

Marcin Krzywda

FINANSE DLA KAŻDEGO



**Samodzielnie obliczaj swoje
zyski i nie daj się zwodzić
reklamom banków!**

Ten ebook zawiera darmowy fragment publikacji "[Finanse dla każdego](#)"

Darmowa publikacja dostarczona przez [ZłoteMyśli.pl](#)

Copyright by Złote Myśli & Marcin Krzywda, rok 2008

Autor: Marcin Krzywda

Tytuł: Finanse dla każdego

Data: 08.08.2012

Złote Myśli Sp. z o.o.

ul. Toszecka 102

44-117 Gliwice

www.zlotemysli.pl

email: kontakt@zlotemysli.pl

Niniejsza publikacja może być kopiowana, oraz dowolnie rozprowadzana tylko i wyłącznie w formie dostarczonej przez Wydawcę. Zabronione są jakiegokolwiek zmiany w zawartości publikacji bez pisemnej zgody Wydawcy. Zabrania się jej odsprzedaży, zgodnie z regulaminem Wydawnictwa Złote Myśli.

Autor oraz Wydawnictwo Złote Myśli dołożyli wszelkich starań, by zawarte w tej książce informacje były kompletne i rzetelne. Nie biorą jednak żadnej odpowiedzialności ani za ich wykorzystanie, ani za związane z tym ewentualne naruszenie praw patentowych lub autorskich. Autor oraz Wydawnictwo Złote Myśli nie ponoszą również żadnej odpowiedzialności za ewentualne szkody wynikłe z wykorzystania informacji zawartych w książce.

Wszelkie prawa zastrzeżone.

All rights reserved.

SPIS TREŚCI

WSTĘP.....	5
WARTOŚĆ PIENIĄDZA W CZASIE.....	6
Wartość bieżąca (present value, PV).....	7
Wartość przyszła (future value, FV).....	8
LOKATY BANKOWE.....	9
Kapitalizacja prosta.....	9
Co to jest procent?.....	9
Ile zarobię na lokacie?.....	10
Lokaty na okres krótszy niż rok.....	11
Kapitalizacja składana.....	12
Lokata bankowa o rocznej kapitalizacji.....	12
Lokata bankowa o częstszej niż roczna kapitalizacji.....	14
Efektywna stopa procentowa.....	15
Wnioski.....	17
Lokaty progresywne.....	19
Co zmniejsza zysk z lokaty?.....	21
Prowizje bankowe.....	21
Podatek od zysków.....	21
Oprocentowanie realne.....	22
KREDYTY.....	25
Kredyty ze stałą ratą kapitałową.....	25
Kredyty ze stałą ratą całkowitą.....	29
Wyprowadzenie wzoru na wysokość raty.....	31
Zmiana oprocentowania w trakcie spłaty kredytu.....	34
Inne warianty spłaty kredytu.....	35
Kredyt z równymi ratami odsetkowymi.....	35
Kredyt indeksowany.....	35
EMERYTURY.....	36
Zasady oszczędzania w OFE.....	37
Opłaty w OFE.....	37
Minimalna stopa zwrotu.....	38
Zbieramy na emeryturę.....	39
Symulacja 1.....	39
Symulacja 2.....	40
Czy naprawdę będę milionerem?.....	42
DODATEK A: INFLACJA.....	43
Czym jest inflacja?.....	43
Przyczyny inflacji.....	44
Skutki inflacji.....	44
Jak mierzymy inflację?.....	45
Inflacja a stopy procentowe.....	46

Inflacja a inwestycje.....	46
Obligacje indeksowane inflacja.....	47
DODATEK B: MATEMATYKA FINANSOWA W EXCELU.....	48
Jak wstawić funkcję do komórki?.....	48
Lokaty.....	50
Kredyty.....	51

Lokaty bankowe

Najprostszą sytuacją, z którą możemy mieć do czynienia w kontekście matematyki finansowej, jest lokata bankowa. Polega ona na tym, że składamy pewną kwotę w banku, by po pewnym okresie otrzymać ją z powrotem plus naliczone odsetki (procent).

Kapitalizacja składana

Z oprocentowaniem składanym na lokacie mamy do czynienia, gdy co jakiś czas dochodzi do kapitalizacji odsetek, czyli dopisania odsetek do kapitału. W ten sposób Twój kapitał się zwiększa i procent w kolejnym okresie jest naliczany od wyższej kwoty. Jak łatwo się domyślić, daje to większe zyski niż oprocentowanie proste, gdzie odsetki były dopisywane raz na koniec okresu trwania lokaty.

Albert Einstein nazywał procent składany największym matematycznym odkryciem w historii. „Cud” procentu składanego sprawia, że Twoje pieniądze są samonapędzającą się maszynką do zarabiania. Żeby „maszynka” działała, potrzebne są dwa czynniki: powtórne inwestowanie zarobionych pieniędzy i czas. Im dłużej inwestujesz, tym większą kwotą obracasz.

Lokata bankowa o rocznej kapitalizacji

Rozpocznijmy od najprostszego przypadku, czyli lokaty rocznej, utrzymywanej przez kilka lat. Zakładamy więc, że r oznacza nominalną roczną stopę procentową¹, n liczbę lat, na ile umieścimy pieniądze na lokacie. Zgodnie z zasadą oprocentowania składanego, co roku odsetki będą dopisywane do kapitału i w kolejnym roku procentować będzie już większa kwota. Zobaczmy, jak kształtować się będą odsetki w kilku pierwszych latach:

Rok	Procent za n rok	Wartość kapitału po n roku
1	$P \cdot r$	$P + P \cdot r = P \cdot (1+r)$
2	$P \cdot (1+r) \cdot r$	$P \cdot (1+r) + P \cdot (1+r) \cdot r = P \cdot (1+r)^2$
3	$P \cdot (1+r)^2 \cdot r$	$P \cdot (1+r)^2 + P \cdot (1+r)^2 \cdot r = P \cdot (1+r)^3$
4	$P \cdot (1+r)^3 \cdot r$	$P \cdot (1+r)^3 + P \cdot (1+r)^3 \cdot r = P \cdot (1+r)^4$

Ogólnie otrzymujemy zatem zależność:

$$FV = PV \cdot (1+r)^n$$

gdzie, podobnie jak poprzednio:

FV — kapitał końcowy.

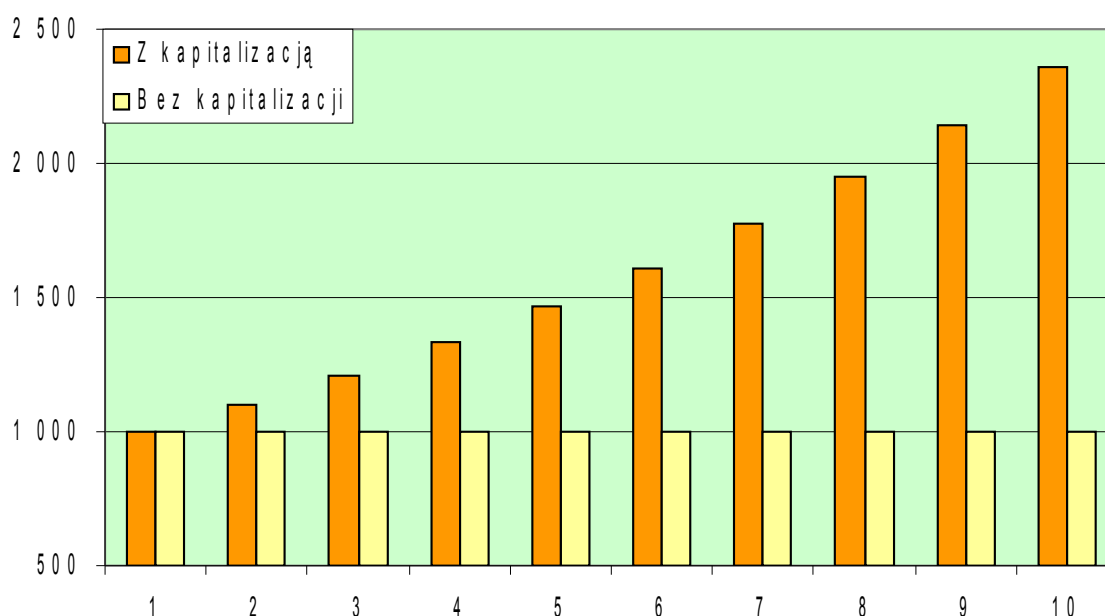
PV — kapitał początkowy.

To tyle wzorów, czas na przykład. Zobaczmy, jak będzie się kształtować wysokość odsetek na lokacie trwającej 10 lat, gdy kapitał początkowy wynosi 10 000 PLN, i stopa roczna $r = 10\%$ (tak dla łatwego rachunku :).

¹ Ważne założenie: stopa procentowa w kolejnych latach się nie zmienia!

Rok	Procent za n rok	Wartość kapitału po n roku
		10 000,00 PLN
1	1 000,00 PLN	11 000,00 PLN
2	1 100,00 PLN	12 100,00 PLN
3	1 210,00 PLN	13 310,00 PLN
4	1 331,00 PLN	14 641,00 PLN
5	1 464,10 PLN	16 105,10 PLN
6	1 610,51 PLN	17 715,61 PLN
7	1 771,56 PLN	19 487,17 PLN
8	1 948,72 PLN	21 435,89 PLN
9	2 143,59 PLN	23 579,48 PLN
10	2 357,95 PLN	25 937,42 PLN

Ponieważ po każdym roku do kapitału dopisuje się odsetki (kapitalizacja), to w roku następnym odsetki są większe. Gdyby nie to, wynosiłyby one stale 1 000 PLN. Wydać to wyraźnie na wykresie:



Lokata bankowa o częstszej niż roczna kapitalizacji

Okres kapitalizacji może być krótszy niż rok. W takim przypadku dojdzie do kilkukrotnego doliczenia odsetek do kapitału w ciągu roku.

Oznaczać będziemy przez m liczbę okresów kapitalizacji w roku. Czyli jeśli kapitalizacja będzie kwartalna, to $m = 4$ (bo mamy 4 kwartały w roku). Jeśli r jest roczną nominalną stopą procentową², to r/m będzie stopą w pojedynczym okresie kapitalizacji. Jeśli n oznacza długość trwania lokaty (wyrażoną w latach, przy czym n jest ułamkiem o mianowniku m), to po zamknięciu lokaty kapitał będzie wynosił:

$$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \cdot n}$$

Efektywna stopa procentowa

Zajmiemy się teraz zagadnieniem porównania efektywności różnych lokat oferowanych przez ten sam bank, ale na różne okresy. Jest to dość praktyczne zagadnienie, gdy chcemy złożyć pewną kwotę pieniędzy na lokatę bankową na pewien okres i szukamy najlepszej oferty. Banki różnicują oprocentowanie lokat na różne terminy. We wzorcowej sytuacji, rozważanej często w podręcznikach finansów, takim okresem, w którym porównuje się stopy procentowe, jest 1 rok, ale my być może chcemy trzymać pieniądze w banku przez inny okres, np. 18 miesięcy, i może się okazać, że w takim okresie korzystniejszy jest inny wariant lokaty niż dla 12 miesięcy.

²Tutaj również zakładamy, że stopa się nie zmienia!

Weźmy przykładową ofertę pewnego banku. Oto tabela wymieniająca lokaty różnej długości dostępne w tym banku wraz z ich oprocentowaniem, ale w skali roku (!):

14 dni	3,60%
1 miesiąc	4,00%
2 miesiące	4,00%
3 miesiące	4,20%
4 miesiące	4,55%
5 miesięcy	5,55%
6 miesięcy	4,70%
9 miesięcy	5,75%
1 rok	5,00%
2 lata	5,10%
3 lata	5,20%

Uwaga. Jak już wspomniałem, jeśli oprocentowanie lokaty 14-dniowej wynosi 3,6%, nie znaczy to, że po 14 dniach otrzymamy 3,6% więcej. To jest oprocentowanie w skali rocznej, zatem po 14 dniach dostaniemy $14/365$ części tej kwoty, a zatem 0,138%. Dla lepszego zobrazowania – przy kwocie 10 000 PLN zysk z lokaty, jaki otrzymasz po 14 dniach, wyniesie 13,8 PLN.

Wprowadźmy sobie teraz pewną definicję, która posłuży nam do porównywania lokat:

Efektywna stopa procentowa — oprocentowanie rocznej lokaty, która przyniosłaby taki sam zysk, jak dana (o krótszym terminie kapitalizacji), na której pieniądze będziemy trzymać przez rok.

Jak zatem policzyć wysokość stopy efektywnej? Kapitał po dokonaniu obu inwestycji ma być równy, zatem spełnione ma być równanie:

$$PV \cdot (r_e + 1) = PV \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m,$$

co po odpowiednich przekształceniach daje:

$$r_e = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

gdzie r_e oznacza oczywiście poszukiwaną stopę efektywną, r daną stopę nominalną, a m liczbę okresów kapitalizacji przypadających na jeden rok.

Policzmy dla przykładu stopę efektywną dla lokaty miesięcznej o takiej stopie, jak we wcześniejszej tabelce, czyli 4% w skali roku. Oprocentowanie miesięcznie wyniesie więc $4/12 = 0,33\%$, ale po każdym miesiącu odsetki będą dopisywane do kwoty lokaty, a więc w kolejnym miesiącu kwota pracująca dla nas na lokacie będzie większa.

Policzmy:

$$r_e = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 = \left(1 + \frac{4 \text{ proc.}}{12}\right)^{12} - 1 = 4,07 \text{ proc.}$$

Zobaczmy, ile wynosi efektywna stopa procentowa dla innych okresów lokat (bierzemy pod uwagę tylko lokaty o okresie krótszym lub równym 1 rok).

Okres lokaty	Nominalna stopa proc.	Efektywna stopa proc.
14 dni	3,60%	3,66%
1 miesiąc	4,00%	4,07%
2 miesiące	4,00%	4,07%
3 miesiące	4,20%	4,27%
4 miesiące	4,55%	4,62%
6 miesięcy	4,70%	4,76%
1 rok	5,00%	5,12%

Ponieważ umowy lokat są tak sformułowane, że jeśli chcielibyśmy wyciągnąć nasze pieniądze z lokaty przed upływem jej terminu, nie dostaniemy odsetek, bank tak układa tabelę oprocentowania, aby lokaty o dłuższym terminie miały wyższą efektywną stopę procentową.

Dlaczego warto mieć pełną wersję?



Pełną wersję książki zamówisz na stronie wydawnictwa
Złote Myśli

<http://domowe-finanse.zlotemysli.pl>