Ćwiczenia	50
4.10.4. Sprawdzian postępów	51
4.11. Zjawisko odkształcenia materiału, rodzaje odkształceń	51
4.11.1. Materiał nauczania	51
4.11.2. Pytania sprawdzające	53
4.11.3. Ćwiczenia	53
4.11.4. Sprawdzian postępów	54
5. Sprawdzian osiągnięć	55
6. Literatura	59

1. WPROWADZENIE

Poradnik będzie Ci pomocny w przyswajaniu wiedzy o zasadach statyki sił, obliczania belek statycznie wyznaczalnych i niewyznaczalnych, kratownic oraz obliczania naprężeń i odkształceń elementów.

W poradniku zamieszczono:

- wymagania wstępne, wykaz umiejętności, jakie powinieneś mieć już ukształtowane, abyś bez problemów mógł korzystać z poradnika,
- cele kształcenia, wykaz umiejętności jakie ukształtujesz podczas pracy z poradnikiem,
- materiał nauczania, „pigułkę” wiadomości teoretycznych niezbędnych do opanowania treści jednostki modułowej,
- zestaw pytań przydatny do sprawdzenia, czy opanowałeś podane treści,
- ćwiczenia, które pozwolą Ci zweryfikować wiadomości teoretyczne oraz ukształtować umiejętności praktyczne,
- sprawdzian postępów, który pozwoli Ci określić zakres poznanej wiedzy. Pozytywny wynik sprawdzianu potwierdzi Twoją wiedzę i umiejętności z tej jednostki modułowej. Wynik negatywny będzie wskazaniem, że powinieneś powtórzyć wiadomości i poprawić umiejętności z pomocą nauczyciela,
- sprawdzian osiągnięć, przykładowy zestaw pytań testowych, który pozwoli Ci sprawdzić, czy opanowałeś materiał w stopniu umożliwiającym zaliczenie całej jednostki modułowej,
- wykaz literatury uzupełniającej.

Materiał nauczania umieszczony w poradniku zawiera najważniejsze, ujęte w dużym skrócie treści, dotyczące omawianych zagadnień. Musisz korzystać także z innych źródeł informacji, a przede wszystkim z podręczników wymienionych w spisie literatury na końcu poradnika.

2. WYMAGANIA WSTĘPNE

Przystępując do realizacji programu jednostki modułowej powinieneś umieć:

- posługiwać się podstawowymi pojęciami i terminami z zakresu budownictwa,
- posługiwać się dokumentacją techniczną,
- rozpoznawać elementy budynku,
- stosować jednostki układu SI,
- biegle wykonywać obliczenia matematyczne,
- korzystać z różnych źródeł informacji,
- posługiwać się techniką komputerową,
- stosować zasady współpracy w grupie,
- uczestniczyć w dyskusji i prezentacji,
- stosować różne metody i środki porozumiewania się na temat zagadnień technicznych.

3. CELE KSZTAŁCENIA

W wyniku realizacji programu jednostki modułowej powinieneś umieć:

- scharakteryzować podstawowe pojęcia statyki,
- rozróżnić układy sił,
- wyznaczyć wypadkową dowolnego układu sił metodą analityczną i graficzną,
- określić równowagę układu sił działających na konstrukcję,
- rozwiązać belkę statycznie wyznaczalną,
- wyznaczyć siły w prętach kratownicy metodą analityczną i graficzną,
- określić charakter pracy i zastosowanie łuków,
- sporządzić wykresy sił przekrojowych w ramie statycznie wyznaczalnej,
- rozwiązać belkę ciągłą, statycznie niewyznaczalną,
- obliczyć wielkości charakteryzujące przekrój elementu konstrukcji,
- rozróżnić obciążenia działające na konstrukcje budowlane,
- dokonać klasyfikacji obciążeń,
- ustalić wartości obciążeń działających na element konstrukcji,
- rozróżniać rodzaje naprężeń i odkształceń w różnych elementach konstrukcyjnych,
- wyznaczyć naprężenia i odkształcenia w elementach budowli.

4. MATERIAŁ NAUCZANIA

4.1. Statyka sił

4.1.1. Materiał nauczania

Podstawowe pojęcia statyki

Statyka – dział mechaniki zajmujący się równowagą ciał materialnych znajdujących się pod działaniem sił.

Statyka budowli – zajmuje się równowagą elementów i całych konstrukcji budowlanych pod działaniem sił zewnętrznych.

Podstawowe pojęcia statyki budowli:

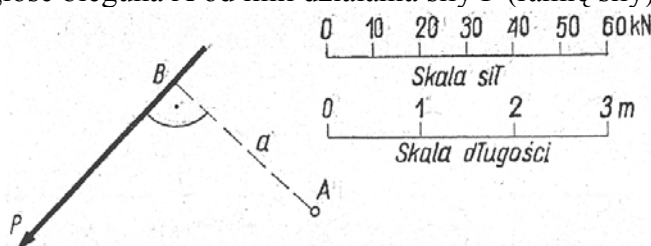
- siła
- moment statyczny siły

Siła – jest wielkością wektorową, stanowiącą miarę oddziaływania ciał materialnych. Siłę określa się też jako czynnik powodujący zmianę ruchu ciała materialnego. **Siłę** można przedstawić graficznie i analitycznie. W obliczeniach i wzorach statycznych siły oznacza się dużymi literami: **P**, **G**, **Q**.

Jednostką siły jest: N (niuton), kN (kiloniuton).

Siły możemy podzielić na siły czynne i siły bierne zwane reakcjami. Siłami czynnymi są wszelkiego rodzaju obciążenia działające na element (belkę), natomiast siłami biernymi są oddziaływania podpór (reakcje). Reakcje występują tak długo, jak długo trwa działanie sił czynnych.

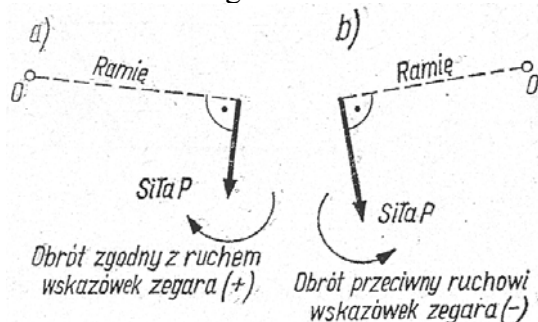
Moment statyczny siły względem punktu A (bieguna) oblicza się ze wzoru: $M_A = P \cdot a$, gdzie: P – siła, a – odległość bieguna A od linii działania siły P (ramię siły).



Rys. 1. Graficzne przedstawienie momentu statycznego siły względem punktu [8, s. 43]

Jednostką momentu statycznego siły jest: Nm (niutonometr), kNm (kiloniutonometr)

Znaki momentu statycznego: dodatni - obrót zgodnie z ruchem wskazówek zegara (+).



Rys.2. Znaki momentu statycznego: a) dodatni, b) ujemny [8, s. 43]

Para sił, moment statyczny pary sił

Dwie siły równe co do wartości, równoległe, przeciwnie skierowane nazywamy **parą sił**.

Moment statyczny pary sił oblicza się jako iloczyn wartości siły i odległości pomiędzy siłami.

Układy sił

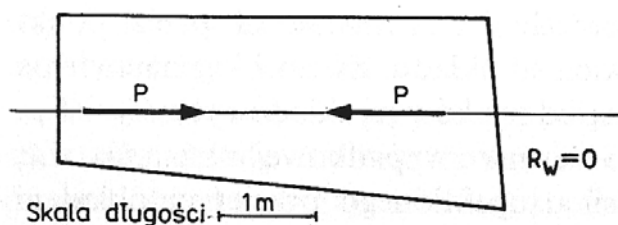
Kilka sił (co najmniej dwie) działające na ciało materialne nazywamy **układem sił**.

Rodzaje układów sił: układ płaski lub przestrzenny.

Układ płaski i przestrzenny może być zbieżny lub niezbieżny.

W układzie zbieżnym linie działania wszystkich sił przecinają się w jednym punkcie, a w układzie niezbieżnym nie mają wspólnego punktu.

Układ zerowy – dwie siły P_1 i P_2 działające wzdłuż tej samej linii prostej, równe co do wartości, lecz o przeciwnych zwrotach.



Rys. 3. Zerowy układ sił [1, s. 54]

Wypadkowa układu sił

Działanie układu sił można zastąpić sumą tych sił, którą nazywamy **wypadkową układu sił (R_w lub W)**.

Wypadkowa układu sił nie jest sumą algebraiczną, jest sumą wektorową. Można ją wyznaczyć graficznie lub analitycznie.

Wypadkowa układu sił zbieżnych

Metoda analityczna

Wyznaczając wypadkową układu sił zbieżnych sposobem analitycznym należy:

- rozłożyć wszystkie siły na kierunek x i y (rzuty sił na osie x i y) [$P \Rightarrow P_x$ i P_y],
- zsumować wszystkie siły X i wszystkie siły Y
[$R_{wx} = \sum X = P_{1x} + P_{2x} + \dots$ i $R_{wy} = \sum Y = P_{1y} + P_{2y} + \dots$],
- obliczyć wartość siły wypadkowej R_w oraz ustalić kierunek jej działania ($\angle \varphi$)

$$R_w = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R_{wy}}{R_{wx}}$$

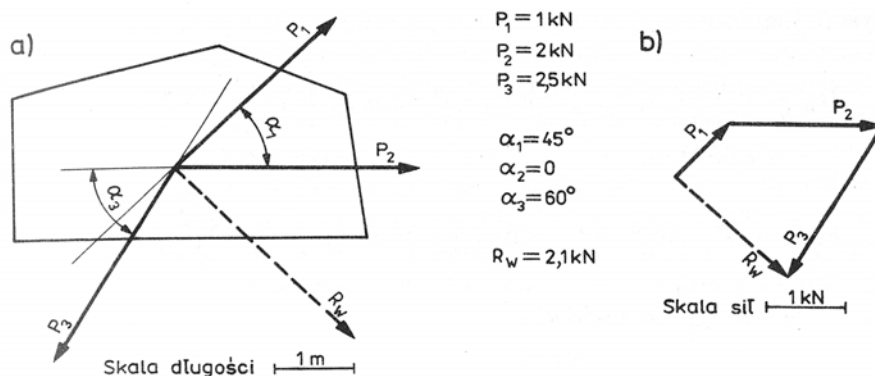
Linia działania wypadkowej przechodzi w planie sił przez punkt przecięcia linii działania wszystkich sił układu. Zwrot i kąt nachylenia linii działania wypadkowej zależą od znaków jej składowych R_{wx} i R_{wy} .

Metoda graficzna – polega na sporządzeniu konstrukcji graficznej zwanej **wielobokiem sił**.

Wielobok sił tworzy się przenosząc linie działania kolejnych sił i odkładając na nich (w ustalonej skali) wartości tych sił, przy czym początek następnego wektora pokrywa się z końcem poprzedniego.

Wektory sił tworzą poszczególne boki wieloboku sił. Ostatnim bokiem wieloboku będzie wektor siły wypadkowej, który uzyskamy przez połączenie początku wektora pierwszego z końcem ostatniego.

W ten sposób otrzymuje się: kierunek, wartość i zwrot siły wypadkowej, a jej położenie w układzie sił wyznaczy prosta o kierunku działania siły wypadkowej poprowadzona przez punkt zbieżności układu sił.



Rys. 4. Wyznaczanie wypadkowej zbieżnego układu sił sposobem graficznym: a) plan sił, b) wielobok sił [1, s. 51]

Wypadkowa układu sił niezbieżnych

W niezbieżnym układzie sił wartość, kierunek i zwrot wypadkowej ustala się analogicznie, jak dla zbieżnego układu sił metodą analityczną i graficzną. Położenie wypadkowej w układzie sił niezbieżnych ustala się obliczeniowo. Można także wyznaczyć graficznie położenie układu sił niezbieżnych za pomocą wieloboku sznurowego.

Równowaga układu sił

Warunki równowagi układu sił zbieżnych

Graficznym warunkiem równowagi układu sił zbieżnych jest, aby wektory tych sił tworzyły wielobok zamknięty.

Analitycznym warunkiem równowagi układu sił zbieżnych jest zerowanie się sumy rzutów wszystkich sił na obie osie układu współrzędnych prostokątnych.

$$\Sigma X = 0$$

$$\Sigma Y = 0$$

Warunki równowagi niezbieżnego układu sił

Analitycznym warunkiem równowagi układu sił niezbieżnych jest zerowanie się sumy rzutów wszystkich sił na obie osie układu współrzędnych prostokątnych oraz zerowanie się sumy momentów statycznych tych sił, obliczonych względem dowolnego punktu A leżącego na płaszczyźnie.

$$\Sigma X = 0$$

$$\Sigma Y = 0$$

$$\Sigma M_A = 0$$

Powyższe równania nazywane są **równaniami statyki**.

Warunki równowagi układów sił wykorzystuje się do obliczania niewiadomych sił.

Graficznymi warunkami równowagi układu sił niezbieżnych są: warunek zamknięcia się wieloboku sił oraz warunek zamknięcia się wieloboku sznurowego.

4.1.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Jak można zdefiniować pojęcia: siła, moment statyczny siły, para sił?
2. W jakich jednostkach miary podaje się wartość siły i momentu statycznego siły?
3. Co to jest układ sił?
4. Jakie rozróżnia się układy sił?
5. Co to jest wypadkowa układu sił?
6. W jaki sposób można wyznaczyć wypadkową układu sił metodą analityczną?
7. W jaki sposób można wyznaczyć wypadkową układu sił metodą graficzną?
8. Co to jest wielobok sił?
9. Jakie są warunki równowagi zbieżnego układu sił?
10. Jakie są warunki równowagi niezbieżnego układu sił?

4.1.3. Ćwiczenia

Ćwiczenie 1

Narysuj pięć różnych par sił o takiej samej wartości momentu statycznego.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) przyjąć skalę sił i skalę odległości,
- 2) narysować w skali siły tworzące pary sił,
- 3) poszczególne pary sił narysować odmiennymi kolorami,
- 4) odmierzyć w skali odległości pomiędzy siłami,
- 5) obliczyć moment statyczny każdej pary sił i porównać wyniki.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- przybory rysunkowe,
- kolorowe pisaki,
- literatura.

Ćwiczenie 2

Narysuj cztery siły w zbieżnym układzie sił i wyznacz wypadkową tego układu za pomocą wieloboku sił.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) przyjąć skalę sił,
- 2) narysować w skali siły tworzące zbieżny układ sił,
- 3) sporządzić wielobok sił,
- 4) z wieloboku sił odczytać wartość, kierunek i zwrot wypadkowej,
- 5) umieścić wypadkową w układzie sił zaznaczając ją odmiennym kolorem.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- przybory rysunkowe,
- kolorowe pisaki,
- literatura.

4.1.4. Sprawdzian postępów

Tak Nie

Czy potrafisz:

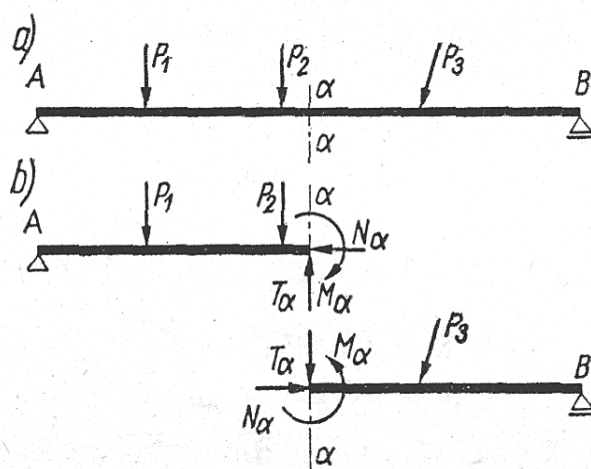
- | | | |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 1) zdefiniować pojęcia: siła, moment statyczny siły, para sił? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2) zdefiniować pojęcie układ sił? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3) rozróżnić układy sił? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4) zdefiniować pojęcie wypadkowej układu sił? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5) obliczyć wypadkową układu sił zbieżnych metodą analityczną? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6) wyznaczyć wypadkową zbieżnego układu sił metodą analityczną? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7) sporządzić wielobok sił? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8) określić warunki równowagi zbieżnego układu sił? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 9) określić warunki równowagi niezbieżnego układu sił? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

4.2. Siły przekrojowe, wykresy, wartości ekstremalne w elementach konstrukcji

4.2.1. Materiał nauczania

Jeżeli belkę swobodnie podpartą (rys. 5a) rozdzielimy przekrojem α - α na dwie części (rys. 5b), to oddziaływanie prawej, odciętej części belki na lewą odciętą część możemy zastąpić przez: siłę poprzeczną T_α , siłę podłużną N_α i moment zginający M_α . W podobny sposób można zastąpić oddziaływanie lewej części belki na prawą odciętą część (rys. 5b).

Siła poprzeczna V_α (T_α), siła podłużna N_α i moment zginający M_α nazywamy siłami przekrojowymi, zwanymi także siłami wewnętrznymi.



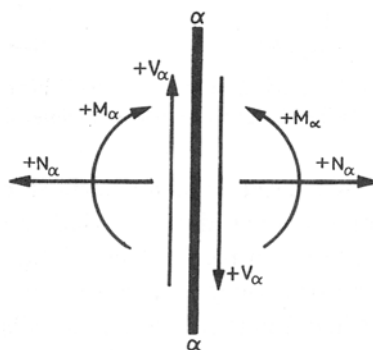
Rys. 5. Siła poprzeczna, siła podłużna i moment zginający w dowolnym przekroju belki: a) schemat statyczny belki, b) przekrój belki z zaznaczonymi siłami wewnętrznymi [8, s. 85]

Siłę podłużną N_α w danym przekroju belki nazywamy algebraiczną sumę rzutów na oś belki wszystkich sił działających z jednej strony danego przekroju.

Siłą poprzeczną V_α (T_α) w danym przekroju $\alpha - \alpha$ belki nazywamy algebraiczną sumę rzutów na kierunek prostopadły do osi belki wszystkich sił działających na belkę z jednej strony danego przekroju $\alpha - \alpha$.

Moment zginający M_α w danym przekroju $\alpha - \alpha$ belki równa się algebraicznej sumie momentów statycznych wszystkich sił znajdujących się po jednej stronie danego przekroju $\alpha - \alpha$ względem środka ciężkości tego przekroju.

Znaki umowne sił wewnętrznych



Rys. 6. Znaki umowne sił przekrojowych [1, s. 71]

Wartość sił przekrojowych: momentów zginających, sił poprzecznych i sił podłużnych wyznacza się dla **charakterystycznych przekrojów** belki.

Do przekrojów tych należą:

- przekroje na podporach,
- przekroje w miejscach przyłożenia sił skupionych,
- przekroje, w których rozpoczyna się działanie obciążenia ciągłego lub następuje zmiana jego wartości,
- przekrój w środku belki,
- przekrój niebezpieczny, tj. taki, w którym występuje największy moment zginający.

Zasady sporządzania wykresów sił przekrojowych

Wykres sił poprzecznych:

- wykres sił poprzecznych sporządza się odmierzając rzędne dodatnie powyżej osi odniesienia,
- na nie obciążonych odcinkach belki wykres V_α (T_α) ma wartości stałe, a więc ograniczające go proste są równoległe do osi x,
- w miejscach przyłożenia sił skupionych następują w wykresie skoki rzędnej o wartość przyłożonej siły,
- na odcinku belki obciążonej w sposób ciągły, równomiernie rozłożony, wykres siły poprzecznej jest ograniczony linią prostą nierównoległą do osi odniesienia.

Wykres momentów zginających:

- wykres momentów zginających sporządza się odmierzając rzędne dodatnie poniżej osi odniesienia, w przypadku obciążenia siłami skupionymi, wykres M_α jest ograniczony liniami prostymi, różnymi na poszczególnych nieobciążonych odcinkach belki, w miejscach przyłożenia siły skupionej proste ograniczające wykres przecinają się na linii działania siły,

- na odcinku belki obciążonej w sposób ciągły, równomiernie rozłożony, wykres M_x jest linią krzywą – parabolą.

Wykres sił podłużnych sporządza się analogicznie jak wykresy sił poprzecznych.

Zależność pomiędzy siłą poprzeczną, a momentem zginającym

Największy moment zginający (M_{max}) występuje w tym przekroju belki, w którym siła poprzeczna zmienia swój znak lub równa się zero.

4.2.2. Pytania sprawdzające

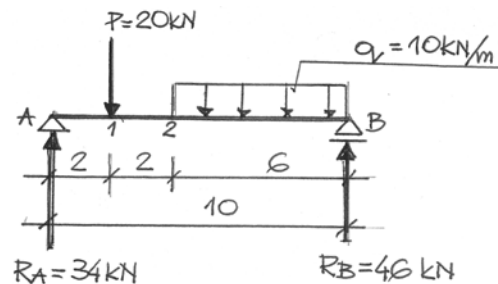
Odpowiadając na pytania, sprawdzisz czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Co to są siły przekrojowe?
2. Jak definiuje się pojęcia siła podłużna, siła poprzeczna, moment zginający?
3. Jakie są znaki umowne sił przekrojowych?
4. Gdzie znajdują się charakterystyczne przekroje belki?
5. Jakie są zasady sporządzania wykresów sił poprzecznych?
6. Jakie są zasady sporządzania wykresów momentów zginających?
7. Jaka jest zależność pomiędzy siłą poprzeczną, a momentem zginającym w przekroju belki?

4.2.3. Ćwiczenia

Ćwiczenie 1

Oblicz siłę poprzeczną w zaznaczonych przekrojach belki (A,1,2,B oraz na środku). Wykonaj wykres sił poprzecznych.



Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) przeanalizować definicję siły poprzecznej w przekroju belki,
- 2) obliczyć wartość siły poprzecznej w zaznaczonych przekrojach belki,
- 3) sporządzić wykres sił poprzecznych.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura,
- przybory rysunkowe,
- kalkulator.

Ćwiczenie 2

Dla belki z ćwiczenia 1, oblicz moment zginający w tych samych przekrojach belki. Wykonaj wykres momentów zginających.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) przeanalizować definicję momentu zginającego w przekroju belki,
- 2) obliczyć wartość momentu zginającego w zaznaczonych przekrojach belki,
- 3) sporządzić wykres momentów zginających dla belki.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura,
- przybory rysunkowe,
- kalkulator.

4.2.4. Sprawdzian postępów

	Tak	Nie
Czy potrafisz:		
1) zdefiniować pojęcie siły przekrojowej?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2) zdefiniować pojęcia: siła poprzeczna, siła podłużna, moment zginający?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3) określić zasady ustalania znaków sił przekrojowych?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4) wskazać charakterystyczne przekroje belki?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5) sporządzić wykresy sił poprzecznych i momentów zginających?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4.3. Belki statycznie wyznaczalne

4.3.1. Materiał nauczania

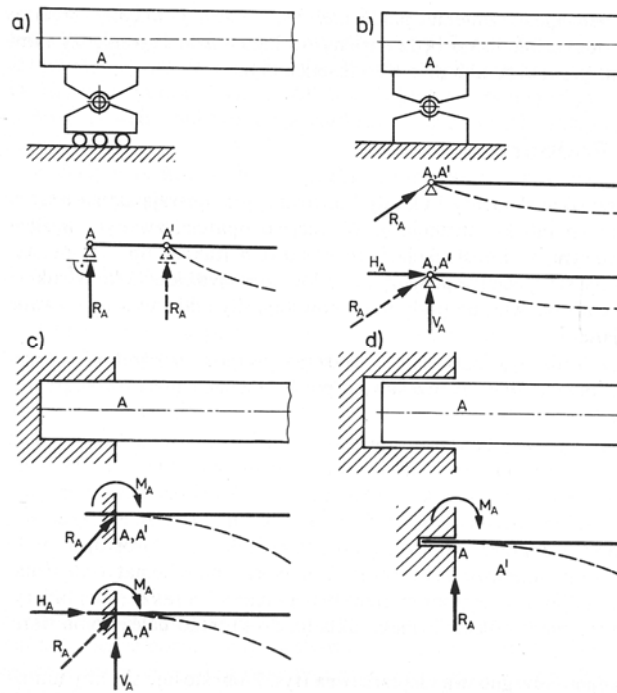
Belki przenoszą działania sił zewnętrznych na podpory (ściany, słupy) w kierunku równoległym do kierunku działania tych sił. Belki pracują na zginanie, ścinanie, a niekiedy na skręcanie.

Podpory

W miejscu oparcia elementu, zwanym węzłem podporowym, wykonuje się specjalne podpory. Każda konstrukcja jest obciążona, dlatego na podporach powstają siły oddziaływania - **reakcje**. Liczba i kierunek działania reakcji zależy od rodzaju podpory.

Rozróżnia się następujące **podpory**:

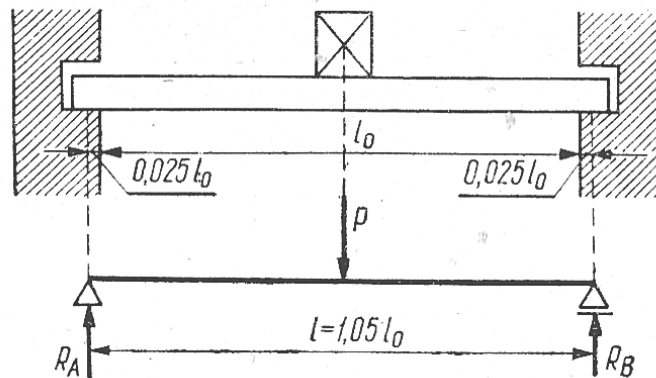
- podpora przegubowa – dwie części danej konstrukcji mogą się względem siebie obracać, natomiast nie mogą się przesuwać, występuje jedna reakcja o kierunku ukośnym, którą zastępuje się jej składowymi: pionową i poziomą,
- podpora przegubowo-przesuwna – dwie części danej konstrukcji mogą się względem siebie obracać oraz przesuwać w jednym kierunku, występuje jedna reakcja prostopadła do płaszczyzny przesuwu,
- podpora sztywna (utwierdzenie, zamocowanie) – nie istnieje możliwość obrotu, ani przesuwu obu części konstrukcji względem siebie, występują trzy reakcje: moment utwierdzenia, reakcja pozioma oraz pionowa (składowe reakcje ukośnej).



Rys. 7. Rodzaje podpór oraz ich schematy: a) podpora przegubowo przesuwna, b) podpora przegubowa nieprzesuwna, c) podpora płaska nieprzesuwna, d) podpora płaska przesuwna. [1, s. 30]

Schemat statyczny

Przy obliczaniu belek posługujemy się **schematem statycznym**, który zastępuje rzeczywisty układ konstrukcyjny.



Rys. 8. Schemat statyczny i reakcje belki swobodnie podpartej [8, s. 76]

Do obliczeń belek przyjmuje się ich rozpiętość teoretyczną (obliczeniową). Zakłada się, że teoretyczny punkt podparcia znajduje się w odległości $0,025 l_s$ od krawędzi oparcia konstrukcji (l_s – rozpiętość w świetle podpór).

$$l_t(l_0, l_{\text{eff}}) = 1,05 l_s$$

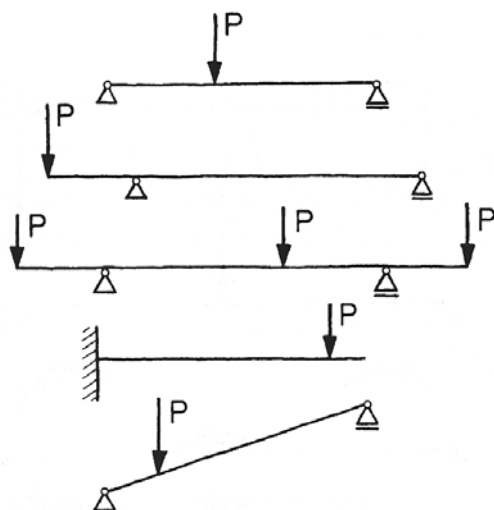
Statyczna wyznaczalność belek

Belka, w której występuje liczba niewiadomych reakcji podpór nie większa niż trzy jest **belką statycznie wyznaczalną**, ponieważ do obliczenia niewiadomych sił dysponujemy trzema równaniami statyki.

$$\Sigma X = 0, \Sigma Y = 0, \Sigma M_A = 0$$

Rodzaje belek statycznie wyznaczalnych:

- belka wolnopodparta,
- belka jednostronnie lub dwustronnie przewieszona,
- belka wspornikowa,
- belka ukośna lub załamana.



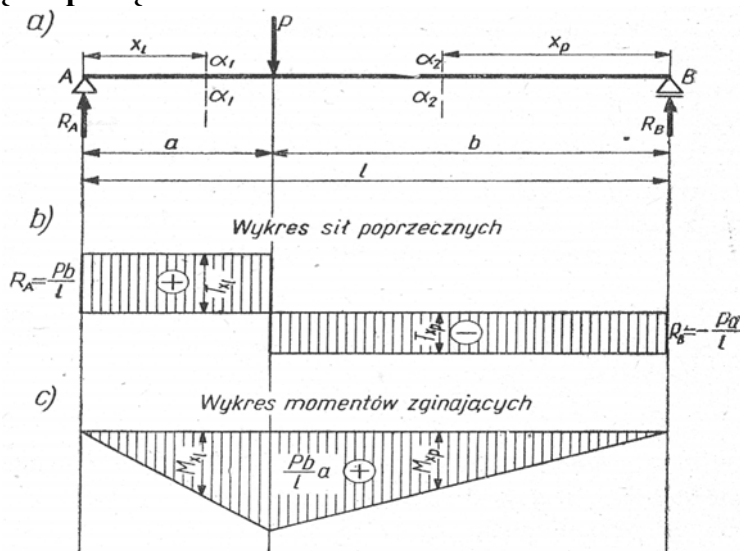
Rys. 9. Przykłady belek: statycznie wyznaczalnych [1, s. 33]

Belkami statycznie wyznaczalnymi są także belki przegubowe, składające się z kilku leżących na jednej linii prętów prostych połączonych ze sobą przegubami i odpowiednio podpartych. Omówienie belek przegubowych nie zostało zawarte w poradniku.

Rozwiązywanie belek statycznie wyznaczalnych – polega na obliczeniu sił wewnętrznych: momentów zginających, sił poprzecznych i sił podłużnych oraz sporządzenie wykresów tych sił. Pierwszą czynnością jest obliczenie reakcji podpór.

Przykłady rozwiązania belek statycznie wyznaczalnych

Belka obciążona siłą skupioną



Rys. 10. Belka wolnopodparta obciążona siłą skupioną: a) schemat belki, b) wykres sił poprzecznych, c) wykres momentów zginających [8, s. 89]

1. Obliczenie reakcji podpór

$$\sum M_B = 0, \quad R_A \cdot l - P \cdot b = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A = P \cdot \frac{b}{l}$$

$$\sum M_A = 0, \quad P \cdot a - R_B \cdot l = 0 \quad \Rightarrow \quad R_B = P \cdot \frac{a}{l}$$

Sprawdzenie

$$\sum Y = 0, \quad R_A - P + R_B = 0, \quad a = l - b$$

$$P \cdot \frac{b}{l} - P + P \cdot \frac{a}{l} = P \cdot \frac{b}{l} - P + P \cdot \left(\frac{l-b}{l}\right) = P \cdot \frac{b}{l} - P + P - P \cdot \frac{b}{l} = 0$$

2. Obliczenie momentów zginających

$$M_A = 0, \quad M_B = 0$$

$$M_x = R_A \cdot x$$

$$M_l = R_A \cdot a = P \cdot \frac{b}{l} \cdot a$$

3. Obliczenie sił poprzecznych

Wartość siły poprzecznej na odcinku belki pomiędzy podporą A, a punktem zaczepienia siły P wynosi:

$$T = R_A = P \cdot \frac{b}{l}$$

Wartość siły poprzecznej na odcinku belki pomiędzy punktem zaczepienia siły P, a podporą B wynosi:

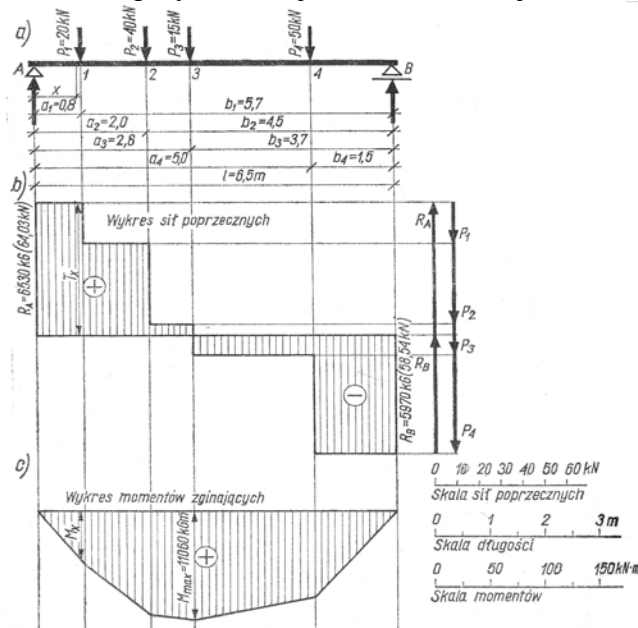
$$T = -R_B = -P \cdot \frac{a}{l}$$

W miejscu działania siły P następuje skok wartości siły.

Belka wolnopodparta obciążona kilkoma siłami skupionymi

Belkę rozwiązuje się w analogiczny sposób jak poprzednio, zgodnie z ustalonymi zasadami.

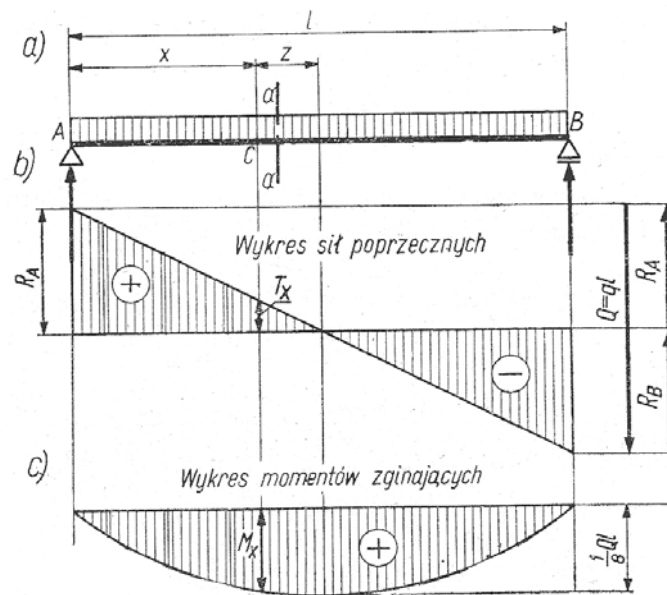
Poniżej zamieszczono rozwiązanie przykładowej belki obciążonej czterema siłami skupionymi.



Rys. 11. Belka wolnopodparta obciążona kilkoma siłami skupionymi: a) schemat belki, b) wykres sił poprzecznych, c) wykres momentów zginających [8, s. 92]

Belka wolnopodparta obciążona w sposób ciągły równomiernie rozłożony

Obciążenie ciągłe równomiernie rozłożone na całej długości belki lub na jej części jest najczęściej spotykanym obciążeniem. Takim obciążeniem jest, np. ciężar własny elementu oraz obciążenie użytkowe stropów.



Rys. 12. Belka wolnopodparta obciążona równomiernie na całej długości: a) schemat belki, b) wykres sił poprzecznych, c) wykres momentów zginających [8, s. 94]

Na całej długości belki obciążenie wyniesie $Q = q \cdot l$, a wypadkowa jego będzie zaczepiona w połowie rozpiętości belki ($\frac{l}{2}$).

1. Reakcje podpór - obciążenie rozkłada się równomiernie na obie podpory belki, dając wartości reakcji:

$$R_A = R_B = \frac{1}{2} Q = \frac{1}{2} \cdot q \cdot l$$

2. Momenty zginające

- w dowolnym przekroju oddalonym od podpory A o odległość x - $M_x = R_A \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{1}{2} x$

(równanie kwadratowe - wykresem jest parabola)

- na podporach A i B - $M = 0$

- w środku rozpiętości belki $M = \frac{Ql}{8} = \frac{ql^2}{8}$

3. Siła poprzeczna

- w dowolnym przekroju oddalonym od podpory A o odległość x - $T_x = R_A - q \cdot x$ (równanie liniowe - wykresem jest prosta)

- na podporze A: $T_A = R_A = ql$

- w środku rozpiętości belki $T = 0$.

Jeżeli obciążenie ciągłe równomiernie rozłożone q działa na odcinku a , to jego wypadkowa na długości a wynosi $q \cdot a$ i działa w połowie odcinka a .

Wszystkie rodzaje belek statycznie wyznaczalnych obciążone w sposób złożony rozwiązuje się zgodnie z przedstawionymi powyżej zasadami. Więcej przykładów rozwiązania belek znajdziesz w podręcznikach, których wykaz zamieszczony jest na końcu poradnika.

Zastosowanie belek statycznie wyznaczalnych

Elementy konstrukcji budowlanych są najczęściej belkami prostymi. Są to elementy konstrukcyjne stropów, dachów i stropodachów, nadproży, mostów itp. Belkami pochyłymi są, np. elementy konstrukcji dachowych, a belkami załamanyymi elementy konstrukcji schodów.

4.3.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Jakie znasz rodzaje podpór?
2. Co to są reakcje podpór?
3. W jaki sposób można scharakteryzować każdy rodzaj podpory?
4. Co to jest schemat statyczny?
5. Co to jest statyczna wyznaczalność belek?
6. Określić, na czym polega rozwiązywanie belek statycznie wyznaczalnych?
7. W jaki sposób rozwiązuje się belki statycznie wyznaczalne?

4.3.3. Ćwiczenia

Ćwiczenie 1

Narysuj poznane rodzaje podpór. Scharakteryzuj zasady kształtowania każdej z nich oraz występujące rodzaje reakcji podpór. W podręcznikach wyszukaj i opisz zastosowanie określonych podpór w elementach budowlanych.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

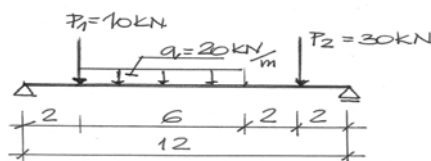
- 1) odszukać w literaturze potrzebne informacje,
- 2) narysować przykłady podpór oraz reakcji,
- 3) opisać wybrane elementy budowlane z charakterystycznymi dla nich rodzajami podpór,
- 4) sporządzić notatkę.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- przybory rysunkowe,
- kolorowe pisaki,
- literatura.

Ćwiczenie 2

Rozwiąż podaną poniżej belkę statycznie wyznaczalną. Sporządź wykresy sił poprzecznych i momentów zginających. Wskaż przekroje, w których występują największe wartości sił przekrojowych.



Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinienes:

- 1) narysować schemat belki,
- 2) zaznaczyć i obliczyć reakcje podpór, zaznaczyć przekroje charakterystyczne belki,
- 3) obliczyć wartości sił poprzecznych w wyznaczonych przekrojach belki,
- 4) sporządzić wykres sił poprzecznych,
- 5) obliczyć wartości momentów zginających w wyznaczonych przekrojach belki,
- 6) sporządzić wykres momentów zginających,
- 7) wskazać przekroje, w których występują największe wartości sił przekrojowych.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura,
- przybory do rysowania,
- kolorowe pisaki,
- kalkulator.

4.3.4. Sprawdźan postępów

Tak Nie

Czy potrafisz:

- | | | |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 1) zdefiniować pojęcie statycznej wyznaczalności belek? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2) rozróżnić rodzaje podpór? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3) wskazać rodzaje reakcji występujące na każdej z podpór? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4) wskazać, na czym polega rozwiązanie belki statycznie wyznaczalnej? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5) rozwiązać prostą belkę statycznie wyznaczalną? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

4.4. Kratownice

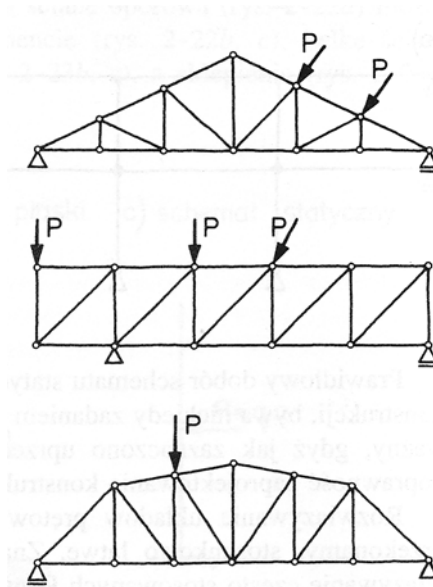
4.4.1. Materiał nauczania

Kratownicą nazywamy geometrycznie niezmienny układ prętów prostych połączonych ze sobą w węzłach. Przy obliczaniu statycznym kratownic zakłada się, że pręty połączone są ze sobą idealnymi, pozbawionymi tarcia przegubami oraz, że obciążenie kratownic przykładane jest w węzłach i dlatego można przyjąć, że poszczególne pręty przenoszą wyłącznie siły osiowe, a więc pracują na rozciąganie i ściskanie.

Zależnie od ukształtowania pasów rozróżniamy: kratownice belkowe i kratownice łukowe.

Kratownica składa się z:

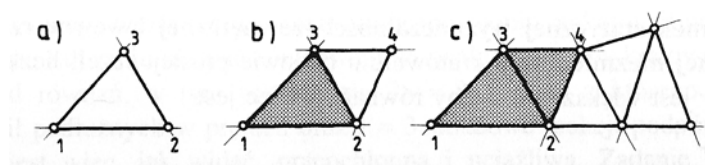
- pasa dolnego,
- pasa górnego,
- krzyżulców,
- słupków.



Rys. 13. Przykłady kratownic [2, s. 25]

Poszczególne pręty kratownicy powinny między sobą tworzyć układ geometrycznie niezmienny. Przykładem takiego układu jest trójkąt, w odróżnieniu od czworokąta, który jest układem geometrycznie zmiennym.

Konstrukcja geometrycznie niezmienna kratownicy powstaje przez dołączanie do trzech prętów tworzących trójkąt, nowych węzłów za pomocą dwóch następujących prętów.



Rys. 14. Budowa kratownicy: a, b, c - kolejne etapy tworzenia kratownicy [2, s. 167]

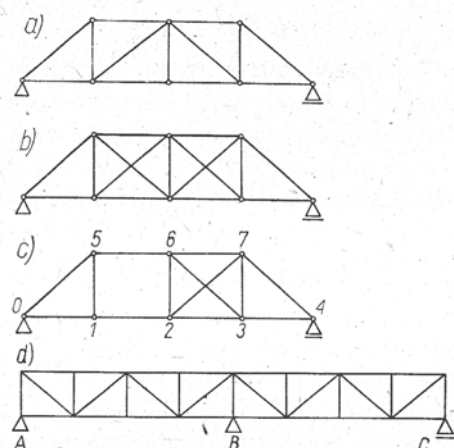
Z punktu widzenia statyki kratownice dzielą się na: **statycznie wyznaczalne** i **statycznie niewyznaczalne**.

Rozróżnia się statyczną wyznaczalność zewnętrzną i wewnętrzną.

Statyczna wyznaczalność zewnętrzna omówiona została w jednostce modułowej, dotyczącej belek statycznie wyznaczalnych. Natomiast warunkiem statycznej wyznaczalności kratownicy jest spełnienie równania:

$$p = 2w - r$$

gdzie: p - liczba prętów kratownicy,
w - liczba węzłów kratownicy,
r - liczba niewiadomych reakcji podpór.



Rys. 15. Przykłady kratownic a) zewnętrznie statycznie wyznaczalna, b) statycznie wewnętrznie niewyznaczalna, c) geometrycznie zmienna, d) zewnętrznie statycznie niewyznaczalna [8, s. 345]

Rozwiązywanie kratownic

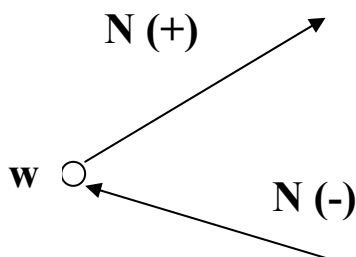
Rozwiązanie kratownicy polega na wyznaczeniu sił w prętach kratownicy znanymi metodami równoważenia węzłów, tj. metodą analityczną lub metodą graficzną (metoda CREMONY).

Wyznaczanie sił w prętach kratownic statycznie wyznaczalnych wykonuje się przyjmując następujące założenia:

- pręty kratownicy połączone są w węzłach w sposób przegubowy,
- siły zewnętrzne przyłożone są tylko w węzłach kratownicy,
- osie prętów schodzące się w węzle przecinają się ściśle w środku przegubu i stanowią linię prostą,
- spełnienie wyżej wymienionych założeń powoduje powstanie w prętach kratownicy tylko osiowych sił podłużnych: ściskających lub rozciągających.

Podłużne siły wewnętrzne w prętach kratownicy to:

- siła rozciągająca przyjmowana jako dodatnia (graficznie – skierowana od węzła),
- siła ściskająca przyjmowana jako ujemna (graficznie – skierowana do węzła).



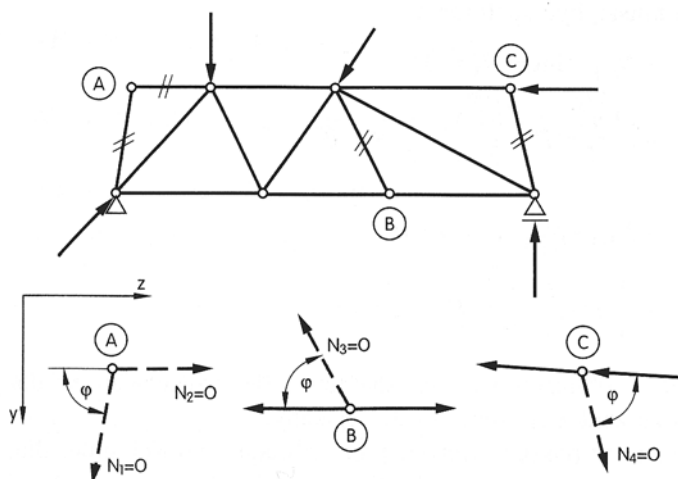
Rys. 16. Oznaczenie sił w prętach kratownicy: $N(+)$ - siła rozciągająca, $N(-)$ - siła ściskająca

Pręty zerowe w kratownicy

Pręty, w których przy danym obciążeniu zewnętrznym kratownicy nie występują ani siły ściskające, ani rozciągające, nazywamy **prętami zerowymi**.

Siły zerowe występują w prętach kratownicy w następujących sytuacjach:

- gdy w nieobciążonym węźle schodzą się dwa pręty, to w obu prętach siły równe są zero (rys. 17-A),
- gdy w nieobciążonym węźle schodzą się trzy pręty, a dwa z nich leżą na linii prostej, to trzeci pręt jest prętem zerowym (rys.17-B),
- jeżeli siła zewnętrzna zaczepiona w węźle, w którym schodzą się dwa pręty jest skierowana wzdłuż jednego z tych prętów, wówczas drugi pręt jest prętem zerowym (rys.17-C).



Rys. 17. Pręty zerowe w kratownicy [2, s. 172]

Rozwiązywanie kratownic

Metoda analitycznego równoważenia węzłów

Rozwiązanie kratownicy polega na rozpatrzeniu równowagi każdego węzła kratownicy oddzielnie i ułożeniu dla niego równań równowagi jak dla płaskiego, zbieżnego układu sił:

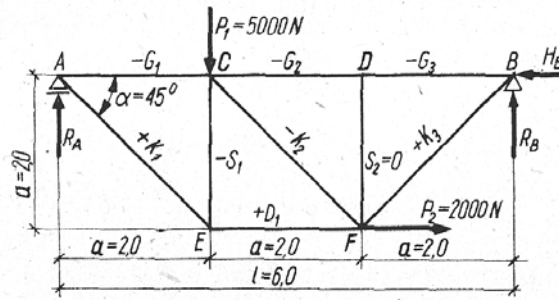
$$\Sigma X = 0 \quad i \quad \Sigma Y = 0$$

Jeżeli w węźle zbiegają się dwa pręty o nieznanymi siłami, to z podanych dwóch równań równowagi możemy znaleźć siły w tych prętach.

Przykład: Wyznaczenie sposobem analitycznym (rachunkowym) sił w prętach kratownicy

Tok postępowania:

- Oznaczyć węzły i pręty kratownicy: węzły podporowe: A i B, pozostałe 1, 2, 3,...
- Ustalić wszystkie dane geometryczne kratownicy: długości poszczególnych prętów, kąty pomiędzy nimi oraz funkcje trygonometryczne tych kątów (sin, cos).
- Wyznaczyć reakcje podpór: R_A , H_A , R_B (za pomocą równań równowagi: $\Sigma X = 0$, $\Sigma Y = 0$, $\Sigma M = 0$).
- Wskazać i oznaczyć pręty zerowe.
- Ułożyć równania $\Sigma X = 0$ i $\Sigma Y = 0$ dla każdego z węzłów, rozpoczynając od takiego węzła, w którym zbiegają się dwa pręty o nieznanymi siłami i z równań tych wyliczyć niewiadome siły.
- Rozpatrywać kolejne węzły w ten sposób, aby w każdym następnym węźle zbiegały się tylko dwa pręty o nieznanymi siłami, wykorzystując obliczone wcześniej siły.
- Postępując w ten sposób oblicza się kolejno wszystkie niewiadome siły: rozpatrzenie równowagi ostatniego węzła jest zwykle sprawdzeniem.



Rys. 18. Przykład rozwiązania kratownicy metodą analitycznego równoważenia węzłów [8, s. 355]

Równania równowagi sił w węźle B

$$\Sigma Y = 0, R_B + K_3 \sin \alpha = 0 \Rightarrow K_3 =$$

$$\Sigma X = 0, -H_B + G_3 + K_3 \cos \alpha = 0 \Rightarrow G_3 =$$

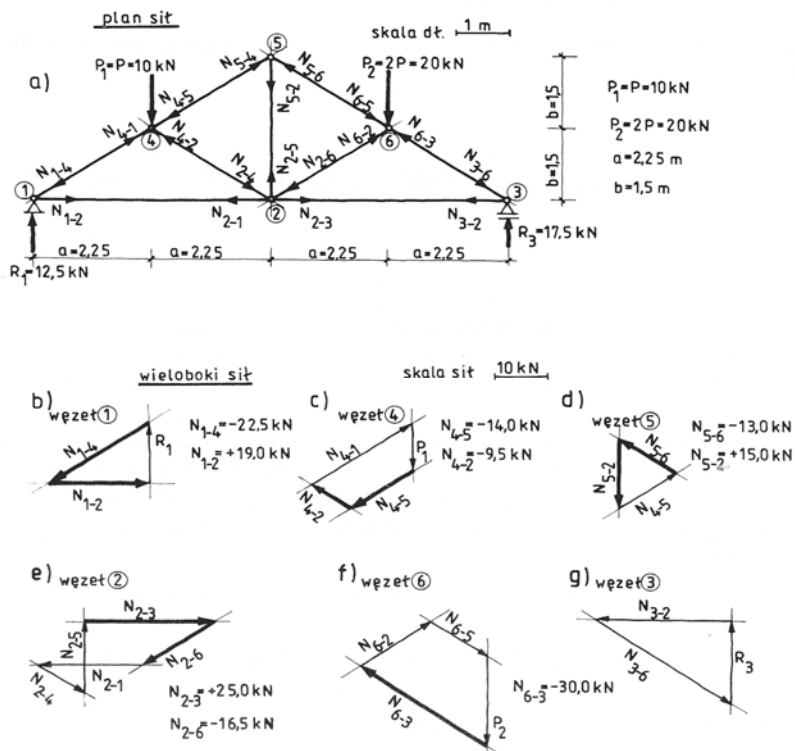
W kolejnych węzłach należy w analogiczny sposób ułożyć równania równowagi i obliczyć siły w prętach.

Metoda graficznego równoważenia węzłów (metoda CREMONY)

Metoda graficznego równoważenia węzłów polega na wyznaczeniu sił w prętach zbiegających się w danym węźle za pomocą wieloboków sił, wykreślanych dla każdego węzła.

Zgodnie z graficznym warunkiem równowagi układu sił zbieżnych wielobok sił działających w każdym węźle musi być zamknięty. Z zamkniętego wieloboku sił możemy zawsze wyznaczyć dwie brakujące siły, jeśli kierunki działania tych sił są znane.

Przy rozwiązywaniu kratownicy metodą graficzną konieczne jest narysowanie kratownicy w wybranej skali, aby były zachowane proporcje oraz kąty nachylenia poszczególnych prętów (kierunki działania sił), a także ustalenie skali sił. Ważna jest dokładność rysowania oraz odmierzania wartości sił.



Rys. 19. Przykład zastosowania metody graficznego równoważenia węzłów [2, s. 174]

Przedstawione powyżej metody rozwiązywania kratownic są stosowane najczęściej. Umożliwiają wyznaczenie sił we wszystkich (kolejno) prętach kratownicy.

Innym sposobem jest **metoda Rittera**, zwana metodą przecięć, która pozwala wyznaczyć siły w wybranych prętach (wybiórczo).

Polega ona na założeniu, że każda wyodrębniona przekrojem część kratownicy znajduje się w równowadze pod wpływem sił zastępujących odciętą część kratownicy oraz sił zewnętrznych w tym reakcji podporowych. Warunkiem umożliwiającym zastosowanie tej metody jest takie poprowadzenie przekroju, aby przecinał najwyżej trzy pręty, a w tej liczbie i pręt, dla którego chcemy wyznaczyć siłę wewnętrzną.

Obecnie istnieją programy komputerowe, które pozwalają rozwiązać bardzo szybko każdą kratownicę.

Zastosowanie kratownic

Kratownice stosuje się powszechnie w budownictwie, przede wszystkim w budowie mostów, w dźwigarach dachowych, masztach, wieżach, itp. Wykonuje się je jako konstrukcje drewniane lub stalowe, rzadko żelbetowe.

Kratownice drewniane – stosuje się jako głównie dźwigary dachowe.

Przekroje: pręty kratownic drewnianych wykonuje się zwykle o przekroju prostokątnym lub kwadratowym, a połączenia najczęściej na płytki kolczaste.

Kratownice stalowe stosuje się jako dźwigary dachowe, konstrukcje wież i masztów.

Pręty kratownic stalowych wykonuje się z kształtowników walcowanych, pojedynczych lub złożonych, połączonych w węzłach spoinami, rzadziej na nity lub śruby.

4.4.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Jak można zdefiniować pojęcie kratownicy?
2. Z jakich elementów składa się kratownica?
3. Co rozumiesz pod pojęciem statycznej wyznaczalności kratownicy?
4. Jakie siły wewnętrzne występują w prętach kratownicy?
5. Jak definiuje się i wyznacza pręty zerowe?
6. Jaki jest tok postępowania przy wyznaczaniu sił w prętach kratownicy sposobem analitycznym?
7. Jaki jest tok postępowania przy wyznaczaniu sił w prętach kratownicy sposobem graficznym?
8. Jakie możesz wskazać zastosowanie kratownic?

4.4.3. Ćwiczenia

Ćwiczenie 1

Rozwiąż kratownicę metodą analitycznego równoważenia węzłów.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować schemat kratownicy,
- 2) oznaczyć węzły i pręty,
- 3) ustalić geometrię kratownicy (długości prętów, kąty pomiędzy prętami),
- 4) obliczyć reakcje podpór,

- 5) zaznaczyć pręty zerowe,
- 6) rozwiązać kratownicę rozpatrując kolejno równowagę każdego węzła,
- 7) sporządzić zestawienie sił w prętach.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura,
- przybory rysunkowe,
- kalkulator.

Ćwiczenie 2

Rozwiąż kratownicę metodą graficznego równoważenia węzłów.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinienes:

- 1) narysować schemat kratownicy w skali,
- 2) oznaczyć węzły i pręty,
- 3) obliczyć reakcje podpór,
- 4) zaznaczyć pręty zerowe,
- 5) ustalić skale sił,
- 6) rozwiązać kratownicę rozpatrując kolejno graficznie równowagę każdego węzła sporządzając wielobok sił,
- 7) sporządzić zestawienie sił w prętach.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura,
- przybory rysunkowe,
- kalkulator.

4.4.4. Sprawdzian postępów

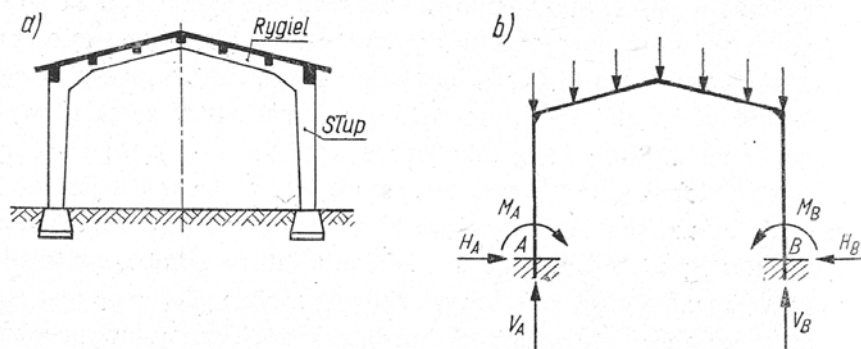
Czy potrafisz:

	Tak	Nie
1. zdefiniować pojęcie kratownicy?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. wskazać i nazwać elementy kratownicy?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. zdefiniować pojęcie statycznej niewyznaczalności kratownicy?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. nazwać siły występujące w prętach kratownicy?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. zdefiniować i wskazać pręty zerowe?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. wyznaczyć siły w prętach kratownicy sposobem analitycznym?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. wyznaczyć siły w prętach kratownicy sposobem graficznym?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. wskazać zastosowanie kratownic?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4.5. Ramy statycznie wyznaczalne

4.5.1. Materiał nauczania

Ramami nazywamy konstrukcje składające się z prętów połączonych ze sobą za pomocą sztywnych węzłów. Pionowe lub usytuowane w sposób zbliżony do pionu pręty ram nazywamy słupami, poziome zaś lub o położeniu zbliżonym do poziomym – ryglami. Wskutek sztywnego połączenia słupów z ryglami odkształcenia jednych przenoszą się przez sztywne węzły na drugie, powodując również ich odkształcenie.



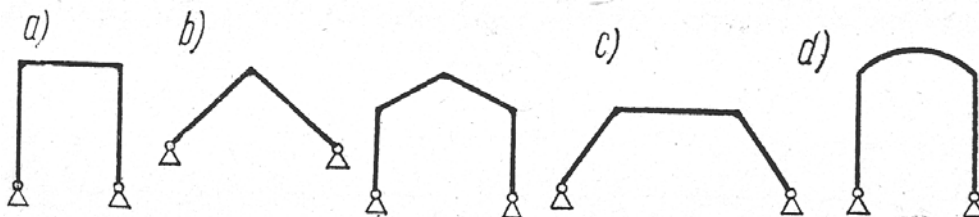
Rys. 20. Przykład ramy hali fabrycznej (a) i schemat statyczny (b) [8, s. 82]

Ramy mogą być statycznie wyznaczalne i statycznie niewyznaczalne. Stopień statycznej niewyznaczalności zależy od rodzaju oraz liczby podpór.

Ramy statycznie wyznaczalne są bardzo rzadko stosowane jako samodzielne konstrukcje i służą raczej jako schematy zastępcze ram statycznie niewyznaczalnych.

Podział ram:

- ze względu na liczbę przęseł: jednoprzęsłowe i wieloprzęsłowe,
- ze względu na liczbę pięter: jednopiętrowe i wielopiętrowe,
- ze względu na kształt osi ramy: prostokątne, trójkątne, trapezowe, łukowe.



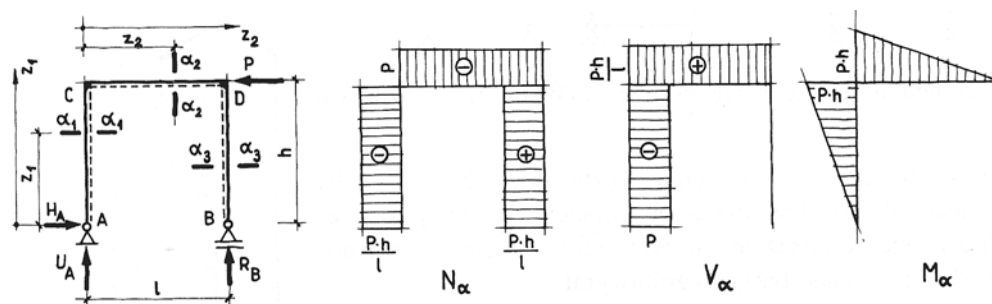
Rys. 21. Przykłady ram o różnych kształtach: a) prostokątna, b) trójkątna, c) trapezowa, d) łukowa [8, s. 400]

Rozwiązanie ramy statycznie wyznaczalnej (przykład)

Kolejność działań:

1. Obliczenie reakcji podpór (za pomocą równań równowagi $\Sigma X = 0$, $\Sigma Y = 0$ i $\Sigma M = 0$).
2. Oznaczenie spodów prętów, konieczne do obliczania i sporządzania wykresów sił przekrojowych. Zaznaczając przerywaną linią jedną stronę pręta możemy każdy pręt uważać za belkę, której część dolna (spód) znajduje się po stronie zakreskowanej.
3. Oznaczenie przekrojów charakterystycznych.
4. Obliczenie sił przekrojowych M_α , N_α , V_α zgodnie z poznanymi dotychczas zasadami (obliczanie sił przekrojowych w belkach).

5. Sporządzenie wykresów sił przekrojowych. Wykresy te sporządza się na konturze ramy. Rzędne siły N_α odkładamy po dowolnej stronie osi i wpisujemy znak rzędnych. Rzędne sił V_α odkładamy zgodnie ze znakiem (jak dla belek): po górnej stronie pręta wartości dodatnie, od spodu (strona zakreśkowana) wartości ujemne. Rzędne wykresu M_α : wartości ujemne po górnej stronie pręta, wartości dodatnie od spodu.



Rys. 22. Wykresy sił przekrojowych przykładowej ramy obciążonej siłą skupioną [2, s. 144]

Zastosowanie ram

Konstrukcje ramowe stosuje się do przekrywania powierzchni o dużych szerokościach. Najczęściej są to: hale przemysłowe, targowe, sportowe itp. Konstrukcje ramowe wykonywane są głównie jako stalowe, lecz także drewniane i żelbetowe.

4.5.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Jak można zdefiniować pojęcie ramy?
2. W jaki sposób można podzielić ramy?
3. Na czym polega rozwiązanie ramy statycznie wyznaczalnej?
4. Jakie jest zastosowanie ram?

4.5.3. Ćwiczenia

Ćwiczenie 1

Na podstawie różnych źródeł (literatura, Internet) wyszukaj i opisz przykłady zastosowania różnego typu ram w obiektach budowlanych. Wykonaj szkice przykładowych ram.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

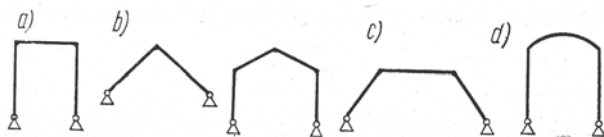
- 1) przeanalizować zasady klasyfikacji ram,
- 2) wyszukać różne przykłady zastosowania ram,
- 3) wykonać szkice oraz opisy wybranych obiektów.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- przybory rysunkowe,
- kolorowe pisaki,
- literatura,
- Internet.

Ćwiczenie 2

Zapisz nazwę przedstawionych na rysunku przykładowych ram. Opisz możliwe zastosowania dla każdej z nich.



Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) przeanalizować przedstawione kształty ram,
- 2) posługując się literaturą wskazać przykłady możliwych zastosowań,
- 3) sporządzić notatkę.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura.

4.5.4. Sprawdzian postępów

Czy potrafisz:

- 1) zdefiniować pojęcie ramy?
- 2) dokonać klasyfikacji ram?
- 3) określić zasady rozwiązywania ram statycznie wyznaczalnych?
- 4) wskazać zastosowanie ram w obiektach budowlanych?

Tak Nie

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4.6. Charakter pracy i zastosowanie łuków

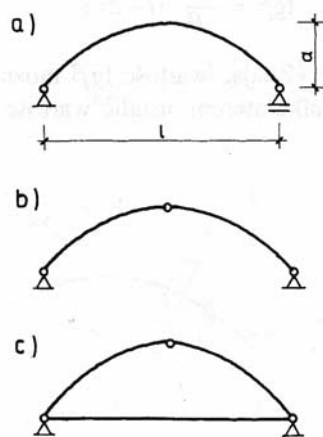
4.6.1. Materiał nauczania

Łuki są to zakrzywione pręty lub belki obciążone w płaszczyźnie zakrzywienia, pracujące głównie na ściskanie, lecz też na zginanie.

Łuki z punktu widzenia statycznego mogą być statycznie wyznaczalne i statycznie niewyznaczalne.

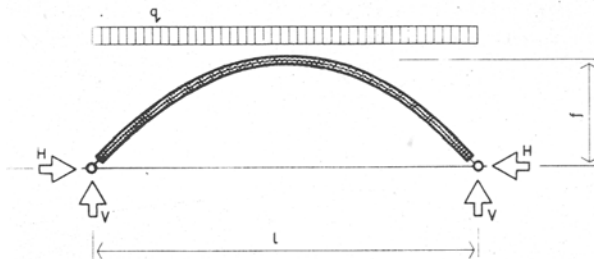
Zależnie od sposobu podparcia łuki statycznie wyznaczalne mogą być:

- swobodnie podparte,
- trójprzegubowe,
- łuki ze ściągiem.



Rys. 23. Schematy statyczne łuków statycznie wyznaczalnych: a) swobodnie podparty, b) trójprzegubowy, c) ze ściągiem [2, s. 155]

Odległość l pomiędzy podporami nazywa się **rozpiętością łuku**, wysokość a – **strzałką**. Krzywizna łuku jest najczęściej opisana za pomocą równania paraboli (łuki paraboliczne) lub części okręgu (łuki kołowe).



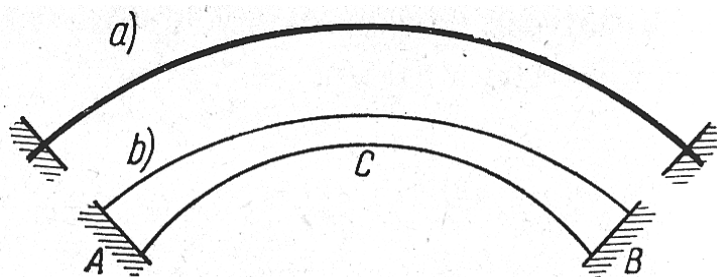
Rys. 24. Łuk paraboliczny [5, s. 338]

Istotne znaczenie dla łuków ma nieprzesuwność podpór. Obciążenia łuku (nawet wyłącznie pionowe) powodują powstanie reakcji poziomych zwanych **rozporem**.

Rozpór łuku przekazuje się na podpierające łuk słupy lub ściany. Wymaga to masywnych i kosztownych podpór. W celu zmniejszenia ich wymiarów stosuje się ściągi, które przejmują rozpór poziomy H . Dzięki ściągowi osiąga się znaczne zmniejszenie wymiarów podpór, gdyż przenoszą one tylko obciążenia pionowe.

W łukach rozróżniamy dwa zasadnicze przekroje:

- podporowe A i B zwane **węzłowiami**,
- środkowy C w najwyższej części łuku zwany **kluczem** albo **zwornikiem**.



Rys. 25. Łuk przegubowy: a) schemat, b) przekroje: A i B – węzłowia, C – zwornik [8, s. 84]

Łuk jest ściskany osiowo, gdy jego oś jest parabolą o równaniu: $y = 4f \left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2} \right)$ i gdy jest

obciążony obciążeniem rozłożonym równomiernie.

Przy innym obciążeniu lub innej krzywej, oprócz ściskania wystąpi w łuku także zginanie, jednak siła ściskająca łuk jest dominująca, a występujący moment zginający i siła poprzeczna mają znaczenie drugorzędne.

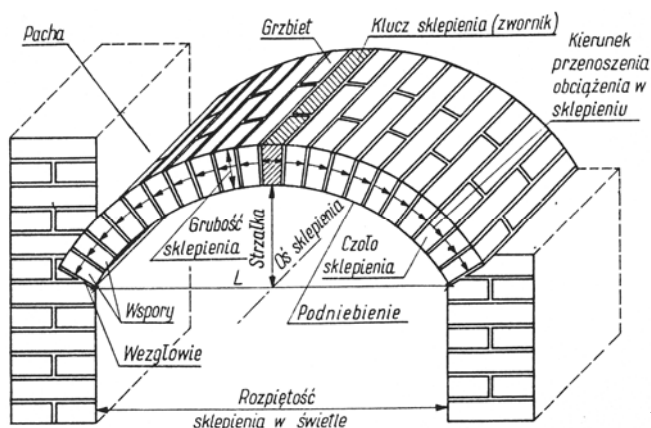
Sposób rozwiązywania łuków statycznie wyznaczalnych opiera się na tych samych zasadach, które dotyczą rozwiązywania belek i ram.

Zastosowanie łuków

W budownictwie łuki znane już były w starożytnym Egipcie, Grecji i Mezopotamii, jednak największe zastosowanie znalazły w architekturze Rzymu, gdzie wykonywano je w kształcie półkola z kłińców kamiennych.

Łuki pozwalały na pokonanie większych rozpiętości niż możliwe to było przy użyciu kamiennych lub drewnianych belek.

Przykładem łuku jest konstrukcja sklepienia murowanego stosowanego w budownictwie ogólnym, zwłaszcza w przypadku obiektów reprezentacyjnych i zabytkowych.



Rys. 26. Budowa sklepienia [6, s. 208]

Współcześnie łuki stosowane są zwłaszcza w konstrukcjach o dużych rozpiętościach, np. przykrycia hal, mosty i przepusty.



Rys. 27. Przykład żelbetowego mostu łukowego nad Cieśniną Maselnicką w Maselnicy (Chorwacja) [fot. K. Flaga. Internet]

4.6.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Jak można zdefiniować pojęcie łuku?
2. W jaki sposób można dokonać podziału łuków?
3. Co nazywamy rozpiętością łuku i strzałką?
4. Jakie przekroje rozróżnia się w łukach?
5. Jakie jest zastosowanie łuków?

4.6.3. Ćwiczenia

Ćwiczenie 1

Na podstawie różnych źródeł (literatura, Internet) wyszukaj i opisz przykłady zastosowania łuków w obiektach budowlanych. Wykonaj szkice przykładowych obiektów.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) przeanalizować zasady klasyfikacji łuków,
- 2) wyszukać różne przykłady zastosowania konstrukcji łuków,
- 3) wykonać szkice oraz opisy wybranych obiektów.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- przybory rysunkowe,
- literatura,
- Internet.

Ćwiczenie 2

Opisz zasady pracy łuku na przykładzie łuku obciążonego w sposób ciągły równomierny. Na podstawie literatury naszkicuj wykresy sił przekrojowych.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) przeanalizować zasady pracy łuków,
- 2) wyszukać przykłady rozwiązanych łuków,
- 3) wykonać notatkę oraz szkic.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- przybory rysunkowe,
- literatura.

4.6.4. Sprawdzian postępów

Czy potrafisz:

- 1) zdefiniować pojęcie łuku?
- 2) dokonać podziału łuków?
- 3) rozróżnić i nazwać przekroje?
- 4) wskazać zastosowanie łuków?

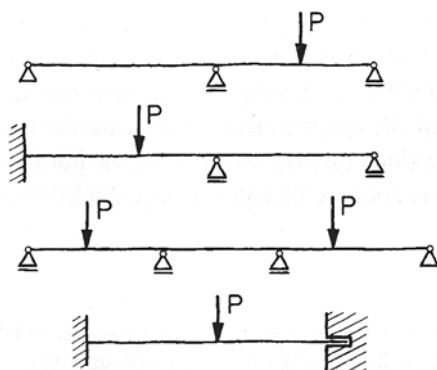
Tak **Nie**

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4.7. Belki ciągle statycznie niewyznaczalne

4.7.1. Materiał nauczania

Belka jest statycznie niewyznaczalna wówczas, gdy liczba niewiadomych reakcji podpór jest większa od liczby równań statyki, czyli od trzech.

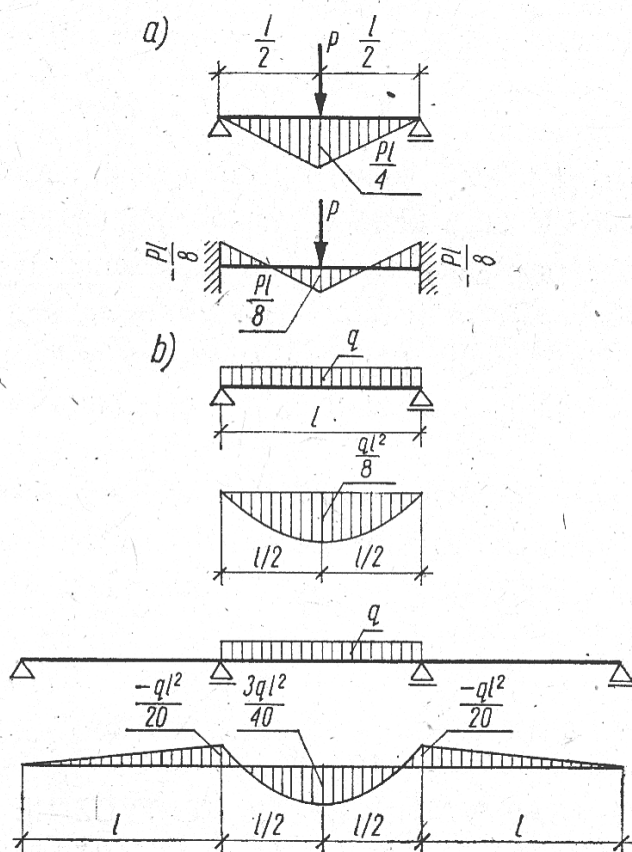


Rys. 28. Przykłady belek statycznie niewyznaczalnych [1, s. 33]

Zaletą belek statycznie niewyznaczalnych jest zmniejszenie wartości momentów zginających w przęśle belki, ponieważ wskutek utwierdzenia belki na podporze występuje moment podporowy (o znaku przeciwnym niż znak momentu w przęśle).

Zmniejszenie momentu powoduje zmniejszenie naprężeń w przekroju belki, a zatem i zmniejszenie wymiarów przekroju.

W belkach ciągłych wieloprzęsłowych moment w przęśle ulega zmniejszeniu w stosunku do momentu przęsłowego belki swobodnie podpartej, powstają natomiast, często dość znaczne, momenty podporowe o znaku ujemnym.



Rys. 29. Porównanie wartości momentów przęsłowych w belkach statycznie niewyznaczalnych i wyznaczalnych [8, s. 303]

Rozwiązywanie belek statycznie niewyznaczalnych za pomocą tablic Winklera

Belki ciągle wieloprzęsłowe statycznie niewyznaczalne można w sposób uproszczony rozwiązywać przy pomocy tablic Winklera. Tablice opracowano dla belek 2, 3, 4, 5-cio przęsłowych obciążonych siłami skupionymi oraz obciążeniem ciągłym równomiernie rozłożonym, tj. obciążeniem najczęściej występującym. W praktyce często występują przypadki kombinacji obciążeń (kilka schematów z tablic), siły przekrojowe należy wówczas sumować.

Tablice zawierają współczynniki do obliczania reakcji podporowych, momentów zginających oraz sił poprzecznych.

Warunkiem korzystania z tablic jest, aby:

- rozpiętości poszczególnych przęseł belki były równe lub zbliżone ($l = 0.8 l_1$),
- obciążenia belki odpowiadały przyjętym w tablicach.

Przy obliczaniu belek ciągłych za pomocą tablic Winklera należy postępować w sposób następujący:

- wybrać tablicę dla belki o odpowiedniej liczbie przęseł,
- wyszukać właściwy schemat obciążenia,
- odczytać odpowiednie współczynniki k i k' ,
- obliczyć wartości sił wewnętrznych: momentu zginającego, sił poprzecznych oraz reakcji według jednego z poniższych wzorów:

Momenty zginające przęsłowe i podporowe

$$M = k \cdot p \cdot l^2 \text{ (przy obciążeniu równomiernie rozłożonym)}$$

$$M = k \cdot P \cdot l \text{ (przy obciążeniu siłami skupionymi)}$$

Reakcje podporowe i siły skupione

$$T = k' \cdot p \cdot l \text{ (przy obciążeniu równomiernie rozłożonym)}$$

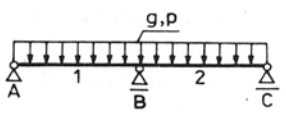
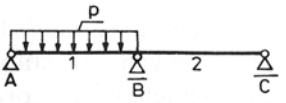
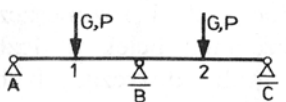
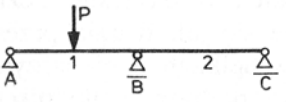
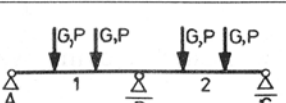
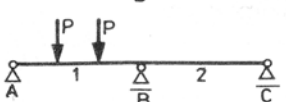
$$T = k' \cdot P \text{ (przy obciążeniu siłami skupionymi)}$$

gdzie: k , k' – współczynniki z tablic Winklera, p – obciążenie ciągłe równomiernie rozłożone, P – siła skupiona, l – rozpiętość przęsła.

Gdy rozpiętości przęseł różnią się w granicach do 20%, można korzystać z tablic Winklera przyjmując wartości współczynników z odpowiednich tablic, mnożąc je:

- przy obliczaniu reakcji podpór, sił poprzecznych i momentów podporowych – przez rozpiętość l_s stanowiącą średnią z rozpiętości dwóch sąsiednich przęseł,
- przy obliczaniu momentu przęsłowego – przez rozpiętość l danego przęsła.

Tab. 1. Belka dwuprzęsłowa. Współczynniki k i k' do wyznaczania sił przekrojowych [1, s. 253]

Schemat obciążeń	Momenty przęsłowe		Mo- ment podpo- rowy M_B	Siły poprzeczne			
	M_1	M_2		V_A	V_B^l	V_B^p	V_C
	k			k'			
	0,070	0,070	-0,125	0,375	-0,625	0,625	-0,375
	0,096	-0,025	-0,063	0,437	-0,563	0,063	0,063
	0,156	0,156	-0,188	0,312	-0,688	0,688	-0,312
	0,203	-0,047	-0,094	0,406	-0,594	0,094	0,094
	0,222	0,222	-0,333	0,667	-1,334	1,334	-0,667
	0,278	-0,056	-0,167	0,833	-1,167	0,167	0,167

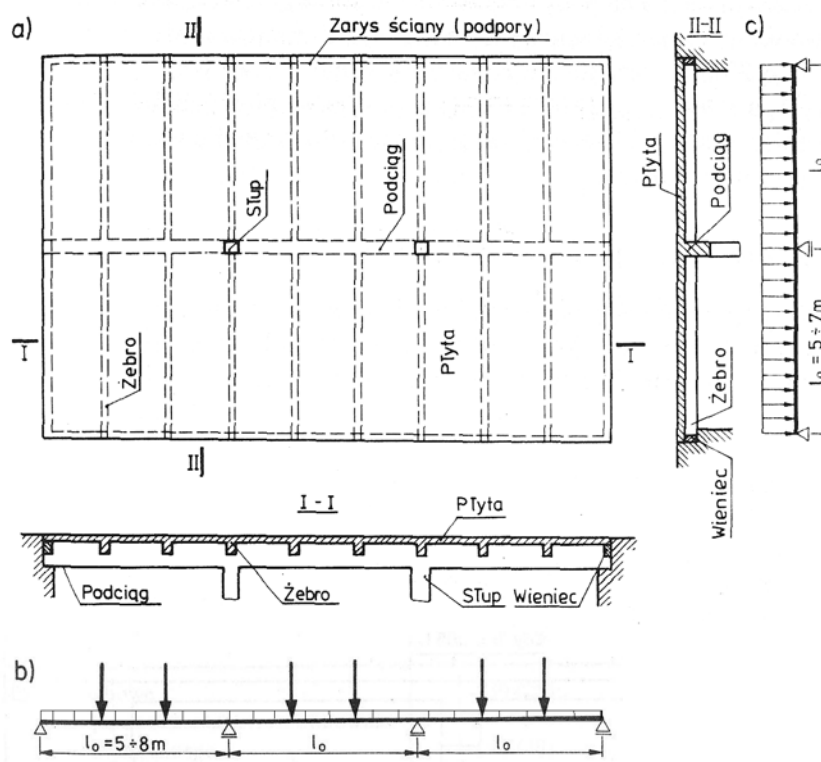
Najniekorzystniejsze obciążenia belki ciągłej

Przy obliczaniu belek ciągłych wieloprzęsłowych zachodzi konieczność wyznaczenia największych momentów zginających i sił poprzecznych występujących przy różnych możliwych położeniach obciążenia zmiennego w przęsłach. W tablicach Winklera współczynniki dla największych wartości sił wewnętrznych zaznaczono pogrubieniem.

Zastosowanie belek ciągłych

Belki ciągłe wieloprzęsłowe mają zastosowanie w konstrukcjach stalowych jako belki stropów przemysłowych, płatwie dachowe, belki podsuwnicowe itp.

W konstrukcjach żelbetonowych stosuje się je najczęściej jako elementy stropów płytowo-żebrowych: płyty, żebra, podciągi.



Rys. 30. Przykład stropu monolitycznego płytowo-żebrowego: a) rzut i przekroje, b) schemat statyczny podciągu, c) schemat statyczny żebra [7, s. 259]

4.7.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Jak można zdefiniować pojęcie belka statycznie niewyznaczalna?
2. Jakie rozróżnia się belki statycznie niewyznaczalne?
3. Jakie są zalety i zastosowanie belek statycznie niewyznaczalnych?
4. W jaki sposób można rozwiązać belkę statycznie niewyznaczalną?
5. W jaki sposób i w jakich przypadkach można korzystać z tablic Winklera do rozwiązywania belek statycznie niewyznaczalnych?

4.7.3. Ćwiczenia

Ćwiczenie 1

Rozwiąż dwuprzęsłową belkę obciążoną obciążeniem ciągłym równomiernie rozłożonym. Wykonaj wykresy sił przekrojowych.

Dane:

rozpiętość przęseł $l_1 = l_2 = 5.0$ m,

wartość obciążenia $q = 20$ kN/m

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować schemat belki,
- 2) przeanalizować tablice Winklera i dobrać odpowiednią tablicę,
- 3) przeanalizować zasady stosowania tablic Winklera,
- 4) odczytać z tablic odpowiednie współczynniki,
- 5) obliczyć wartość sił poprzecznych i momentów zginających w charakterystycznych przekrojach belki,
- 6) sporządzić wykresy sił przekrojowych.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura,
- tablice Winklera,
- przybory rysunkowe,
- kalkulator.

Ćwiczenie 2

Na podstawie literatury oraz tablic Winklera wykonaj schemat najbardziej niekorzystnych obciążeń belki czteroprzęsłowej.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) przeanalizować zasady ustalania najniekorzystniejszych obciążeń,
- 2) odszukać w odpowiedniej tablicy warianty obciążeń zmiennych,
- 3) wskazać te schematy obciążeń belki, które powodują największe wartości momentów zginających i sił poprzecznych,
- 4) uzasadnić wybór oraz wykonać szkice.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura,
- tablice Winklera,
- przybory rysunkowe,
- kalkulator.

4.7.4. Sprawdzian postępów

	Tak	Nie
Czy potrafisz:		
1) zdefiniować pojęcie belka statycznie niewyznaczalna?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2) rozróżnić belki statycznie niewyznaczalne?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3) wskazać zalety i zastosowanie belek statycznie niewyznaczalnych?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4) określić zasady rozwiązywania belek statycznie niewyznaczalnych?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5) skorzystać z tablic Winklera do rozwiązywania belek statycznie niewyznaczalnych?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4.8. Parametry charakterystyki geometrycznej przekroju figur prostych i złożonych

4.8.1. Materiał nauczania

Na wytrzymałość i sztywność konstrukcji ma wpływ przekrój poprzeczny pręta. Przy ustalaniu charakterystyk geometrycznych przekroju bierze się pod uwagę jego kształt i wymiary odniesione do osi leżących w płaszczyźnie przekroju, tj. osi x i y .

Wielkości charakteryzujące przekrój to:

- pole powierzchni przekroju A [m^2 , cm^2],
- moment statyczny pola S [m^3 , cm^3],
- moment bezwładności I [m^4 , cm^4],
- wskaźnik wytrzymałości W [m^3 , cm^3],
- promień bezwładności i [m , cm].

Momenty statyczne pola, momenty bezwładności, wskaźniki wytrzymałości i promienie bezwładności oblicza się względem dwóch osi (x i y) przechodzących przez środek ciężkości przekroju. Są to **osie główne środkowe**.

Środek ciężkości przekroju – jest to punkt, w którym skupiony jest niejako cały ciężar ciała. Punkt ten może leżeć w obrębie danego ciała lub poza jego obrębem.

Środek ciężkości figury płaskiej posiadającej oś symetrii leży na tej osi, a w przypadku dwóch osi symetrii, na przecięciu tych osi.

Przez środek ciężkości figury płaskiej można przeprowadzić nieskończenie wiele osi.

Położenie środka ciężkości (O) płaskiej figury geometrycznej określa się, wyznaczając jego współrzędne w dowolnie przyjętym układzie współrzędnych prostokątnych (np. x_d , y_d).

Współrzędne te oblicza się według wzorów:

$$x_d = \frac{S_{yd}}{A} \quad \text{i} \quad y_d = \frac{S_{xd}}{A},$$

w których:

S_{xd} , S_{yd} – momenty statyczne pola figury względem osi x_d i y_d ,

A – pole figury.

Wyznaczanie środka ciężkości płaskiej figury złożonej (kolejność działania)

- 1) narysować figurę złożoną, zwymiarować i podzielić ją na figury proste,
- 2) przyjmując dowolny układ współrzędnych prostokątnych: x_d i y_d ,
- 3) obliczyć pola powierzchni figur prostych oraz wyznaczyć ich środki ciężkości (określić współrzędne środków ciężkości figur prostych w przyjętym układzie osi),
- 4) obliczyć S_{xd} , S_{yd} – momenty statyczne pola figury względem osi x_d i y_d , jako sumę momentów statycznych poszczególnych figur prostych,
- 5) obliczyć współrzędne środka ciężkości figury złożonej (x_d , y_d) z podanych powyżej wzorów.

Obliczanie wielkości charakterystycznych przekroju

Pole powierzchni przekroju A [m^2 , cm^2] – oblicza się na podstawie wzorów znanych z geometrii. W przypadku figury złożonej, należy podzielić ją na figury proste i pole powierzchni obliczyć jako sumę pól poszczególnych figur prostych.

Pola powierzchni profili stalowych (kształtowników) należy odczytać z odpowiednich tablic zawierających wszystkie parametry tych profili.

Moment statyczny przekroju S względem dowolnej osi [m^3 , cm^3] – oblicza się jako iloczyn pola powierzchni przekroju i odległości (współrzędnej) środka ciężkości od tej osi.

$$S_{xd} = A \cdot y_d \quad \text{i} \quad S_{yd} = A \cdot x_d$$

Moment statyczny figury złożonej oblicza się jako sumę momentów statycznych poszczególnych figur prostych.

Moment bezwładności przekroju względem osi x , y (osiowy moment bezwładności) I_x i I_y [m^4 , cm^4] – oblicza się jako sumę iloczynu pola powierzchni figury (A) przez kwadrat odległości jej środka ciężkości od określonej osi (x_d , y_d) i momentu bezwładności przekroju (I_{xg} i I_{yg}) względem jego osi głównych środkowych.

$$I_{xd} = I_{xg} + A \cdot y_d^2 \quad \text{i} \quad I_{yd} = I_{yg} + A \cdot x_d^2$$

Osiowy moment bezwładności figury złożonej oblicza się jako sumę momentów bezwładności poszczególnych figur prostych.

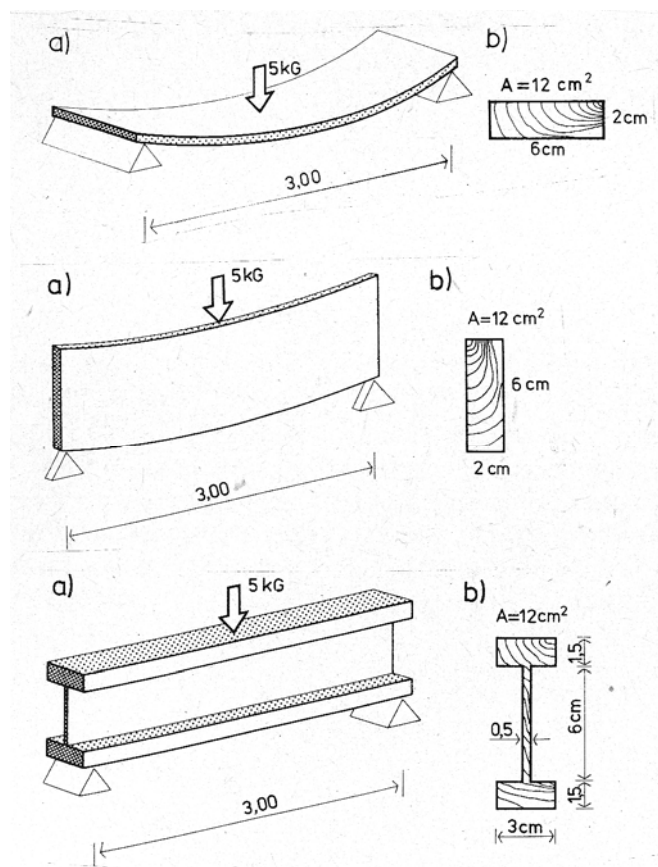
Momenty bezwładności pojedynczych profili stalowych (kształtowników) należy odczytać z odpowiednich tablic zawierających wszystkie parametry tych profili, natomiast momenty bezwładności przekrojów złożonych z kształtowników stalowych należy obliczyć za pomocą powyższych wzorów.

Osiowe momenty bezwładności, obliczane względem osi głównych, przyjmują wartości ekstremalne (względem jednej z osi maksymalną, względem drugiej – minimalną).

Moment bezwładności przekroju mówi o jego sztywności. Im większy moment bezwładności tym większa jest sztywność oraz nośność elementu konstrukcyjnego. Moment bezwładności zależy od wielkości, ale przede wszystkim od kształtu przekroju poprzecznego.

Przekroje o takim samym przekroju poprzecznym mogą mieć różną sztywność (większe lub mniejsze ugięcie).

Poniżej przedstawiono przykład zależności ugięcia belki wolnopodpartej, obciążonej takim samym obciążeniem, o tej samej wielkości przekroju poprzecznego lecz o różnym kształcie.



Rys. 31. Przykłady ugięcia belek wolnopodpartych o różnym przekroju poprzecznym: a) widok belki, b)przekrój poprzeczny belki [5, s. 87]

W powyższym przykładzie największy moment bezwładności ma belka dwuteowa, mniejszy o przekroju prostokątnym stojącym, a najmniejszy o przekroju prostokątnym leżącym, chociaż wszystkie mają równe pola przekrojów, czyli zawierają tę samą ilość materiału konstrukcyjnego.

Wskaźnik wytrzymałości przekroju względem osi – W_x i W_y [m^3 , cm^3] – oblicza się jako iloraz momentu bezwładności względem osi i odległości skrajnych punktów przekroju od danej osi:

$$W_x = \frac{I_x}{|y_{\max}|} \quad \text{i} \quad W_y = \frac{I_y}{|x_{\max}|},$$

gdzie:

I_x i I_y – momenty bezwładności pola względem osi x, y,

x_{\max} , y_{\max} , - największe odległości punktów leżących na krawędzi przekroju od osi x i y.

Wskaźniki wytrzymałości pojedynczych profili stalowych (kształtowników) należy odczytać z odpowiednich tablic zawierających wszystkie parametry tych profili, natomiast wskaźniki wytrzymałości przekrojów złożonych z kształtowników stalowych, po określeniu położenia środka ciężkości przekroju należy obliczyć za pomocą powyższych wzorów.

Promień bezwładności figury względem osi – i_x i i_y [m, cm] – oblicza się jako pierwiastek z ilorazu momentu bezwładności względem tej osi i pola przekroju:

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \quad \text{i} \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

Dla przekroju prostokątnego o wymiarach $b \cdot h$	
Pole przekroju	$A = b \cdot h$
Momenty bezwładności	$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$ i $I_y = \frac{h \cdot b^3}{12}$
Wskaźniki wytrzymałości	$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6}$ i $W_y = \frac{b \cdot h^2}{6}$

4.8.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Jakie wskaźniki charakteryzują przekrój?
2. Jak można zdefiniować wskaźniki charakteryzujące przekrój?
3. Jak można zdefiniować środek ciężkości przekroju?
4. W jaki sposób ustala się wartości wskaźników charakterystycznych dla przekrojów profili walcowanych?
5. W jaki sposób można wyznaczyć środek ciężkości przekroju?
6. W jaki sposób oblicza się moment bezwładności przekroju względem osi x i y?
7. W jaki sposób oblicza się wskaźnik wytrzymałości przekroju względem osi x i y?
8. W jaki sposób oblicza się promień bezwładności przekroju względem osi x i y?

4.8.3. Ćwiczenia

Ćwiczenie 1

Dla wymiennych przekrojów profili walcowanych:

- 1) dwuteownik 300,
- 2) ceownik 240,
- 3) kątownik 100 x 80 x 10,
- 4) kątownik 90 x 90 x 12

odczytaj z tablic następujące wielkości: pole powierzchni, momenty bezwładności, wskaźniki wytrzymałości i promień bezwładności względem osi głównych środkowych. Wyniki zapisz w tabeli.

Wykonaj rysunki profili w wybranej skali, korzystając z wymiarów podanych w tablicach.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

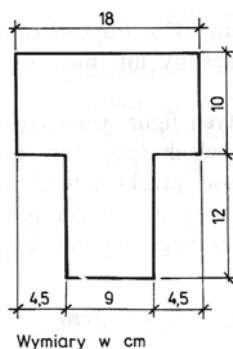
- 1) przygotować tabelę do wpisywania wyników,
- 2) odszukać odpowiednie tablice wskazanych profili,
- 3) odczytać z tablic potrzebne informacje,
- 4) wpisać uzyskane informacje do przygotowanej tabeli,
- 5) wykonać rysunki profili w wybranej skali.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- przybory rysunkowe,
- literatura.

Ćwiczenie 2

Dany jest przekrój jak na rysunku. Oblicz momenty bezwładności, wskaźniki wytrzymałości i promienie bezwładności względem osi głównych środkowych elementu, o przekroju jak na rysunku.



Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) przeanalizować zasady wyznaczania środka ciężkości oraz obliczania wielkości charakteryzujących przekrój,
- 2) odszukać w literaturze wzory do obliczenia wyznaczonych wskaźników,
- 3) narysować w skali zadany przekrój,
- 4) wyznaczyć środek ciężkości przekroju,
- 5) obliczyć momenty bezwładności, wskaźniki wytrzymałości i promienie bezwładności względem osi głównych x i y .

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura,
- przybory rysunkowe,
- kalkulator.

4.8.4. Sprawdzian postępów

Czy potrafisz:

- 1) zdefiniować wskaźniki charakteryzujące przekrój?
- 2) zdefiniować środek ciężkości przekroju?
- 3) ustalić wartości wskaźników charakterystycznych dla przekrojów profili walcowanych?
- 4) wyznaczyć środek ciężkości przekroju?
- 5) obliczyć moment bezwładności przekroju względem osi x i y ?
- 6) obliczyć wskaźnik wytrzymałości przekroju względem osi x i y ?
- 7) obliczyć promień bezwładności przekroju względem osi x i y ?

Tak **Nie**

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4.9. Obciążenia budowli

4.9.1. Materiał nauczania

Obciążenia są to wszystkie działania fizyczne, które zmieniają stan układów konstrukcyjnych, powodują powstanie naprężeń i odkształceń.

Podział obciążeń:

W zależności od sposobu działania:

- obciążenia statyczne – są to obciążenia, których wartość zwiększa się powoli od zera do wartości końcowej,
- obciążenia dynamiczne – działają udarowo lub cyklicznie, zmieniają się w czasie w sposób ciągły lub okresowo zmienny. Skutki działania obciążeń dynamicznych są większe niż skutki działania obciążeń statycznych o tej samej wartości.

W zależności od czasu trwania i sposobu działania:

- obciążenia stałe,
- obciążenia zmienne,
- obciążenia wyjątkowe.

Obciążenia stałe to takie obciążenia, których wartość, kierunek i położenie pozostają niezmiennie w czasie użytkowania budowli, jej montażu lub remontu.

Do obciążeń stałych należą:

- ciężar własny stałych elementów i konstrukcji,
- ciężar własny gruntu w stanie rodzimym, nasypów i zasypów oraz parcie z niego wynikające.

Obciążenia zmienne to takie obciążenia, które mogą zmieniać swoją wartość, położenie i kierunek działania w czasie użytkowania budowli.

Zależnie od długości okresów działania obciążenia zmienne dzielimy na:

- w całości długotrwałe, np. od ciężaru urządzeń związanych na stałe z użytkowaniem budowli (kotły, aparatura.) lub materiałów składowanych w budynku,
- w części długotrwałe: obciążenia stropów w pomieszczeniach mieszkalnych, magazynowych, przemysłowych,
- w całości krótkotrwałe: od ciężaru śniegu, parcia wiatru,
- wyjątkowe: spowodowane trzęsieniem ziemi, uderzeniem pojazdu, uszkodzami górniczymi, parciem wody w czasie powodzi.

Wszystkie te obciążenia przenoszone są na grunt budowlany, na którym budowla jest posadowiona.

Wartość charakterystyczna i obliczeniowa obciążenia

Wartość charakterystyczną obciążenia ustala się odpowiednio do przewidywanego sposobu użytkowania konstrukcji przyjmując projektowane wymiary oraz normowe wartości obciążeń.

Wielkości obciążeń działających na konstrukcję różnią się niekiedy od wartości charakterystycznych. Różnice te mogą być spowodowane wykonaniem konstrukcji o wymiarach nawet nieznacznie odbiegających od wymiarów projektowanych, zastosowaniem materiału o ciężarze objętościowym nieco większym lub mniejszym od przewidywanego, wyjątkowo dużymi opadami śniegu.

Wartość obciążenia uwzględniającą te różnice nazywamy jego **wartością obliczeniową**.

Oblicza się ją w następujący sposób:

$$g_0 = \gamma_f \cdot g_k \quad i \quad q_0 = \gamma_f \cdot q_k$$

gdzie:

g_k, q_k – wartości charakterystyczne obciążeń stałych i zmiennych,

g_o, q_o – wartości obliczeniowe obciążeń i zmiennych,

γ_f - współczynnik obciążenia.

Współczynnik obciążenia jest częściowym współczynnikiem bezpieczeństwa uwzględniającym możliwość wystąpienia wartości obciążenia mniej korzystnej od wartości charakterystycznej. Każdemu rodzajowi obciążenia odpowiada właściwa wartość współczynnika obciążenia podana w odpowiedniej normie.

Ustalanie wartości obciążeń

Obciążenia stałe – ciężar własny elementów

Wartości charakterystyczne obciążeń oblicza się:

– na jednostkę powierzchni (iloczyn ciężaru objętościowego γ i grubości elementu h)

$$g_k = \gamma \cdot h \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

$$g_o = g_k \cdot \gamma_f \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

– na jednostkę długości (iloczyn ciężaru objętościowego γ , grubości h i szerokości elementu b)

$$g_k = \gamma \cdot h \cdot b \text{ [kN/m]}$$

$$g_o = g_k \cdot \gamma_f \text{ [kN/m]}$$

– jako ciężar całego elementu (iloczyn ciężaru objętościowego γ i objętości elementu h, b, l)

$$G_k = \gamma \cdot h \cdot b \cdot l \text{ [kN]}$$

$$G_o = G_k \cdot \gamma_f \text{ [kN]}$$

Ciężary objętościowe materiałów γ [kN/m³] przyjmuje się na podstawie normy PN-82/B-02001 – Obciążenia budowli. Obciążenia stałe.

Obciążenia zmienne

A. Obciążenia stropów

Wartości charakterystyczne zmiennych obciążeń (q_k [kN/m²]) stropów obiektów i pomieszczeń o różnych przeznaczeniach przyjmuje się na podstawie normy PN-82/B-02003 – Obciążenia budowli. Obciążenia zmienne i technologiczne. Podstawowe obciążenia technologiczne i montażowe.

Wartości obliczeniowe obciążeń ustala się zgodnie z przedstawionym wcześniej zasadami, przyjmując odpowiednie współczynniki obciążenia podane w normie.

B. Obciążenie śniegiem

Obciążenie śniegiem oblicza się na podstawie normy PN-80/B-02010 – Obciążenia w obliczeniach statycznych. Obciążenie śniegiem.

Wartość obciążenia śniegiem dachu zależy od geograficznego położenia obiektu oraz kształtu i pochylenia dachu.

$$s_k = q^s_k \cdot C \text{ [kN/m}^2\text{]}, \quad s_o = \gamma_f \cdot s_k \text{ [kN/m}^2\text{]},$$

gdzie:

q^s_k – wartość charakterystyczna obciążenia śniegiem gruntu [kN/m²], określona w normie dla określonej strefy obciążenia śniegiem,

C – współczynnik zależny od kształtu i pochylenia dachu,

s_o – wartość obliczeniowa obciążenia śniegiem dachu [kN/m²],

γ_f – współczynnik obciążenia, dla obciążenia śniegiem $\gamma_f = 1.4$.

Obciążenie s_k podaje się w kiloniutonach na metr kwadratowy płaszczyzny rzutu poziomego dachu.

C. Obciążenie wiatrem

Obciążenie wiatrem oblicza się na podstawie normy PN-77/B-02011 – Obciążenia w obliczeniach statycznych. Obciążenie wiatrem.

Wartość obciążenia wiatrem zależy od wielu czynników: geograficznego położenia obiektu, rodzaju, kształtu i proporcji wymiarów budowli oraz rodzaju terenu.

Obciążenie wiatrem jest obciążeniem równomiernie rozłożonym, działającym prostopadle do obliczanego elementu budowli (przegrody).

W budowli rozróżnia się powierzchnie:

- nawietrzne, które poddane są parciu wiatru,
- zawietrzne – poddawane ssaniu wiatru.

Obciążenie spowodowane działaniem wiatru oblicza się według wzoru:

$$p_k = q^w_k \cdot C_e \cdot C \cdot \beta \text{ [kN/m}^2\text{]}, \quad p_o = \gamma_f \cdot p_k \text{ [kN/m}^2\text{]},$$

gdzie:

- q^w_k – wartość charakterystyczna ciśnienia prędkości wiatru, ustala się dla poszczególnych stref obciążenia,
- C_e – współczynnik ekspozycji, zależy od rodzaju terenu i wysokości budowli ponad poziomem gruntu,
- C – współczynnik aerodynamiczny, zależy od rodzaju budowli, kształtu i proporcji wymiarów oraz kąta nachylenia połaci dachowej,
- β – współczynnik działania porywów wiatru, zależy od podatności budowli na dynamiczne działanie wiatru. Dla budowli niepodatnych na działanie wiatru przyjmuje się $\beta = 1.8$,
- γ_f – współczynnik obciążenia, dla obciążenia wiatrem $\gamma_f = 1.3$.

Wartości współczynników podane są w normie dla różnych przypadków.

W obliczeniach parcie wiatru oznacza się znakiem „+”, ssanie znakiem „-”.

Podczas projektowania elementów konstrukcyjnych, dla poszczególnych elementów wykonuje się zestawienie obciążeń. Sposób wykonania takiego zestawienia dla różnych elementów możesz znaleźć w podręcznikach.

4.9.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Jak można zdefiniować pojęcie obciążenia?
2. Jak można scharakteryzować obciążenia stałe?
3. Jak można scharakteryzować obciążenia zmienne?
4. Jakie można podać przykłady obciążeń stałych i zmiennych?
5. Co to jest wartość charakterystyczna i wartość obliczeniowa obciążenia?
6. W jaki sposób oblicza się obciążenie ciężarem własnym?
7. W jaki sposób oblicza się obciążenie zmienne użytkowe?
8. W jaki sposób oblicza się obciążenie śniegiem?
9. W jaki sposób oblicza się obciążenie wiatrem?
10. W jaki sposób sporządza się zestawienie obciążeń?

4.9.3. Ćwiczenia

Ćwiczenie 1

Obliczyć ciężar elementów:

- ciężar 1 m² płyty żelbetowej o wymiarach $b = 120 \text{ cm}$, $h = 14 \text{ cm}$, $l = 450 \text{ cm}$,
- ciężar 1 mb belki drewnianej z drewna świerkowego o wymiarach $b = 14 \text{ cm}$, $h = 20 \text{ cm}$,

$l = 350 \text{ cm}$,

- ciężar całkowity słupa murowanego z cegły pełnej o przekroju $25 \text{ cm} \times 38 \text{ cm}$, $l = 400 \text{ cm}$.
Wykonaj szkic każdego z tych elementów.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) przeanalizować zasady obliczania ciężaru własnego elementów,
- 2) odszukać w normie potrzebne informacje,
- 3) wykonać wskazane obliczenia,
- 4) wykonać szkice elementów.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- norma PN-82/B-02001 – Obciążenia budowli. Obciążenia stałe,
- literatura,
- przybory rysunkowe,
- kalkulator.

Ćwiczenie 2

Oblicz obciążenie śniegiem i wiatrem dla dachu budynku. Wykonaj szkic przedstawiający obliczone obciążenia.

Dane:

- Budynek zlokalizowany jest w Łomży.
- Teren zabudowany budynkami o wysokości do 10 m.
- Dach dwuspadowy o nachyleniu połaci dachowych $\alpha = 40^\circ$.
- Wysokość budynku 12 m.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) przeanalizować zasady obliczania obciążenia śniegiem i wiatrem,
- 2) odszukać w normach wzory do obliczenia obciążeń,
- 3) odczytać w normach potrzebne wielkości,
- 4) narysować w skali zadany przekrój,
- 5) wykonać obliczenia obciążeń charakterystycznych i obliczeniowych,
- 6) wykonać szkice.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- normy: PN-80/B-02010 – Obciążenia w obliczeniach statycznych. Obciążenie śniegiem, PN-77/B-02011 – Obciążenia w obliczeniach statycznych. Obciążenie wiatrem,
- literatura,
- przybory rysunkowe,
- kalkulator.

4.9.4 Sprawdzian postępów

Czy potrafisz:

- 1) zdefiniować pojęcie obciążenia?
- 2) scharakteryzować obciążenia stałe i zmienne?
- 3) wymienić przykłady obciążeń stałych i zmiennych?

Tak Nie

- | | | |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 4) obliczyć wartość charakterystyczną i obliczeniową obciążeń? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5) obliczyć obciążenie ciężarem własnym? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6) obliczyć obciążenie zmienne użytkowe? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7) obliczyć obciążenie śniegiem? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8) obliczyć obciążenie wiatrem? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

4.10. Naprężenia i ich rodzaje

4.10.1. Materiał nauczania

Budynek musi zapewniać użytkownikom całkowite bezpieczeństwo, w związku z tym materiały, z których został wykonany, muszą posiadać dostateczną wytrzymałość na działanie sił zewnętrznych i wewnętrznych.

Obciążenia działające na element powodują powstanie w materiale tego elementu sił wewnętrznych (M, N, T).

Siły te odniesione do powierzchni przekroju elementu nazywamy **naprężeniami**.

Jednostką naprężenia jest Pa (paskal). $Pa = \frac{N}{m^2}$, wielokrotności najczęściej używane to:

kilopaskal - $kPa = \frac{kN}{m^2}$ i megapaskal - $MPa = \frac{MN}{m^2}$

Rozróżnia się naprężenia:

- normalne σ – są to naprężenia skierowane prostopadle do płaszczyzny przekroju,
- styczne τ – zwane także naprężeniami tnącymi lub ścinającymi leżą w płaszczyźnie przekroju.

Naprężenia normalne powstają od siły podłużnej lub momentu zginającego

$$\sigma = \frac{N_a}{A} \quad \text{lub} \quad \sigma = \frac{M_a}{W_x}$$

Przy dodatniej sile podłużnej N_a lub M_a otrzymuje się dodatnie naprężenia normalne σ – **naprężenia rozciągające** (oznacza się je znakiem plus).

W przypadku ujemnej siły podłużnej lub momentu zginającego otrzymuje się ujemne naprężenia normalne σ – **naprężenia ściskające** (oznacza się je znakiem minus).

Naprężenia styczne powstają od siły poprzecznej.

Bezpieczeństwo konstrukcji zależy od spełnienia warunku wytrzymałości:

$$\begin{aligned} \sigma &\leq R \\ \tau &\leq R_t \end{aligned}$$

Wartości R i R_t to wytrzymałości obliczeniowe materiału na ściskanie (rozciąganie) i ścinanie. Litera oznaczające poszczególne rodzaje wytrzymałości materiałów są różne dla różnych materiałów, dlatego wykonując obliczenia wytrzymałościowe należy każdorazowo skorzystać z odpowiedniej normy.

Wytrzymałość materiału jest to największe naprężenie, jakie może przenieść dany materiał bez zniszczenia.

Określa się wytrzymałość materiałów na: ściskanie, rozciąganie, ścinanie, docisk, a w przypadku drewna na zginanie.

Rozciąganie i ściskanie osiowe

Rozciąganiu lub ścisnaniu osiowemu podlegają takie pręty, w których jedyną siłą przekrojową jest siła podłużna N_α .

Jeżeli siła podłużna jest dodatnia – pręty są **rozciągane**, jeżeli siła podłużna jest ujemna – pręty są **ściskane**. Elementami rozciąganymi lub ściskanymi są pręty kratownic, ściągi, rozpory łuków i ram oraz słupy i filary.

W przypadku prętów ścispanych rozróżnia się:

- pręty krępe – wymiary długości pręta i jego przekroju poprzecznego są podobne,
- pręty smukłe – długość pręta jest znacznie większa od wymiarów przekroju poprzecznego.

Typowe sposoby obciążeń osiowych prętów:

- rozciąganie prętów oraz ściskanie prętów krępych,
- ściskanie prętów smukłych.

Rozciąganie prętów oraz ściskanie prętów krępych

W prętach rozciąganych i ścispanych osiowo występują naprężenia normalne.

Warunek wytrzymałości elementów ścispanych lub rozciąganych osiowo

$$\sigma = \frac{N_\alpha}{A} \leq R^* \text{ [MPa]}$$

Nośność przekroju ze względu na ściskanie (rozciąganie)

$$N_o = A \cdot R^* \text{ [kN]},$$

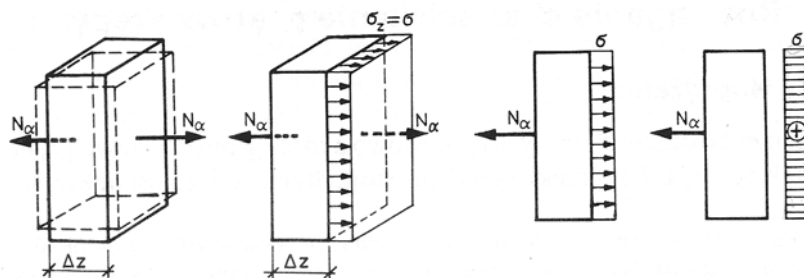
gdzie:

A – pole powierzchni przekroju,

N_α – osiowa siła wewnętrzna (ściskająca lub rozciągająca),

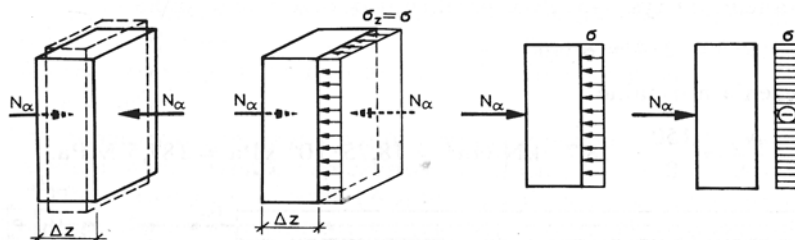
R^* – wytrzymałość obliczeniowa poszczególnych materiałów.

Uwaga: oznaczenia literowe wytrzymałości obliczeniowej materiałów (stali, drewna, muru, betonu, żelbetu) należy dostosować do oznaczeń przyjętych w odpowiednich normach konstrukcyjnych (w odniesieniu do stali – f_d , dla żelbetu f_{cd}).



Rys. 32. Element pręta rozciąganego osiowo [1, s. 168]

Element pręta rozciąganego osiowo



Rys. 33. Element pręta ścispany osiowo [1, s. 169]

Pręty rozciągane oraz krępe pręty ścispane nawet przy bardzo dużych obciążeniach (powodujących zniszczenie elementu) pozostają proste.

Ściskanie prętów smukłych

Pręty smukłe ściskane siłą P do pewnej wartości tej siły zachowują prostoliniowość, jednak po osiągnięciu przez siłę wartości P_k zwanej **siłą krytyczną** następuje wygięcie osi pręta, zwane **wybozeniem**.

Wartość siły krytycznej zależy od materiału pręta, wymiarów i ukształtowania przekroju poprzecznego, długości oraz schematu statycznego pręta.

W prętach smukłych ściskanych osiowo obliczeniowa wartość siły ściskającej P nie może osiągnąć wartości siły krytycznej P_k .

Pręty poddane działaniu takiej siły P zachowują wtedy prostoliniową postać, a więc wystąpią tylko naprężenia normalne o wartości stałej.

Aby zapewnić bezpieczeństwo konstrukcji (wybożenie jest niedopuszczalne, powoduje zniszczenie elementu) przy obliczaniu naprężeń stosuje się tzw. **współczynnik wybożeniowy**.

Współczynnik wybożeniowy podany jest w normach dla poszczególnych rodzajów konstrukcji i zależy od: smukłości pręta, ukształtowania przekroju, rodzaju i wytrzymałości materiału.

Smukłość pręta $\lambda = l_w / i_{\min}$, gdzie: l_w – długość wybożeniowa pręta zależna od długości i schematu statycznego, i_{\min} – najmniejszy promień bezwładności przekroju.

Sposoby obliczania naprężeń w smukłych elementach ściskanych są odmienne dla konstrukcji z różnych materiałów i przedstawione w odpowiednich normach konstrukcyjnych.

Warunek wytrzymałości (dla konstrukcji stalowych)

$$\sigma = \frac{N_a}{\varphi \cdot A} \leq f_d \text{ [MPa]}$$

Nośność przekroju ze względu na ściskanie:

$$N_o = \varphi \cdot A \cdot f_d \text{ [kN]},$$

gdzie:

A – pole powierzchni przekroju,

N_a – ściskająca osiowa siła wewnętrzna,

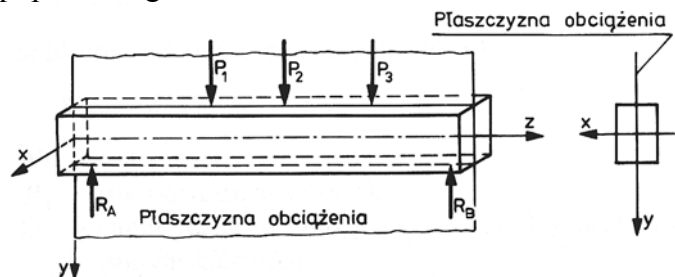
φ – współczynnik wybożeniowy ($\varphi < 1$),

f_d – wytrzymałość obliczeniowa stali.

Zginanie proste

Zginaniu podlegają takie pręty, w których siłami przekrojowymi są momenty zginające M_α i siły poprzeczne T_α . Elementami zginanymi są belki i płyty.

Zginanie proste występuje wtedy, gdy obciążenia leżą w płaszczyźnie jednej z osi głównych środkowych przekroju poprzecznego.



Rys. 34. Zginanie proste [1, s.198]

W elementach zginanych występują naprężenia normalne i naprężenia styczne.

Naprężenia normalne

W elementach zginanych występują naprężenia ściskające oraz rozciągające oddzielone osią obojętną.

Warunek wytrzymałości

$$\sigma = \frac{M_{\alpha}}{W_x} \leq R \text{ [MPa]}$$

Nośność elementu

$$M \leq W_x \cdot R \text{ [kNm]},$$

gdzie:

M_{α} – moment zginający w rozpatrywanym przekroju pręta,

W_x – wskaźnik wytrzymałości przekroju pręta.

Naprężenia styczne

Naprężenia styczne oblicza się w strefach przypodporowych belki (tam gdzie jest największa siła poprzeczna). Przekroje elementów wymiaruje się ze względu na występujące naprężenia normalne i styczne. O doborze przekroju elementu zginanego decydują jednak zwykle naprężenia normalne.

Docisk

Docisk występuje wówczas, gdy obciążenie P jest lokalnie przekazywane na powierzchnię o polu A_d .

Powstają wówczas naprężenia normalne ściskające, które oblicza się ze wzoru:

$$\sigma_d = \frac{P_d}{A_d} \leq R_d,$$

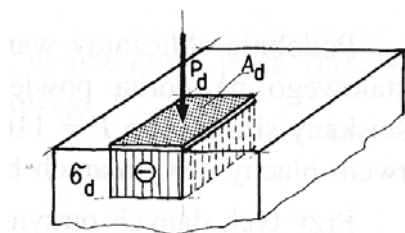
gdzie:

P_d – siła powodująca docisk,

A_d – powierzchnia docisku,

R_d – wytrzymałość materiału na docisk.

Naprężenia docisku występują w miejscach oparcia belek na ścianie, w miejscu oparcia słupa stalowego na stopie fundamentowej. Z podanego powyżej wzoru oblicza się potrzebną długość oparcia belki na podporze.



Rys. 35. Rozkład naprężeń spowodowanych dociskiem [3, s. 57]

Naprężenia ze względu na docisk uwzględnia się także w obliczeniach połączeń nitowych i śrubowych oraz połączeń ciesielskich konstrukcji drewnianych.

W połączeniach tych oblicza się także naprężenia ścinające.

4.10.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Jak można zdefiniować pojęcie naprężenia?
2. W jakich jednostkach miary podaje się wartość naprężenia?

3. Jakie rozróżnia się rodzaje naprężeń?
4. Jak brzmi warunek wytrzymałości?
5. Jak można zdefiniować pojęcie wytrzymałości materiału?
6. Jakie naprężenia występują w elemencie rozciągany osiowo?
7. Jakie naprężenia występują w elemencie ściskanym osiowo?
8. Jakie naprężenia występują w elemencie zginanym?
9. Jakie naprężenia występują przy docisku?

4.10.3. Ćwiczenia

Ćwiczenie 1

Oblicz naprężenia w pręcie rozciągany osiowo siłą $P = 150$ kN. Przekrój pręta okrągły o średnicy $d = 160$ mm. Czy pręt ten może być wykonany z drewna klasy C30, o wytrzymałości obliczeniowej na rozciąganie $f_{t,0,d} = 8.30$ MPa. Odpowiedź uzasadnij.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) naszkicować element,
- 2) przeanalizować zasady projektowania elementów rozciąganych osiowo,
- 3) wypisać wzór do obliczenia naprężeń,
- 4) wykonać obliczenia,
- 5) przeanalizować wyniki obliczeń,
- 6) sformułować wnioski.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura,
- kalkulator.

Ćwiczenie 2

Oblicz nośność belki wykonanej z dwuteownika 360 ze stali St3SX o wytrzymałości $f_d = 215$ MPa.

Sposób wykonania ćwiczenia

Uczeń powinien:

- 1) naszkicować element,
- 2) przeanalizować zasady projektowania elementów zginanych,
- 3) wypisać wzór do obliczenia naprężeń,
- 4) odszukać w tablicach profili walcowanych dane dotyczące dwuteownika,
- 5) wykonać obliczenia,
- 6) przeanalizować wyniki obliczeń,
- 7) sformułować wnioski.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura,
- tablice profili walcowanych,
- kalkulator.

4.10.4. Sprawdzian postępów

Tak Nie

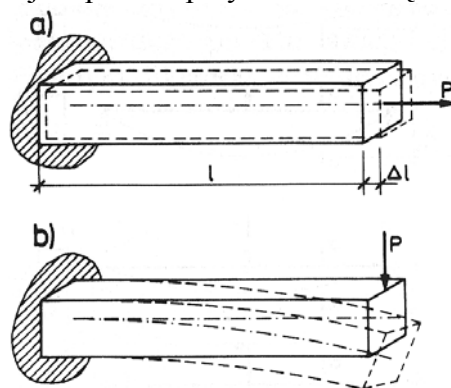
Czy potrafisz:

- | | | |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 1) zdefiniować pojęcie naprężenia? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2) rozróżnić rodzaje naprężeń? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3) określić warunki wytrzymałości? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4) zdefiniować pojęcie wytrzymałości materiału? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5) scharakteryzować i obliczyć naprężenia w elemencie rozciągany osiowo? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6) scharakteryzować i obliczyć naprężenia w elemencie ściskanym osiowo? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7) scharakteryzować i obliczyć naprężenia w elemencie zginanym? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8) scharakteryzować i obliczyć naprężenia przy docisku? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

4.11. Zjawisko odkształcenia materiału, rodzaje odkształceń

4.11.1. Materiał nauczania

Wszystkie sprężyste konstrukcje budowlane odkształcają się pod wpływem obciążeń. Sposób odkształcenia zależy od konstrukcji i sposobu przyłożenia obciążenia.



Rys. 36. Odkształcenie pręta w zależności od sposobu przyłożenia obciążenia: a) pręt obciążony osiową siłą rozciągającą – wydłuża się (oś pozostaje linią prostą), b) pręt obciążony siłą działającą prostopadle do osi - wygina się (oś stanie się linią krzywą) [1, s.147]

Odkształcenia odniesione do poszczególnych punktów lub przekrojów konstrukcji nazywa się **przemieszczeniami**.

Wartości przemieszczeń elementu konstrukcyjnego zależą od schematu statycznego, rozpiętości (długości), obciążenia, materiału, z którego wykonano element oraz od wielkości i ukształtowania jego przekroju poprzecznego.

W obliczeniach przemieszczeń należy wziąć pod uwagę charakterystyki materiałów konstrukcyjnych (stałe materiałowe):

- E – współczynnik sprężystości podłużnej (moduł Young'e'a) [MPa],
- G – współczynnik sprężystości poprzecznej [MPa],
- ν - współczynnik Poissona (liczba niemianowana),

Wartości współczynników E , G , ν są stałymi sprężystymi charakteryzującymi materiał. Wartości tych współczynników dla poszczególnych materiałów konstrukcyjnych otrzymuje się w drodze doświadczalnej i są podawane w odpowiednich normach.

Właściwie zaprojektowany element konstrukcyjny musi spełniać warunki: nośności sztywności i stateczności. Warunek sztywności ma na celu ograniczenie odkształceń elementów. Zbyt duże odkształcenia mogą utrudniać lub uniemożliwić użytkowanie konstrukcji. Odkształcenie belki nazywa się ugięciem.

Warunek sztywności: największe ugięcie f_{\max} elementu konstrukcyjnego, zwane też strzałką ugięcia, nie może być większe od ugięcia granicznego (dopuszczalnego) f_{gr}

$$f_{\max} \leq f_{gr}$$

Wartości f_{gr} podane są w odpowiednich normach do projektowania różnych konstrukcji.

Odkształcenia materiału mogą być **sprężyste i trwale (plastyczne)**.

Odkształceniem sprężystym nazywamy takie odkształcenie ciała, które z chwilą ustania działania sił zanika, a obciążony element odzyskuje swoją pierwotną postać. Przykładem może być odkształcenie belki – po usunięciu obciążenia zanika ugięcie belki.

Odkształcenia, które pozostają mimo ustania działania sił, nazywamy **odkształceniami trwałymi (plastycznymi)**.

Materiały budowlane zachowują swoje właściwości sprężyste dotąd, aż wartość obciążenia i wywołanych jego działaniem naprężeń nie przekroczy pewnej wartości granicznej, właściwej dla danego materiału, po przekroczeniu której następuje już odkształcenie trwałe.

W konstrukcjach budowlanych dopuszcza się do powstawania odkształceń sprężystych i niewielkich odkształceń trwałych.

Obliczając naprężenia i odkształcenia występujące w prętach osiowo ściskanych lub rozciąganych, korzysta się z założenia obowiązywania Prawa Hooke'a, które brzmi:

Odkształcenia są wprost proporcjonalne do naprężeń

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

Odkształceniem prętów osiowo ściskanych lub rozciąganych jest zmiana długości pręta (wydłużenie lub skrócenie), które można obliczyć w sposób następujący:

$$\Delta l = \frac{N_{\alpha}}{E \cdot A} \cdot l,$$

gdzie:

Δl – przyrost długości pręta (lub skrócenie),

N_{α} – siła podłużna,

l – długość początkowa pręta,

$E \cdot A$ – iloczyn modułu sprężystości podłużnej materiału i pola przekroju poprzecznego pręta, zwany **sztywnością na rozciąganie (ściskanie)**.

Równocześnie z wydłużeniem lub skróceniem pręta, ulegają zmianie wymiary jego przekroju poprzecznego, jednakże nawet przy dużych naprężeniach występujących w pręcie są one niewielkie i można je pomijać.

Odkształceniem prętów zginanych jest ugięcie, czyli zakrzywienie osi elementu w płaszczyźnie obciążenia.

Największe ugięcie elementu nazywa się **strzałką ugięcia – f_{\max} (u_{fin})**.

Wielkość ugięcia elementu zależy od:

- schematu statycznego,
- wielkości i sposobu przyłożenia obciążenia,
- rozpiętości (długości elementu),

- $E \cdot I$ – **sztywności na zginanie** (iloczyn modułu sprężystości podłużnej materiału i momentu bezwładności przekroju pręta).

Ugięcie belki swobodnie podpartej obciążonej w sposób ciągły równomiernie rozłożony oblicza się ze wzoru:

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I}$$

4.11.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Jakże różniemy rodzaje odkształceń?
2. Jaka jest różnica między odkształceniem sprężystym, a odkształceniem trwałym?
3. Jak brzmi Prawo Hooke'a?
4. Czy każdy rodzaj odkształceń dopuszcza się w konstrukcjach budowlanych?
5. Od czego zależy wielkość odkształcenia elementu?
6. Jakże odkształcenia występują w elementach ściskanych lub rozciąganych osiowo?
7. Jakże odkształcenia występują w elementach zginanych?

4.11.3. Ćwiczenia

Ćwiczenie 1

Oblicz wydłużenie pręta stalowego rozciąganego osiowo siłą $N_a = 150$ kN, o przekroju okrągłym $D = 30$ mm, wykonanego ze stali St3SX i o długości 2.5 m.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinienes:

- 1) naszkicować pręt,
- 2) odszukać w poradniku wzór na obliczenie wydłużenia jednostkowego,
- 3) obliczyć pole powierzchni przekroju A ,
- 4) odczytać z normy wartość modułu sprężystości podłużnej stali E ,
- 5) dopasować jednostki poszczególnych wielkości,
- 6) obliczyć wydłużenie jednostkowe Δl według wzoru.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- norma PN-90/B-03200. Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie,
- literatura,
- kalkulator.

Ćwiczenie 2

Oblicz ugięcie belki drewnianej.

Dane:

- belka wolnopodparta o rozpiętości $l_{\text{eff}} = 3.0$ m,
- drewno klasy C30,
- obciążenie belki ciągłe, równomiernie rozłożone $q = 4.0$ kn/m,
- przekrój belki prostokątny: $b \times h = 12$ cm \times 18 cm.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) naszkicować belkę,
- 2) odszukać w poradniku wzór na obliczenie ugięcia belki wolnopodpartej,
- 3) obliczyć moment bezwładności przekroju I_x ,
- 4) odczytać z normy wartość modułu sprężystości drewna klasy C30- E_o (średni moduł sprężystości wzdłuż włókien),
- 5) dopasować jednostki poszczególnych wielkości,
- 6) obliczyć ugięcie belki według wzoru.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- norma PN-B-03215:2000 – Konstrukcje drewniane. Obliczenia statyczne i projektowanie,
- literatura,
- kalkulator.

4.11.4. Sprawdzian postępów

	Tak	Nie
Czy potrafisz:		
1) zdefiniować pojęcie odkształcenia?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2) wskazać różnicę pomiędzy odkształceniem sprężystym i odkształceniem trwałym?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3) zdefiniować Prawo Hook'a?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4) określić rodzaje odkształceń w różnych rodzajach elementów?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5) obliczyć wydłużenie pręta ściskanego lub rozciąganego?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6) obliczyć ugięcie elementu zginanego?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5. SPRAWDZIAN OSIĄGNIĘĆ

INSTRUKCJA DLA UCZNIĄ

1. Przeczytaj uważnie instrukcję.
 2. Podpisz imieniem i nazwiskiem kartę odpowiedzi.
 3. Zapoznaj się z zestawem zadań testowych.
 4. Test zawiera 15 pytań. Do każdego pytania dołączone są 4 możliwości odpowiedzi, tylko jedna jest prawidłowa.
 5. Udzielaj odpowiedzi na załączonej karcie odpowiedzi stawiając w odpowiedniej rubryce znak X. W przypadku pomyłki należy błędną odpowiedź zaznaczyć kółkiem, a następnie ponownie zakreślić odpowiedź prawidłową.
 6. Pracuj samodzielnie, bo tylko wtedy będziesz miał satysfakcję z wykonanego zadania.
 7. Kiedy udzielenie odpowiedzi będzie Ci sprawiało trudność, wtedy odłóż jego rozwiązanie na później i wróć do niego, gdy zostanie Ci wolny czas.
 8. Na rozwiązanie testu masz 40 minut.
- Powodzenia!

Materiały dla ucznia:

- instrukcja,
- zestaw zadań testowych,
- karta odpowiedzi.

Zestaw zadań testowych

Wybierz poprawną odpowiedź, zaznaczając odpowiednią literę.

1. Czy w płaskim zbieżnym układzie sił:
 - a) siły działają wzdłuż jednej prostej,
 - b) linie działania sił są do siebie równoległe,
 - c) linie działania sił przecinają się w jednym punkcie,
 - d) siły mają zgodny kierunek działania lecz przeciwne zwroty.
2. Wypadkowa układu sił jest to:
 - a) siła równoważąca układ sił,
 - b) siła zastępująca działanie wszystkich sił,
 - c) siła wynikająca z wieloboku sznurowego,
 - d) siła stanowiąca sumę algebraiczną wartości wszystkich sił.
3. Siły wewnętrzne w przekroju belki to:
 - a) siła ściskająca, rozciągająca i ścinająca,
 - b) siła skupiona i równomiernie rozłożona,
 - c) siła zginająca, ścinająca i moment zginający,
 - d) siła poprzeczna, podłużna i moment zginający.
4. W przekroju, w którym siła poprzeczna zmienia znak, moment zginający:
 - a) jest równy zeru,

- b) także zmienia znak,
 - c) przyjmuje wartość stałą,
 - d) osiąga wartość ekstremalną.
5. Wykres momentów zginających przy obciążeniu belki równomiernie rozłożonym obciążeniem ciągłym przyjmuje kształt:
- a) linii łamanej,
 - b) krzywej drugiego stopnia,
 - c) krzywej trzeciego stopnia,
 - d) linii równoległej do osi wykresu.
6. Wykres momentów zginających przy obciążeniu belki siłą skupioną jest ograniczony:
- a) parabolą,
 - b) hiperbolą,
 - c) linią łamaną,
 - d) linią równoległą do osi wykresu.
7. Jakie rodzaje podpór występują w belce wolnopodpartej:
- a) dwie podpory przegubowo-przesuwne,
 - b) dwie podpory przegubowe nieprzesuwne,
 - c) podpora stała i podpora przegubowo-przesuwna,
 - d) podpora przegubowa nieprzesuwna i podpora przegubowo-przesuwna.
8. Belka statycznie niewyznaczalna to belka w której:
- a) występują tylko siły podłużne,
 - b) nie można wyznaczyć sił poprzecznych,
 - c) występują więcej niż trzy reakcje podpór,
 - d) nie można obliczyć momentów zginających.
9. Jeżeli w wyniku obliczeń otrzymuje się w pręcie kratownicy siłę o zwrocie „do węzła” to jest to siła:
- a) zerowa,
 - b) ścinająca,
 - c) ściskająca,
 - d) rozciągająca.
10. Moment bezwładności przekroju prostokątnego o wymiarach: $b = 10 \text{ cm}$ i $h = 12 \text{ cm}$, względem środkowej osi x wynosi:
- a) 200 cm^4 ,
 - b) 240 cm^4 ,
 - c) 1000 cm^4 ,
 - d) 1440 cm^4 .
11. Podstawową jednostką naprężenia w układzie SI jest:
- a) kN/m^2 ,
 - b) N/cm^2 ,
 - c) Pa,
 - d) MPa.

12. Oś obojętna w przekroju zginanym przechodzi przez:
- dolną krawędź przekroju,
 - górną krawędź przekroju,
 - środek ciężkości przekroju,
 - połowę wysokości przekroju.
13. Naprężenia normalne w elemencie zginanym obciążonym siłą skupioną P oblicza się jako:
- iloraz działającej siły P i pola powierzchni przekroju,
 - iloraz momentu zginającego i pola przekroju poprzecznego,
 - iloraz działającej siły P i wskaźnika wytrzymałości przekroju,
 - iloraz momentu zginającego i wskaźnika wytrzymałości przekroju.
14. Od czego zależy m.in. smukłość prętów ściskanych:
- od rodzaju obciążenia,
 - od wielkości przekroju,
 - od wielkości obciążenia,
 - od wytrzymałości materiału.
15. Obciążenie śniegiem dachu **nie zależy** od:
- kształtu dachu,
 - lokalizacji budynku,
 - wysokości budynku,
 - nachylenia połaci dachowej.

KARTA ODPOWIEDZI

Imię i nazwisko

Obliczanie obciążeń konstrukcji budowlanych

Zakreśl poprawną odpowiedź.

Nr zadania	<i>Odpowiedź</i>				Punkty
1	a	b	c	d	
2	a	b	c	d	
3	a	b	c	d	
4	a	b	c	d	
5	a	b	c	d	
6	a	b	c	d	
7	a	b	c	d	
8	a	b	c	d	
9	a	b	c	d	
10	a	b	c	d	
11	a	b	c	d	
12	a	b	c	d	
13	a	b	c	d	
14	a	b	c	d	
15	a	b	c	d	
Razem:					

6. LITERATURA

1. Iwanczewska A., Włodarczyk W.: Konstrukcje budowlane. Cz. 1. WSiP, Warszawa 1991
2. Iwanczewska A.: Konstrukcje budowlane 1. Statyka budowli. WSiP, Warszawa 2000
3. Iwanczewska A.: Konstrukcje budowlane 2. Wytrzymałość materiałów. WSiP, Warszawa 2000
4. Sadowska-Boczar E.: Mechanika budowli. Zeszyt ćwiczeń. WSiP, Warszawa 1997

Pozycje dodatkowe, z których wykorzystano rysunki:

5. Kolendowicz T.: Mechanika budowli dla architektów. Arkady, Warszawa 1977
6. Martinek W., Szymański E.: Technologia. Murarstwo i tynkarstwo. WSiP, Warszawa 1999
7. Pyrak S., Włodarczyk S.: Konstrukcje budowlane. WSiP, Warszawa 1988
8. Urban L.: Mechanika budowli. WSiP, Warszawa 1980

Normy:

9. PN-82/B-02000 – Obciążenia budowli. Zasady ustalania wartości
10. PN-82/B-02001 – Obciążenia budowli. Obciążenia stałe
11. PN-82/B-02003 – Obciążenia budowli. Obciążenia zmienne i technologiczne. Podstawowe obciążenia technologiczne i montażowe
12. PN-80/B-02010 – Obciążenia w obliczeniach statycznych. Obciążenie śniegiem
13. PN-77/B-02011 – Obciążenia w obliczeniach statycznych. Obciążenie wiatrem
14. PN-B-03215:2000 – Konstrukcje drewniane. Obliczenia statyczne i projektowanie
15. PN-90/B-03200. Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie